

Ein Vorschlag zur Taktsynchronisation bei Datenübertragung

von JOACHIM SWOBODA *

Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung
der Universität Stuttgart

(A.E.Ü. 22 [1968], Heft 11, 509–513; eingegangen am 11. Mai 1968)

DK 621.391

Für schnelle Datenübertragung gewinnt man den Bit-Takt des Empfängers zweckmäßigerweise aus dem empfangenen Datensignal. Der Empfängertakt wird dabei so geregelt, daß die Taktzeitpunkte möglichst in die Mitte der Übertragungsschritte fallen. Bei langen Übertragungsstörungen wird durch die Regelung der Takt um ein zufälliges Zeitmaß T verschoben, und die Synchronisation kann verlorgenehen.

Es wird hier vorgeschlagen, die Regelung nur dann wirksam werden zu lassen, wenn sie mehrmals hintereinander in gleicher Richtung angereizt wird. Eine digitale Regelschaltung dieser Art wird beschrieben. Mit Hilfe der Wahrscheinlichkeitsrechnung wird gezeigt, daß die unerwünschte, zufällige Verschiebung des Taktes, die durch eine Übertragungsstörung verursacht wird, mit hinreichender Sicherheit vermieden werden kann, obwohl die maximale Regelgeschwindigkeit nicht verringert wird.

A Proposal for Bit-rate Synchronization with Data Transmission

For fast data transmission it is advisable to derive the bit clock of the receiver from the incoming data signal. The receiver's bit clock is controlled in such a way that the timing instants fall on the middle of the transmitted signal elements, if possible. In the case of long transmission disturbances the regulating action shifts the bit clock by an arbitrary time T and the synchronization may be lost.

It is here proposed only to enable the regulating action when the control stimulation occurs several times in the same sense. A digital automatic control circuit of this kind is described. With the aid of the probability calculus it is shown that the undesired random shift of the bit rate due to transmission disturbances can be avoided with sufficient security although the maximum regulating rate is not reduced.

1. Einführung

Binär verschlüsselte Nachrichten lassen sich durch eine Folge der Zeichen 0 und L darstellen. Physikalisch wird z. B. dem Zeichen 0 eine positive und dem Zeichen L eine negative elektrische Signalspannung zugeordnet. Wenn mehrere gleiche Zeichen zeitlich aufeinander folgen, dann sind an der Signalspannung die zeitlichen Grenzen zwischen diesen Zeichen nicht ersichtlich. Daher muß in einem Datenempfänger für die Signalspannung auch ein zugehöriger Empfangstakt bereitgestellt werden.

Dafür gibt es mehrere Methoden:

Der Takt wird vom Sender mit übertragen. Dazu muß vom Übertragungskanal ein Teil der Bandbreite, der Zeit oder der Dynamik zur Verfügung gestellt werden.

Die Übertragung läuft nach dem Start-Stop-Betrieb. Dabei werden einige Binärzeichen zu einem Wort zusammengefaßt, das mit einem Startimpuls eingeleitet und mit einem Stopimpuls abgeschlossen wird. Durch den Startimpuls wird im Empfänger ein einfacher Taktgenerator angestoßen, der bis zum Stopimpuls von dem Sendetakt höchstens um eine halbe Taktperiode abweichen darf.

Der Empfangstakt wird von einem Taktgenerator im Empfänger geliefert. Dabei werden Abweichungen des Empfängertaktes vom Sollwert mit Hilfe der Signalspannung geregelt. Diese Art der Empfangstakterzeugung braucht keine gesondert vom Kanal übertragene Taktinformation.

Die Taktzeitpunkte sollen möglichst in der Mitte der Übertragungsschritte liegen. Daher wird der Empfängertakt beschleunigt (bzw. verlangsamt), wenn die Zeitpunkte, in denen die Signalspannung

* Dr. J. SWOBODA, 79 Ulm-Söflingen, Königstraße 88.

sich ändert (von L nach 0 oder von 0 nach L), gegenüber der Mitte zwischen den Taktzeitpunkten voreilt (bzw. nacheilt).

Ein neues Verfahren der letztgenannten Art soll im Abschnitt 3 beschrieben werden.

Allgemein sind an die Taktregelung zwei Forderungen zu stellen:

Wenn im Übertragungskanal starke Störungen auftreten, dann soll auf dieses gestörte Signal die Taktregelung möglichst nicht ansprechen, d. h. der Empfängertakt soll frei und unregelmäßig weiterlaufen.

Der Sendetakt und der unregelmäßige Empfängertakt weichen in der Frequenz üblicherweise etwas ab. Diese Frequenzabweichung, die bei normaler Übertragung ausgeregelt werden kann, sollte nicht zu beschränkt sein. Dies ist eine Forderung an die Regelgeschwindigkeit für die Taktphase. Die Taktphase sollte auch aus einem anderen Grund schnell verschoben werden können, nämlich um eine kurze Synchronisationszeit bzw. Resynchronisationszeit zu erreichen.

Bei den bisher bekannten Lösungen [2], [3] konnten diese beiden sich widersprechenden Forderungen nicht gleichzeitig erfüllt werden, sondern es mußte ein tragbarer Kompromiß eingegangen werden. Das im Abschnitt 3 beschriebene Verfahren erlaubt es, in höherem Maß als bisher beiden Forderungen zu entsprechen.

2. Übliche Taktsynchronisation

Neben der Möglichkeit einer kontinuierlichen Regelung des Empfängertaktes [4] setzt sich heute die

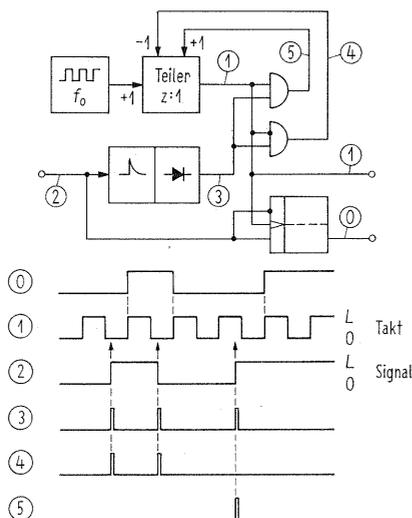


Bild 1. Digital geregelter, herkömmlicher Empfängertakt-generator;

- 1 Empfängertakt,
- 2 demoduliertes Empfangssignal,
- 3 Impuls bei jeder Änderung des Empfangssignals,
- 4 Impulse zur Verlangsamung des Empfängertaktes,
- 5 Impulse zur Beschleunigung des Empfängertaktes,
- 0 auf den Empfängertakt kalibriertes Empfangssignal.

vorteilhafte digitale Taktregelung durch [3]. Bild 1 zeigt das Prinzip eines digital geregelten Taktgenerators. Die Frequenz f_0 eines Taktoszillators wird durch einen anschließenden Zähler bzw. Teiler im Verhältnis $z : 1$ auf die gewünschte Empfängertaktfrequenz f heruntergeteilt:

$$f = f_0/z. \tag{1}$$

Die zugehörige Periodendauer ist

$$t = 1/f. \tag{2}$$

Die empfangene und demodulierte Signalspannung 2 wird durch die Taktspannung 1 (Taktpunkte sind die Übergänge von 0 nach L) abgetastet, und es entsteht nach dem Flip-Flop das taktkalibrierte Ausgangssignal 0. Damit die Flanke $0 \rightarrow L$ der Taktspannung 1 in der Mitte zwischen möglichen Änderungen des Signals 2 liegt, muß jeder Änderungszeitpunkt des Signals 2 möglichst in die Nähe einer Flanke $L \rightarrow 0$ der Taktspannung 1 fallen. Trät die Taktflanke $L \rightarrow 0$ zu zeitig auf, dann befindet sich in diesem Augenblick die Taktspannung im Zustand 0 (in Bild 1 der erste und zweite eingezeichnete Fall), und der Takt müßte verlangsamt werden. Kommt die Taktflanke $L \rightarrow 0$ zu spät, dann befindet sich im Änderungs Augenblick von 2 die Taktspannung noch im Zustand L (in Bild 1 der dritte eingezeichnete Fall), und der Takt müßte beschleunigt werden.

In der Schaltung wird das demodulierte Empfangssignal 2 differenziert und gleichgerichtet, so daß bei jeder Änderung von 2 auf der Leitung 3 ein Impuls entsteht. Dieser tastet die Taktspannung 1 mittels der beiden UND-Schaltungen ab, wobei auf der Leitung 4 ein Impuls entsteht, wenn der Takt verlangsamt werden soll, und auf 5 ist ein Impuls, wenn der Takt beschleunigt werden soll.

Beschleunigt wird der Takt 1, indem der Teilerzähler zusätzlich zu den z Impulsen vom Taktoszillator einen weiteren Zählimpuls von 5 her erhält. Dadurch wird der Empfängertakt 1 um $1/z$ seiner Periode vorgerückt. Verzögert wird der Takt, indem ein Impuls des Taktoszillators durch die Leitung 4 unterdrückt wird. Dadurch wird der Empfängertakt um $1/z$ seiner Periode zurückgestellt.

Durch die Teilerzahl z wird die maximal ausregelbare Frequenzabweichung begrenzt: Innerhalb einer Taktperiode kann der Takt um $\pm 1/z$ seiner Periode $t = 1/f$ verschoben werden. Bei einer binären Zufallsfolge von 0 und L ändert sich jedoch die Signalspannung im Mittel nur nach jedem zweiten Takt. Durch die mögliche Taktschiebung von $\pm 1/z$ Perioden innerhalb von zwei Perioden der Länge $2 \cdot t$ läßt sich die Frequenz ändern in den Grenzen

$$f_{1,2} = \frac{1}{t \pm t/2z} \approx \frac{1}{t} \left(1 \mp \frac{1}{2z} \right) = f \left(1 \mp \frac{\Delta f}{f} \right). \tag{3}$$

Dabei ist $\Delta f/f = 1/2z$ die maximale relative Frequenzabweichung, die zwischen Sendee- und Empfängertakt ausgeregelt werden kann. Die Näherung in Gl. (3) ist unbedeutend, da die Teilerzahl z in praktischen Fällen groß gegenüber eins ist, z. B. $z = 512$. In diesem Beispiel dürfte die unregelmäßige

Taktabweichung zwischen Sender und Empfänger höchstens $\Delta f/f = \pm 1/1024$ betragen, also knapp ein Promille. Um eine größere Frequenzabweichung auszuregulieren, müßte die Teilerzahl z kleiner gewählt werden.

Die zweite Forderung an eine Taktregelung ist ihre Unempfindlichkeit gegenüber Übertragungsstörungen. Für die Dauer einer Störung wechselt das Empfangssignal zwischen 0 und L zufällig, und der Teilerzähler wird deshalb in zufälliger Weise vor- oder zurückgestellt. Wenn die Zahl der Vor- und Rückstellbefehle sich mindestens um den Betrag $z/2$ unterscheidet, dann ist der Empfängertakt mindestens um eine halbe Periode ausgewandert. Bei Aufhören der Störung würde dann der Takt falsch resynchronisiert werden. Der Empfängertakt ist dann mindestens um einen Taktimpuls zeitlich verschoben. Bei der üblichen blockweisen Übertragung der Binärzeichen würde damit die Blocksynchronisation außer Tritt fallen. Das Auswandern des Taktes um eine halbe Periode oder mehr ist um so unwahrscheinlicher, je größer $z/2$ bzw. z ist.

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für falsche Resynchronisation des Empfangstaktes findet sich im Abschnitt 4.1. Zunächst soll eine Taktregelung vorgestellt werden, die gegen Übertragungsstörungen unempfindlicher ist als die soeben beschriebene.

3. Vorschlag einer verbesserten Taktsynchronisation

Der Grundgedanke der gegen Übertragungsstörungen unempfindlicheren Empfängertakterzeugung ist es, den Befehl 'Takt beschleunigen' bzw. 'Takt verlangsamen' nicht sofort auszuführen. Es wird vielmehr abgewartet, ob mehrere gleichartige Befehle aufeinanderfolgen, und dann erst der Takt um eine entsprechend größere Zeitspanne verschoben. Durch Störsignale werden diese Befehle zufällig erzeugt, und es ist unwahrscheinlich, daß mehrere solche aufeinanderfolgende Befehle gleich sind. Daher wird im Fall gestörter Übertragung der Takt nur mit kleiner Wahrscheinlichkeit verändert.

Das Bild 2 zeigt den prinzipiellen Aufbau des störunempfindlichen Empfängertaktgenerators. Er ist ebenso aufgebaut wie die Anordnung von Bild 1, nur sind die Leitungen 4 und 5, die zur Regelung den Teilerzähler verändern, über einen Bewerter geführt. Dieser Bewerter läßt von jeweils z_2 Impulsen auf der Leitung 4 nur einen durch, und zwar nur dann, wenn während dieser z_2 Impulse auf der Leitung 4 kein Impuls auf der Leitung 5 auftritt. Das Umgekehrte für die Leitung 5 gilt entsprechend. Wenn wegen einer Übertragungsstörung die Impulse auf 5 (Befehl 'Takt beschleunigen') bzw. auf 4 (Befehl 'Takt verlangsamen') statistisch auftreten, wird der Bewerter nur mit kleiner Wahrscheinlichkeit einen Regelimpuls weitergeben.

Um wieviel besser die Wahrscheinlichkeit für das Auswandern des Empfangstaktes der neuen Schaltung gegenüber der ersten ist, wird im Abschnitt 4.2 hergeleitet.

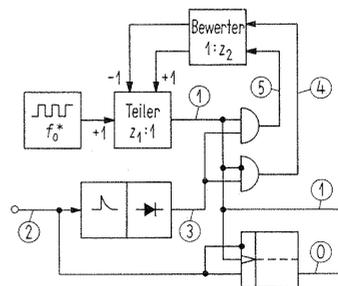


Bild 2. Digital geregelter, störungsunempfindlicher Empfängertaktgenerator (neuer Vorschlag);

- 1 Empfängertakt,
- 2 demoduliertes Empfangssignal,
- 3 Impuls bei jeder Änderung des Empfangssignals,
- 4 Impulse zur Verlangsamung des Empfängertaktes,
- 5 Impulse zur Beschleunigung des Empfängertaktes,
- 0 auf den Empfängertakt kalibriertes Empfangssignal.

Wenn in der Anordnung gemäß Bild 2 das Empfangssignal ungestört ist, und wenn der Empfängertakt um weniger als eine halbe Taktperiode gegenüber dem Sendetakt ausgewandert ist, so werden entweder nur auf der Leitung 4 oder auf der Leitung 5 Impulse auftreten. Dann wird von je z_2 Impulsen genau einer den Bewerter passieren und den Teilerzähler beeinflussen. Fordert man für die neue Schaltung die gleiche zulässige Frequenzabweichung $\Delta f/f$ wie für die erste Schaltung, dann muß ein vom Bewerter abgegebener Impuls den Takt um z_2/z Taktperioden verschieben. Daher teilt der Teilerzähler nach dem Taktoszillator im Verhältnis $z_1 : 1$:

$$z_1 = z/z_2. \quad (4)$$

Entsprechend ist auch die Oszillatorfrequenz f_0^* bei gegebener Empfangstaktfrequenz f zu wählen:

$$f_0^* = z_1 f = (z/z_2) f. \quad (5)$$

Mit der Wahl von z_1 und f_0^* gemäß den Gl. (4), (5) erhält man die gleiche zulässige und ausregelbare Frequenzabweichung, wie sie Gl. (3) für die erste Schaltung angibt, bzw. die gleiche Synchronisationszeit.

Über die Bewerterzahl z_2 kann frei verfügt werden. Im Abschnitt 4.2 wird sich die naheliegende Vermutung bestätigen, daß die Schaltung gegen Störung unempfindlicher wird, wenn man bei $z_1 z_2 = z = \text{const}$ die Bewerterzahl z_2 groß wählt. z_1 bestimmt die Stufengröße der Regelung. Die Rechnung ergibt dort, daß für eine Bewerterzahl von $z_2 = 8$ bis 10 die Wahrscheinlichkeit für Synchronisationsverlust auf Grund von Übertragungsstörungen bereits vernachlässigbar klein ist. Würde z_2 darüber hinaus noch unnötig vergrößert, dann wird die Teilerzahl z_1 unnötig verkleinert, und der Takt kann nur in gröberen Stufen verschoben werden. Andererseits läuft der Empfängertakt bei einer Bewerterzahl von $z_2 = 8$ bis 10 während längerer Übertragungsstörungen praktisch frei und unregelmäßig, so daß dann die Ungenauigkeit der Oszillatoren bei Sender und Empfänger für das Ausertretenfallend bestimmend werden.

4. Wahrscheinlichkeit für Verlust der Synchronisation

Der Empfängertakt gilt als nicht mehr synchron, wenn er gegen den Sollwert um mindestens eine halbe Taktperiode verschoben ist (vgl. Abschnitt 2). Die Wahrscheinlichkeit dafür wird unter der Annahme berechnet, daß der unregelmäßige Empfängertakt und der Sendetakt exakt gleiche Frequenz haben. Als Ursache der Taktverschiebung wird dabei nur die gestörte Signalübertragung berücksichtigt.

Nach Einsetzen der Übertragungsstörung wird diese als sehr stark vorausgesetzt. Man darf dann näherungsweise annehmen, daß bei jedem Zustandswechsel des demodulierten Empfangssignals entweder auf der Leitung 4 oder auf der Leitung 5 in Bild 1 (bzw. Bild 2) ein Impuls je mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ statistisch unabhängig auftritt. Diesen Zustandswechsel wollen wir *Ereignis* nennen. Ein derartiges Ereignis ist, wie erläutert, Ursache der Taktverschiebung.

Im folgenden soll für die beiden Anordnungen gemäß Bild 1 und Bild 2 die Wahrscheinlichkeit P_{VS} für verlorene Synchronisation berechnet werden, wenn eine Störung nach n Ereignissen endet.

4.1. Ausfall für die übliche Taktsynchronisation

Durch ein Ereignis wird der Takt mit der Wahrscheinlichkeit von $1/2$ um $+1/z$ der Taktperiode t und mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ um $-1/z$ der Taktperiode t verschoben.

Wir wollen der zeitlichen Taktverschiebung durch ein Ereignis die Zufallsvariable T_1 zuordnen. T_1 nimmt die Werte $\pm t/z$ je mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ an. Der Erwartungswert der Verschiebung ist damit Null, $E(T_1) = 0$,

$$E(T_1) = 0, \quad (6)$$

und die Varianz — das Streuungsquadrat — der Verschiebung ist

$$V(T_1) = \frac{1}{2} \left(+\frac{t}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(-\frac{t}{z} \right)^2 = \left(\frac{t}{z} \right)^2. \quad (7)$$

Die Zufallsvariable T_n der Verschiebung nach n Ereignissen ergibt sich aus der Summe von n als statistisch unabhängig vorausgesetzten Zufallsvariablen T_1 . Dabei ist der Erwartungswert der Verschiebung als Summe der einzelnen Erwartungswerte wieder Null:

$$E(T_n) = n E(T_1) = 0. \quad (8)$$

Desgleichen ergibt sich die Varianz von T_n bei vorausgesetzt statistisch unabhängigen Einzelverschiebungen als die Summe der einzelnen Varianzen.

$$V(T_n) = n V(T_1) = n \left(\frac{t}{z} \right)^2. \quad (9)$$

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von T_n läßt sich leicht angeben. Es ist eine zentrierte Binomialverteilung. Jedoch ist deren zahlenmäßige Auswertung im interessierenden Bereich großer Werte von n sehr aufwendig.

Hier wird davon Gebrauch gemacht, daß die Verteilungsfunktion von T_n nach dem zentralen Grenzwertsatz [1] mit wachsendem Wert n gegen die Gaußsche Verteilungsfunktion konvergiert.

Wird die Zufallsgröße T_n auf deren Streuung $\sigma = \sqrt{V(T_n)}$ normiert, dann konvergiert die Verteilung gegen die normierte Gauß-Funktion. Die Wahrscheinlichkeit, daß die normierte Zufallsgröße kleiner oder gleich einer Größe x ist, lautet dann

$$W \left\{ \frac{T_n}{\sqrt{V(T_n)}} \leq x \right\} = \quad (10)$$

$$= W \left\{ \frac{T_n}{t} \frac{z}{\sqrt{n}} \leq x \right\} \approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-u^2/2} du = \Phi(x).$$

Die Funktion $\Phi(x)$ ist tabelliert, was die zahlenmäßige Auswertung vereinfacht.

Mit dem Zwischenergebnis von Gl. (10) läßt sich die Wahrscheinlichkeit P_{VS} für die verlorene Synchronisation angeben. Keine Synchronisation besteht, wenn der Betrag der Taktverschiebung eine halbe Taktperiode erreicht oder übersteigt:

$$|T_n| \geq t/2. \quad (11)$$

Die Wahrscheinlichkeit dafür ist

$$P_{VS} = W \{ |T_n| \geq t/2 \}. \quad (12)$$

Aus der Symmetrie der Verschiebung T_n in positive und negative Richtung bzw. aus der Symmetrie der Verteilungsfunktion von T_n folgt

$$P_{VS} = 2 W \{ T_n \leq -t/2 \}. \quad (13)$$

Die Normierung der Ungleichung auf $t\sqrt{n}/z$ und dann der Vergleich mit Gl. (10) gibt das Ergebnis in Gl. (15):

$$P_{VS} = 2 W \left\{ \frac{T_n}{t} \frac{z}{\sqrt{n}} \leq -\frac{z}{2\sqrt{n}} \right\}, \quad P_{VS} \approx 2 \Phi \left(-\frac{z}{2\sqrt{n}} \right). \quad (14), (15)$$

Als Verteilungsfunktion steigt die Gauß-Funktion $\Phi(x)$ monoton an. Daher steigt die Wahrscheinlichkeit P_{VS} für verlorene Synchronisation um so mehr

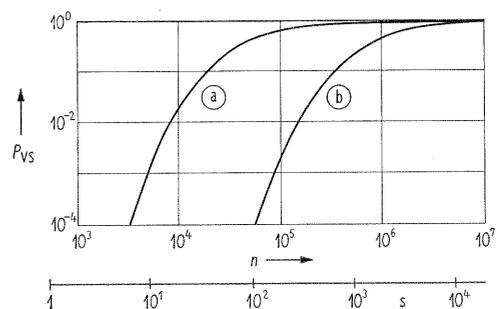


Bild 3. Die Wahrscheinlichkeit P_{VS} für Verlust der Synchronisation abhängig von der Zahl n der Zustandswechsel des demodulierten, binären Empfangssignals. Die Zeitachse dient als Anhalt für eine Übertragungsgeschwindigkeit von 1200 Bit/s.

Kurve a: P_{VS} für die herkömmliche Empfängertaktschaltung gemäß Bild 1. Der Teilerzähler mit $z = 512$ erlaubt eine ausregelbare Frequenzabweichung von $\Delta f/f \approx 10/100$.

Kurve b: P_{VS} für die vorgeschlagene Empfängertaktschaltung gemäß Bild 2. Die Wahl Teilerzähler $z_1 = 64$ und Bewerterzahl $z_2 = 8$ ($z = z_1 z_2 = 512$) erlaubt die gleiche Frequenzabweichung $\Delta f/f \approx 10/100$. Synchronisationsverlust auf Grund von Störung tritt im Mittel aber erst nach 16-facher Zeit auf.

an, je kleiner das Teilverhältnis z des Teilerzählers gewählt wird und je größer die Zahl n der Ereignisse ist, die in zufälliger Weise den Takt verschieben. Nach beliebig langer Zeit fallen beliebig viele Ereignisse ein, und die Wahrscheinlichkeit für den Synchronisationsverlust strebt gegen eins.

In Bild 3 gibt die Kurve a für die Wahl des Teilverhältnisses von $z = 512$ die Wahrscheinlichkeit verlorener Synchronisation P_{VS} über der Zahl der durch Störspannungen bewirkten „Ereignisse“ n an. Ein zweiter Abszissenmaßstab, der in Sekunden beziffert ist, gilt für eine Übertragungsgeschwindigkeit von 1200 Binärschritten/s. (Die Zeitachse kann nur einen Anhalt geben. Die Zahl der Ereignisse, d.h. Signalzustandswechsel, je Sekunde ist eine Zufallsgröße. Ihr Mittelwert ist „1 Ereignis auf 2 Binärschritte“.)

4.2. Ausfall für neue Taktsynchronisation

Bei der vorgeschlagenen Schaltung nach Bild 2 wird bei einem Ereignis ein Befehl ‚Takt beschleunigen‘ bzw. ‚Takt verzögern‘ nicht sofort befolgt, sondern abgewartet, ob der gleiche Befehl z_2 -mal hintereinander folgt. Da bei starker Störung entweder der eine oder der andere Befehl voraussetzungsgemäß mit der Wahrscheinlichkeit $1/2$ statistisch unabhängig erfolgt, treten z_2 gleiche Befehle auf mit der Wahrscheinlichkeit $(1/2)^{z_2} = 2^{-z_2}$. Bei einem Teilverhältnis $z_1 : 1$ des Teilerzählers wird dann der Takt um $+t/z_1$ bzw. $-t/z_1$ verschoben. Wenn nicht alle Befehle gleich sind, wird nichts verändert.

Der Taktverschiebung nach einer Serie von z_2 Ereignissen wird die Zufallsvariable T_{1*} zugeordnet. Sie nimmt die Werte $+t/z_1$ bzw. $-t/z_1$ je mit der Wahrscheinlichkeit 2^{-z_2} an, und den Wert Null mit der Wahrscheinlichkeit $1 - 2 \cdot 2^{-z_2}$.

Erwartung und Varianz von T_{1*} sind

$$E(T_{1*}) = 0, \quad (16)$$

$$V(T_{1*}) = 2^{-z_2} \left(-\frac{t}{z_1} \right)^2 + \quad (17)$$

$$+ (1 - 2 \cdot 2^{-z_2}) \cdot 0^2 + 2^{-z_2} \left(+\frac{t}{z_1} \right)^2 = 2 \cdot 2^{-z_2} \left(\frac{t}{z_1} \right)^2.$$

Nach $n = n^* z_2$ Ereignissen, also nach $n^* = n/z_2$ Serien, ist der Takt um die Zufallsvariable T_{n^*} verschoben. Erwartung und Varianz von T_{n^*} sind

$$E(T_{n^*}) = 0, \quad (18)$$

$$V(T_{n^*}) = n^* V(T_{1*}) = \frac{n}{z_2} \cdot 2 \cdot 2^{-z_2} \left(\frac{t}{z_1} \right)^2. \quad (19)$$

Um eine zahlenmäßig leicht auswertbare Verteilungsfunktion für T_{n^*} zu erhalten, wird der gleiche Weg wie im Abschnitt 4.1 beschritten. Für große Werte von n^* konvergiert die Verteilungsfunktion

$$W \left\{ \frac{T_{n^*}}{\sqrt{V(T_{n^*})}} \leq x \right\} \approx \Phi(x) \quad (20)$$

gegen die normierte Gauß-Funktion.

Entsprechend Gl. (14) ergibt sich die Wahrscheinlichkeit für verlorene Synchronisation:

$$P_{VS} = 2W \left\{ \frac{T_{n^*}}{t} \frac{z_1 \sqrt{z_2}}{\sqrt{n \cdot 2 \cdot 2^{-z_2}}} \leq -\frac{z_1 z_2}{2 \sqrt{n}} \frac{1}{\sqrt{z_2 \cdot 2 \cdot 2^{-z_2}}} \right\}. \quad (21)$$

In der folgenden Darstellung durch die Gauß-Funktion ist $z_1 = z/z_2$ nach Gl. (4) gesetzt. Durch die Wahl von z wird die gleiche maximal ausregelbare Frequenzabweichung erreicht wie für die Anordnung nach Bild 1.

Ferner wird n auf einen Vergrößerungsfaktor v bezogen:

$$P_{VS} = 2\Phi \left(-\frac{z}{2\sqrt{n/v}} \right) \text{ mit } v = \frac{1}{z_2 \cdot 2 \cdot 2^{-z_2}} = \frac{2^{z_2-1}}{z_2}. \quad (22), (23)$$

Bis auf den Vergrößerungsfaktor v stimmt Gl. (22) mit Gl. (15) für die erste Schaltung überein. Der Faktor v gibt an, eine wievielfache Zahl von Ereignissen die neue Schaltung erträgt, um die gleiche Wahrscheinlichkeit für verlorene Synchronisation zu liefern, wie die erste Schaltung bei der einfachen Zahl von Ereignissen. Im Mittel bleibt bei der neuen Schaltung die Synchronisation die v -fache Zeit erhalten.

Der Faktor v hängt nur von der Zahl z_2 der als gleich geforderten Befehle ab. Die Tabelle I gibt für z_2 den zugehörigen Synchronisations-Verlängerungsfaktor v an.

z_2	v
1	1
2	1
3	1,33
4	2
5	3,2
6	5,33
7	9,1
8	16
9	28,5
10	51,2

Tabelle I.
Verlängerungsfaktor v in Abhängigkeit von der Zahl z_2 der als gleich geforderten Taktschiebefehle.

Die Wahrscheinlichkeit P_{VS} für den Synchronisationsverlust ist in Bild 3, Kurve b, über der Zahl der Ereignisse n aufgetragen. Als Beispiel wurde für die Teilerzahl $z_1 = 64$ und für die Bewerterzahl $z_2 = 8$ gewählt. Diese Schaltung erlaubt die gleiche Frequenzabweichung bzw. die gleiche Synchronisationszeit wie die Schaltung nach Kurve a. Jedoch wird die gleiche Wahrscheinlichkeit P_{VS} nach 16-facher Zeit erreicht, bzw. bei gleicher Zeit ist die Wahrscheinlichkeit für den Synchronisationsverlust, der durch die Störung bedingt wird, beachtlich kleiner.

Schrifttum

- [1] GNEDENKO, B. W., Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitsrechnung; 5. Auflage. Akademie-Verlag, Berlin 1968.
- [2] BENNETT, W. R. und DAVEY, J. R., Datatransmission. McGraw-Hill Book Co., New York 1965.
- [3] CHOJNOWSKI, E. J., Digital phase corrector for synchronous transmission. Western Union Technical Review, Okt. 1962, 160–167.
- [4] RUDOLPH, H., Verfahren für einen Empfänger für synchron übertragene Telegrafzeichen. DBP 1146911 [1962].
- [5] EDSON, J. O. und HENNING, H. H., Broadband codecs for an experimental 224 Mb/s PCM terminal. Bell Syst. tech. J. **44** [1965], 1887–1940.
- [6] WRATHALL, L. R., Transistorized binary pulse regenerator. Bell Syst. tech. J. **35** [1956], 1059–1084.
- [7] POHLNER, J. und KAMMIN, H., Einrichtung zur digitalen Synchronisierung des Empfangsverteilers eines Zeitmultiplex-Übertragungssystems. DBP 1195373 [1962].