

Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung  
Universität Stuttgart  
Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

**28. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten**

Über die Verkehrseigenschaften und Strukturen  
einseitiger vielstufiger  
Koppelanordnungen in Verlustsystemen

von  
Alexander Röder

Institute of Switching and Data Technics  
University of Stuttgart  
Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

**28 th Report on Studies in Congestion Theory**

On the Traffic Performance and Structures  
of One-Sided Multistage  
Switching Arrays in Loss Systems

by  
Alexander Röder

1980

© 1980 Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung Universität Stuttgart  
Druck: W. Schröpler  
ISBN 3 - 922403 - 38 - 7

ABSTRACT

This report deals with the analytical investigation of one-sided multistage switching arrays with conjugate selection (link systems) in telephone exchanges. Hereby systems with and without "short path connections" are considered.

The traffic performance of two-sided link systems can be determined by using reliable calculation methods (loss probability as a function of the structure and the carried traffic) (/2/, /3/, /21/, /23/, /24/).

Investigations of one-sided link systems could be done up to now only by using extensive simulation runs on a computer.

In the first part of this report, a method is described how to map one-sided link systems into loss-equivalent two-sided link systems. Thus, known approximation methods can be applied.

In one-sided link systems the additional use of short path connections leads to an increase of the traffic performance.

In the second part of this report, a loss calculation method is presented that takes into account the possibility of those short path connections.

In the following a brief review of the chapters will be given.

CHAPTER 1 (pp 14-23)

In the first sections of this chapter the two different link system structures are explained.

Two-sided link systems

are systems where incoming and outgoing trunk groups are connected to both sides of the switching array (cf. Fig.1.1). A connection leads from an inlet on the left hand side through the system to an outlet on the right hand side.

In these systems no connection between two terminations located on the same side is possible. This can only be done by using so-called

One-sided link systems.

Here all trunk groups are connected to only one side of the switching array. The outlets on the other side may be wired in two different ways:

- Folded systems

Each outlet on the right hand side is connected to the likewise numbered inlet on the left hand side. A connection requires one path through the system (Fig.1.3a).

- Reversed systems

All outlets on the right hand side are looped among themselves. A connection requires two paths through the system (Fig.1.3b).

If an incoming call is to be switched through the link system to a certain outgoing trunk group two selection modes can be applied.

Point-to-point selection:

A call occupies an idle inlet. The marker chooses a priori one of the idle trunks of the desired outgoing group. In a second step a suitable chain of idle links has to be found to connect the calling inlet with the determined outlet.

Point-to-group selection:

A call occupies an idle inlet. The marker hunts, if necessary, all idle trunks of the desired group to set up a connection.

In determining the traffic performance of a link system four different methods are possible:

- Traffic measurements
- Simulation runs
- Exact calculation
- Approximate calculation

In applying the last three methods, the traffic offered to a real link system has to be described by means of an analytically defined statistical process. We distinguish two different types of offered telephone traffic.

PCT 1 (Pure Chance Traffic of Type 1):

The arrival rate  $\lambda$  is constant and independent of the occupancy of the system. The interarrival times and the holding times are assumed to be negative exponentially distributed.

PCT 2 (Pure Chance Traffic of Type 2):

The arrival rate  $\lambda(x)$  is proportional to the number  $(q-x)$  of momentarily idle traffic sources. The interarrival times per idle source and the holding times are assumed to be negative exponentially distributed.

CHAPTER 2 (pp 24-35)

The traffic performance of one-sided link systems can be determined by using calculation methods of two-sided link systems. For this purpose the one-sided structures (folded and reversed) are mapped into loss-equivalent two-sided systems. This mapping procedure can be done by using the mapping equations indicated in this chapter.

Additionally, mapping of one-sided link systems among each other, i.e. reversed structures into folded ones and vice versa is possible. The concerning equations are given at the end of this chapter.

CHAPTER 3 (pp 36-42)

In this chapter the two methods for the approximate loss calculation of two-sided link systems are pointed out.

- The method PPL (Point-to-Point Loss) for systems operating in the point-to-point selection mode and
- the method CLIGS (Calculation of Loss in Link Systems with Group Selection) for systems operating in the point-to-group selection mode.

In both methods the multistage switching array is mapped into a loss- and load-equivalent one-stage array with grading by means of its so-called effective accessibility.

CHAPTER 4 (pp 43-68)

In this chapter, reversed link systems having the possibility of "short path connections" are considered. In this case a connection is reversed before reaching the last stage of the switching array. Here less links become busy and less cross-points need to be closed, which in turn causes a decrease of the carried traffic in the last stages. Therefore the traffic performance of those systems depends on the percentage of short path connections.

An iterative method for the loss calculation is presented in this chapter. Hereby reversed link systems with or without concentration in any stage, as well as both selection modes, the point-to-point selection and point-to-group selection mode, are considered.

CHAPTER 5 (pp 69-87)

In order to check the accuracy of the methods presented in the previous chapters particular simulation programmes have been written. Extensive simulation runs have been performed with various link system structures.

In all cases the calculation and simulation results show good accordance (cf. Fig. 5.4...5.11).

APPENDIX (pp 89-113)

The approximate loss calculations base on the principle of the so-called effective accessibility. In this appendix the detailed equations for the effective accessibilities are derived with respect to the two selection modes point-to-point selection and point-to-group selection, for both, one-sided link systems with or without short path connections.

INHALTSVERZEICHNIS	Seite
SCHRIFTTUM	7
BEZEICHNUNGEN	12
1. EINLEITUNG	14
1.1 Ziel der Arbeit	14
1.2 Aufgaben und Struktur von Linksystemen	14
1.3 Betriebsweise von Linksystemen	17
1.4 Wichtige verkehrstheoretische Begriffe	18
1.5 Methoden zur verkehrstheoretischen Untersuchung von Linksystemen	18
1.6 Verkehrsparameter bei Linksystemen	20
1.6.1 Ankunftsprozesse	20
1.6.2 Bedienungsprozeß	21
1.6.3 Zufallsverkehre	21
1.7 Gang der Arbeit	22
2. DAS VERFAHREN DER ÄQUIVALENTEN ABBILDUNG	24
2.1 Allgemeines	24
2.2 Abbildung von faltgruppierungen auf zweiseitige Linksysteme	24
2.3 Abbildung von Umkehrgruppierungen auf zweiseitige Linksysteme	27
2.4 Abbildung von einseitigen Linksystemen untereinander	29
2.4.1 Abbildung von faltgruppierungen auf Umkehrgruppierungen	29
2.4.2 Abbildung von Umkehrgruppierungen auf faltgruppierungen	32
2.5 Maßnahmen für den Block-Intern Verkehr	33
3. VERLUSTBERECHNUNG IN ZWEISEITIGEN LINKSYSTEMEN	36
3.1 Effektive Erreichbarkeit	36
3.2 Sperrwahrscheinlichkeit	38
3.3 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{PP}$ bei Punkt-Punkt-Markierung	38
3.4 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{PB}$ bei Punkt-Bündel-Markierung	41

4. UMKEHRGRUPPIERUNGEN MIT KURZWEGEN	43
4.1 Struktur und Wegeauswahl	43
4.2 Zwischenleitungsbelastung	46
4.3 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{PP}$ bei Punkt-Punkt-Markierung	48
4.3.1 Definitionen	48
4.3.2 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_A$ über Kurzweg A	52
4.3.3 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_B$ über Kurzweg B	52
4.3.4 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_C$ über Kurzweg C	54
4.3.5 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_N$ über Normalweg	54
4.3.6 Punkt-Punkt-Verlust $B_{PP}$	57
4.4 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{PB}$ bei Punkt-Bündel-Markierung	57
4.4.1 Definition	57
4.4.2 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_A$ über Kurzweg A	58
4.4.3 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_B$ über Kurzweg B	59
4.4.4 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_C$ über Kurzweg C	60
4.4.5 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_N$ über Normalweg	61
4.4.6 Punkt-Bündel-Verlust $B_{PB}$	63
4.5 Erweiterung des Verfahrens	64
4.5.1 Systeme mit Konzentration	64
4.5.2 Systeme mit unterschiedlichen Bündelgrößen, unterschiedlichen Bündelbelastungen und unterschiedlichen Markierverfahren	65
4.5.3 Systeme mit Internverbindungen	67

5. ERGEBNISSE	69
5.1 Allgemeines	69
5.2 Simulationsprogramme	69
5.3 Einseitige Linksysteme	71
5.4 Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen	77
6. ZUSAMMENFASSUNG	88
ANHANG	
A.1 EFFEKTIVE ERREICHBARKEIT BEI PUNKT-PUNKT-MARKIERUNG	89
A.1.1 Effektive Erreichbarkeit für S=3 Stufen	89
A.1.2 Effektive Erreichbarkeit für S=4 Stufen	90
A.1.3 Effektive Erreichbarkeit für S=5 Stufen	91
A.1.4 Effektive Erreichbarkeit für S=6 Stufen	93
A.2 EFFEKTIVE ERREICHBARKEIT BEI PUNKT-BÜNDEL-MARKIERUNG	95
A.2.1 Freifächererreichbarkeit	95
A.2.2 Belegtfächererreichbarkeit	96
A.2.3 Effektive Erreichbarkeit nach CLIGS A	97
A.2.4 Effektive Erreichbarkeit nach CLIGS B	97
A.3 TEILVERLUSTWAHRSCHEINLICHKEITEN BEI UMKEHRGRUPPIERUNGEN MIT KURZWEGEN UND PUNKT-PUNKT-MARKIERUNG	98
A.3.1 Zustandswahrscheinlichkeiten im Zielkoppelvielfach	98
A.3.2 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg B	102
A.3.3 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg C	103
A.3.4 Effektive Erreichbarkeit für Normalweg	103
A.3.4.1 Mehrgruppensysteme	103
A.3.4.2 Eingruppensysteme	104
A.4 TEILVERLUSTWAHRSCHEINLICHKEITEN BEI UMKEHRGRUPPIERUNGEN MIT KURZWEGEN UND PUNKT-BÜNDEL-MARKIERUNG	107
A.4.1 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg B	107
A.4.2 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg C	108
A.4.3 Effektive Erreichbarkeit für Normalweg	108

A.5 ZWISCHENBLOCKIERUNGEN BEI UMKEHRGRUPPIERUNGEN MIT KURZWEGEN	110
A.5.1 Eingangsblockierung	110
A.5.2 Zwischenblockierung in der B-Stufe	110
A.5.3 Zwischenblockierung in der C-Stufe	111
A.6 INTERPOLATION BEI DER VERLUSTBERECHNUNG FÜR NICHT GANZZAHLIGE ERREICHBARKEIT	112

SCHRIFTTUM

/1/ Basharin,G.P.: Derivation of equations of state for two-stage telephone circuits with losses  
Telecommunications (1960)1, S.79-90

/2/ Bazlen,D. On the influence of hunting mode and link wiring on the loss of link systems  
Kampe,G.  
Lotze,A.: a) 7.ITC, Stockholm, 1973  
Proceedings S. 316/1-8  
b) NTZ, 27(1974)9, S.334-340

/3/ Bazlen,D. Design parameters and loss calculation of link systems  
Kampe,G.  
Lotze,A.: IEEE-Com 22(1974)12, S.1908-1920

/4/ Bininda,N. Die Umkehrgruppierung, eine Gruppierung für moderne, elektronisch gesteuerte Vermittlungssysteme  
Hofstetter,H.: NTZ, 17(1969)10, S.588-596

/5/ Bininda,N. Gruppierung des Koppelnetzes im System IV  
Hofstetter,H.: Informationen Fernsprech-Vermittlungstechnik, 6(1970)1/2, S.28-33

/6/ Boer de,J.: Comparison of random selection and selection with a fixed starting position in a multi-stage link network  
a) 7.ITC, Stockholm, 1973  
Proceedings S.235/1-4  
b) Philips Telec. Rev. 31(1973)3, S.148-155

/7/ Bowers,T.L.: Blocking in 3-stage "folded" switching arrays  
IEEE-Com 13(1965)1, S.14-37

/8/ Edlinger,H.: Schaltungsanordnung für Fernmeldevermittlungsanlagen, insbesondere Fernsprechvermittlungsanlagen, mit Koppelfeldern mit Umkehrgruppierung  
Offenlegungsschrift 2251598, Deutsches Patentamt (Aktenzeichen P 2251598.6-31, Anmeldetag 20.10.1972)

/9/ Frost,H. Struktur der Hardware im Telefonsystem EMS  
Huber,E.: telcom report 2(1979), Beiheft "Telefonsystem EMS", S.14-21

/10/ Gerke,P.: System IV - Konzeption für ein Vermittlungssystem mit gespeichertem Steuerprogramm  
Informationen Fernsprech-Vermittlungstechnik, 6(1970)1/2, S.11-21

/11/ Huber,M. Simulation von Nachrichtenvermittlungssystemen  
Wagner,W.: in: Gunzenhäuser,R.: Nicht-numerische Informationsverarbeitung  
Springer Verlag Wien, New York 1968, S. 147-171

/12/ Iversen,V.B.: Analyses of real teletraffic processes based on computerized measurements  
Ericsson Technics 29(1973)1, S.3-64

/13/ Jacobaeus,C.: A study on congestion in link systems  
Ericsson Technics 6(1950)48, S.1-68

/14/ Kampe,G. Simulation in der Nachrichtenverkehrstheorie - Problemstellungen und Programmiersprachen  
Kühn,P.  
Langenbach-  
Belz,M.: GI-Workshop "Methodik der rechnergestützten Simulation", Karlsruhe, 1973  
Gesellschaft für Kernforschung, Karlsruhe, GfK-Bericht 1845, 1973, S.240-263

- /15/ Kantelhardt,R.: Das elektronische Fernsprech-Wählsystem für Ortsvermittlungsstellen (EWSO) der Deutschen Bundespost  
Signal + Draht, 68(1976)1/2, S.3-9
- /16/ Kosten,L.: Simulation in traffic theory  
6.ITC, München, 1970  
Proceedings S.411/1-8
- /17/ Kümmerle,K.: Ein Vorschlag zur Berechnung der Vertrauensintervalle bei Verkehrstests  
AEÜ 23(1969)10, S.507-511
- /18/ Kümmerle,K.: Berechnungsverfahren für mehrstufige Kopplanordnungen mit konjugierter Durchschaltung - Systematik und Analyse  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1969  
b) 9. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1969
- /19/ Lee,C.Y.: Analysis of switching networks  
Bell System Technical Journal 34(1955), S.1287-1315
- /20/ Lörcher,W.: a)Exakt calculation of the probability of loss for two-stage link systems with preselection and groupselection  
6.ITC, München, 1970  
Proceedings S. 236/1-9  
b)Exact calculation of the probability of loss for two-stage link systems with groupselection  
AEÜ 25(1971)9/10, S. 471-476

- /21/ Lotze,A.: Das Näherungsverfahren der "kombinierten Eingangs- und Abnehmerblockierung" (CIRB) zur Berechnung zwei- und mehrstufiger Linksysteme mit Richtungswahl oder Vorwahl  
3. Bericht über verkehrstheoretische Untersuchungen, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart 1963
- /22/ Lotze,A.: Optimum link systems  
a) 5.ITC, New York, 1967  
Prebook S.242-251  
b) Sonderheft Stochastische Prozesse in Bedienungssystemen  
Akad. d. Wiss. d. UdSSR, Moskau 1969  
S.49-56, (in russisch)
- /23/ Lotze,A.  
Röder,A.  
Thierer,G.: PPL - a reliable method for the calculation of point-to-point loss  
8.ITC, Melbourne, 1976  
Proceedings S.547/1-14
- /24/ Lotze,A.  
Röder,A.  
Thierer,G.: Point-to-point loss in case of multiple marking attempts  
Ergänzung zu paper 547, 8.ITC, Melbourne, 1976
- /25/ Lotze,A.  
Röder,A.  
Thierer,G.: Point-to-point selection versus point-to-group selection in link systems  
8.ITC, Melbourne 1976  
Proceedings S.541/1-5
- /26/ Lotze,A.  
Röder,A.  
Thierer,G.: Nik-Charts for the design of link systems operating in the point-to-point selection mode or point-to-group selection mode  
Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1976, ISBN 3-922403-06-9

/27/ Lotze,A.  
Wagner,W.:  
Tafeln der modifizierten Palm-Jacobaeus-  
Verlustformel  
Institut für Nachrichtenvermittlung und  
Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1963

/28/ Thierer,G.:  
Die Berechnung der Verlustwahrscheinlich-  
keit in Linksystemen mit Punkt-Punkt-Mar-  
kierung  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1980  
b) 28. Bericht über verkehrstheoretische  
Arbeiten, Institut für Nachrichtenver-  
mittlung und Datenverarbeitung, Univer-  
sität Stuttgart, 1980

/29/ Urmoneit,W.:  
Reduktion des Ranges von linearen Glei-  
chungssystemen zur Berechnung der Verlust-  
wahrscheinlichkeit von vielstufigen Koppel-  
anordnungen  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1980  
b) 25. Bericht über verkehrstheoretische  
Arbeiten, Institut für Nachrichtenver-  
mittlung und Datenverarbeitung, Univer-  
sität Stuttgart, 1980

/30/  
Vermittlungstechnik und Verkehrstheorie  
- Begriffe  
NTG-Entwurf 0903 1971

/31/  
Vermittlungstechnik - Begriffe und System-  
technik  
NTG-Entwurf 0902 1972

/32/  
Vorlesung "Nachrichtenvermittlung II"  
Institut für Nachrichtenvermittlung und  
Datenverarbeitung, Universität Stuttgart

BEZEICHNUNGEN

1. Strukturparameter

- $g_{1j}$  Anzahl der Koppelvielfache in Stufe j pro Linkblock
- $g_{Gj}$  Anzahl der Koppelvielfache in Stufe j pro Gruppe von Link-  
blöcken
- $g_j$  Anzahl der Koppelvielfache in Stufe j
- $i_j$  Anzahl der Eingänge pro Koppelvielfach in Stufe j
- $i_{Ar}$  Mittlere Anzahl von Leitungen des Bündels r, die an ein  
Koppelvielfach der A-Stufe angeschlossen sind
- $k_j$  Anzahl der Ausgänge pro Koppelvielfach in Stufe j
- KVF Koppelvielfach
- $n_r$  Anzahl der Leitungen des Bündels r
- R Anzahl der Richtungsbündel
- S Anzahl der Stufen eines Linksystems

2. Verkehrsparameter

- $\alpha$  Anrufrate je freie Quelle
- $\lambda$  Anrufrate
- $\epsilon$  Enderate
- A Verkehrsangebot
- a Mittlerer Ankunftsabstand
- B Verlustwahrscheinlichkeit
- $B_{PP}$  Verlustwahrscheinlichkeit bei Punkt-Punkt-Markierung
- $B_{PB}$  Verlustwahrscheinlichkeit bei Punkt-Bündel-Markierung
- $B_j$  Teilverlustwahrscheinlichkeit für Kurzweg j (j=A,B,C)
- $B_N$  Teilverlustwahrscheinlichkeit für Normalweg
- $B_{ZWj}$  Verlust infolge Zwischenblockierung in Stufe j (j=A,B,C)
- E Blockierwahrscheinlichkeit
- f Mittlere Freizeitdauer einer Quelle
- h Mittlere Belegungsdauer
- $k_{eff}$  Effektive Erreichbarkeit
- $T_a$  Ankunftsabstand
- $T_f$  Freizeitdauer
- $T_h$  Belegungsdauer

- $P_j$  Verbindungswahrscheinlichkeit über Kurzweg j (j=A,B,C)
- $P_N$  Verbindungswahrscheinlichkeit über Normalweg
- $P_{j,r}^*$  Verbindungswahrscheinlichkeit über Kurzweg j (j=A,B,C) unter Berücksichtigung einer möglichen Zwischenblockierung
- $P_N^*$  Verbindungswahrscheinlichkeit über Normalweg unter Berücksichtigung einer möglichen Zwischenblockierung
- $P_{j,r}^*$  Verbindungswahrscheinlichkeit über Kurzweg j (j=A,B,C) unter Berücksichtigung einer möglichen Zwischenblockierung für Verbindungswünsche zu einem Bündel r
- $P_{N,r}^*$  Verbindungswahrscheinlichkeit über Normalweg unter Berücksichtigung einer möglichen Zwischenblockierung für Verbindungswünsche zu einem Bündel r
- Y Verkehrsbelastung
- $Y_{AB}$  Zwischenleitungsbelastung zwischen Stufe A und B
- $Y_{BC}$  Zwischenleitungsbelastung zwischen Stufe B und C
- $Y_{CC}$  Belastung hinter der C-Stufe ("Henkel") einer dreistufigen Umkehrgruppierung
- $Y_{KWj}$  Teilbelastung durch Kurzweg j (j=A,B,C)
- $Y_N$  Teilbelastung durch Normalweg
- $Y_j$  Belastung je Koppelvielfach in Stufe j
- $Y_r$  Belastung des Bündels r
- $Y_{Gr}$  Belastung des Bündels r durch gehende Verbindungen
- $Y_{j,r}$  Belastung durch Verbindungen von einem Bündel j zu einem Bündel r

### 3. Zustandsabhängige Größen

- c(x) Sperrwahrscheinlichkeit im Zustand x Leitungen belegt
- p(x) Wahrscheinlichkeit für das Bestehen des Zustandes x

## 1. EINLEITUNG

### 1.1 Ziel der Arbeit

Mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Wahl, sogenannte Linkssysteme, werden heute in nahezu allen neu entwickelten Fernsprechvermittlungssystemen als Durchschaltelement verwendet. Man unterscheidet zweiseitige und einseitige Linkssysteme. Für zweiseitige Linkssysteme wurden in den letzten Jahren zuverlässige Verfahren zur näherungsweisen Berechnung der Verkehrsleistung (Verlustwahrscheinlichkeit als Funktion der Struktur und des Verkehrs) entwickelt (/2/,/3/,/21/,/23/,/24/). Einseitige Linkssysteme konnten bisher nur mit Hilfe umfangreicher Verkehrssimulationen auf Datenverarbeitungsanlagen bezüglich ihrer Struktur und ihrer Verkehrsleistung untersucht und dimensioniert werden. Dies gilt sogar noch für das neueste elektronische Vermittlungssystem EWS (Elektronisches Wählsystem) der Deutschen Bundespost (/4/,/5/,/15/). Gegenstand dieser Arbeit ist die Entwicklung eines Verfahrens, welches eine zuverlässige Berechnung der Verkehrsleistung solcher einseitiger Linkssysteme erlaubt.

### 1.2 Aufgaben und Struktur von Linkssystemen

Bei der Herstellung von Verbindungen in Linkssystemen wird ein Anruf nur dann durchgeschaltet, wenn zuvor von der Steuerung ein durchgehender Pfad freier Zwischenleitungen vom Eingang zu einem geeigneten freien Ausgang gefunden wurde. Blockierte Anrufe werden entweder abgewiesen (Besetztton bei Verlustsystemen) oder sie können auf Durchschaltung warten (Hinweiston bei Wartesystemen). Linkssysteme bestehen grundsätzlich aus folgenden zwei Hauptbaugruppen (Bild 1.1)

#### Durchschaltenetz

Das Durchschaltenetz eines Linksystems ist aus mehreren Wahlstufen aufgebaut, die untereinander durch Zwischenleitungen verbunden sind. Jede Wahlstufe ist in Koppelvielfache aufgeteilt.

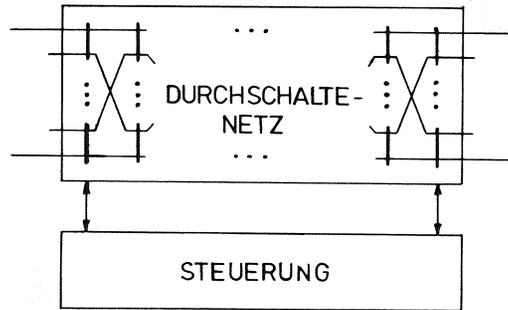


Bild 1.1: Grundsätzlicher Aufbau eines zweiseitigen Linksystems

Bild 1.2 zeigt drei äquivalente Darstellungsformen eines Koppelvielfachs (KVF).

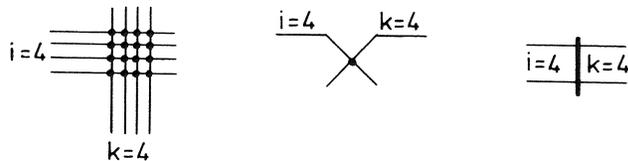


Bild 1.2: Darstellungsformen eines Koppelvielfachs

Von jedem der  $i$  Eingänge aus kann jeder der  $k$  Ausgänge belegt werden, sofern er noch frei ist. Dazu wird der entsprechende Koppelpunkt geschlossen.

Steuerung

Die Steuerung übernimmt die Wegesuche im Durchschaltenetz. Werden mehrere freie Pfade gefunden, so wählt sie einen davon aus. Findet sie keinen Pfad, so wird der Anruf abgewiesen (Verlustruf). Die Steuerung veranlaßt die Durchschaltung und die Trennung der Verbindung im Durchschaltenetz.

Der Vorteil von Linksystemen, verglichen mit einstufigen Koppelanordnungen gleicher Verkehrsleistung, liegt in der Ersparnis an Koppelpunkten im Durchschaltenetz. Dieser Vorteil überwiegt in der Regel den Mehraufwand an Steuerung für die konjugierte Durchschaltung.

Bei der Realisierung von Linksystemen wird zwischen zweiseitigen und einseitigen Koppelanordnungen unterschieden.

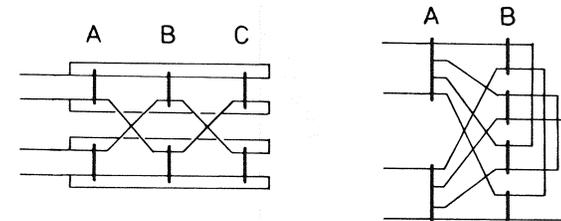
Bei zweiseitigen Linksystemen sind die Ein- und Ausgänge auf verschiedenen Seiten angeschlossen. Bild 1.1 zeigt ein einfaches zweiseitiges Linksystem. Eine Verbindung führt von einer ankommenden Leitung auf der linken Seite (Eingang) durch das System zu einer Leitung auf der rechten Seite (Ausgang). Eine Verbindung zweier Leitungen, die an derselben Seite des Linksystems angeschlossen sind, ist hier jedoch nicht möglich.

Bei einseitigen Linksystemen sind alle Leitungen (Eingänge und Ausgänge) auf einer Seite angeschlossen. Jede Leitung kann mit jeder anderen Leitung verbunden werden. Wechselseitiger Betrieb aller Leitungen ist möglich.

Man unterscheidet zwei Arten von einseitigen Linksystemen:

a) Faltgruppierungen

Bild 1.3a zeigt als Beispiel eine dreistufige Faltgruppierung. Jeder Ausgang hinter der letzten Stufe (C-Stufe) ist mit einem "Bügel" mit der entsprechenden Leitung (Eingang) vor der A-Stufe verbunden. Eine Verbindung durch dieses System benötigt immer einen Weg durch das System und zusätzlich einen "Bügel". Dabei kann von der Leitung, auf der ein Ruf ankommt, zunächst ein Weg durch das System bis zu einem Ausgang auf der rechten Seite und dann ein "Bügel" zur gewünschten Leitung belegt werden. Oder, falls dies nicht möglich ist, wird ein Belegungsversuch in der anderen Reihenfolge, d.h. rufende Leitung - "Bügel" - System - gerufene Leitung, durchgeführt.



a) Faltgruppierung

b) Umkehrgruppierung

Bild 1.3: Einseitige Linksysteme

b) Umkehrgruppierungen

In Bild 1.3b ist eine zweistufige Umkehrgruppierung dargestellt. Jeder Ausgang hinter der letzten Stufe (B-Stufe) ist über einen "Henkel" mit einem anderen Ausgang hinter der letzten Stufe verbunden. Eine Verbindung belegt zwei Wege durch das System und einen solchen "Henkel".

Eine sehr bekannte Anwendung von einseitigen Linksystemen ist das bei der Deutschen Bundespost eingeführte Elektronische Wählsystem EWS. Hier erfolgt die Durchschaltung über eine dreistufige Umkehrgruppierung.

Auf die speziell in diesem System außerdem benutzten Kurzwege soll später eingegangen werden (vgl. Kapitel 4).

1.3 Betriebsweise von Linksystemen

In Linksystemen werden grundsätzlich zwei Arten von Wegesuchprinzipien unterschieden, um eine gewünschte Verbindung herzustellen.

Punkt-Punkt-Markierung

Ein eintreffender Ruf belegt einen freien Eingang des Linksystems. Die Steuerung wählt a priori eine der freien Leitungen des gewünschten Abnehmerbündels aus. Anschließend versucht sie für die Durchschaltung einen Pfad durchgehend freier Zwischenleitungen vom Eingang zum ausgewählten Ausgang zu finden.

Punkt-Bündel-Markierung

Ein eintreffender Ruf belegt einen freien Eingang des Linksystems. Die Steuerung sucht einen Pfad durchgehend freier Zwischenleitungen vom Eingang zu irgendeiner freien Leitung des gewünschten Abnehmerbündels. Nötigenfalls werden alle freien Leitungen dieses Bündels in die Wegesuche einbezogen.

Bei der Wegesuche innerhalb des Linksystems kann das Absuchen der Ausgänge der einzelnen Koppelvielfache in jeder Stufe unterschiedlich vorgenommen werden.

- Geordnetes Absuchen der Ausgänge von einer festen Nullstellung aus (GN),
- Geordnetes Absuchen der Ausgänge von einem zufälligen Startpunkt aus (GZ),
- Zufälliges Absuchen der Ausgänge (Z).

1.4 Wichtige verkehrstheoretische Begriffe

Mit Hilfe verkehrstheoretischer Untersuchungen können Aussagen über die Güte von Linksystemen gemacht werden.

Die dazu notwendigen und im folgenden immer wieder auftretenden verkehrstheoretischen Begriffe, sollen an dieser Stelle erläutert werden (vgl./30/,/31/).

- Erreichbarkeit k: Anzahl der Abnehmerleitungen einer Koppelanordnung in eine gewünschte Richtung, die von einer Zubringerleitung erreicht, d.h. auf ihren Belegungszustand geprüft werden können.
- Verkehrsangebot A: Erwartungswert für die Anzahl aller pro Zeiteinheit eintreffenden Rufe (insgesamt, pro Bündel, usw.), multipliziert mit der mittleren Dauer h erfolgreicher Anrufe (Belegungen).
- Verkehrsbelastung Y: Erwartungswert für die Anzahl aller pro Zeiteinheit erfolgreichen Anrufe (Belegungen insgesamt, pro Bündel, usw.), multipliziert mit deren mittlerer Dauer h.
- Blockierwahrscheinlichkeit E (Zeitblockierung): Wahrscheinlichkeit, daß eine Gruppe von Schaltgliedern blockiert ist, d.h., daß ein eventuell eintreffender Anruf abgewiesen würde.
- Verlustwahrscheinlichkeit B (Rufblockierung): Wahrscheinlichkeit, daß ein eintreffender Anruf abgewiesen wird.

1.5 Methoden zur verkehrstheoretischen Untersuchung von Linksystemen

Ein Maß für die Güte eines Linksystems ist seine Verlustwahrscheinlichkeit als Funktion der Struktur, Betriebsweise und seiner Verkehrsbelastung, bzw. seines Verkehrsangebotes.

Diese Verlustwahrscheinlichkeit kann grundsätzlich auf vier verschiedene Arten ermittelt werden.

a) Verkehrsmessung am realen System

An realen Linksystemen wird über längere Zeit hinweg, jeweils in den Hauptverkehrszeiten, für die interessierenden Schaltglieder die als stationär angenommene Verkehrsbelastung  $Y$  gemessen. Um eine genügend hohe statistische Aussagesicherheit zu erreichen, muß eine große Anzahl der relevanten Ereignisse (gleichzeitig belegte Schaltglieder) erfaßt werden. Die dazu notwendige Meßzeit kann durchaus in der Größenordnung von mehreren Monaten liegen. Wobei z.B. nur 3 verkehrsreiche Werkstage pro Woche, jeweils 1 Stunde lang, brauchbare Meßwerte liefern können. Darüber hinaus ist es in realen Systemen fast unmöglich, Vorhersagen über Überlastverhalten zu machen.

Verkehrsmessungen im Betrieb sind jedoch unerlässlich zur Überwachung und um Planungswerte für künftige Erweiterungen zu erhalten. Auch das mehr oder weniger nervöse Teilnehmerverhalten im Falle von Verkehrsengpässen muß im Betrieb gemessen werden.

b) Verkehrsmessung am Modell (Simulation)

Das reale Linksystem wird in einer Datenverarbeitungsanlage nach seinen Struktur- und Betriebsparametern möglichst wirklichkeitsgetreu nachgebildet. Dasselbe gilt für die Ankunfts- und Bedienprozesse des Verkehrs. Dadurch kann die Messung der charakteristischen Größen (z.B. Belastung und Verlustwahrscheinlichkeit) in zeitlich geraffter Form gegenüber der Verkehrsmessung des realen Linksystems durchgeführt werden. Typische Laufzeiten solcher Simulationen sind 10 Minuten bis einige Stunden.

Der Vorteil der Simulation, gegenüber der Messung am realen Vermittlungssystem, liegt in der großen Zeitersparnis, der freien Wahl der Struktur- und Betriebsparameter (ohne die Notwendigkeit einer technischen Realisierung), sowie in der Reproduzierbarkeit der Simulationsergebnisse.

Simulationsergebnisse liefern nie exakte Werte. Ihre Resultate sind stets mit einer gewissen statistischen Unsicherheit behaftet.

c) Exakte Berechnung

Ein Linksystem kann durch ein mathematisches Modell bezüglich seiner Struktur, Betriebsweise und des Verkehrs möglichst wirklichkeitsgetreu beschrieben werden. Daraus können mit Hilfe der Verkehrstheorie die interessierenden Größen exakt berechnet werden. Dabei sind für reale Linksystemgrößen lineare Gleichungs-

systeme zu lösen, deren Rang die Kapazität selbst der größten Rechenanlagen bei weitem übersteigt.

Von (/1/,/20/,/29/) sind Verfahren bekannt, die aufgrund von Symmetrieeigenschaften der Linksysteme die enorme Zahl der Zustandsmuster in Klassen gleicher Wahrscheinlichkeiten aufteilen und damit den Rang der Gleichungssysteme reduzieren. Trotzdem sind Systeme üblicher Größe auf heutigen Datenverarbeitungsanlagen nicht berechenbar.

Für die in dieser Arbeit untersuchten Linksysteme scheidet die exakte Berechnung als mögliche Untersuchungsmethode aus.

d) Näherungsrechnung

Wie bei der exakten Rechnung wird das Linksystem durch seine reale Struktur nachgebildet. Durch vereinfachende Annahmen bzgl. des Verkehrsflusses durch diese Struktur können die interessierenden Verkehrsgrößen mit noch tragbarem Aufwand berechnet werden. Die Zuverlässigkeit und der Geltungsbereich derartiger Näherungsverfahren müssen selbstredend (einmalig) anhand zahlreicher Simulationsläufe an repräsentativen Linksystemen überprüft werden.

1.6 Verkehrsparameter bei Linksystemen

Die im folgenden beschriebenen zeitlichen Abläufe der Ankünfte (Ankunftsprozeß), sowie der Bedienung (Bedienungsprozeß), werden bei der Simulation und Rechnung eingesetzt. Aus vielen Messungen ist bekannt, daß dadurch der Verkehr in realen Linksystemen mit ausreichender Genauigkeit beschrieben wird (/12/,/14/).

1.6.1 Ankunftsprozesse

Bezüglich des Ankunftsprozesses werden zwei Modellvorstellungen unterschieden.

a) Poisson-Ankunftsprozeß

Anrufe werden einem Bündel (bzw. Linksystem) mit einer Anruf-rate  $\lambda$  angeboten. Diese ist zeitinvariant und außerdem unabhängig von der Anzahl der momentan bestehenden Belegungen. Die Ankunftsabstände  $T_a$  sind um ihren Mittelwert  $a=1/\lambda$  negativ exponentiell verteilt.

$$P(T_a > t) = e^{-t/a} \tag{1.1}$$

Dieses Modell eines Ankunftsprozesses kann auch so interpretiert werden, daß die Anzahl der zum Verkehr beitragenden Quellen q als unendlich angenommen wird. Dabei geht die individuelle Anrufrate  $\alpha$  gegen Null und das Produkt  $q \cdot \alpha = \lambda$  ist konstant.

b) Bernoulli-Ankunftsprozeß

Anrufe werden einem Bündel (bzw. Linksystem) mit einer konstanten Anrufrate  $\alpha$  pro freier Quelle angeboten. Die gesamte Anrufrate ist zwar zeitinvariant, aber abhängig von der Anzahl der momentan belegten Leitungen  $\lambda(x) = \alpha \cdot (q-x)$ .

Die Freizeitdauer  $T_f$  jeder einzelnen Quelle ist um ihren Mittelwert  $f=1/\alpha$  negativ exponentiell verteilt

$$P(T_f > t) = e^{-t/f} \tag{1.2}$$

1.6.2 Bedienungsprozeß

Die Belegungsauern  $T_h$  sind um ihren Mittelwert h negativ exponentiell verteilt

$$P(T_h > t) = e^{-t/h} \tag{1.3}$$

Die Enderate ist  $\xi=1/h$

1.6.3 Zufallsverkehre

Mit den in 1.6.1 beschriebenen Ankunftsprozessen werden, zusammen mit dem Bedienungsprozeß nach 1.6.2, drei verschiedene Zufallsverkehre definiert.

a) Zufallsverkehr 1. Art (ZV1)

ZV1 ist definiert durch einen Ankunftsprozeß nach 1.6.1 a) und einen Bedienungsprozeß nach 1.6.2.

b) Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art (abg. ZV1)

Bei abg. ZV1 treffen die Anforderungen mit konstanter Anrufrate ein, solange noch mindestens eine der z Zubringerleitungen

frei ist. Sind alle Zubringerleitungen belegt, so soll kein Ruf mehr eintreffen (abgeschnittener Poisson-Ankunftsprozeß).

Es gilt also für die Anrufrate

$$\lambda(x) = \begin{cases} \lambda & \text{für } x=0, \dots, (z-1) \\ 0 & \text{für } x=z \end{cases} \tag{1.4}$$

Der Bedienungsprozeß gilt gemäß 1.6.2.

Mit dieser Modellvorstellung wird immer dann gerechnet, wenn eine große Zahl von Verkehrsquellen (Teilnehmer) auf betrachtete z Leitungen Zugriff haben.

c) Zufallsverkehr 2. Art (ZV2)

ZV2 ist definiert durch einen Ankunftsprozeß nach 1.6.1. b) und einen Bedienungsprozeß nach 1.6.2.

1.7 Gang der Arbeit

Die vorliegende Arbeit gliedert sich in vier Hauptabschnitte.

Im folgenden Kapitel 2 wird ein Verfahren zur Abbildung einseitiger Linksysteme auf verkehrs- und verlustäquivalente zweiseitige Linksysteme gezeigt werden. Darüber hinaus werden noch einseitige Linksysteme untereinander abgebildet, d.h. Umkehrgruppierungen auf Faltgruppierungen und umgekehrt.

Anschließend wird in Kapitel 3 die näherungsweise Verlustberechnung zweiseitiger Linksysteme als Funktion der Struktur, des Verkehrs und des Markierverfahrens Punkt-Punkt, bzw. Punkt-Bündel gezeigt werden.

In manchen Umkehrgruppierungen muß, bzw. kann, von sogenannten Kurzwegen Gebrauch gemacht werden. Solche Verbindungen "kehren" bereits vor Erreichen der letzten Stufe um und belegen daher weniger Zwischenleitungen.

In Kapitel 4 wird die näherungsweise Verlustberechnung solcher Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen beschrieben. Dabei werden wiederum die beiden Markierverfahren Punkt-Punkt und Punkt-Bündel berücksichtigt.

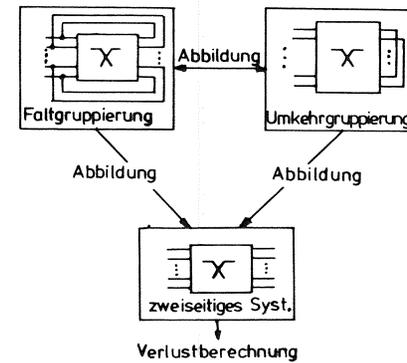
Schließlich wird im letzten Kapitel 5 anhand von Diagrammen die Zuverlässigkeit der näherungsweise Verlustberechnung gezeigt. Dazu wurde ein Simulationsprogramm erstellt, das es ermöglicht die Verlustwahrscheinlichkeit in einseitigen Linksystemen mit und ohne Kurzwege bei gegebenem Verkehrsangebot zu bestimmen.

## 2. DAS VERFAHREN DER ÄQUIVALENTEN ABBILDUNG

### 2.1 Allgemeines

Für die näherungsweise Verlustberechnung zweiseitiger Linksysteme sind zuverlässige Verfahren bekannt. Dabei wird berücksichtigt, ob das Linksystem mit Punkt-Punkt-Markierung (Verfahren PPL (/23/,/24/)), oder mit Punkt-Bündel-Markierung (Verfahren CLIGS (/2/,/3/)), betrieben wird.

Um auch einseitige Linksysteme einer Verlustberechnung zugänglich zu machen, werden diese mit Hilfe sogenannter Abbildungsgleichungen auf verkehrs- und verlustäquivalente zweiseitige Linksysteme abgebildet (vgl. Bild 2.1).



**Bild 2.1: Abbildung einseitiger Linksysteme**

In den Abschnitten 2.2 und 2.3 wird die Abbildung von Faltgruppierungen und Umkehrgruppierungen auf zweiseitige Linksysteme gezeigt. Anschließend wird in Abschnitt 2.4 die gegenseitige Abbildung von einseitigen Linksystemen entwickelt.

### 2.2 Abbildung von Faltgruppierungen auf zweiseitige Linksysteme

In Bild 2.2 a) ist eine vierstufige Faltgruppierung dargestellt. Dieses einseitige Linksystem hat (linksseitig) 250 Anschlüsse (25 Koppelvielfache mit jeweils 10 Eingängen). Die Koppelvielfache der A- und B-Stufe, bzw. der C- und D-Stufe, sind in Linkblöcken verdrahtet (5 Blöcke, von denen jeweils nur zwei gezeich-

net sind).

Insgesamt können in diesem System gleichzeitig maximal 125 Verbindungen durchgeschaltet sein, da eine Verbindung immer zwei Anschlüsse, einen Pfad durch das System und einen Bügel belegt (vgl. Kapitel 1.2).

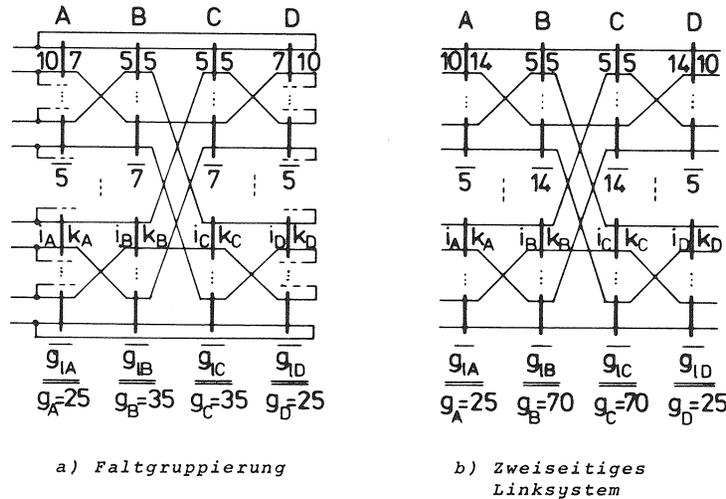


Bild 2.2: Abbildung einer Faltgruppierung auf ein zweiseitiges Linksystem

Rechts daneben, in Bild 2.2 b), ist das verlustäquivalente zweiseitige Linksystem angegeben. Diese Struktur hat ebenfalls (linksseitig) 250 Anschlüsse (25 Koppelvielfache mit jeweils 10 Eingängen), wobei hier jedoch maximal 250 Verbindungen gleichzeitig durchgeschaltet sein können. Eine Verbindung im zweiseitigen Linksystem belegt einen Anschluß (Eingang) auf der linken Seite, einen Pfad durch das System und einen Anschluß (Ausgang) auf der rechten Seite.

Um die Verlustäquivalenz der Faltgruppierung und der zweiseitigen Abbildung besser erklären zu können, sind in Bild 2.3 zwei Verbindungsgraphen für jeweils eine Punkt-Punkt-Verbindung von Anschluß a nach Anschluß b gezeichnet. Ein Verbindungsgraph beinhaltet alle für eine bestimmte Verbindung in Frage kommenden Zwischenleitungen innerhalb des Linksystems.

In Bild 2.3 a) ist der Verbindungsgraph der Faltgruppierung nach Bild 2.2 a) dargestellt. Die Steuerung versucht von jenem Koppelvielfach der A-Stufe, an dem sich der Anschluß a befindet, einen Pfad freier Zwischenleitungen zu jenem Koppelvielfach der D-Stufe, mit dem der Anschluß b über einen Bügel verbunden ist, zu finden. Dabei kann sie 7 verschiedene Wege in die Suche einbeziehen. Gelingt es nicht unter diesen möglichen Wegen einen Pfad freier Zwischenleitungen zu finden, so können in einem zweiten Schritt 7 weitere Wege, vom Anschluß b ausgehend (links unten nach rechts oben), abgesucht werden.

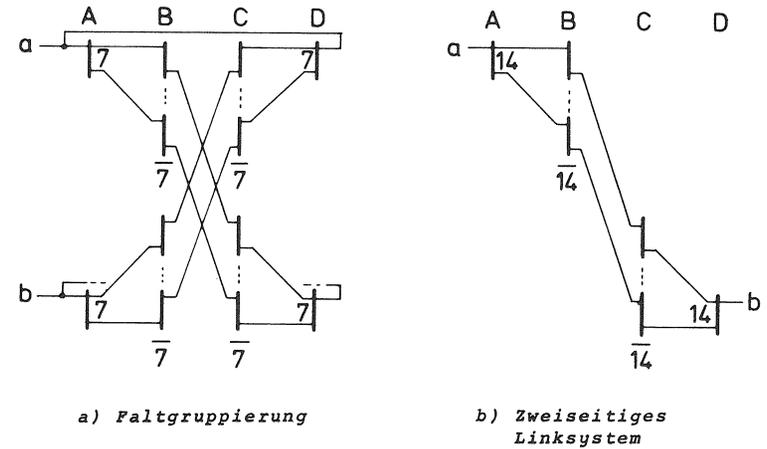


Bild 2.3: Verbindungsgraph für Punkt-Punkt-Verbindung

Faßt man diese zwei Schritte zusammen, so besteht eine Wegevielfalt von insgesamt 14 Wegen, die für einen Verbindungswunsch in der Faltgruppierung nach Bild 2.2 a) abgesucht werden können. Falls sich die zu verbindenden Anschlüsse a und b im selben Linkblock oder gar am selben Koppelvielfach befinden, wird die Wegevielfalt eingeschränkt. Auf diese Spezialfälle wird in Abschnitt 2.5 eingegangen werden.

Im zweiseitigen Verbindungsgraphen sind die Anschlüsse a und b auf unterschiedlichen Seiten angeschlossen. Der Steuerung steht für die Wegesuche eine Vielfalt von ebenfalls 14 Wegen zur Verfügung.

Haben beide Linkssysteme dieselbe Belastung pro Anschluß, so ergeben sich in beiden Fällen gleiche Verlustwahrscheinlichkeiten. Dabei ist zu beachten, daß bei einer Belastung pro Anschluß von z.B. 0.6 Erlang im einseitigen System im Mittel 75 Verbindungen durchgeschaltet sind, während im zweiseitigen System im Mittel 150 Verbindungen gleichzeitig bestehen.

Bezeichnet man die Strukturgrößen der faltgruppierung mit ', so können für die Umzeichnung in ein zweiseitiges Linkssystem folgende Abbildungsgleichungen angegeben werden.

Stufenzahl	$S = S'$
Zahl der KVFe in Stufe A	$g_A = g'_A$
Zahl der KVFe der letzten Stufe S	$g_S = g'_S$
Zahl der KVFe in Stufe j	$g_j = 2g'_j \quad (j=B, \dots, S-1)$
Zahl der Eingänge pro KVF der Stufe j	$i_j = i'_j \quad (j=A, \dots, S-1)$
Zahl der Eingänge pro Kvf der Stufe S	$i_S = 2i'_S$
Zahl der Ausgänge pro KVF der Stufe A	$k_A = 2k'_A$
Zahl der Ausgänge pro KVF der Stufe j	$k_j = k'_j \quad (j=B, \dots, S)$

### 2.3 Abbildung von Umkehrgruppierungen auf zweiseitige Linkssysteme

Bild 2.4 a) zeigt eine zweistufige Umkehrgruppierung. Dieses einseitige Linkssystem hat 250 Anschlüsse auf der linken Seite (25 Koppelvielfache mit je 10 Eingängen). Die gesamte Anordnung besteht aus 5 AB-Linkblöcken. Dabei sind die "Henkel" hinter der B-Stufe derart verdrahtet, daß jeweils ein "Henkel" pro Koppelvielfach in ein Koppelvielfach desselben Linkblockes geht und die 4 restlichen Ausgänge zu den 4 anderen Linkblöcken. In dieser Gruppierung können gleichzeitig maximal 125 Verbindungen bestehen, da jede Verbindung zwei Anschlüsse und zwei Wege durch das System belegt.

Das äquivalente zweiseitige Linkssystem nach Bild 2.4 b) entsteht durch spiegelsymmetrisches Ansetzen der Stufen C und D an die Stufen A und B der Umkehrgruppierung. Die bisherigen Verbindungen hinter der B-Stufe ("Henkel") der Umkehrgruppierung werden aufge-

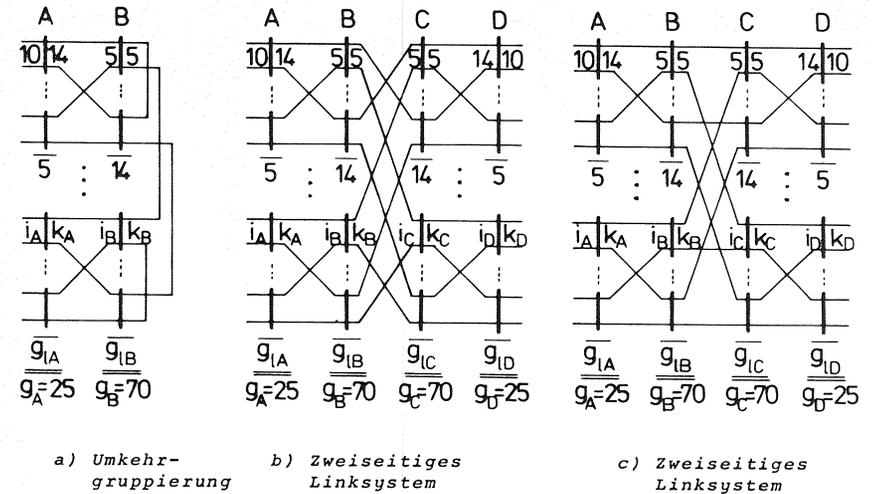


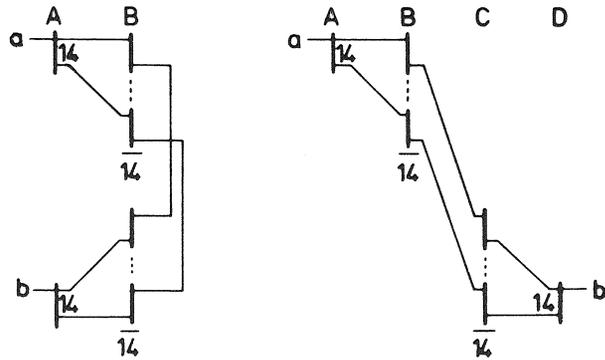
Bild 2.4: Abbildung einer Umkehrgruppierung auf ein zweiseitiges Linksystem

trennt und mit den entsprechenden Koppelvielfachen der neuen C-Stufe verbunden.

Ordnet man nun lediglich die Koppelvielfache der C-Stufe um, was bezüglich des Verlustverhaltens keinen Einfluß hat, so erhält man ein zweiseitiges vierstufiges Linkssystem nach Bild 2.4 c).

In Bild 2.5 a) und b) sind die Verbindungsgraphen für eine Punkt-Punkt-Verbindung von Anschluß a und b im einseitigen, wie auch im zweiseitigen Linkssystem dargestellt. In beiden Fällen kann die Steuerung über 14 Wege versuchen, einen Pfad durchgehend freier Zwischenleitungen zu finden. Dabei besteht jeder Pfad aus drei aufeinanderfolgenden Zwischenleitungen.

Bei gleicher Verkehrsbelastung pro Leitung wird die Verlustwahrscheinlichkeit in der Umkehrgruppierung und in der zweiseitigen Abbildung gleich groß sein. Eine Einschränkung besteht hier jedoch, falls die zu verbindenden Anschlüsse a und b in der Umkehrgruppierung an demselben AB-Linkblock oder an demselben Koppelvielfach angeschlossen sind. Hierauf wird in Kapitel 2.5 eingegangen werden.



a) Umkehrgruppierung      b) Zweiseitiges Linksystem  
 Bild 2.5: Verbindungsgraph für Punkt-Punkt-Verbindung

Kennzeichnet man mit \* die Strukturgrößen der Umkehrgruppierung, so können für die Größen des zweiseitigen Linksystems folgende Abbildungsgleichungen angegeben werden.

Stufenzahl	$S = 2S^*$
Zahl der KVFe pro Stufe	$g_A = g_S = g_A^*$ $g_B = g_{S-1} = g_B^*$ etc.
Zahl der Ein-/Ausgänge pro KVF	$i_A = k_S = i_A^*$ ; $k_A = i_S = k_A^*$ $i_B = k_{S-1} = i_B^*$ ; $k_B = i_{S-1} = k_B^*$ etc.

## 2.4 Abbildung von einseitigen Linksystemen untereinander

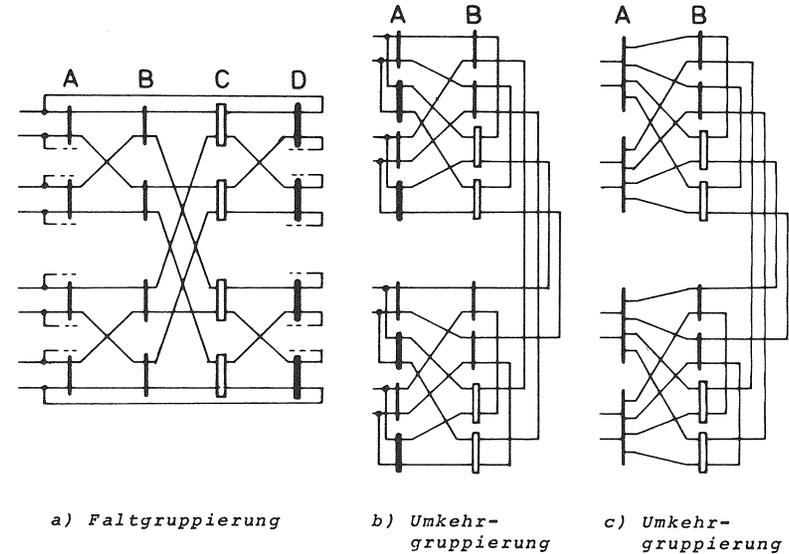
### 2.4.1 Abbildung von Faltgruppierungen auf Umkehrgruppierungen

Bei der Abbildung von Faltgruppierungen auf Umkehrgruppierungen müssen zwei Fälle, nämlich geradzahlige und ungeradzahlige Stufenzahl, unterschieden werden.

#### a) Faltgruppierung mit geradzahliger Stufenzahl

Bild 2.6 a) zeigt als Beispiel eine vierstufige Faltgruppierung. Um die Umordnung bei der anschließenden Abbildung deutlich machen

zu können, sind die Koppelvielfache der C-Stufe als Kästchen, und die Koppelvielfache der D-Stufe als dicke Balken dargestellt.



a) Faltgruppierung      b) Umkehrgruppierung      c) Umkehrgruppierung  
 Bild 2.6: Abbildung einer vierstufigen Faltgruppierung auf eine zweistufige Umkehrgruppierung

Im ersten Abbildungsschritt (vgl. Bild 2.6 b)) wird die rechte Hälfte der Faltgruppierung (C- und D-Stufe) nach "links geklappt". Damit kommen die bisherigen Koppelvielfache der D-Stufe (dicke Balken) zwischen den Koppelvielfachen der A-Stufe zu liegen. Die Koppelvielfache der bisherigen C-Stufe (Kästchen) liegen unter den jeweiligen Koppelvielfachen der B-Stufe. Die bisherigen "Bügel" der Faltgruppierung, d.h. die Verbindungen der Eingänge der ersten Stufe mit den Ausgängen der letzten Stufe, entsprechen nun der Parallelschaltung der Eingänge von jeweils zwei Koppelvielfachen der ersten Stufe (A-Stufe) in der abgebildeten Umkehrgruppierung.

Zwei gleich große Koppelvielfache, die an den Eingängen parallel geschaltet sind, entsprechen einem Koppelvielfach mit der gleichen Zahl an Eingängen, aber doppelt so vielen Ausgängen. Diese Tatsache führt im zweiten Abbildungsschritt auf die zwei-stufige Umkehrgruppierung nach Bild 2.6 c).

Im folgenden sind die Abbildungsgleichungen für die Abbildung von *Faltgruppierungen* mit geradzahlgiger Stufenzahl auf *Umkehrgruppierungen* angegeben.

Dabei sind die Strukturgrößen der *Faltgruppierung* mit ' gekennzeichnet und jene der *Umkehrgruppierung* mit \*.

Stufenzahl	$S^* = S'/2$
Zahl der KVFe der Stufe A	$g_A^* = g_A'$
Zahl der KVFe der Stufe j	$g_j^* = 2g_j'$ (j=B,..S*)
Zahl der Eingänge pro KVF der Stufe j	$i_j^* = i_j'$ (j=A,..S*)
Zahl der Ausgänge pro KVF der Stufe A	$k_A^* = 2k_A'$
Zahl der Ausgänge pro KVF der Stufe j	$k_j^* = k_j'$ (j=B,..S*)

b) Faltgruppierungen mit ungeradzahlgiger Stufenzahl

In Bild 2.7 a) ist eine dreistufige *Faltgruppierung* dargestellt. Zur Abbildung wird die mittlere Stufe B ersetzt durch zwei neue Stufen B und C (vgl. Bild 2.7 b)). Dabei sind die *Koppelvielfache* gleicher Ordnungsnummer parallel miteinander verbunden.

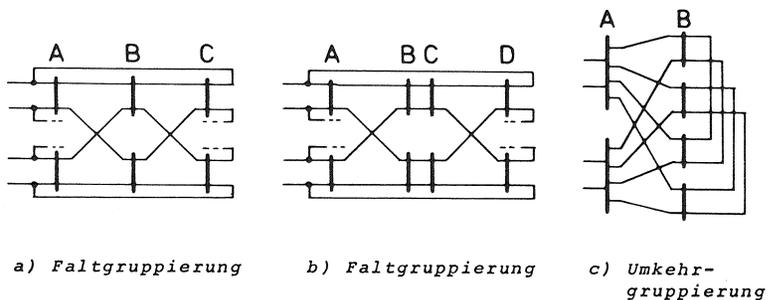


Bild 2.7: Abbildung einer dreistufigen *Faltgruppierung* auf eine zweistufige *Umkehrgruppierung*

Für das Verlustverhalten dieser *Faltgruppierung* nach Bild 2.7 b) ist die zusätzliche Stufe ohne Wirkung. Die Abbildung erfolgt nun ausgehend von der vierstufigen *Faltgruppierung* und führt auf eine *Umkehrgruppierung* nach Bild 2.7 c).

Dabei werden wieder die *Koppelvielfache* der C- und D-Stufe nach "links geklappt" und kommen zwischen jenen der A-Stufe, bzw. unter jenen der B-Stufe zu liegen. Die Zusammenfassung der *Koppelvielfache* der A-Stufe, die an den Eingängen parallel geschaltet sind (vgl. auch Bild 2.6 b) und 2.6 c)), ergibt die endgültige *Umkehrgruppierung* nach Bild 2.7 c).

Die Abbildungsgleichungen für den Fall der ungeradzahlgigen Stufenzahl unterscheiden sich lediglich in der Zahl der Stufen vom geradzahlgigen Fall (\* = *Umkehrgruppierung*; ' = *Faltgruppierung*).

Stufenzahl  $S^* = (S'+1)/2$

2.4.2 Abbildung von *Umkehrgruppierungen* auf *Faltgruppierungen*

Während jede symmetrische *Faltgruppierung* auf eine identische *Umkehrgruppierung* abgebildet werden kann, gibt es bei der Abbildung von *Umkehrgruppierungen* auf *Faltgruppierungen* eine Einschränkung. Die Ausgänge der letzten Stufe der *Umkehrgruppierung* ("Henkel") müssen derart verdrahtet sein, daß genau eine Hälfte der *Koppelvielfache* jeder Stufe, mit Ausnahme der ersten Stufe, mit der anderen Hälfte über "Henkel" verdrahtet ist.

In anderen Worten, es müssen zwei Klassen von *Koppelvielfachen* der Stufen B bis S (letzte Stufe) gefunden werden. Dabei dürfen die Ausgänge eines *Koppelvielfachs* der einen Klasse über die "Henkel" nur zu Ausgängen von *Koppelvielfachen* der anderen Klasse führen.

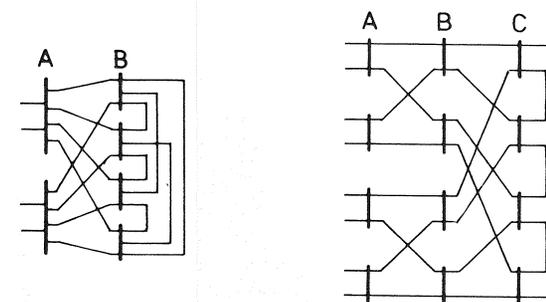


Bild 2.8: *Umkehrgruppierungen* ohne identisches einseitiges Äquivalent

In Bild 2.8 a) und b) sind zwei Umkehrgruppierungen mit zwei und drei Stufen gezeichnet, bei denen diese Bedingungen nicht erfüllt sind. In Bild 2.8 a) ist jedes Koppelvielfach der letzten Stufe mit jedem anderen Koppelvielfach verbunden. Deshalb können diese Koppelvielfache nicht in zwei Klassen eingeteilt werden.

Die Klasseneinteilung ist bei der Umkehrgruppierung nach Bild 2.8 b) in der letzten Stufe (C-Stufe) möglich, nicht aber in der B-Stufe.

Für diese Umkehrgruppierungen können also keine identischen Faltgruppierungen angegeben werden.

### 2.5 Maßnahmen für den Block-Intern Verkehr

Bereits in den Abschnitten 2.2 und 2.3 dieses Kapitels wurde auf eine Reduktion der Wegeviefalt bei speziellen Verbindungswünschen in einseitigen Linksystemen hingewiesen.

In Bild 2.2 wird die Abbildung einer vierstufigen Faltgruppierung auf ein vierstufiges zweiseitiges Linksystem gezeigt. Dazu werden die zwei Verbindungsgraphen der Faltgruppierung, bzw. des zweiseitigen Linksystems, für eine Punkt-Punkt-Durchschaltung nach Bild 2.3 betrachtet. Falls bei der Faltgruppierung die zwei zu verbindenden Anschlüsse an Koppelvielfachen unterschiedlicher AB-Linkblöcke angeschlossen sind, so ist die Wegeviefalt in beiden Verbindungsgraphen (Faltgruppierung und zweiseitiges Äquivalent) gleich groß (vgl. Bild 2.3 a) und b)).

In Bild 2.9 a) ist nochmals der bereits in Bild 2.3 a) gezeichnete Verbindungsgraph für Block-Extern-Verbindungen in einer Faltgruppierung angegeben.

Befinden sich die zu verbindenden Anschlüsse der Faltgruppierung an unterschiedlichen Koppelvielfachen desselben AB-Linkblockes, so erhält man einen Verbindungsgraphen nach Bild 2.9 b).

Die beiden Verbindungsgraphen nach Bild 2.9 a) und b) unterscheiden sich in der Anzahl der absuchbaren Zwischenleitungen zwischen den Stufen B und C (14 Zwischenleitungen in Bild 2.9 a) gegenüber 7 Zwischenleitungen in Bild 2.9 b)). Dadurch werden Block-Intern-Verbindungswünsche eine größere Verlustwahrscheinlichkeit haben. Diese Benachteiligung kann jedoch behoben werden, indem jeweils die Zwischenleitungen gleichnumerierter Koppelvielfache zwischen der B- und C-Stufe verdoppelt werden. Damit erhält man einen Ver-

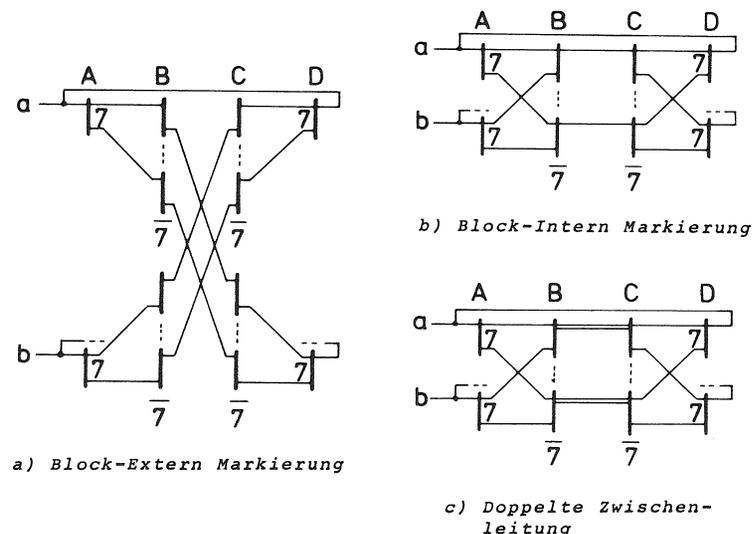


Bild 2.9: Verbindungsgraphen von Faltgruppierungen bei Punkt-Punkt-Markierung

bindungsgraphen nach Bild 2.9 c).

Die so entstehende Faltgruppierung hat jeweils einen Ausgang pro Koppelvielfach der B-Stufe mehr (bzw. einen Eingang pro Koppelvielfach der C-Stufe).

Mit der Einführung dieser doppelten Zwischenleitung in der Faltgruppierung haben Block-Intern- und Block-Extern-Verbindungswünsche die gleiche Verlustwahrscheinlichkeit.

Befinden sich die zu verbindenden Anschlüsse an demselben Koppelvielfach der Faltgruppierung, so kann eine Verlusterhöhung durch schaltungstechnische Maßnahmen nicht umgangen werden. In diesem Fall kann die Steuerung versuchen, immer solche Leitungen eines gewünschten Bündels zu markieren, die nicht an demselben Koppelvielfach wie die rufende Leitung angeschlossen sind.

Entsprechende Überlegungen gelten auch bei Umkehrgruppierungen. In Bild 2.10 a) ist der Verbindungsgraph einer zweistufigen Umkehrgruppierung dargestellt. Er gibt die absuchbaren Wege an, falls bei einer Punkt-Punkt-Markierung die zu verbindenden Anschlüsse zu Koppelvielfachen verschiedener AB-Linkblöcke führen.

Der dazugehörige zweiseitige Verbindungsgraph folgt aus den Abbildungsgleichungen in Kapitel 2.3.

Falls sich die zu verbindenden Anschlüsse innerhalb desselben AB-Linkblockes befinden, erhält man einen Verbindungsgraphen nach Bild 2.10 b). Hier stehen einem Verbindungswunsch zwar 14 Ausgänge hinter des B-Stufe für eine Wegesuche zur Verfügung, die aber in 7 "Henkeln" verdrahtet sind.

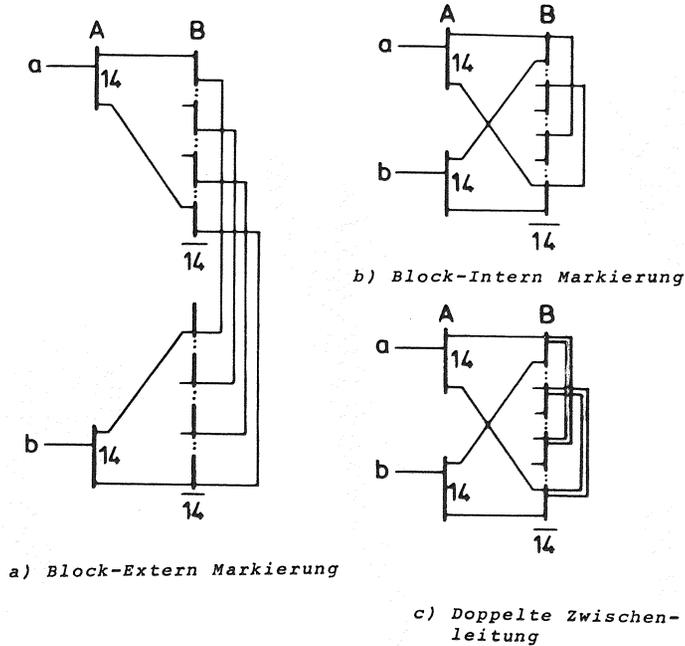


Bild 2.10: Verbindungsgraphen von Umkehrgruppierungen bei Punkt-Punkt-Markierung

Um eine Verlustäquivalenz zu den Block-Extern-Verbindungen herzustellen, werden jene "Henkel", die in demselben AB-Linkblock bleiben, verdoppelt. Der somit entstehende Verbindungsgraph für die Block-Intern-Verbindungswünsche ist in Bild 2.10 c) dargestellt.

### 3. VERLUSTBERECHNUNG IN ZWEISEITIGEN LINKSYSTEMEN

In diesem Abschnitt wird das Näherungsverfahren zur Verlustberechnung in zweiseitigen Linksystemen bei Punkt-Punkt-Markierung, wie auch bei Punkt-Bündel-Markierung, aufgezeigt.

#### 3.1 Effektive Erreichbarkeit

Bild 3.1 zeigt zwei Verbindungsgraphen zweiseitiger Linksysteme. Ein Verbindungsgraph beinhaltet alle Zwischenleitungen, über die eine Verbindung vom "Startkoppelvielfach", an dem der Ruf angekommen ist, ins Ziel durchgeschaltet werden kann.

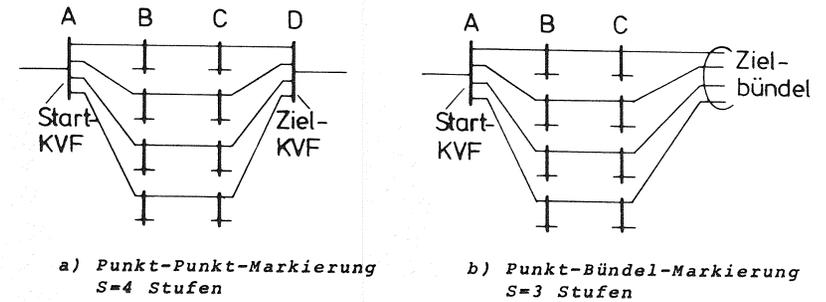


Bild 3.1: Verbindungsgraph in zweiseitigen Linksystemen

Im linken Bild 3.1a ist der Verbindungsgraph eines vierstufigen zweiseitigen Linksystems, das mit Punkt-Punkt-Markierung betrieben wird, dargestellt. Hier muß vom Startkoppelvielfach aus eine Verbindung zu der a priori ausgewählten freien Abnehmerleitung im "Zielkoppelvielfach" durchgeschaltet werden. Diejenigen Leitungen, die in dieses Zielkoppelvielfach führen, bilden das sogenannte "Zielbündel". Es genügt nämlich eine Verbindung zu einer der freien Leitungen des Zielbündels durchzuschalten, um eine Verbindung zwischen den zwei gewünschten Leitungen im Start- und Zielkoppelvielfach herzustellen.

Im nebenstehenden Bild 3.1b ist der Verbindungsgraph eines drei-stufigen zweiseitigen Linksystems angegeben, welches mit Punkt-Bündel-Markierung betrieben wird.

Vom Startkoppelvielfach aus ist eine Verbindung zu irgendeiner der freien Leitungen des Zielbündels durchzuschalten.

Anhand der beiden Bilder 3.1a und 3.1b soll gezeigt werden, daß Punkt-Punkt-Markierung in einem S-stufigen zweiseitigen Linksystem und Punkt-Bündel-Markierung im (S-1)-stufigen zweiseitigen Linksystem ähnlich sind.

Auf spezielle Unterschiede, wie Bündelanschaltung und Verlustdefinition, soll später eingegangen werden (siehe Kapitel 3.3 und 3.4).

Bei beiden Markierverfahren wird das zweiseitige Linksystem mit Hilfe einer "effektiven Erreichbarkeit" auf eine einstufige Koppelanordnung abgebildet. Dies bedeutet, daß die zu bestimmende effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$  im zweiseitigen Linksystem definiert wird als jene Erreichbarkeit  $k$ , die eine einstufige Koppelanordnung haben müßte, um bei gleicher Größe des Zielbündels und gleicher Verkehrsbelastung denselben Verlust aufzuweisen.

Bei einer einstufigen Koppelanordnung (mit Mischung) zählen zur Erreichbarkeit nicht nur diejenigen Abnehmerleitungen, die momentan frei sind, sondern auch jene, die belegt sind, aber bei Freiwerden sofort von der betrachteten Zubringerteilgruppe (hier "Startkoppelvielfach") aus wieder belegt werden können.

Überträgt man diese Definition auf Linksysteme, so setzt sich die effektive Erreichbarkeit zusammen aus:

- jenen Leitungen des Zielbündels, die momentan frei sind und vom betrachteten Startkoppelvielfach her über freie Zwischenleitungen erreicht werden können, sowie
- jenen Leitungen des Zielbündels, die momentan belegt sind, aber nach Ende dieser Belegung vom betrachteten Startkoppelvielfach her über freie Zwischenleitungen erreicht und belegt werden können.

Die effektive Erreichbarkeit ist abhängig von der Struktur des Linksystems, vom momentanen Belegungszustand  $x_A$  des Startkoppelvielfachs und von den Verkehrsbelastungen der restlichen Stufen. Die verschiedenen Formeln zur Berechnung der effektiven Erreichbarkeit sind im Anhang (A.1,A.2) zusammengestellt.

### 3.2 Sperrwahrscheinlichkeit

Im betrachteten Zielbündel (vgl. Bild 3.1a und 3.1b) mit  $n$  Leitungen seien momentan  $x$  Leitungen belegt. Dann gibt es  $\binom{n}{x}$  Muster, wie sich diese Belegungen auf den  $n$  Leitungen verteilen können. Eine Durchschaltung ist genau dann nicht möglich, wenn gerade alle  $k_{eff}$  Leitungen, die vom Startkoppelvielfach her erreichbar sind, belegt sind. Die restlichen  $(x-k_{eff})$  Belegungen können dann auf den restlichen  $(n-k_{eff})$  Leitungen des Zielbündels

$\binom{n-k_{eff}}{x-k_{eff}}$  Muster bilden.

Unter der Annahme, daß alle Muster eines Belegungszustandes  $x$  im Zielbündel gleichwahrscheinlich sind, gilt für die Sperrwahrscheinlichkeit

$$c(x, k_{eff}(x_A)) = \frac{\binom{n-k_{eff}(x_A)}{x-k_{eff}(x_A)}}{\binom{n}{x}} = \frac{\binom{x}{k_{eff}(x_A)}}{\binom{n}{k_{eff}(x_A)}} \quad (3.1)$$

Dabei ist zu beachten, daß die effektive Erreichbarkeit ihrerseits eine Funktion des momentanen Belegungszustandes  $x_A$  im Startkoppelvielfach ist.

### 3.3 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{pp}$ bei Punkt-Punkt-Markierung

Bei der Punkt-Punkt-Markierung gilt die Voraussetzung, daß mindestens noch eine Leitung in die gewünschte Richtung frei ist. Ein eintreffender Ruf gilt dann als verloren, wenn kein Weg durch das Linksystem zu der bereits markierten, freien Abnehmerleitung gefunden werden kann.

Man erhält den Punkt-Punkt-Verlust (kurz Punktverlust)  $B_{pp}$ , wenn man über alle Sperrwahrscheinlichkeiten, gewichtet mit den Wahrscheinlichkeiten  $p(x)$  und  $p_A(x_A)$  aufsummiert. Diese Ausdrücke geben an, mit welcher Wahrscheinlichkeit  $x$  Leitungen im Zielkoppelvielfach (Zielbündel), bzw.  $x_A$  Leitungen im Startkoppelvielfach belegt sind.

$$B_{PP} = \sum_{x_A=0}^{i_A-1} \frac{p_A(x_A)}{1-p_A(i_A)} \sum_{x=0}^{k_S-1} \frac{p(x) \cdot c(x, k_{\text{eff}}(x_A))}{1-p(k_S)} \quad (3.2)$$

Die hier angegebene Formel gilt bei abgeschnittenem Zufallsverkehr 1. Art (abg. ZV1) (vgl. Kapitel 1.6) und mit der Bedingung  $i_A \leq k_A$  bzw.  $i_S \geq k_S$ . Die Formeln für Zufallsverkehr 2. Art, wie auch für Systeme mit Konzentration in den verschiedenen Stufen finden sich in /23/, /28/.

Ein Koppelvielfach der ersten Stufe kann nur dann zum Startkoppelvielfach werden und somit zum Punktverlust beitragen, wenn nicht alle Eingänge belegt sind. Deshalb geht die Summation in Gleichung (3.2) nur bis  $(i_A-1)$ .

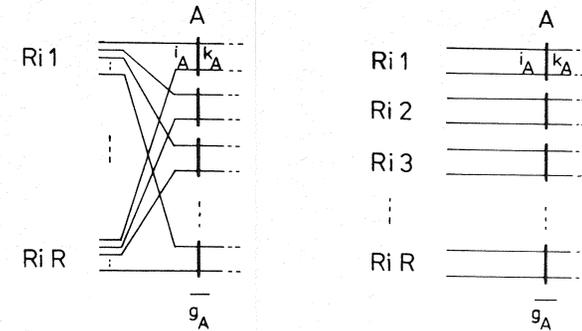
Eine entsprechende Überlegung gilt für die zweite Summe. In einem Zielkoppelvielfach mit  $k_S$  Ausgängen können maximal  $(k_S-1)$  Leitungen belegt sein, da sich ja an diesem Koppelvielfach die markierte Abnehmerleitung befindet und diese Leitung per Definition frei sein muß.

Da die hier betrachteten zweiseitigen Linkssysteme aus der Abbildung einseitiger Gruppierungen entstanden sind, können bestimmte Symmetrien vorausgesetzt werden, nämlich  $i_A = k_S$  und  $k_A = i_S$  (vgl. Abbildungsgleichungen in Kapitel 2).

Daraus folgt, daß für die Zustandswahrscheinlichkeiten  $p_A(x_A)$  im Startkoppelvielfach und  $p(x)$  im Zielkoppelvielfach gleiche Verteilungsfunktionen angenommen werden können.

Der Typ dieser Verteilungsfunktionen ist davon abhängig, wie die Anschlüsse (Ein- bzw. Ausgänge) im einseitigen Linkssystem zu Bündeln zusammengefaßt sind. Grundsätzlich unterscheidet man die in Bild 3.2 dargestellten Anschaltungsarten.

Bei der aufgefächerten Verdrahtung nach Bild 3.2a sind (in Abhängigkeit von der Bündelgröße) die Leitungen eines Bündels an möglichst viele verschiedene Koppelvielfache der ersten Stufe angeschlossen. Falls die Zahl der Bündel (im Sonderfall) gleich der Zahl der Eingänge  $i_A$  pro Koppelvielfach der ersten Stufe ist, und alle Bündel gleich groß sind, so ist jeweils eine Leitung pro Bündel an ein Koppelvielfach der ersten Stufe angeschlossen.



a) Aufgefächert

b) Parallel

Bild 3.2: Verdrahtungsformen der Anschlüsse eines einseitigen Linksystems

Bei dieser Verdrahtung kann als gute Näherung der Zustandswahrscheinlichkeiten im Start- bzw. Zielkoppelvielfach eine Bernoulli-Verteilung gewählt werden. Es gilt also

$$p(x) = p_A(x_A) = \binom{i_A}{x} \cdot (Y_A/i_A)^x \cdot (1-Y_A/i_A)^{i_A-x} \quad x=x_A=0, \dots, i_A \quad (3.3)$$

Begründung: Weil an einem Koppelvielfach der A-Stufe (Start- bzw. Zielkoppelvielfach) Bündel verschiedener Richtungen angeschlossen sind, nimmt man an, daß die Wahrscheinlichkeit, eine bestimmte Leitung belegt vorzufinden, unabhängig vom Belegungszustand der restlichen Leitungen ist. Diese Tatsache wird durch eine Bernoulli-Verteilung beschrieben.

Die parallele Verdrahtung nach Bild 3.2b entspricht dem Sonderfall, daß jedes Richtungs-bündel  $n=i_A$  Leitungen hat, die alle mit einem Koppelvielfach der A-Stufe verbunden sind. Es existieren so viele Bündel, wie Koppelvielfache in der A-Stufe vorhanden sind. Nimmt man bei ZV1, bzw. bei abg. ZV1, eine Erlangverteilung auf jedem Richtungs-bündel an, so erhält man auch im Start- und Zielkoppelvielfach eine Erlangverteilung, da ja jedem Bündel gerade

ein Koppelvielfach entspricht. Es gilt dann

$$p(x) = p_A(x_A) = \frac{A_0^x / x!}{\sum_{j=0}^{i_A} A_0^j / j!} \quad x = x_A = 0, \dots, i_A \quad (3.4)$$

Dabei muß ein fiktives Angebot  $A_0$  so bestimmt werden, daß sich auf dem Bündel die vorgeschriebene Belastung  $Y$  ergibt nach der Formel

$$Y = \sum_{x=0}^{i_A} x \cdot p(x) \quad (3.5)$$

Diese Annahme einer Erlangverteilung gilt streng genommen nur, wenn jedes Bündel vollkommen erreichbar wäre (keine innere Blockierung).

Die Wahrscheinlichkeiten  $p(x)$  und  $p_A(x_A)$  nach Gleichungen (3.3) und (3.4) werden - je nach Beschaltungsart - in Gleichung (3.2) zur Berechnung des Punktverlusts eingesetzt.

### 3.4 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{PB}$ bei Punkt-Bündel-Markierung

Bei Punkt-Bündel-Markierung zählen zur interessierenden Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PB}$

- alle Fälle, in denen kein freier Weg durch das System gefunden werden kann (Verlust infolge innerer Blockierung), wie auch
- alle Fälle, in denen das betrachtete Zielbündel voll belegt ist (Verlust infolge Bündelblockierung).

Es ist nach /2/, /3/

$$B_{PB} = \sum_{x_A=0}^{i_A-1} \frac{p_A(x_A)}{1-p_A(i_A)} \sum_{x=0}^n p_n(x) c(x, k_{eff}(x_A)) \quad (3.6)$$

Dieser Ausdruck gilt für abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art und der Strukturbedingung  $i_A \leq k_A$  (vgl. auch Gleichung (3.2)).

Verlustformeln für Systeme mit Zufallsverkehr 2. Art bzw. Konzentration sind in lit. /32/ angegeben.

Wie bei Punkt-Punkt-Markierung wird für den Fall der aufgefächerten Verdrahtung (vgl. Bild 3.2a) für die Zustandswahrscheinlichkeit im Startkoppelvielfach  $p_A(x_A)$  eine Bernoulli-Verteilung nach Gleichung (3.3) angenommen.

Eine parallele Verdrahtung nach Bild 3.2b scheidet für Punkt-Bündel-Markierung aus, weil in diesem Fall nur ein Markierversuch zu dem einen Zielkoppelvielfach sinnvoll wäre. Die Voraussetzung der Punkt-Bündel-Markierung ist es jedoch, daß die Bündel über möglichst viele Koppelvielfache erreicht werden.

Bei ZV1, wie auch bei abg. ZV1, wird für die Zustandswahrscheinlichkeit auf dem interessierenden Zielbündel mit  $n$  Leitungen eine Erlangverteilung angenommen.

$$p_n(x) = \frac{A_0^x / x!}{\sum_{j=0}^n A_0^j / j!} \quad x=0, \dots, n \quad (3.7)$$

Dabei wird  $A_0$  iterativ so bestimmt, daß sich auf dem interessierenden Zielbündel die vorgeschriebene Belastung  $Y_r$  ergibt.

$$Y_r = \sum_{x=0}^n x \cdot p_n(x) \quad (3.8)$$

#### 4. UMKEHRGRUPPIERUNGEN MIT KURZWEGEN

##### 4.1 Struktur und Wegeauswahl

In den bisher betrachteten Umkehrgruppierungen belegte eine Verbindung immer zwei Wege durch das System, sowie einen "Henkel" hinter der letzten Stufe (vgl. Bild 1.4).

Bestimmte Umkehrgruppierungen müssen, bzw. können von sogenannten Kurzwegen Gebrauch machen. Dabei kehrt eine Verbindung, soweit möglich, bereits vor der letzten Stufe um, um zum gewünschten Ziel in der A-Stufe zu kommen. Hierzu werden weniger Zwischenleitungen, bzw. Koppelpunkte benötigt, was eine Systementlastung vor allem der hinteren Stufe(n) zur Folge hat.

Bild 4.1 zeigt das Beispiel einer Umkehrgruppierung mit drei Stufen. Wegen der Übersichtlichkeit sind nur Koppelvielfache mit jeweils zwei Eingängen ( $i=2$ ) und zwei Ausgängen ( $k=2$ ) gezeichnet. Die Stufen A und B sind untereinander in Linkblöcken verdrahtet, jeder mit zwei Koppelvielfachen pro Stufe. Zwei dieser Linkblöcke bilden, zusammen mit jeweils vier Koppelvielfachen der C-Stufe, eine ABC-Koppelgruppe. Das gesamte System besteht aus drei ABC-Koppelgruppen und wird im folgenden ein Mehrgruppensystem genannt. Die Ausgänge der letzten Stufe (Stufe C) sind derart verdrahtet, daß von einer ABC-Koppelgruppe aus gesehen jeweils die beiden anderen ABC-Koppelgruppen über "Henkel" verbunden sind. Im Gegensatz zu den bisher betrachteten Umkehrgruppierungen, gibt es in diesem System keine "Henkel", die eine Verbindung von zwei Koppelvielfachen derselben ABC-Koppelgruppe ermöglichen. Solche Verbindungswünsche werden über sogenannte Kurzwege durchgeschaltet.

Im Beispielsystem nach Bild 4.1 sind alle Verbindungsmöglichkeiten eingetragen.

- Kurzweg A: Rufende und gerufene Leitung sind an demselben Koppelvielfach der A-Stufe angeschlossen. Es erfolgt eine Umkehr in diesem Koppelvielfach der A-Stufe. Dabei wird ein Ausgang hinter der A-Stufe (zur B-Stufe hin) blind belegt. Es werden zwei Koppelpunkte geschlossen.
- Kurzweg B: Rufende und gerufene Leitung sind an zwei verschiedenen Koppelvielfachen der A-Stufe angeschlossen, die sich

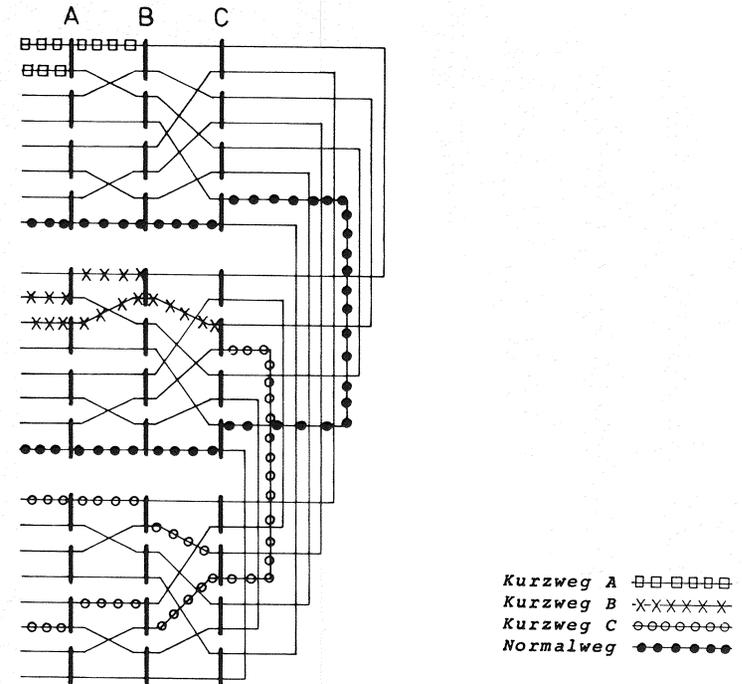


Bild 4.1: Umkehrgruppierung mit Kurzwegen (Mehrgruppensystem)

- jedoch in demselben AB-Linkblock befinden. Es besteht eine Verbindung mit Umkehr in der B-Stufe. Dabei ist ein Ausgang hinter dieser B-Stufe (zur C-Stufe hin) blind belegt. Es werden vier Koppelpunkte geschlossen.
- Kurzweg C: Rufende und gerufene Leitung sind an Koppelvielfachen der A-Stufe angeschlossen, die sich in derselben ABC-Koppelgruppe, aber nicht in demselben AB-Linkblock befinden. Es handelt sich um eine Umkehr in der C-Stufe. Dabei wird ein Ausgang ("Henkel") hinter dieser Stufe blind belegt. Sechs Koppelpunkte werden geschlossen.
- Normalweg: Rufende und gerufene Leitung sind an Koppelvielfachen der A-Stufe angeschlossen, die sich in verschiedenen ABC-Koppelgruppen befinden. Es werden sechs Koppelpunkte geschlossen.

Man kann sich anhand von Bild 4.1 leicht davon überzeugen, daß sich die einzelnen Wegemöglichkeiten bei dieser Struktur gegenseitig ausschließen.

Demgegenüber ist in Bild 4.2 eine dreistufige Umkehrgruppierung mit nur einer ABC-Koppelgruppe (Eingruppensystem) gezeichnet. Wieder eingetragen sind die verschiedenen Wegemöglichkeiten, nämlich Kurzwege A, B, C und Normalweg.

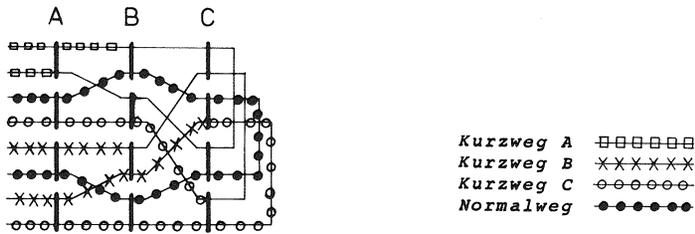


Bild 4.2: Umkehrgruppierung mit Kurzwegen (Eingruppensystem)

Man sieht an diesem Beispiel, daß bereits mit den Kurzwegen A, B und C, die sich gegenseitig wieder ausschließen, alle Verbindungsmöglichkeiten gegeben sind. Könnte jedoch eine Verbindung infolge innerer Blockierung über einen der Kurzwege nicht durchgeschaltet werden, so besteht über den Normalweg nochmals die Möglichkeit eine gewünschte Verbindung durchzuschalten.

Für alle untersuchten Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen wurden folgende Strukturgrößen von vornherein festgelegt:

- Stufenzahl  $S = 3$
- Zahl der Koppelvielfache und Koppelvielfachgröße  
 $k_A = g_{1B}$  ;  $i_B = g_{1A}$  ;  $k_A \cdot k_B = g_{gC}$  ;  $i_B \cdot i_C = g_{gA}$  ;  $k_A \cdot i_C = g_{gB}$  ;  
 $g_j = g_{gj}$  (j=A,B,C) bei Eingruppensystemen  
 $g_j = (k_C + 1) \cdot g_{gj}$  (j=A,B,C) bei Mehrgruppensystemen

Zur leichteren Erklärung werden in den ersten Abschnitten dieses Kapitels nur Systeme betrachtet, bei welchen die Zahl der Eingänge pro Koppelvielfach der A-Stufe kleiner oder gleich der Zahl der Ausgänge zur B-Stufe hin ist. Die Koppelvielfache der B- und C-Stufe schalten 1:1, d.h. die Zahl der Eingänge pro Koppelvielfach ist immer gleich der Zahl der Ausgänge.

Die Erweiterung auf Systeme mit Konzentration (Zahl der Eingänge pro Koppelvielfach größer als die Zahl der Ausgänge) wird in Abschnitt 4.5 erfolgen.

Um die späteren Ausführungen besser verstehen zu können, soll die sogenannte Umkehr (Spiegelung) in einem Koppelvielfach erklärt werden.

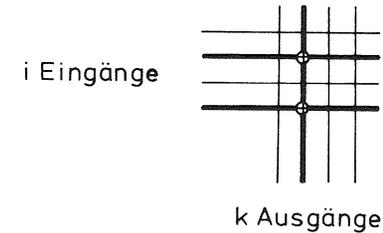


Bild 4.3: Umkehr in einem Koppelvielfach

Bild 4.3 zeigt ein Koppelvielfach in Matrixdarstellung. Soll eine Verbindung in diesem Koppelvielfach umkehren, so müssen zwei Koppelpunkte geschlossen werden. Damit wird die entsprechende Ausgangsleitung zur nächsten Stufe zwangsläufig blind belegt.

#### 4.2 Zwischenleitungsbelastungen

Die Möglichkeit, von Kurzwegen Gebrauch zu machen, führt auf verschiedene Belastungen zwischen den einzelnen Stufen. Diese Tatsache ist in Bild 4.4 dargestellt.

Die senkrechten Balken stellen jeweils alle Koppelvielfache in den Stufen A, B und C einer dreistufigen Umkehrgruppierung dar. Auf der linken Seite ist die Gesamtbelastung des Systems Y (auf allen Ein-/Ausgängen) aufgeteilt in die Teilbelastungen  $Y_{KWA}$ ,  $Y_{KWB}$ ,  $Y_{KWC}$  und  $Y_N$ . Diese Teilbelastungen entsprechen den Verbindungen über Kurzweg A, B, C und Normalweg. Es gilt

$$Y = Y_{KWA} + Y_{KWB} + Y_{KWC} + Y_N \quad (4.1)$$

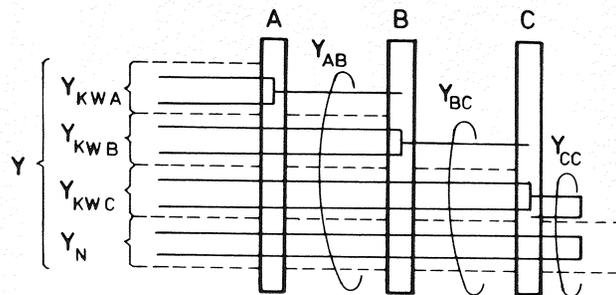


Bild 4.4: Zwischenleitungsbelastung

Mit diesen Teilbelastungen können die einzelnen Belastungen  $Y_{AB}$ ,  $Y_{BC}$  und  $Y_{CC}$  zwischen den einzelnen Stufen A-B, B-C und C-C bestimmt werden. Man erhält

$$Y_{AB} = Y - Y_{KWA}/2 \quad (4.2a)$$

$$Y_{BC} = Y - Y_{KWA} - Y_{KWB}/2 \quad (4.2b)$$

$$Y_{CC} = Y - Y_{KWA} - Y_{KWB} \quad (4.2c)$$

Um nun die Teilbelastungen  $Y_{KWA}$ ,  $Y_{KWB}$ ,  $Y_{KWC}$  und  $Y_N$  zu berechnen, führt man die "Verbindungswahrscheinlichkeiten"  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$  und  $P_N$  ein. Dies sind die Wahrscheinlichkeiten, daß ein angebotener Ruf über Kurzweg A, B, C oder Normalweg durchgeschaltet wird. Damit erhält man die Teilbelastungen zu

$$Y_{KWA} = Y \cdot \frac{P_A}{P_A + P_B + P_C + P_N} \quad (4.3a)$$

$$Y_{KWB} = Y \cdot \frac{P_B}{P_A + P_B + P_C + P_N} \quad (4.3b)$$

$$Y_{KWC} = Y \cdot \frac{P_C}{P_A + P_B + P_C + P_N} \quad (4.3c)$$

$$Y_N = Y \cdot \frac{P_N}{P_A + P_B + P_C + P_N} \quad (4.3d)$$

Durch den Nenner in Gleichung (4.3) wird die Tatsache berücksichtigt, daß bei den Teilbelastungen nur die durchgeschalteten Rufe (und nicht die angebotenen) berücksichtigt werden. In anderen Worten: Der Nenner entspricht der Wahrscheinlichkeit, daß ein angebotener Ruf erfolgreich ist. Daraus erhält man die Verlustwahrscheinlichkeit B

$$B = 1 - (P_A + P_B + P_C + P_N) \quad (4.4)$$

Die Bestimmung dieser Verbindungswahrscheinlichkeiten wird in den folgenden Abschnitten erklärt werden, und zwar in Abhängigkeit vom verwendeten Markierverfahren Punkt-Punkt-Markierung oder Punkt-Bündel-Markierung.

#### 4.3 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{PP}$ bei Punkt-Punkt-Markierung

##### 4.3.1 Definitionen

Bei Umkehrgruppierungen, die von Kurzwegen Gebrauch machen, muß die in Kapitel 1.2 gegebene Definition für die Punkt-Punkt-Markierung erweitert werden.

Ein angekommener Ruf belegt einen freien Eingang des Linksystems. Die Steuerung wählt a priori eine der freien Leitungen des gewünschten Abnehmerbündels aus. Anschließend versucht sie für die Durchschaltung einen Pfad freier Zwischenleitungen vom Eingang zum ausgewählten Ausgang zu finden. Falls kein freier Pfad gefunden wird, erleidet der angebotene Ruf einen Punkt-Punkt-Verlust (kurz Punktverlust).

Falls in dem gewünschten Abnehmerbündel noch mehr als eine freie Abnehmerleitung vorhanden ist, kann die a priori-Auswahl auf zwei verschiedene Arten durchgeführt werden:

##### Strategie a)

Die freie Leitung des gewünschten Bündels wird zufällig (gleichverteilt) ausgewählt.

##### Strategie b)

Die freie Leitung des gewünschten Bündels wird möglichst in der "Nähe" der rufenden Leitung ausgewählt, d.h.

- an demselben Koppelvielfach der A-Stufe, oder falls dies nicht möglich ist,

- innerhalb desselben AB-Linkblockes, oder falls dies nicht möglich ist,
- innerhalb derselben ABC-Koppelgruppe, oder falls dies nicht möglich ist,
- in einer anderen ABC-Koppelgruppe (nur relevant bei Mehrgruppensystemen).

Als Voraussetzung für die Verlustberechnung muß die räumliche Lage von rufender und gerufener Leitung bestimmt werden.

Es sei

- $w_A$  - Wahrscheinlichkeit, daß rufende und gerufene Leitung an demselben Koppelvielfach der A-Stufe angeschlossen sind (Durchschalteversuch über Kurzweg A),
- $w_B$  - Wahrscheinlichkeit, daß rufende und gerufene Leitung an unterschiedlichen Koppelvielfachen desselben AB-Linkblockes angeschlossen sind (Durchschalteversuch über Kurzweg B),
- $w_C$  - Wahrscheinlichkeit, daß rufende und gerufene Leitung an verschiedenen AB-Linkblöcken derselben ABC-Koppelgruppe angeschlossen sind (Durchschalteversuch über Kurzweg C),
- $w_N$  - Wahrscheinlichkeit, daß rufende und gerufene Leitung an verschiedenen ABC-Koppelgruppen angeschlossen sind.

Im Falle von Eingruppensystemen ist die Größe  $w_N=0$ , da das System aus nur einer ABC-Koppelgruppe besteht.

Allgemein gilt:

$$w_A + w_B + w_C + w_N = 1 \quad (4.5)$$

Im Falle der Strategie a) werden diese Wahrscheinlichkeiten folgendermaßen berechnet:

$$w_A = 1/g_A \quad (4.6a)$$

$$w_B = (g_{1A}^{-1})/g_A \quad (4.6b)$$

$$w_C = (g_{GA} - g_{1A})/g_A \quad (4.6c)$$

$$w_N = (g_A - g_{GA})/g_A \quad (4.6d)$$

Die Wahrscheinlichkeiten nach Gleichung (4.6) sind nicht von der Größe und Belastung der angeschlossenen Bündel abhängig. Voraussetzung dafür ist lediglich die gleichmäßige Aufteilung der Leitungen jedes Bündels auf alle Koppelvielfache der A-Stufe.

Im Falle von Eingruppensystemen wird  $w_N=0$ , wegen  $g_A = g_{GA}$ . Bezeichnet man mit  $E(i,n)$  - bei gegebener Verkehrsbelastung  $Y_r$  des gewünschten Abnehmerbündels  $r$  - die Wahrscheinlichkeit "mindestens bestimmte  $i$  aus  $n$  Leitungen belegt" ( $/27/$ ), so erhält man bei bevorzugter Auswahl von freien Leitungen, die in der Nähe der rufenden Leitung liegen (Strategie b)):

$$w_A = (1 - E(i_{Ar}, n_r)) / (1 - E(n_r, n_r)) \quad (4.7a)$$

$$w_B = (E(i_{Ar}, n_r) - E(i_{Ar} \cdot g_{1A}, n_r)) / (1 - E(n_r, n_r)) \quad (4.7b)$$

$$w_C = (E(i_{Ar} \cdot g_{1A}, n_r) - E(i_{Ar} \cdot g_{GA}, n_r)) / (1 - E(n_r, n_r)) \quad (4.7c)$$

$$w_N = (E(i_{Ar} \cdot g_{GA}, n_r) - E(n_r, n_r)) / (1 - E(n_r, n_r)) \quad (4.7d)$$

Dabei bedeutet

$i_{Ar}$  die mittlere Anzahl von Leitungen des Bündels  $r$ , die an ein Koppelvielfach der A-Stufe angeschlossen sind.

Die folgenden Formeln gelten für Zufallsverkehr 1. Art, bzw. für abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art (vgl. Kap. 1.5).

Die Größe  $E(i,n)$  berechnet sich zu

$$E(i,n) = \sum_{x=i}^n p(x) \cdot \frac{\binom{x}{i}}{\binom{n}{i}} \quad (4.8)$$

mit den Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(x)$  im vollkommen erreichbaren Bündel nach Erlang

$$p(x) = \frac{A_0^x / x!}{\sum_{j=0}^n A_0^j / j!} \quad x=0, \dots, n \quad (4.9)$$

wobei  $A_0$  iterativ so bestimmt wird, daß für die vorgegebene Verkehrsbelastung  $Y_r$  gilt:

$$Y_r = \sum_{x=0}^n x \cdot p(x) \quad (4.10)$$

Falls  $i$  nicht ganzzahlig ist, muß eine Interpolation durchgeführt werden (vgl. Anhang A.6).

Die Wahrscheinlichkeiten nach Gleichung (4.7) sind abhängig von der Größe, wie auch von der Belastung des gewünschten Bündels.

Für die Strategien a) und b) gelten nun gleichermaßen folgende Überlegungen.

$B_A, B_B, B_C$  und  $B_N$  seien die Wahrscheinlichkeiten, daß über Kurzweg A, B, C bzw. über Normalweg wegen innerer Blockierung nicht durchgeschaltet werden kann. Dann erhält man für die Verbindungswahrscheinlichkeiten bei Mehrgruppensystemen

$$P_j = w_j \cdot (1 - B_j) \quad j=A, B, C, N \quad (4.11)$$

Daraus erhält man den resultierenden Punktverlust  $B_{PP}$  im Falle von Mehrgruppensystemen:

$$B_{PP} = 1 - (P_A + P_B + P_C + P_N) = w_A B_B + w_B B_B + w_C B_C + w_N B_N \quad (4.12)$$

Bei Eingruppensystemen kann über Normalweg nochmals versucht werden eine markierte freie Leitung zu erreichen, die aufgrund innerer Blockierung über einen der Kurzwege nicht erreicht wurde. Damit erhält man für die Verbindungswahrscheinlichkeiten bei Eingruppensystemen:

$$P_j = w_j \cdot (1 - B_j) \quad j=A, B, C \quad (4.13a)$$

$$P_N = (w_A B_A + w_B B_B + w_C B_C) \cdot (1 - B_N) \quad (4.13b)$$

Daraus folgt für den resultierenden Punktverlust  $B_{PP}$  bei Eingruppensystemen:

$$B_{PP} = 1 - (P_A + P_B + P_C + P_N) = (w_A B_A + w_B B_B + w_C B_C) \cdot B_N \quad (4.14)$$

In den Gleichungen (4.11), (4.13a) und (4.13b) wird bei der Berechnung der Verbindungswahrscheinlichkeiten  $P$  zunächst vereinfachend davon ausgegangen, daß alle angeschlossenen Bündel gleiche Größe und gleiche Belastung haben.

Der allgemeinere Fall, nämlich unterschiedliche Bündelgrößen und -belastungen, wird in Abschnitt 4.5.2 betrachtet werden.

Auf die Berechnung der Verbindungswahrscheinlichkeiten  $P_A, P_B, P_C$  und  $P_N$ , sowie auf die Teilverlustwahrscheinlichkeiten  $B_A, B_B, B_C$  und  $B_N$  soll in den folgenden Abschnitten eingegangen werden.

#### 4.3.2 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_A$ über Kurzweg A

Befinden sich rufende und gerufene Leitung an demselben Koppelvielfach der A-Stufe, so kann ein Kurzweg A immer durchgeschaltet werden, solange noch mindestens einer der  $k_A$  Ausgänge dieses Koppelvielfachs der A-Stufe, in Richtung zur B-Stufe, frei ist (vgl. Bild 4.3). Betrachtet man Umkehrgruppierungen, die keine Konzentration in der A-Stufe haben ( $i_A \leq k_A$ ), so gilt für die Teilverlustwahrscheinlichkeit  $B_A$  über Kurzweg A immer

$$B_A = 0 \quad (4.15)$$

Für Systeme mit Konzentration in der A-Stufe können jedoch momentan alle Ausgänge des betrachteten Koppelvielfachs belegt sein (Eingangsblockierung). Der dann entstehende Teilverlust wird in Abschnitt 4.5.1 angegeben.

Setzt man Gleichung (4.15) in Gleichung (4.11) bzw. (4.13a) ein, so erhält man die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_A$  zu

$$P_A = w_A \quad (4.16)$$

Im nächsten Schritt soll die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_B$  über Kurzweg B bestimmt werden. Für diese Berechnung muß die Zwischenleitungsbelastung  $Y_{AB}$  zwischen den Stufen A und B bekannt sein.

Setzt man die Gleichungen (4.16), (4.4) und (4.3) in Gleichung (4.2a) ein, so erhält man die gesuchte Zwischenleitungsbelastung:

$$Y_{AB} = Y - Y \cdot \frac{w_A}{1 - B_{PP}} \cdot \frac{1}{2} \quad (4.17)$$

Die Größe  $B_{PP}$ , nämlich der resultierende Punktverlust, der in dieser Gleichung auftritt, ist zu diesem Zeitpunkt des Rechengangs noch nicht bekannt. Deshalb wird für die numerische Auswertung ein geeigneter Anfangswert für  $B_{PP}$  eingesetzt, der dann später iterativ verbessert wird.

#### 4.3.3 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_B$ über Kurzweg B

Bild 4.5a zeigt den Verbindungsgraphen für den Fall, daß rufende und gerufene Leitung an Koppelvielfachen desselben AB-Linkblockes angeschlossen sind.

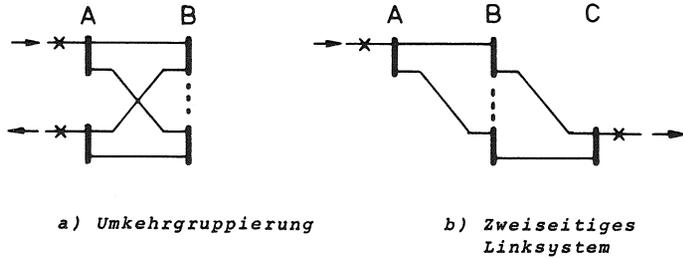


Bild 4.5: Verbindungsgraph für Kurzweg B bei Punkt-Punkt-Markierung

Die in Kapitel 2 beschriebene Abbildung dieses einseitigen Verbindungsgraphen auf ein zweiseitiges äquivalentes Linkssystem ergibt einen dreistufigen Verbindungsgraphen nach Bild 4.5b.

Mit Hilfe des Verfahrens PPL (/23/) wird die effektive Erreichbarkeit für dieses zweiseitige Linkssystem berechnet (vgl. Anhang A.3.2). Daraus folgt die Teilverlustwahrscheinlichkeit  $B_B$ , daß über Kurzweg B nicht durchgeschaltet werden kann (vgl. Anhang A.3.1).

Damit erhält man die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_B$  für Verbindungen über Kurzweg B

$$P_B = w_B(1-B_B) \quad (4.18)$$

Im nächsten Schritt kann die Zwischenleitungsbelastung  $Y_{BC}$  zwischen den Stufen B und C bestimmt werden (Gleichung (4.18), (4.16), (4.4), (4.3) eingesetzt in (4.2b)).

$$Y_{BC} = Y - Y \cdot \frac{w_A}{1-B_{PP}} - Y \cdot \frac{w_B(1-B_B)}{1-B_{PP}} \cdot \frac{1}{2} \quad (4.19)$$

Ebenso kann die Belastung  $Y_{CC}$  auf den "Henkeln" des Systems berechnet werden (Gleichung (4.18), (4.16), (4.4), (4.3) eingesetzt in (4.2c)).

$$Y_{CC} = Y - Y \cdot \frac{w_A}{1-B_{PP}} - Y \cdot \frac{w_B(1-B_B)}{1-B_{PP}} \quad (4.20)$$

#### 4.3.4 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_C$ über Kurzweg C

Bild 4.6a zeigt den dreistufigen Verbindungsgraphen, falls rufende und gerufene Leitung an Koppelvielfachen derselben ABC-Koppelgruppe angeschlossen sind.

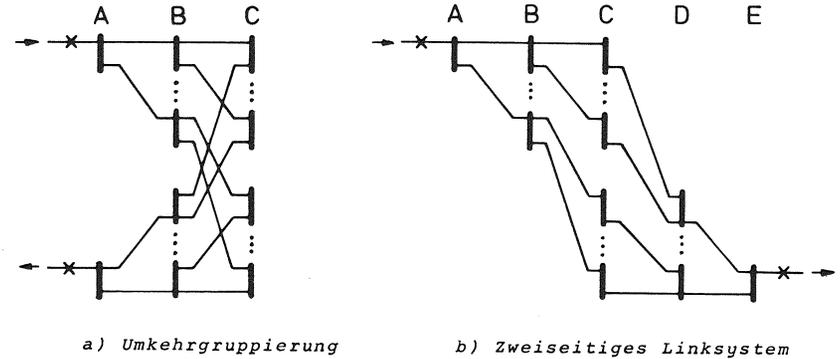


Bild 4.6: Verbindungsgraph für Kurzweg C bei Punkt-Punkt-Markierung

Die Abbildung auf ein äquivalentes zweiseitiges Linkssystem ergibt einen fünfstufigen Verbindungsgraphen nach Bild 4.6b.

Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit  $B_C$ , daß über Kurzweg C nicht durchgeschaltet werden kann, erfolgt wiederum mit dem Verfahren PPL für ein Linkssystem nach Bild 4.6b. Die entsprechenden Formeln sind im Anhang (A.3.1 und A.3.3) angegeben.

Daraus folgt die Verbindungswahrscheinlichkeit über Kurzweg C

$$P_C = w_C(1-B_C) \quad (4.21)$$

#### 4.3.5 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_N$ über Normalweg

Wie bereits in Abschnitt 4.3.1 besprochen, muß bei der Berechnung der Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_N$  über Normalweg zwischen Mehrgruppen- und Eingruppensystemen unterschieden werden.

##### Mehrgruppensysteme

Bild 4.7a zeigt den Verbindungsgraphen im Mehrgruppensystem, falls rufende und gerufene Leitung an Koppelvielfachen verschiedener

ABC-Koppelgruppen angeschlossen sind.

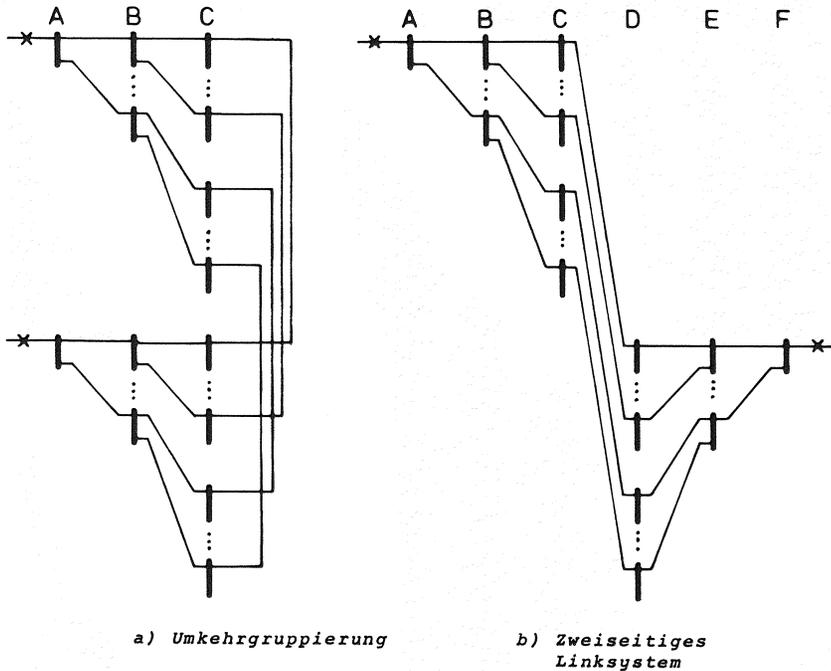


Bild 4.7: Verbindungsgraph für Normalweg bei Punkt-Punkt-Markierung - Mehrgruppensystem -

Die Abbildung führt auf einen sechsstufigen zweiseitigen Verbindungsgraphen nach Bild 4.7b. Mit dem Verfahren PPL wird die Wahrscheinlichkeit  $B_N$  bestimmt, daß über Normalweg nicht durchgeschaltet werden kann (vgl. Anhang A.3.1 und A.3.4.1).

Damit erhält man die Verbindungswahrscheinlichkeit über Normalweg bei Mehrgruppensystemen

$$P_N = w_N(1-B_N) \quad (4.22)$$

Eingruppensysteme

Ist die betrachtete Umkehrgruppierung ein Eingruppensystem, so wird eine Normalwegdurchschaltung dann versucht, wenn ein Kurzweg B bzw. ein Kurzweg C infolge innerer Blockierung nicht durchgeschaltet werden konnte. Deshalb gibt es auch zwei verschiedene

Verbindungsgraphen, je nachdem, ob sich die rufende und die gerufene Leitung an Koppelvielfachen desselben AB-Linkblocks befinden oder nicht.

Bild 4.8a zeigt den einseitigen Verbindungsgraphen, falls rufende und gerufene Leitung an demselben AB-Linkblock angeschlossen sind. Ein solcher Verbindungsgraph muß dann betrachtet werden, wenn zuvor ein vergeblicher Durchschalteversuch über Kurzweg B unternommen worden ist.

Rechts daneben, in Bild 4.8b, ist der einseitige Verbindungsgraph dargestellt, falls rufende und gerufene Leitung an unterschiedlichen AB-Linkblöcken angeschlossen sind. Hier wurde bereits ein erfolgloser Durchschalteversuch über Kurzweg C unternommen.

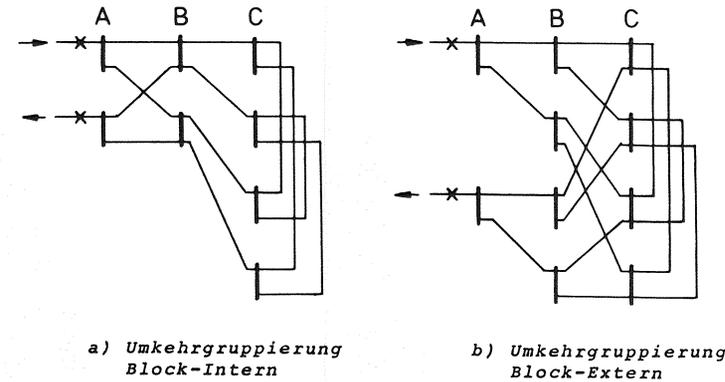


Bild 4.8: Verbindungsgraph für Normalweg bei Punkt-Punkt-Markierung - Eingruppensystem -

Vergleicht man beide Verbindungsgraphen (Bild 4.8a und 4.8b), so sieht man, daß die Zahl der absuchbaren Zwischenleitungen zwischen Stufe B und C in Bild 4.8a (4 Zwischenleitungen) nur halb so groß ist, wie in Bild 4.8b (8 Zwischenleitungen).

Daraus folgt, daß der Punktverlust  $B_N'$  für das Linksystm nach Bild 4.8a größer ist als der Verlust  $B_N'$  für das einseitige System nach Bild 4.8b.

Diese Tatsache wird bei der Verlustberechnung nach dem Verfahren PPL berücksichtigt. Die Formeln hierzu sind im Anhang (A.3.1 und A.3.4.2) angegeben.

Somit ergibt sich die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_N$  bei Eingruppensystemen zu

$$P_N = w_B^B B_B (1 - B_N^i) + w_C^B B_C (1 - B_N^i) \quad (4.23)$$

#### 4.3.6 Punkt-Punkt-Verlust $B_{PP}$

Der Punkt-Punkt-Verlust  $B_{PP}$  bei Mehrgruppensystemen berechnet sich zu

$$B_{PP} = w_B^B B_B + w_C^B B_C + w_N^B B_N \quad (4.24)$$

und bei Eingruppensystemen

$$B_{PP} = w_B^B B_B B_N^i + w_C^B B_C B_N^i \quad (4.25)$$

Bei der Berechnung der Zwischenleitungsbelastungen nach den Gleichungen (4.17), (4.19) und (4.20) wurde der erst in diesem Abschnitt berechnete Punktverlust durch einen geeigneten Schätzwert ersetzt. Mit dem hier erhaltenen Wert kann nun der bei der Berechnung der Zwischenleitungsbelastung angenommene Wert iterativ verbessert werden.

#### 4.4 Verlustwahrscheinlichkeit $B_{PB}$ bei Punkt-Bündel-Markierung

##### 4.4.1 Definition

Bei Umkehrgruppierungen, die von Kurzwegen Gebrauch machen, muß die in Kapitel 1.2 gegebene Definition der Punkt-Bündel-Markierung erweitert werden.

Ein angekommener Ruf belegt einen freien Eingang des Linksystems. Die Steuerung versucht eine Verbindung von diesem Eingang zu der gewünschten Richtung durchzuschalten. Dabei wird zunächst möglichst von einem Kurzweg A Gebrauch gemacht. Falls dieser Versuch scheitert, werden weitere Versuche in der Reihenfolge Kurzweg B, Kurzweg C und Normalweg unternommen.

Gelingt es nicht eine Verbindung zu einer Leitung des gewünschten Abnehmerbündels herzustellen, weil alle Leitungen des Zielbündels

belegt sind, oder wegen innerer Blockierung, so spricht man von einem Punkt-Bündel-Verlust (kurz Bündelverlust).

Wie im vorherigen Kapitel 4.3 werden die Verbindungswahrscheinlichkeiten  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$  und  $P_N$  definiert als die Wahrscheinlichkeiten, daß ein angekommener Ruf über Kurzweg A, B, C oder Normalweg durchgeschaltet wird.

Die Bestimmung dieser Verbindungswahrscheinlichkeiten wird in den folgenden Abschnitten erklärt werden.

##### 4.4.2 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_A$ über Kurzweg A

Bei Punkt-Bündel-Markierung versucht die Steuerung immer zunächst eine Verbindung über Kurzweg A durchzuschalten. Dies kann dann geschehen, wenn

- sich an jenem Koppelvielfach der A-Stufe, an dem die rufende Leitung angeschlossen ist, noch mindestens eine freie Leitung des gewünschten Zielbündels befindet, und zusätzlich
- noch mindestens einer der  $k_A$  Ausgänge dieses Koppelvielfachs der A-Stufe in Richtung zur B-Stufe frei ist.

Betrachtet man Umkehrgruppierungen, die keine Konzentration in der A-Stufe haben ( $i_A \leq k_A$ ), so ist die zweite Bedingung immer erfüllt. Damit erhält man für die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_A$

$$P_A = 1 - E(i_{Ar}, n_r) \quad (4.26)$$

Der Ausdruck  $E(i_{Ar}, n_r)$  ist die Wahrscheinlichkeit "mindestens bestimmte  $i_{Ar}$  aus  $n_r$  Leitungen belegt". Die Bestimmung erfolgt mit den Gleichungen (4.8), (4.9) und (4.10).

Damit erhält man die Zwischenleitungsbelastung  $Y_{AB}$  zwischen den Stufen A und B zu

$$Y_{AB} = Y - Y \cdot \frac{1 - E(i_{Ar}, n_r)}{1 - B_{PB}} \cdot \frac{1}{2} \quad (4.27)$$

Wie im Fall der Punkt-Punkt-Markierung, ist auch hier die resultierende Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PB}$  noch nicht bekannt. Deshalb wird ebenfalls zunächst ein geeigneter Anfangswert eingesetzt, der dann später iterativ verbessert wird.

4.4.3 Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_B$  über Kurzweg B

In Bild 4.9a ist der Verbindungsgraph für die Kurzweg B für den Fall der Punkt-Bündel-Markierung angegeben. Vergleicht man diesen Verbindungsgraphen mit jenem der Punkt-Punkt-Markierung in (Bild 4.5a), so erkennt man die größere Wegevielfalt bei der Punkt-Bündel-Markierung. Die Abbildung in einen zweiseitigen Verbindungsgraphen ist in Bild 4.9b dargestellt.

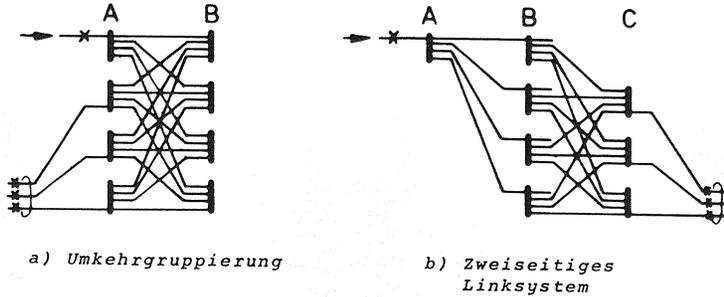


Bild 4.9: Verbindungsgraph für Kurzweg B bei Punkt-Bündel-Markierung

Mit dem Verfahren CLIGS (/2,3/) berechnet man die effektive Erreichbarkeit  $k_{effB}$  von der rufenden Leitung in der A-Stufe zu jenen Leitungen des gewünschten Bündels, die über den Kurzweg B absuchbar sind. Die Formeln für diese effektive Erreichbarkeit sind im Anhang (A.4.1) angegeben.

Daraus folgt die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_B$  zu

$$P_B = E(i_{Ar}, n_r) - E(i_{Ar} + k_{effB}, n_r) \quad (4.28)$$

Der erste Term dieser Gleichung berücksichtigt, daß bereits ein erfolgloser Versuch über Kurzweg A unternommen wurde. Der zweite Term steht für die Verlustwahrscheinlichkeit über Kurzweg A und Kurzweg B.

Über Kurzweg B werden also jene Rufe durchgeschaltet, die nicht über Kurzweg A durchgeschaltet wurden, minus jenen, die weder über Kurzweg A noch über Kurzweg B durchgeschaltet werden können.

Damit kann die Zwischenleitungsbelastung  $Y_{BC}$  zwischen Stufe B und C bestimmt werden (Gleichung (4.28), (4.26), (4.4) und (4.3) ein-

gesetzt in (4.2b)).

$$Y_{BC} = Y - Y \cdot \frac{1 - E(i_{Ar}, n_r)}{1 - B_{PB}} - Y \cdot \frac{E(i_{Ar}, n_r) - E(i_{Ar} + k_{effB}, n_r)}{1 - B_{PB}} \cdot \frac{1}{2} \quad (4.29)$$

Ebenso kann die Belastung auf den "Henkeln" des Systems berechnet werden (Gleichung (4.28), (4.27), (4.4) und (4.3) eingesetzt in (4.2c)).

$$Y_{CC} = Y - Y \cdot \frac{1 - E(i_{Ar}, n_r)}{1 - B_{PB}} - Y \cdot \frac{E(i_{Ar}, n_r) - E(i_{Ar} + k_{effB}, n_r)}{1 - B_{PB}} \quad (4.30)$$

4.4.4 Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_C$  über Kurzweg C

In Bild 4.10a ist der Verbindungsgraph für die Kurzweg C dargestellt. Die Abbildung führt auf einen fünfstufigen zweiseitigen

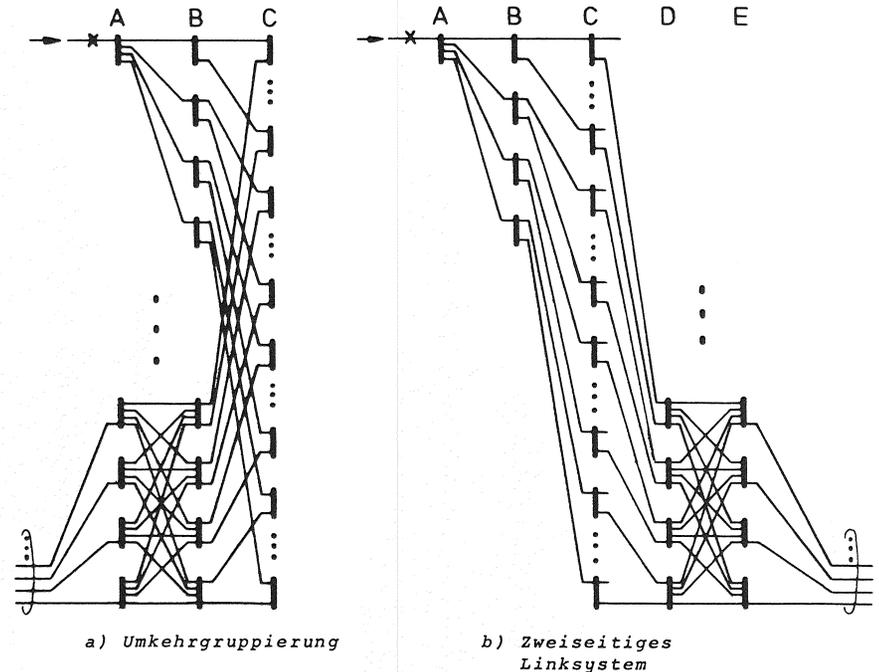


Bild 4.10: Verbindungsgraph für Kurzweg C bei Punkt-Bündel-Markierung

Verbindungsgraphen nach Bild 4.10b.

Mit dem Verfahren CLIGS wird die effektive Erreichbarkeit  $k_{effC}$  nach Bild 4.10b berechnet (vgl. Anhang A.4.2).

Damit ergibt sich die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_C$  zu

$$P_C = E(i_{Ar}^{+k_{effB}, n_r}) - E(i_{Ar}^{+k_{effB} + k_{effC}, n_r}) \quad (4.31)$$

#### 4.4.5 Verbindungswahrscheinlichkeit $P_N$ über Normalweg

Bei der Berechnung der Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_N$  über Normalweg muß zwischen Mehrgruppen- und Eingruppensystemen unterschieden werden.

##### Mehrgruppensysteme

Bild 4.11a zeigt den einseitigen Verbindungsgraphen für Normalweg in Mehrgruppensystemen. Die Abbildung liefert einen sechsstufigen zweiseitigen Graphen nach Bild 4.11b.

Mit dem Verfahren CLIGS wird die effektive Erreichbarkeit  $k_{effN}$  bestimmt (vgl. Anhang A.4.3).

Daraus folgt die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_N$  bei Mehrgruppensystemen

$$P_N = E(i_{Ar}^{+k_{effB} + k_{effC}, n_r}) - E(i_{Ar}^{+k_{effB} + k_{effC} + k_{effN}, n_r}) \quad (4.32)$$

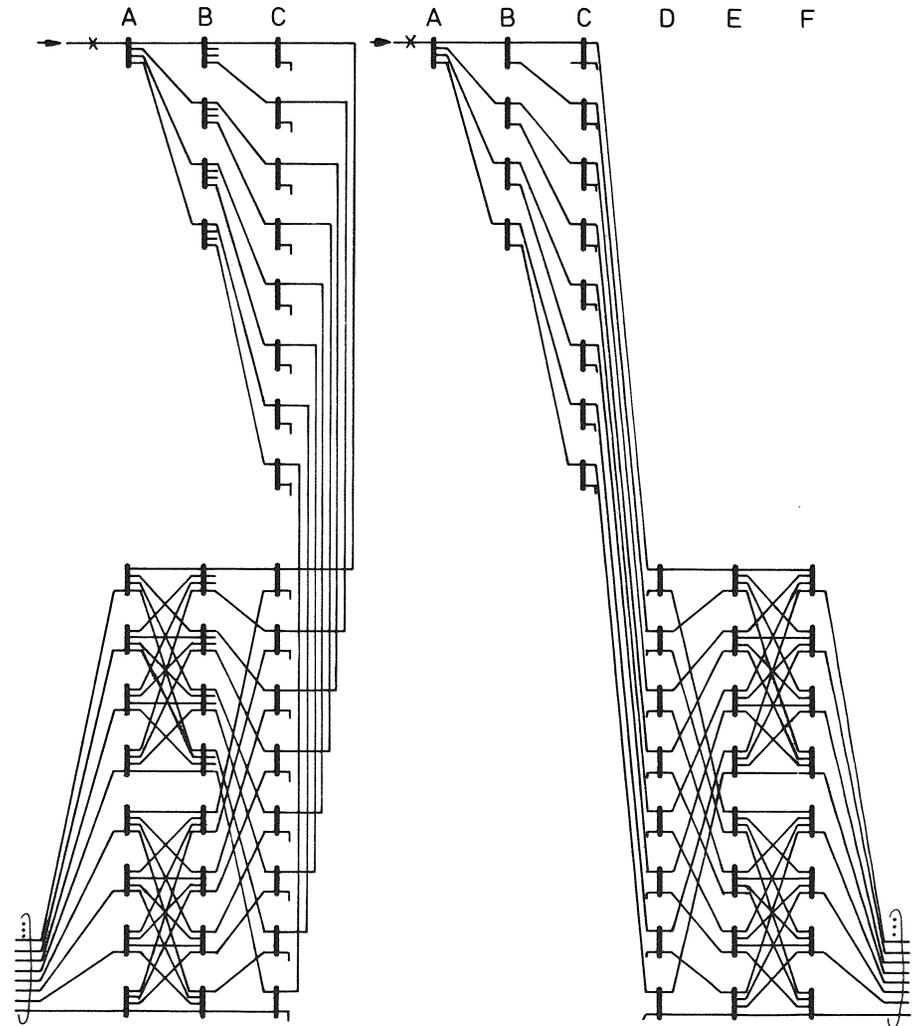
##### Eingruppensysteme

Ist die betrachtete Umkehrgruppierung ein Eingruppensystem, so werden bei einer Normalwegdurchschaltung nochmals alle jene Leitungen des gewünschten Bündels abgesucht (im selben AB-Linkblock, wie auch in derselben ABC-Koppelgruppe), die bereits über Kurzweg B und Kurzweg C, infolge innerer Blockierung, nicht erreicht werden konnten.

Bild 4.12a zeigt den Verbindungsgraphen für Normalwegdurchschaltung.

Man erhält bei der Abbildung einen sechsstufigen zweiseitigen Verbindungsgraphen nach Bild 4.12b.

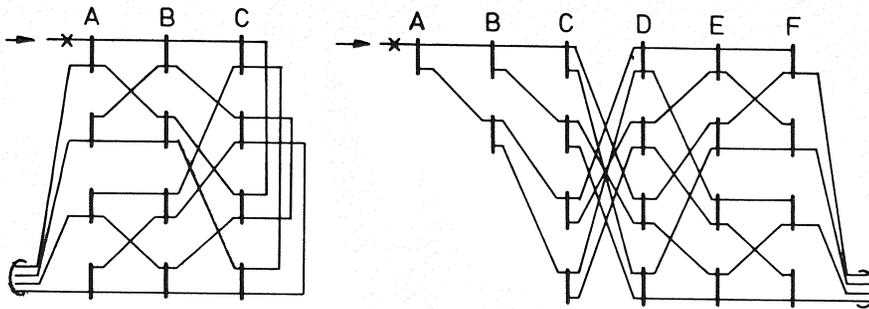
Mit dem Verfahren CLIGS berechnet man die effektive Erreichbar-



a) Umkehrgruppierung

b) Zweiseitiges Linksystem

Bild 4.11: Verbindungsgraph für Normalweg bei Punkt-Bündel-Markierung - Mehrgruppensystem -



a) Umkehrgruppierung      b) Zweiseitiges Linksystem

Bild 4.12: Verbindungsgraph für Normalweg bei Punkt-Bündel-Markierung - Eingruppensystem -

keit  $k_{effN}$  (vgl. Anhang A.4.3). Daraus folgt die Verbindungswahrscheinlichkeit  $P_N$  zu

$$P_N = (E(i_{Ar} + k_{effB} + k_{effC} \cdot n_r) - E(n_r, n_r)) (1 - E(k_{effN}, n_r) + E(n_r, n_r)) \quad (4.33)$$

#### 4.4.6 Punkt-Bündel-Verlust $B_{PB}$

Der Punkt-Bündel-Verlust  $B_{PB}$  berechnet sich bei Mehrgruppensystemen zu (vgl. Gleichung (4.4))

$$B_{PB} = E(i_{Ar} + k_{effB} + k_{effC} + k_{effN} \cdot n_r) \quad (4.34)$$

und im Fall der Eingruppensystemen

$$B_{PB} = E(n_r, n_r) + (E(i_{Ar} + k_{effB} + k_{effC} \cdot n_r) - E(n_r, n_r)) \cdot (E(k_{effN}, n_r) - E(n_r, n_r)) \quad (4.35)$$

## 4.5 Erweiterung des Verfahrens

### 4.5.1 Systeme mit Konzentration

Bisher wurden in diesem Kapitel nur Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen betrachtet, die in keiner Stufe eine Verkehrskonzentration durchführen. Das heißt, die Zahl der Ausgänge eines Koppelvielfachs jeder Stufe war mindestens gleich groß wie die Zahl der Eingänge dieses Koppelvielfachs.

Durch diese Annahme konnte bei der Berechnung der Verbindungswahrscheinlichkeiten davon ausgegangen werden, daß die Blindbelegung bei einer Kurzwegedurchschaltung immer möglich ist (vgl. Kapitel 4.3.2 und 4.4.2).

Im vorliegenden Abschnitt sollen auch jene Fälle betrachtet werden, in denen in einer oder mehreren Stufen Konzentration auftritt.

In einer dreistufigen Umkehrgruppierung können (bei Konzentration in jeder Stufe) drei Arten von Verlust infolge Zwischenblockierung entstehen.

$B_{ZWA}$  - Verlust infolge Zwischenblockierung in der A-Stufe (Eingangsblockierung).

Wahrscheinlichkeit, daß ein ankommender Ruf alle  $k_A$  Ausgänge des Koppelvielfachs der A-Stufe, an dem er angeschlossen ist (Startkoppelvielfach), belegt vorfindet. In diesem Fall kann keine Verbindung durchgeschaltet werden.

$B_{ZWB}$  - Verlust infolge Zwischenblockierung in der B-Stufe.

Wahrscheinlichkeit, daß ein ankommender Ruf alle erreichbaren Ausgänge von Koppelvielfachen der B-Stufe belegt vorfindet.

In diesem Fall tritt ein Verlust auf, falls nicht bereits ein Kurzweg A durchgeschaltet werden konnte.

$B_{ZWC}$  - Verlust infolge Zwischenblockierung in der C-Stufe.

Wahrscheinlichkeit, daß ein ankommender Ruf alle erreichbaren Ausgänge von Koppelvielfachen der C-Stufe belegt vorfindet.

In diesem Fall tritt ein Verlust auf, falls nicht bereits ein Kurzweg A oder Kurzweg B belegt werden konnte.

Die Berechnung dieser Verlustwahrscheinlichkeiten erfolgt über die effektiven Erreichbarkeiten nach dem Verfahren CLIGS (/2/, /3/). Die Formeln hierfür sind im Anhang (A.5) angegeben.

Die Verbindungswahrscheinlichkeiten bei Systemen mit Zwischenblockierung erhält man zu

$$P_A^* = (1 - B_{ZWA}) \cdot P_A \quad (4.36a)$$

$$P_B^* = (1 - B_{ZWA})(1 - B_{ZWB}) \cdot P_B \quad (4.36b)$$

$$P_C^* = (1 - B_{ZWA})(1 - B_{ZWB})(1 - B_{ZWC}) \cdot P_C \quad (4.36c)$$

$$P_N^* = (1 - B_{ZWA})(1 - B_{ZWB})(1 - B_{ZWC}) \cdot P_N \quad (4.36d)$$

Dabei werden die Verbindungswahrscheinlichkeiten  $P_A$ ,  $P_B$ ,  $P_C$  und  $P_N$  bei Punkt-Punkt-Markierung berechnet nach Gleichungen (4.16, 4.18, 4.21, 4.22 und 4.23). Bei Punkt-Bündel-Markierung gelten die Gleichungen (4.26, 4.28, 4.31, 4.32 und 4.33).

#### 4.5.2 Systeme mit unterschiedlichen Bündelgrößen, unterschiedlichen Bündelbelastungen und unterschiedlichen Markierverfahren

Bisher wurde bei der Berechnung der Verbindungswahrscheinlichkeiten, zur besseren Verständlichkeit, immer von dem Fall ausgegangen, daß an der Umkehrgruppierung lauter gleich große Bündel angeschlossen sind. Der Verkehr zwischen den einzelnen Bündeln wurde als gleich groß angenommen. Alle Bündel wurden entweder mit Punkt-Punkt-Markierung (Strategie a) oder b)) oder mit Punkt-Bündel-Markierung betrieben (vgl. Kapitel 4.3 und 4.4).

Dadurch war es möglich, bei der Berechnung der Zwischenleitungsbelastungen der Umkehrgruppierung nur ein Bündel zu betrachten. In diesem Abschnitt soll nun das Verfahren auf den realistischen Fall erweitert werden, daß Bündel unterschiedlicher Stärke und unterschiedlicher Belastung an die Umkehrgruppierung angeschlossen sind. Desweiteren soll für jedes Bündel vorgebar sein, ob es mit Punkt-Bündel-Markierung betrieben werden soll, oder mit Punkt-Punkt Markierung (Strategie a) oder b)).

Für die Berechnung der interessierenden Größen (z.B. Zwischenleitungsbelastung) genügt es nun nicht mehr, eine Gesamtbelastung  $Y$  auf den Anschlüssen (Ein-/Ausgängen) des Systems anzugeben, sondern es muß die Aufteilung des Verkehrsflusses zwischen den

einzelnen Bündeln vorgeschrieben werden.

Es ist

$Y_{j,r}$  die vorgeschriebene Belastung des Systems durch Verbindungen von einem Bündel  $j$  zu einem Bündel  $r$ .

Faßt man alle jene Verbindungen zusammen, die das Linksystem im Bündel  $r$  verlassen (Gehende Verbindungen), so ergibt sich die Belastung  $Y_{Gr}$  zu

$$Y_{Gr} = \sum_{j=1}^R Y_{j,r} \quad r=1, \dots, R \quad (4.37)$$

Dabei bedeutet  $R$  die Zahl der angeschlossenen Bündel.

Es werden nun für jedes Bündel  $r$  die Verbindungswahrscheinlichkeiten  $P_{A,r}^*$ ,  $P_{B,r}^*$ ,  $P_{C,r}^*$  und  $P_{N,r}^*$  bestimmt. Dies sind die Wahrscheinlichkeiten, daß ein dem Bündel  $r$  angebotener Ruf über Kurzweg A, B, C bzw. Normalweg durchgeschaltet wird.

Diese Verbindungswahrscheinlichkeiten sind unabhängig davon, auf welchem Bündel  $j$  der Ruf angekommen ist. Diese Unabhängigkeit gilt nur für den Fall, daß die Leitungen jedes Bündels gleichmäßig auf die Koppelvielfache der A-Stufe verteilt sind.

Wird das Bündel  $r$  mit Punkt-Punkt-Markierung betrieben, so können diese Verbindungswahrscheinlichkeiten nach den Gleichungen (4.16), (4.18), (4.21), (4.22), (4.23) und (4.36) bestimmt werden.

Bei Punkt-Bündel-Markierung des Bündels  $r$  gelten die Gleichungen (4.26), (4.28), (4.31), (4.32), (4.34) und (4.36).

Die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_r$  für eine Verbindung zu einem bestimmten Bündel  $r$  erhält man zu

$$B_r = 1 - (P_{A,r}^* + P_{B,r}^* + P_{C,r}^* + P_{N,r}^*) \quad r=1, \dots, R \quad (4.38)$$

Damit können die Belastungen auf den Zwischenleitungen der Umkehrgruppierung bestimmt werden (vgl. Gleichungen (4.4), (4.17), (4.20), (4.27), (4.29) und (4.30)).

$$Y_{AB} = Y - \sum_{r=1}^R 2 \cdot Y_{Gr} \cdot \frac{P_{A,r}^*}{1 - B_r} \cdot \frac{1}{2} \quad (4.39a)$$

$$Y_{BC} = Y - \sum_{r=1}^R 2 \cdot Y_{Gr} \cdot \frac{P_{A,r}^*}{1-B_r} - \sum_{r=1}^R 2 \cdot Y_{Gr} \cdot \frac{P_{B,r}^*}{1-B_r} \cdot \frac{1}{2} \quad (4.39b)$$

$$Y_{CC} = Y - \sum_{r=1}^R 2 \cdot Y_{Gr} \cdot \frac{P_{A,r}^*}{1-B_r} - \sum_{r=1}^R 2 \cdot Y_{Gr} \cdot \frac{P_{B,r}^*}{1-B_r} \quad (4.39c)$$

Durch den Faktor 2 in diesen Gleichungen wird berücksichtigt, daß jede Belegung, die zur Belastung  $Y_{Gr}$  beiträgt, jeweils 2 Anschlüsse (kommend und gehend) der Umkehrgruppierung belegt. Die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_r$ , die in diesen Gleichungen im Nenner auftritt, ist zu Beginn der Rechnung nicht bekannt. Deshalb wird bei der numerischen Auswertung zunächst ein geeigneter Anfangswert angenommen werden, der dann später iterativ verbessert wird (vgl. Kapitel 4.3.2 und 4.4.2).

#### 4.5.3 Systeme mit Internverbindungen

In Bild 4.13 ist als Beispiel eine Internverbindung zwischen zwei Teilnehmern X und Y dargestellt. Dabei muß zunächst vom rufenden Teilnehmer X ein Weg zu einem freien Internsatz (I) gefunden werden. Im Beispiel nach Bild 4.13 ist ein Kurzweg B durchgeschaltet. Im zweiten Schritt versucht die Steuerung eine Verbindung vom belegten Internsatz zum gerufenen Teilnehmer Y durchzuschalten (im Beispiel ein Kurzweg C).

Für die folgende Verlustberechnung soll angenommen werden, daß die Wegesuche, wie beschrieben, in zwei Schritten erfolgt, wobei lediglich innerhalb eines Schrittes konjugiert durchgeschaltet wird.

Die erste Verbindung vom rufenden Teilnehmer X zum Internsatz wird entweder mit Punkt-Bündel-Markierung, oder mit Punkt-Punkt-Markierung (Strategie b)) hergestellt, d.h. es werden bevorzugt Kurzwege belegt.

Damit liegen für die zweite Verbindung (Internsatz - Teilnehmer Y) die zu verbindenden Anschlüsse bereits fest. Da der Teilnehmer Y irgendwo am System angeschlossen ist, entspricht dieser zweite Schritt einer Punkt-Punkt-Markierung mit Strategie a).

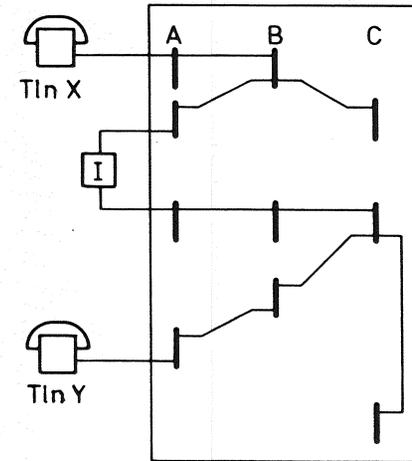


Bild 4.13: Durchschaltebeispiel für Internverbindung Teilnehmer X - Internsatz I - Teilnehmer Y

Die Berechnung der Belastungen auf den Zwischenleitungen der Umkehrgruppierung kann auch im Falle der Internverbindungen direkt mit den in Gleichung (4.39) angegebenen Formeln erfolgen. Die interessierende Verlustwahrscheinlichkeit für Internverbindungen  $B_{Tln,Tln}$  setzt sich zusammen aus der Verlustwahrscheinlichkeit für die Durchschaltung vom Teilnehmer X zum Internsatz I  $B_{Tln,I}$  und dem Verlust vom Internsatz I zum Y-Teilnehmer  $B_{I,Tln}$ . Die Annahme der statistischen Unabhängigkeit dieser beiden Verlustwahrscheinlichkeiten ergibt den Gesamtverlust

$$B_{Tln,Tln} = B_{Tln,I} + (1-B_{Tln,I}) \cdot B_{I,Tln} \quad (4.40)$$

Dabei werden die einzelnen Verluste folgendermaßen berechnet

$$B_{Tln,I} = 1 - (P_{A,I}^* + P_{B,I}^* + P_{C,I}^* + P_{N,I}^*) \quad (4.41)$$

$$B_{I,Tln} = 1 - (P_{A,Tln}^* + P_{B,Tln}^* + P_{C,Tln}^* + P_{N,Tln}^*) \quad (4.42)$$

## 5. ERGEBNISSE

### 5.1 Allgemeines

In den vorangehenden Kapiteln wurden einseitige Linkssysteme auf verlustäquivalente zweiseitige Linkssysteme abgebildet. Dadurch konnten zuverlässige Verfahren zur näherungsweise Verlustberechnung in zweiseitigen Linkssystemen angewendet werden.

Wie im ersten Kapitel bereits erklärt, muß eine derartige Vorgehensweise zur Gütebestimmung eines Linksystems durch Simulationsläufe auf einer Datenverarbeitungsanlage abgesichert werden. Hierzu wurden verschiedene Simulationsprogramme geschrieben, und zwar für einseitige Linkssysteme (Umkehrgruppierungen, Faltgruppierungen), sowie für Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen. Andererseits konnte auf ein vorhandenes Simulationsprogramm für zweiseitige Linkssysteme zurückgegriffen werden. Dadurch kann die Zuverlässigkeit der Abbildungsgleichungen (vgl. Kapitel 2) von einseitigen auf zweiseitige Linkssysteme direkt durch Simulationsläufe bestätigt werden.

### 5.2 Simulationsprogramme

Sämtliche Simulationsprogramme sind in der höheren Programmiersprache ALGOL 60 geschrieben. Sie arbeiten alle mit der Ruf- und Löschanzahlenmethode (in der Literatur oft auch mit Monte-Carlo-Methode bezeichnet) (/14/, /16/).

Als Eingabeparameter müssen die Programme mit den Strukturdaten des zu untersuchenden Systems versorgt werden. Dies sind z.B. die Koppelvielfachgröße in den einzelnen Stufen, die Zahl der Koppelvielfache, die Größe der angeschlossenen Bündel und ihre Beschaltungsart.

Diese Größen können im Prinzip beliebig gewählt werden. Die einzige Einschränkung liegt in der Größe des für die Simulation zur Verfügung gestellten Speicherplatzes.

Innerhalb des Linksystems wird bei der Wegesuche die mögliche Absuchstrategie der Ausgänge pro Koppelvielfach vorgegeben, nämlich GN (geordnetes Absuchen von Nullstellung), oder GZ (geordnetes Absuchen von einem zufälligen Start aus).

Des Weiteren kann die Anzahl der maximal zugelassenen Markierversuche für einen Verbindungswunsch zu einem bestimmten Bündel vorgeschrieben werden.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden bezüglich der Zahl der zugelassenen Markierversuche die zwei Fälle "ein Markierversuch" (Punkt-Punkt-Markierung) und "maximal n Markierversuche" (Punkt-Bündel-Markierung bei Bündelgröße n) untersucht.

Als Verkehrsparameter wird für jedes angeschlossene Bündel ein Verkehrsangebot A vorgeschrieben. Für jeden eintreffenden Ruf (Verbindungswunsch) wird, mit Hilfe einer vorgebbaren Aufteilungswahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Zielbündel ausgewählt.

Eine weitere Eingabegröße für einen Simulationslauf ist die Anzahl der Anruferereignisse, die zu simulieren sind. Je größer diese Zahl gewählt wird, desto länger dauert die Simulation, aber desto zuverlässiger sind die erhaltenen Ergebnisse.

Mit der realisierten Anzahl von Anrufen je Simulationslauf, sowie der registrierten Anzahl von Verlustereignissen (Verlustrufen), erhält man die Anzahl der erfolgreichen Ereignisse, die zu Belegungen im System geführt haben.

Das Verkehrsangebot A in ein Bündel ergibt sich aus der Anzahl der realisierten Anrufe zu diesem Bündel, geteilt durch die Anzahl der Endeereignisse (Belegungsende) für die Leitungen des betrachteten Bündels.

Den Verlust B bezüglich eines Bündels erhält man als Quotient aus der Anzahl der Verlustrufe, geteilt durch die Anzahl der angebotenen Rufe an dieses Bündel.

Aus dem realisierten Angebot A und dem gemessenen Verlust B ergibt sich die Belastung Y zu  $Y=A(1-B)$ .

Bei jedem Simulationslauf erhält man als Ergebnisgrößen die interessierende Verlustwahrscheinlichkeit mit Vertrauensintervall für eine 95%ige Aussagesicherheit (/17/).

Folgende vier Typen von Simulationsprogrammen wurden erstellt.

- Umkehrgruppierung mit 2 oder 3 Stufen
- Faltgruppierung mit 2 bis 6 Stufen
- Umkehrgruppierung mit 2 oder 3 Stufen und Kurzwegen
- Umkehrgruppierung mit 3 Stufen, Kurzwegen und Internverbindungen

### 5.3 Einseitige Linksysteme

In den folgenden Bildern soll die Zuverlässigkeit der in Kapitel 2 beschriebenen Abbildungsgleichungen von einseitigen Linksystemen auf zweiseitige Äquivalente gezeigt werden.

In Bild 5.1 bis 5.3 ist jeweils die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PP}$  (Punkt-Punkt-Markierung), bzw.  $B_{PB}$  (Punkt-Bündel-Markierung), über der Belastung pro Anschlußleitung  $Y/N$  aufgetragen.

Die untersuchten Systeme (einseitige und zweiseitige) sind jeweils in Kurzschreibweise angegeben. Diese Kurzschreibweise gibt die Größe der Koppelvielfache, deren Anzahl pro Linkblock, bzw. deren Gesamtzahl pro Stufe an (vgl. auch Bilder 2.2 und 2.4).

Im ersten Bild 5.1 sind Simulations- und Rechenergebnisse für den Punkt-Punkt-Verlust  $B_{PP}$  angegeben.

Untersucht wurden zwei verschiedene Strukturtypen. Struktur A ist eine dreistufige Faltgruppierung mit  $N=100$  Anschlüssen. Diese Anschlüsse sind in 10 Bündel mit jeweils 10 Leitungen aufgeteilt. Die Verdrahtung ist aufgefächert (vgl. Bild 3.2). Jedem Bündel wurde abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art angeboten. Die Aufteilung des Verkehrs auf die einzelnen Bündel ist symmetrisch.

Unterhalb dieser Faltgruppierung ist eine zweistufige Umkehrgruppierung in Kurzschreibweise angegeben. Dieses System wurde mit Hilfe der Abbildungsgleichungen (vgl. Kapitel 2.4.1) aus der Faltgruppierung abgeleitet.

Die "Henkel" dieser Umkehrgruppierung sind derart verdrahtet, daß jeweils zwei aufeinanderfolgende Koppelvielfache paarweise über 10 "Henkel" verbunden sind. Beide einseitigen Linksysteme weisen ein völlig identisches Verlustverhalten auf.

Im Diagramm sind die Simulationsergebnisse dieser einseitigen Gruppierungen angegeben. Die Kreise ergeben sich bei geordnetem Absuchen der Zwischenleitungen von Nullstellung (GN). Die etwas höhere Verlustwahrscheinlichkeit erhält man bei geordnetem Absuchen von einem zufälligem Startpunkt aus (GZ) (vgl. lit/6/). Diese Simulationsergebnisse sind als Quadrate dargestellt.

Mit Hilfe der in Kapitel 2.2 und 2.3 angegebenen Abbildungsgleichungen erhält man aus diesen einseitigen Gruppierungen das ebenfalls in Kurzschreibweise angegebene dreistufige zweiseitige Linksystem. Diese Struktur hat auf jeder Seite  $N=100$  Anschlüsse. Im Diagramm ist als Rechenergebnis (ausgezogene Linie) der Punkt-

Punkt-Verlust dieses abgebildeten Systems eingetragen. Diese Verlustwahrscheinlichkeit wurde mit dem Verfahren PPL berechnet, wie in Kapitel 3 beschrieben. Man kann aus dem Diagramm erkennen, daß das Ergebnis der Näherungsrechnung (des zweiseitigen Systems) zwischen den Simulationswerten GN und GZ (der einseitigen Gruppierungen) liegt.

Entsprechende Ergebnisse sind für eine weitere Struktur einander gegenübergestellt. Struktur B unterscheidet sich von der zuerst betrachteten Struktur A in der größeren Zahl der Zwischenleitungen innerhalb des Systems. Dadurch kann für einen Verbindungswunsch eine größere Zahl von Zwischenleitungen abgesucht werden, was eine größere Erfolgswahrscheinlichkeit zur Folge hat. Bei gleicher Zahl von Anschlußleitungen (in beiden Fällen  $N=100$ ), tritt deshalb für eine bestimmte Belastung  $Y/N$  eine kleinere Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PP}$  auf.

Der Vergleich von Simulationsergebnissen der einseitigen Gruppierungen (GN und GZ) mit den Ergebnissen der Näherungsrechnung des abgebildeten zweiseitigen Linksystems unterstreicht die Zuverlässigkeit der Abbildungsgleichungen.

Im darauffolgenden Bild 5.2 ist wiederum die Verlustwahrscheinlichkeit bei Punkt-Punkt-Markierung  $B_{PP}$  aufgetragen über der Belastung pro Anschlußleitung  $Y/N$ .

Als Struktur A wurde eine vierstufige Faltgruppierung mit 250 Anschlüssen gewählt. Diese Anschlüsse sind in 5 Bündel mit jeweils 50 Leitungen zusammengefaßt. Dabei wurde jedem Bündel abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art angeboten.

Die aus der Abbildung gewonnene zweistufige Umkehrgruppierung ist ebenfalls in Kurzschreibweise angegeben. Die Verdrahtung der "Henkel" hinter der letzten Stufe (B-Stufe) erfolgt entsprechend wie in Bild 2.6 angegeben.

Die Simulationsergebnisse für diese beiden Strukturen sind im Diagramm als Rauten angegeben (GN).

In Kapitel 2.5 wurde die verlusterhöhende Wirkung von Block-Intern Verbindungen solcher einseitiger Gruppierungen beschrieben. Durch eine doppelte Zwischenleitung zwischen gleichen Linkblöcken konnte diese Wirkung fast vollständig kompensiert werden.

In Struktur B sind diese doppelten Zwischenleitungen in der Faltgruppierung, wie auch in der äquivalenten Umkehrgruppierung, vorhanden. Bei sonst gleicher Beschaltung der Bündel, bzw. gleicher

Betriebsweise erhält man bei der Simulation kleinere Verlustwerte. Diese Ergebnisse sind im Diagramm als Quadrate dargestellt. Schließlich sind im Diagramm noch die Simulationsergebnisse des abgebildeten zweiseitigen Äquivalents als Kreise eingetragen. Die Struktur dieses zweiseitigen Linksystems ist in Bild 5.2 ebenfalls in Kurzschreibweise angegeben.

Die Ergebnisse aus dem Rechenverfahren PPL des zweiseitigen Linksystems sind als ausgezogene Linie eingetragen.

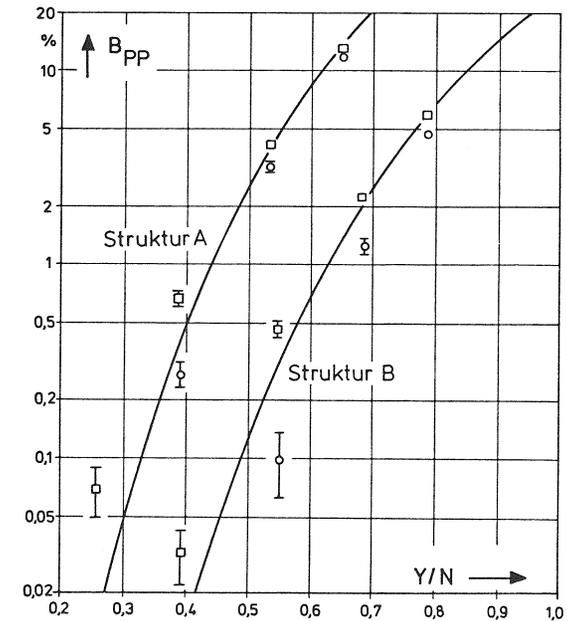
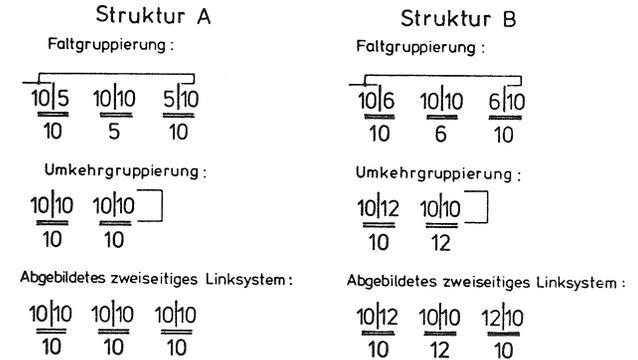
Das Diagramm zeigt die gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse der einseitigen Linksysteme nach Struktur B mit den Rechen- bzw. Simulationsergebnissen des abgebildeten zweiseitigen Linksystems. Die Simulationsergebnisse der Struktur A liegen vor allem bei niederen Belastungen Y/N über den Rechen- und Simulationsergebnissen der Struktur B.

Im letzten Diagramm dieses Abschnittes (Bild 5.3) ist die Verlustwahrscheinlichkeit im Falle der Punkt-Bündel-Markierung  $B_{PB}$  über der Belastung pro Anschluß Y/N aufgetragen.

Wiederum werden einseitige Linksysteme ohne doppelte Zwischenleitung (Struktur A) und mit doppelter Zwischenleitung (Struktur B) gegenübergestellt. Die betrachteten Systeme sind in Kurzschreibweise in Bild 5.3 angegeben. Die Anschlüsse sind in 5 Bündel mit jeweils 25 Leitungen unterteilt. Jedem Bündel wird abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art angeboten.

Im Diagramm sind drei verschiedene Simulationssymbole verwendet, je nach untersuchtem System. Die Ergebnisse der Verlustberechnung des zweiseitigen abgebildeten Linksystems mit dem Verfahren CLIGS (vgl. Kapitel 3) sind als ausgezogene Kurve dargestellt. Zum Vergleich ist noch die Verlustwahrscheinlichkeit eines vollkommen erreichbaren Bündels mit 25 Leitungen als gestrichelte Linie angegeben.

An diesem Bild kann man erkennen, daß der verlusterhöhende Einfluß der fehlenden doppelten Zwischenleitungen in Struktur A, in diesem Falle der Punkt-Bündel-Markierung, praktisch vernachlässigbar ist. Die in diesem Abschnitt gezeigten Vergleiche von Rechen- und Simulationsergebnissen stellen nur einen Auszug aller untersuchter Strukturen dar. Insgesamt wurde die Zuverlässigkeit der Abbildungsgleichungen an etwa 50 unterschiedlichen Linksystemstrukturen, mit Punkt-Punkt-Markierung und Punkt-Bündel-Markierung, bestätigt.



**Bild 5.1: Punkt-Punkt-Verlust in einseitigen Linksystemen**  
 Beschaltung: 10 Bündel à 10 Leitungen (aufgefächert)  
 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
 Simulationsergebnisse des einseitigen Linksystems:  $\square$  GN  $\circ$  GZ  
 Rechenergebnisse des abgebildeten zweiseitigen Linksystems:  $\text{---}$

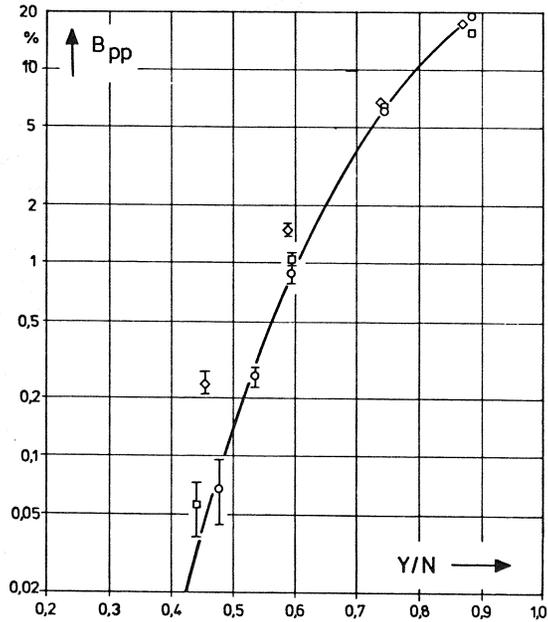
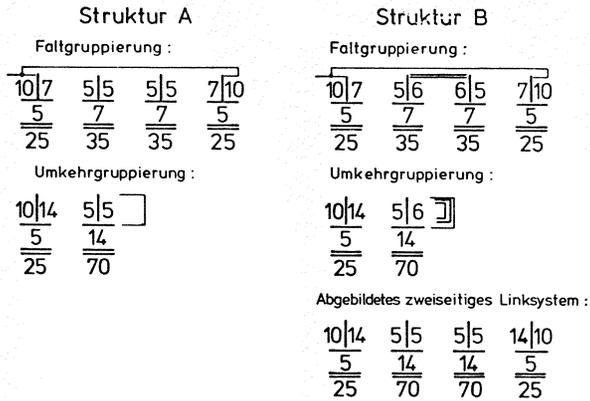


Bild 5.2: Punkt-Punkt-Verlust in einseitigen Linksystemen

Beschaltung: 5 Bündel à 50 Leitungen (aufgefächert)  
 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel

Simulationsergebnisse (alle Strukturen GN):  
 Struktur A (ohne doppelte Zwischenleitung)  
 Struktur B (mit doppelter Zwischenleitung)  
 Abgebildetes zweiseitiges Linksysteem

Rechenergebnisse des abgebildeten  
 zweiseitigen Linksystems:

KOHLE

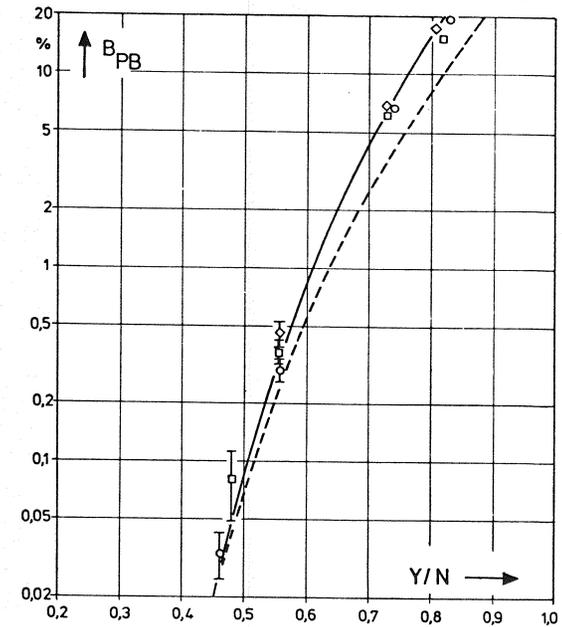
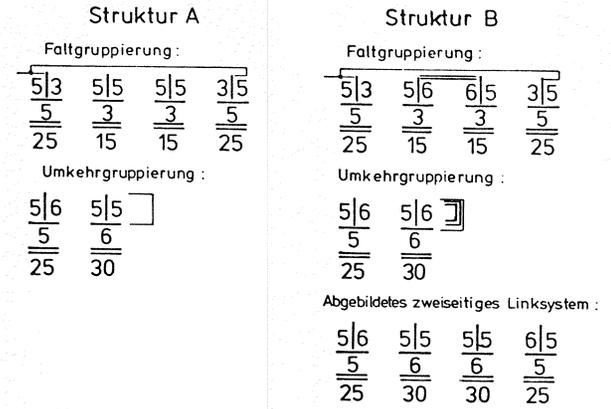


Bild 5.3: Punkt-Bündel-Verlust in einseitigen Linksystemen

Beschaltung: 5 Bündel à 25 Leitungen (aufgefächert)  
 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel

Simulationsergebnisse (alle Strukturen GN):  
 Struktur A (ohne doppelte Zwischenleitung)  
 Struktur B (mit doppelter Zwischenleitung)  
 Abgebildetes zweiseitiges Linksysteem

Rechenergebnisse des abgebildeten  
 zweiseitigen Linksystems:  
 Verlust des vollkommen erreich-  
 baren Bündels (n=25):

KOHLE

#### 5.4 Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen

In diesem Abschnitt sollen Ergebnisse des in Kapitel 4 beschriebenen Verfahrens zur Verlustberechnung in Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen zahlreichen Simulationsergebnissen gegenübergestellt werden.

In den folgenden 6 Diagrammen (Bild 5.4 bis 5.9) wird jeweils dieselbe Umkehrgruppierung mit Kurzwegen betrachtet. Es handelt sich um ein Mehrgruppensystem, dessen Strukturparameter auf jedem Bild angegeben sind.

Das System hat auf der linken Seite  $N=750$  Anschlüsse. Die Koppelvielfache der A-Stufe haben eine Expansion (5 Eingänge und 6 Ausgänge pro Koppelvielfach). Die Koppelvielfache der restlichen Stufen haben einheitliche Größe (5 auf 5). Insgesamt hat dieses Mehrgruppensystem 6 ABC-Koppelgruppen, jede mit jeweils 5 AB-Linkblöcken.

Im ersten Bild 5.4 werden zwei verschiedene Bündelaufteilungen der Anschlußleitungen untersucht. Im einen Fall sind die 750 Anschlußleitungen in 30 Bündel mit jeweils 25 Leitungen unterteilt (viele kleine Bündel). Im zweiten Fall sind 5 Bündel mit 150 Leitungen angeschlossen (wenige große Bündel).

Jedem Bündel wird Zufallsverkehr 1. Art angeboten. Alle Bündel werden mit Punkt-Bündel-Markierung betrieben. Aufgetragen ist der Punkt-Bündel-Verlust  $B_{pp}$  über der Belastung pro Anschlußleitung  $Y/N$ . Die Simulationsergebnisse sind als Kreise, die Rechenergebnisse als ausgezogene Kurven angegeben.

Zum Vergleich ist noch gestrichelt die Verlustwahrscheinlichkeit des vollkommen erreichbaren Bündels eingetragen.

Die Differenz zwischen ausgezogener und gestrichelter Kurve entspricht jeweils der Verlustwahrscheinlichkeit infolge innerer Blockierung. Diese innere Blockierung ist umso größer, je kleiner das angeschlossene Bündel ist. Der Grund hierfür liegt vor allem in der Tatsache, daß bei einem kleinen Bündel von den verlustmindernden Kurzwegen nicht so oft Gebrauch gemacht werden kann. Die gute Übereinstimmung von Rechnung und Simulation unterstreicht die Güte des in Kapitel 4 vorgestellten Verfahrens.

In den folgenden zwei Bildern 5.5 und 5.6 sind die Belastungen der Zwischenleitungen aufgetragen über der Belastung auf den Anschlüssen.

Bei einer Umkehrgruppierung, die von Kurzwegen Gebrauch macht, nimmt die Belastung von Stufe zu Stufe immer mehr ab, je mehr Kurzwege geschaltet werden können (vgl. Kapitel 4.2). Zunächst wird in Bild 5.5 der Fall betrachtet, daß 30 Bündel mit jeweils 25 Leitungen an die Umkehrgruppierung angeschlossen sind. Die oberste Linie in diesem Diagramm, zusammen mit den Ergebnissen aus der Simulation, gibt die Leitungsbelastung zwischen der A- und B-Stufe an. Die mittlere Kurve gibt die Belastung zwischen der B- und C-Stufe, und die untere Kurve wurde für die Belastung auf den "Henkeln" berechnet.

Würde kein Kurzweg geschaltet werden, so müßten alle Kurven aufeinander liegen. In anderen Worten, je mehr Kurzwege geschaltet werden, desto weiter liegen diese Belastungskurven auseinander. Dies kann man im nächsten Bild 5.6 erkennen. Hier wurde für die Rechen- und Simulationsuntersuchungen lediglich die Bündelanschaltung geändert, und zwar in 5 Bündel mit jeweils 150 Leitungen. Die bevorzugte Belegung von Kurzwegen führt zu einer deutlichen Reduzierung der Zwischenleitungsbelastung hinter der B- bzw. C-Stufe.

Die zweite in Kapitel 4 betrachtete Betriebsweise ist die Punkt-Punkt-Markierung. In Bild 5.7 ist der Punkt-Punkt-Verlust  $B_{pp}$  aufgetragen über der Belastung der Anschlußleitungen  $Y/N$ . Dabei werden wiederum zwei verschiedene Beschaltungsarten, nämlich 30 Bündel mit 25 Leitungen, bzw. 5 Bündel mit 150 Leitungen, untersucht. Jedem Bündel wird abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art angeboten. Die oberste Kurve, zusammen mit den Simulationsergebnissen (GN und GZ), gibt den Punkt-Punkt-Verlust bei Strategie a) an (vgl. Kapitel 4.3.1). Diese Verlustwahrscheinlichkeit ist lediglich abhängig von der Struktur der Umkehrgruppierung und der Systembelastung, nicht aber von der Größe und Belastung der angeschlossenen Bündel. Voraussetzung dafür ist eine symmetrische Bündelanschaltung. Die unteren zwei Kurven geben die Verlustwahrscheinlichkeiten an, falls die Struktur mit Strategie b) betrieben wird. Aufgrund der unterschiedlichen Bündelgrößen ergeben sich hier unterschiedliche Verlustwahrscheinlichkeiten. Man erhält hier, wie bei der Punkt-Bündel-Markierung, umso kleinere Verluste, je größer das angeschlossene Bündel ist.

Die mit der Näherungsrechnung gewonnenen Ergebnisse (ausgezogene Kurven) liegen zwischen den Simulationsergebnissen GN und GZ.

Simulationsergebnisse mit GZ sind nur dort eingetragen, wo sie sich deutlich von denen mit GN unterscheiden, nämlich bei niederen Belastungen.

In den Bildern 5.8 und 5.9 sind die Zwischenleitungsbelastungen bei Punkt-Punkt-Markierung (Strategie a) und Strategie b)) über der Belastung pro Anschluß Y/N aufgetragen.

Im ersten Bild 5.8 liegen die Belastungskurven, wie auch die zugehörigen Simulationsergebnisse, dicht aufeinander. Bei der hier angewendeten Strategie a) können also fast keine Kurzwege belegt werden. Anders ist dies in Bild 5.9, in dem die Strategie b) bei einer Beschaltung von 5 Bündel mit jeweils 150 Leitungen betrachtet wird. Durch die große Zahl der Leitungen pro Bündel, verbunden mit der Strategie b), die eine bevorzugte Ausnutzung der Kurzwege sichert, erhält man eine sehr kleine Belastung auf den Zwischenleitungen der hinteren Stufen.

In Bild 5.10 wird das Verlustverhalten eines Eingruppensystems betrachtet. Diese Umkehrgruppierung besteht aus nur einer ABC-Koppelgruppe mit 512 Anschlüssen. Die Struktur ist in der oberen Bildhälfte in Kurzschreibweise angegeben.

Aufgetragen ist der Punkt-Punkt-Verlust  $B_{pp}$  über der Belastung pro Anschlußleitung Y/N. Die oberste Verlustkurve entsteht bei Strategie a), unabhängig von der gewählten Bündelbeschaltung. Die unteren drei Kurven, mit den entsprechenden Simulationsergebnissen, entstehen bei Strategie b) und den Beschaltungen: 32 Bündel mit 16 Leitungen, 16 Bündel mit 32 Leitungen und 8 Bündel mit 64 Leitungen.

Schließlich wird in Bild 5.11 noch eine Umkehrgruppierung mit Konzentration in der A- und C-Stufe betrachtet. Das System hat 750 Anschlüsse und 3 ABC-Koppelgruppen (Mehrgruppensystem). Die Beschaltung ist 10 Bündel mit jeweils 75 Leitungen.

Das System wird mit Punkt-Punkt-Markierung betrieben. Aufgetragen ist der Punkt-Punkt-Verlust  $B_{pp}$  über der Belastung pro Anschluß Y/N. Im Diagramm sind die Verlustwahrscheinlichkeiten bei Strategie a) und b) aufgetragen.

Bei den in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnissen konnte in allen Fällen eine gute Übereinstimmung von Näherungsrechnung und Simulation gezeigt werden.

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen  
- Mehrgruppensystem -

$\frac{5 6}{5}$	$\frac{5 5}{6}$	$\frac{5 5}{30}$
$\frac{25}{150}$	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180}$

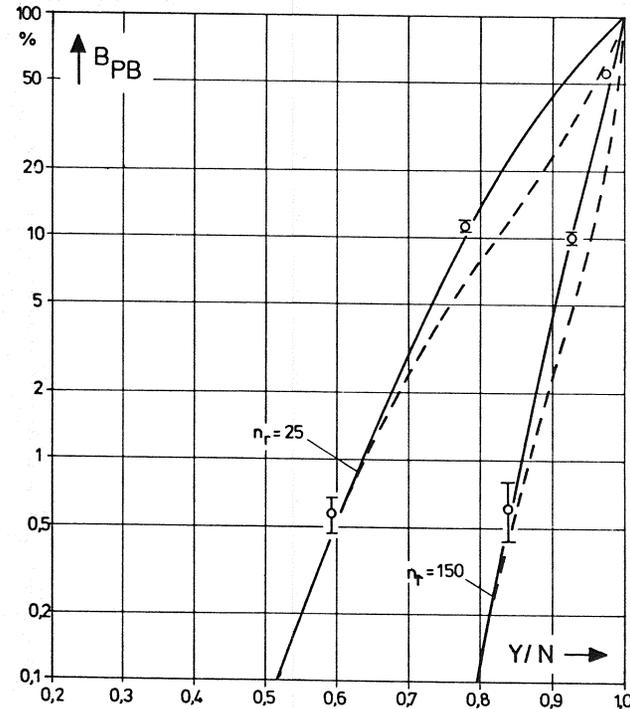


Bild 5.4: Punkt-Bündel-Verlust in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen

Beschaltung: 30 Bündel à 25 Leitungen (aufgefächert)  
5 Bündel à 150 Leitungen (aufgefächert)  
Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel

Simulationsergebnisse:  $\bar{O}$  GN  
Rechenergebnisse: ———  
Verlust des vollkommen erreichbaren Bündels: - - -

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen  
- Mehrgruppensystem -

$\frac{5 6}{5}$	$\frac{5 5}{6}$	$\frac{5 5}{30}$
$\frac{25}{150}$	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180}$

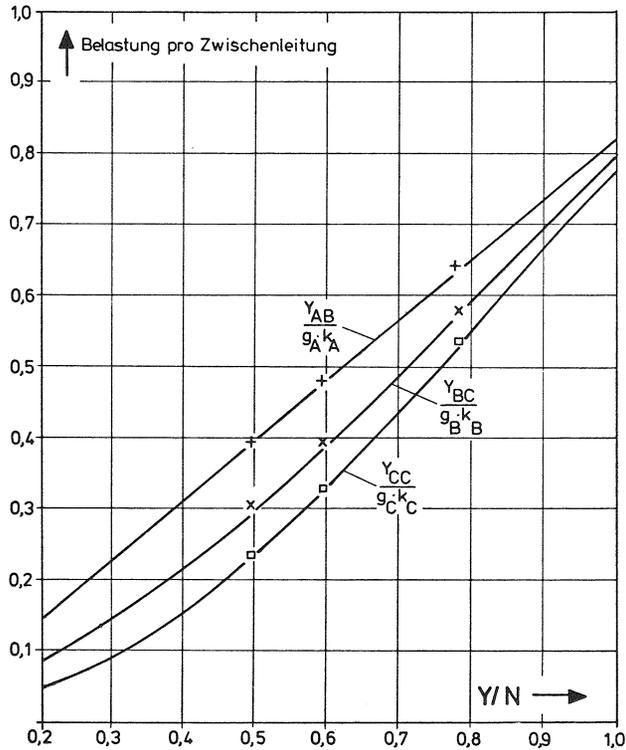


Bild 5.5: Zwischenleitungsbelastung in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen (Punkt-Bündel-Markierung)  
Beschaltung: 30 Bündel à 25 Leitungen (aufgefächert)  
Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
Simulationsergebnisse: + x □ GN  
Rechenergebnisse: /

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen  
- Mehrgruppensystem -

$\frac{5 6}{5}$	$\frac{5 5}{6}$	$\frac{5 5}{30}$
$\frac{25}{150}$	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180}$

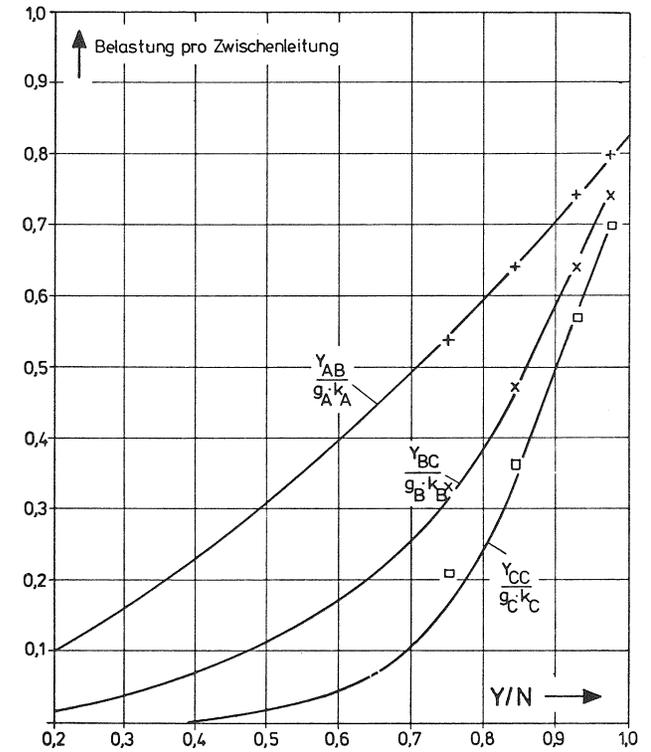


Bild 5.6: Zwischenleitungsbelastung in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen (Punkt-Bündel-Markierung)  
Beschaltung: 5 Bündel à 150 Leitungen (aufgefächert)  
Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
Simulationsergebnisse: + x □ GN  
Rechenergebnisse: /

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen

- Mehrgruppensystem -

$\frac{5 6}{5}$	$\frac{5 5}{6}$	$\frac{5 5}{30}$
$\frac{25}{150}$	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180}$

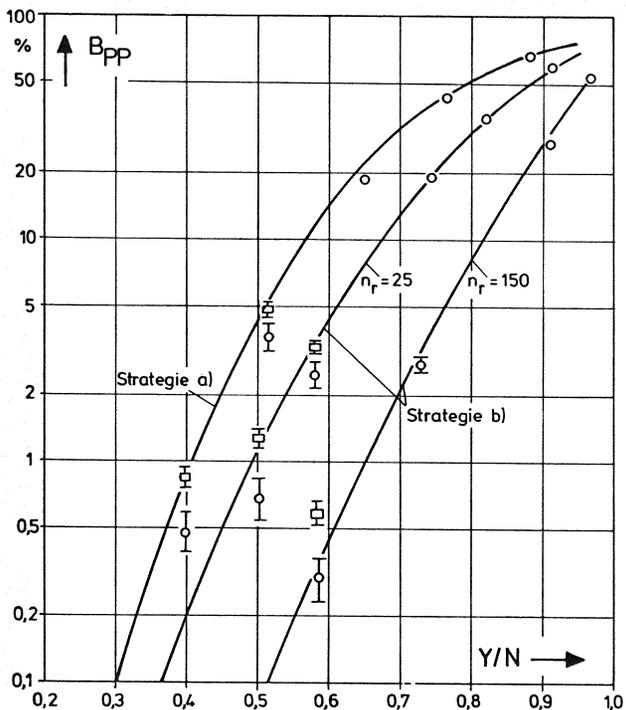


Bild 5.7: Punkt-Punkt-Verlust in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen

Beschaltung: 30 Bündel à 25 Leitungen (aufgefächert)  
 5 Bündel à 150 Leitungen (aufgefächert)  
 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
 Simulationsergebnisse:  $\square$  GN  $\square$  GZ  
 Rechenergebnisse:  $\square$  GN  $\square$  GZ

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen

- Mehrgruppensystem -

$\frac{5 6}{5}$	$\frac{5 5}{6}$	$\frac{5 5}{30}$
$\frac{25}{150}$	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180}$

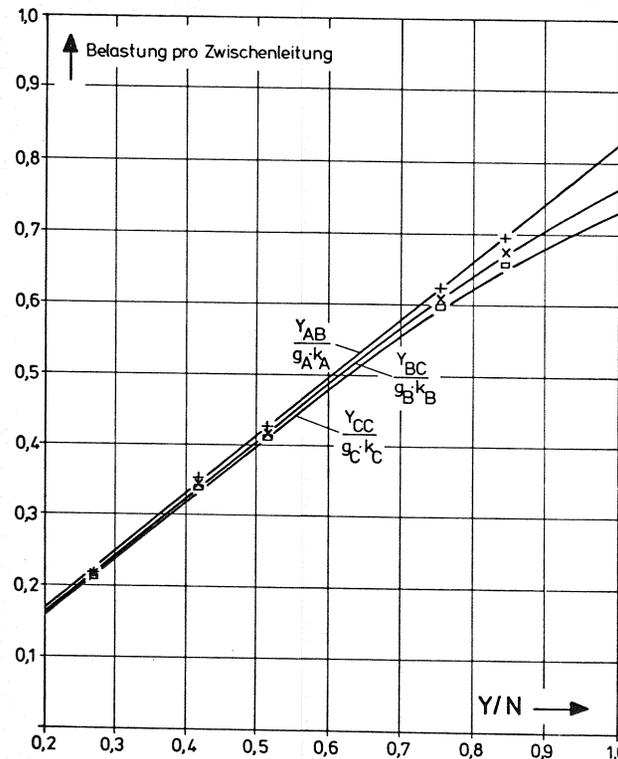
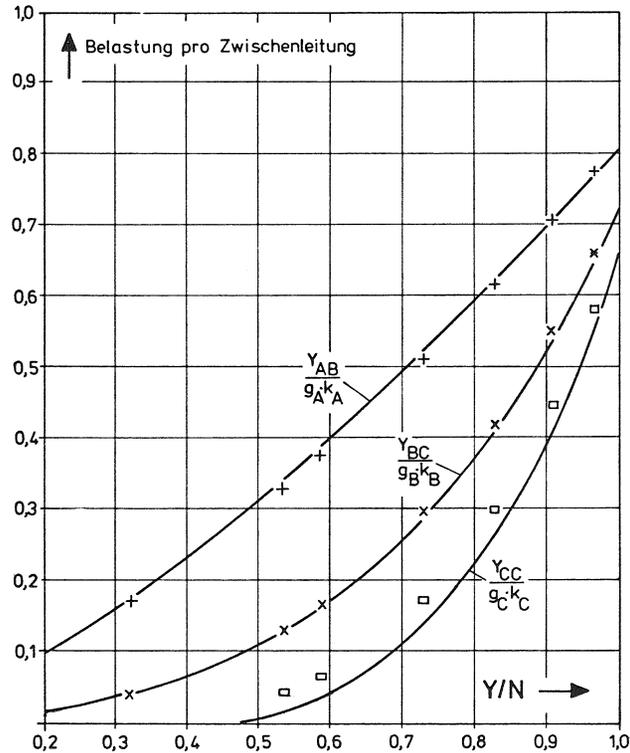


Bild 5.8: Zwischenleitungsbelastung in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen

Punkt-Punkt-Markierung (Strategie a))  
 Beschaltung: 5 Bündel à 150 Leitungen (aufgefächert)  
 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
 Simulationsergebnisse: + x  $\square$  GN  
 Rechenergebnisse: + x  $\square$  GN

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen  
- Mehrgruppensystem -

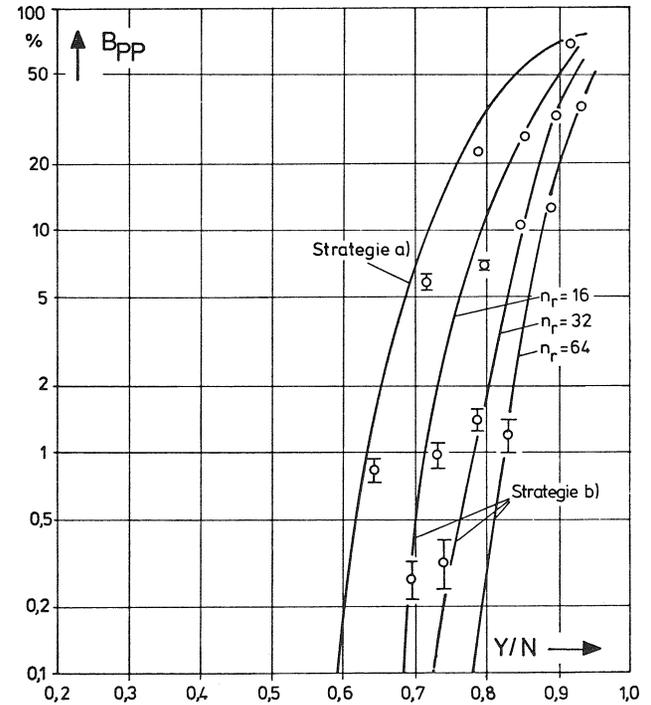
$\frac{5 6}{5}$	$\frac{5 5}{6}$	$\frac{5 5}{30}$
$\frac{25}{150}$	$\frac{30}{180}$	$\frac{30}{180}$



**Bild 5.9:** Zwischenleitungsbelastung in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen  
Punkt-Punkt-Markierung (Strategie b))  
Beschaltung: 5 Bündel à 150 Leitungen (aufgefächert)  
Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
Simulationsergebnisse: + x □ GN  
Rechenergebnisse: /

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen  
- Eingruppensystem -

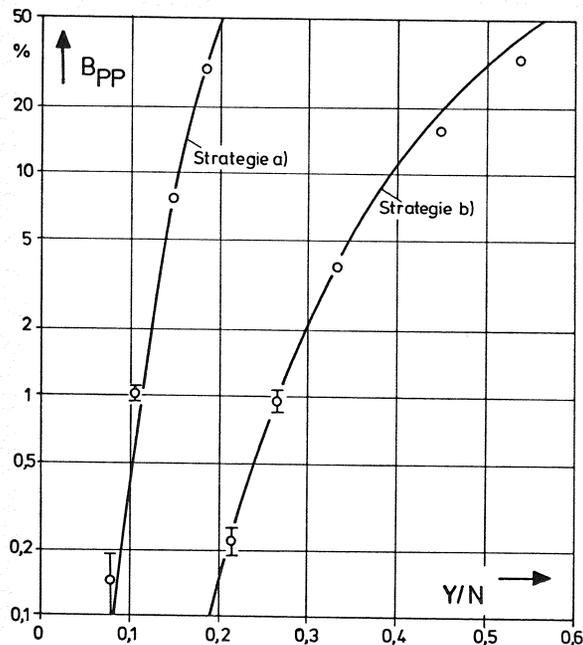
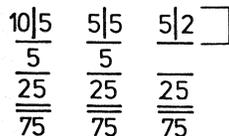
$\frac{8 8}{8}$	$\frac{8 8}{8}$	$\frac{8 8}{64}$
$\frac{64}{64}$	$\frac{64}{64}$	$\frac{64}{64}$



**Bild 5.10:** Punkt-Punkt-Verlust in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen (Eingruppensystem)

Beschaltung: 32 Bündel à 16 Leitungen (aufgefächert)  
16 Bündel à 32 Leitungen (aufgefächert)  
8 Bündel à 64 Leitungen (aufgefächert)  
Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
Simulationsergebnisse: ○ □ GN  
Rechenergebnisse: /

Umkehrgruppierung mit Kurzwegen  
 - Mehrgruppensystem -



**Bild 5.11: Punkt-Punkt-Verlust in einer Umkehrgruppierung mit Kurzwegen (System mit Konzentration)**  
 Beschaltung: 10 Bündel à 75 Leitungen (aufgefächert)  
 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art pro Bündel  
 Simulationsergebnisse:  $\frac{\sigma}{\bar{y}}$  GN  
 Rechenergebnisse:  $\frac{\sigma}{\bar{y}}$

## 6. ZUSAMMENFASSUNG

In modernen Fernsprechvermittlungssystemen werden heute mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Wahl, sogenannte Linksysteme, eingesetzt. Man unterscheidet zweiseitige und einseitige Linksysteme.

Die Verkehrsgüte von Linksystemen, die als Verlustsysteme betrieben werden, wird durch die Verlustwahrscheinlichkeit als Funktion der Belastung beschrieben.

Für zweiseitige Linksysteme wurden in den letzten Jahren zuverlässige Verfahren zur näherungsweise Verlustberechnung entwickelt.

Um auch einseitige Linksysteme einer Verlustberechnung zugänglich zu machen, werden diese mit Hilfe sogenannter Abbildungsgleichungen auf verkehrs- und verlustäquivalente zweiseitige Linksysteme abgebildet.

Bestimmte Umkehrgruppierungen machen von sogenannten Kurzwegen Gebrauch. Dabei kann eine Systementlastung vor allem der hinteren Stufe(n) erreicht werden.

In der vorliegenden Arbeit wird ein Näherungsverfahren beschrieben, mit dem die Verlustwahrscheinlichkeit solcher Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen, wie auch die Belastung zwischen den einzelnen Stufen, bei gegebener Eingangsbelastung berechnet werden kann.

An zahlreichen Beispielen werden die Resultate der Näherungsverfahren mit Simulationsergebnissen verglichen. In allen untersuchten Systemen wurde eine für die praktische Anwendung ausreichende Genauigkeit erzielt.

ANHANG

A.1 EFFEKTIVE ERREICHBARKEIT BEI PUNKT-PUNKT-MARKIERUNG

Die Berechnung der effektiven Erreichbarkeit  $k_{eff}$  bei Punkt-Punkt-Markierung erfolgt mit dem Verfahren PPL (Point-to-Point-Loss). Eine ausführliche Beschreibung dieses Näherungsverfahrens ist in (/28/) zu finden.

Im folgenden werden die Formeln für drei- bis sechsstufige Linksysteme angegeben. Alle Strukturen seien symmetrisch verdrahtet.

A.1.1 Effektive Erreichbarkeit für S=3 Stufen

In Bild A.1.1 ist ein dreistufiger Verbindungsgraph gezeichnet.

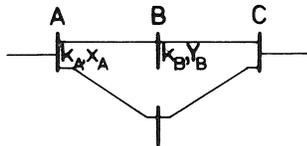


Bild A.1.1: Verbindungsgraph für Punkt-Punkt-Markierung in einem dreistufigen zweiseitigen Linksystem

Die effektive Erreichbarkeit setzt sich aus drei Termen zusammen.

$$\text{Term A} = (k_A - x_A) \cdot (1 - Y_B/k_B) \tag{A.1.1}$$

Sind im Startkoppelvielfach der A-Stufe momentan  $x_A$  Leitungen belegt, so können  $(k_A - x_A)$  Koppelvielfache der B-Stufe über freie Zwischenleitungen erreicht werden. Von jedem dieser Koppelvielfache aus führt genau eine Zwischenleitung in das betrachtete Zielkoppelvielfach der letzten Stufe (C-Stufe).

Mit der Wahrscheinlichkeit  $(1 - Y_B/k_B)$  ist diese jeweilige Zwischenleitung frei.

Der Term A gibt also die Zahl der vom Startkoppelvielfach zum Zielkoppelvielfach durchgehend freien Wege an.

$$\text{Term B} = x_A/g_C \tag{A.1.2}$$

Dies ist die Zahl der vom Startkoppelvielfach der A-Stufe zum Zielkoppelvielfach durchgehend belegter Wege. Beim Endigen einer

solchen Belegung kann sofort eine erneute Verbindung zwischen diesen beiden Koppelvielfachen durchgeschaltet werden.

$$\text{Term C} = (k_A - x_A) \cdot Y_B/k_B \tag{A.1.3}$$

Term C gibt die Zahl der in das Zielkoppelvielfach belegten Leitungen an, die vom Startkoppelvielfach der A-Stufe aus, über freie Zwischenleitungen erreicht werden können.

Endigt eine solche Verbindung, so kann sofort eine neue Belegung zwischen diesen beiden Koppelvielfachen durchgeschaltet werden.

Die effektive Erreichbarkeit berechnet sich aus der Summe dieser drei Terme

$$k_{eff}(x_A) = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} \tag{A.1.4}$$

A.1.2 Effektive Erreichbarkeit für S=4 Stufen

Bei einem vierstufigen Linksystem setzt sich die effektive Erreichbarkeit ebenfalls aus verschiedenen Termen zusammen.

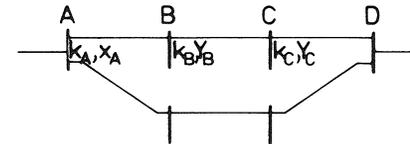


Bild A.1.2: Verbindungsgraph für Punkt-Punkt-Markierung in einem vierstufigen zweiseitigen Linksystem

Bild A.1.2 zeigt den vierstufigen Verbindungsgraphen eines Systems mit einfacher Zwischenleitungsführung. Hier gibt es im Leerlauf gerade  $k_A$  unterschiedliche Pfade von einem Koppelvielfach der A-Stufe zu einem Koppelvielfach der D-Stufe. Die folgenden Formeln beziehen sich ausschließlich auf derartige Strukturen. Die effektive Erreichbarkeit im Fall der mehrfachen Zwischenleitungsführung wird in Anhang (A.3.4.2) kurz angesprochen werden. Ansonsten sind die entsprechenden Formeln in (/28/) zu finden.

$$\text{Term A} = (k_A - x_A) \cdot (1 - Y_B/k_B) \cdot (1 - Y_C/k_C) \tag{A.1.5}$$

Wie im dreistufigen System, gibt der Term A die Zahl der vom Koppelvielfach der A-Stufe (Startkoppelvielfach) zum Koppelvielfach der D-Stufe (Zielkoppelvielfach) durchgehend freien Wege an.

$$\text{Term B} = x_A / g_D \quad (\text{A.1.6})$$

$$\text{Term C} = (k_A - x_A) \cdot Y_B / g_D \quad (\text{A.1.7})$$

Die beiden Terme B und C geben den Teil der durchgehend belegten Wege an, bzw. der von der B-Stufe aus in das Zielkoppelvielfach belegten Wege, die von dem Startkoppelvielfach aus über freie Zwischenleitungen erreicht werden können.

$$\text{Term D} = (k_A - x_A) \cdot (1 - Y_B / k_B) \cdot Y_C / k_C \quad (\text{A.1.8})$$

Im Term D sind jene Wege berücksichtigt, die von der C-Stufe aus in das Zielkoppelvielfach belegt sind und vom Startkoppelvielfach der A-Stufe aus über freie Zwischenleitungen erreicht werden können.

Bei Systemen mit Expansion in der ersten Stufe ( $i_A \leq k_A$ ) muß dieser Term D modifiziert werden.

$$\text{Term D1} = (i_A - x_A) \cdot (1 - Y_B / k_B) \cdot Y_C / k_C \quad (\text{A.1.9})$$

$$\text{Term D2} = (k_A - i_A) \cdot (1 - Y_B / k_B) \cdot Y_C / k_C \cdot Y_C / k_C \quad (\text{A.1.10})$$

Dazu wird der Term D nach Gleichung (A.1.8) aufgespalten in die Terme D1 und D2. Im Term D2 wird noch mit der Belastung auf den Zwischenleitungen in das Zielkoppelvielfach  $Y_C / k_C$  multipliziert. Für enge Systeme ( $i_A = k_A$ ), oder für Systeme, die in der ersten Stufe konzentrieren ( $i_A > k_A$ ), wird der Term D nach Gleichung (A.1.8) berechnet.

Die effektive Erreichbarkeit ergibt sich aus der Summe der einzelnen Terme.

### A.1.3 Effektive Erreichbarkeit für S=5 Stufen

Ein symmetrisch verdrahtetes Linksystem mit fünf Stufen hat den in Bild A.1.3a) gezeichneten Verbindungsgraphen.

Man kann aus diesem Bild erkennen, daß die mittleren drei Stufen (B-, C- und D-Stufen) als dreistufige, sogenannte "Kern"-Linksysteme, betrachtet werden können.

Insgesamt sind im Verbindungsgraphen  $k_A$  solcher Kernlinksysteme vorhanden.

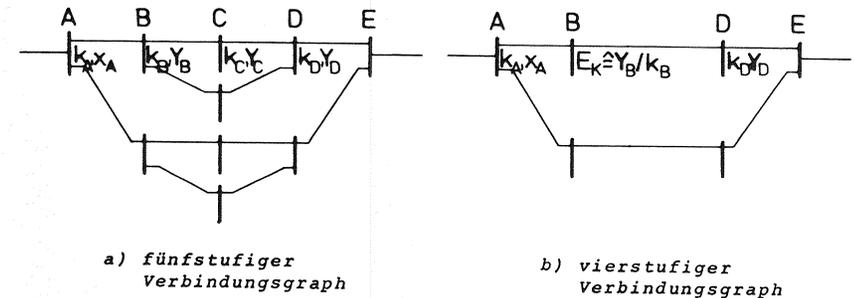


Bild A.1.3: Abbildung eines fünfstufigen symmetrischen Verbindungsgraphen für Punkt-Punkt-Markierung auf einen vierstufigen Verbindungsgraphen

Zunächst wird die effektive Erreichbarkeit eines solchen dreistufigen "Kern"-Linksystems berechnet.

$$\text{Term A} = (k_B - Y_B) \cdot (1 - Y_C / k_C) \quad (\text{A.1.11})$$

$$\text{Term B} = Y_B / k_C \quad (\text{A.1.12})$$

$$\text{Term C} = (k_B - Y_B) \cdot Y_C / k_C \quad (\text{A.1.13})$$

$$k_{\text{effK}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} \quad (\text{A.1.14})$$

Die Erklärung zu diesen Gleichungen entspricht jener zu den Formeln in den Gleichungen (A.1.1, A.1.2 und A.1.3) für den dreistufigen Fall. Der einzige Unterschied besteht darin, daß anstelle der momentanen Anzahl der belegten Leitungen im Startkoppelvielfach (hier ein Koppelvielfach der B-Stufe) mit dem Mittelwert  $Y_B$ , d.h. mit der Belastung des betrachteten Koppelvielfachs der B-Stufe gerechnet wird.

Mit Hilfe der hier errechneten Erreichbarkeit  $k_{\text{effK}}$  wird eine Blockierwahrscheinlichkeit  $E_K$  berechnet, welche die Wahrscheinlichkeit ausdrückt, daß kein Pfad freier Zwischenleitungen von einem Koppelvielfach der B-Stufe zu einem Koppelvielfach der D-Stufe (innerhalb des dreistufigen "Kern"-Verbindungsgraphen) vorhanden ist.

$$E_K = (Y_D / i_D)^{k_{\text{effK}}} \quad (\text{A.1.15})$$

Hierbei werden die  $i_D$  Leitungen, die zu diesem Koppelvielfach der D-Stufe führen, als Zielbündel aufgefaßt, das mit der Erreichbarkeit  $k_{effK}$  abgesucht werden kann. Die Gleichung (A.1.15) ergibt sich unter der Annahme, daß die  $i_D$  Leitungen unabhängig voneinander belegt sind.

Nun wird jedes dreistufige "Kern"-Linksyst $\ddot{e}$ m ersetzt durch eine Zwischenleitung, die die fiktive Belastung  $E_K$  besitzt.

Damit erhält man einen vierstufigen Verbindungsgraphen nach Bild A.1.3b), der eine einfache Zwischenleitungsführung besitzt.

Die Berechnung der effektiven Erreichbarkeit für diesen Verbindungsgraphen wird in folgenden Schritten durchgeführt.

$$\text{Term A} = (k_A - x_A) \cdot (1 - E_K) \cdot (1 - Y_D / k_D) \quad (\text{A.1.16})$$

$$\text{Term B} = x_A / g_E \quad (\text{A.1.17})$$

$$\text{Term C} = (k_A - x_A) \cdot E_K / k_D \quad (\text{A.1.18})$$

$$\text{Term D} = (k_A - x_A) \cdot (1 - E_K) \cdot Y_D / k_D \quad (\text{A.1.19})$$

Die Terme A bis D lassen sich direkt auf jene in den Gleichungen (A.1.5, A.1.6, A.1.7 und A.1.8) zurückführen, wenn man anstelle der fiktiven Belastung  $E_K$  die tatsächliche Belastung pro Zwischenleitung hinter der B-Stufe einsetzt.

Man erhält die effektive Erreichbarkeit des fünfstufigen zweiseitigen Linksystems zu

$$k_{eff}(x_A) = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} \quad (\text{A.1.20})$$

#### A.1.4 Effektive Erreichbarkeit für S=6 Stufen

Der Verbindungsgraph eines sechsstufigen Linksystems mit symmetrischer Verdrahtung ist in Bild A.1.4a) dargestellt.

Die Stufen B, C, D und E bilden vierstufige "Kern"-Linksysteme, deren Blockierwahrscheinlichkeiten zunächst berechnet werden.

Es gelten folgende Formeln für die effektiven Erreichbarkeiten

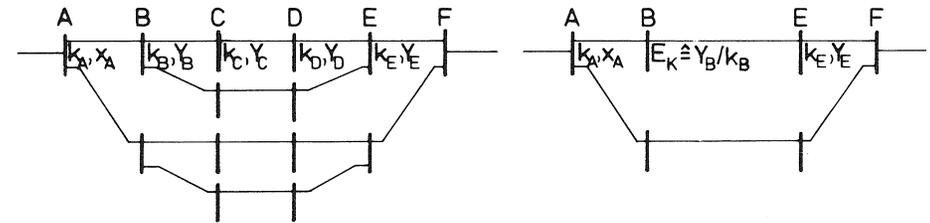
$$\text{Term A} = (k_B - Y_B) \cdot (1 - Y_C / k_C) \cdot (1 - Y_D / k_D) \quad (\text{A.1.21})$$

$$\text{Term B} = Y_B / (k_C k_D) \quad (\text{A.1.22})$$

$$\text{Term C} = (k_B - Y_B) \cdot Y_C / (k_C k_D) \quad (\text{A.1.23})$$

$$\text{Term D} = (k_B - Y_B) \cdot (1 - Y_C / k_C) \cdot Y_D / k_D \quad (\text{A.1.24})$$

$$k_{effK} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} \quad (\text{A.1.25})$$



a) sechsstufiger Verbindungsgraph

b) vierstufiger Verbindungsgraph

Bild A.1.4: Abbildung eines sechsstufigen symmetrischen Verbindungsgraphen für Punkt-Punkt-Markierung auf einen vierstufigen Verbindungsgraphen

Daraus berechnet sich die Wahrscheinlichkeit  $E_K$ , daß kein Pfad freier Zwischenleitungen von einem Koppelvielfach der B-Stufe zu einem Koppelvielfach der E-Stufe (innerhalb des vierstufigen "Kern"-Verbindungsgraphen) vorhanden ist.

$$E_K = (Y_E / i_E)^{k_{effK}} \quad (\text{A.1.26})$$

Wie beim fünfstufigen Linksystem wird nun jedes "Kern"-Linksystem ersetzt durch eine Zwischenleitungen mit der fiktiven Belastung  $E_K$ . Damit erhält man einen vierstufigen Verbindungsgraphen nach Bild A.1.4b).

Die effektive Erreichbarkeit des sechsstufigen zweiseitigen Linksystems wird folgendermaßen berechnet

$$\text{Term A} = (k_A - x_A) \cdot (1 - E_K) \cdot (1 - Y_E / k_E) \quad (\text{A.1.27})$$

$$\text{Term B} = x_A / g_F \quad (\text{A.1.28})$$

$$\text{Term C} = (k_A - x_A) \cdot E_K / k_E \quad (\text{A.1.29})$$

$$\text{Term D} = (k_A - x_A) \cdot (1 - E_K) \cdot Y_E / k_E \quad (\text{A.1.30})$$

$$k_{eff}(x_A) = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} \quad (\text{A.1.31})$$

## A.2 EFFEKTIVE ERREICHBARKEIT BEI PUNKT-BÜNDEL-MARKIERUNG

Ein erstes Verfahren zur näherungsweise Verlustberechnung in zweiseitigen Linksystemen, die mit Punkt-Bündel-Markierung betrieben werden, wurde 1963 veröffentlicht (/21/). In diesem Verfahren wird der Verlust mit Hilfe der effektiven Erreichbarkeit berechnet.

Eine Verfeinerung, nämlich das Verfahren CLIGS (Calculation of Loss in Link Systems with Group Selection), wurde 1973 (/2/,/3/) veröffentlicht. Im folgenden werden die Formeln zur Berechnung der effektiven Erreichbarkeit angegeben.

Das Linksystem wird durch die effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$  auf ein einstufiges System abgebildet. Die effektive Erreichbarkeit setzt sich zusammen aus einer "Freifächererreichbarkeit" und einer "Belegtfächererreichbarkeit".

### A.2.1 Freifächererreichbarkeit

Der Freifächer ist definiert als

$$FF = (k_A - Y_A) \cdot (k_B - Y_B) \cdots (k_{S-1} - Y_{S-1}) \quad (A.2.1)$$

wobei folgende Begrenzung gilt

$$\prod_{j=A}^i (k_j - Y_j) \leq g_{i+1} \quad i=A, \dots, S-1 \quad (A.2.2)$$

Dieser Freifächer gibt jene Zahl von Koppelvielfachen in der letzten Stufe des Linksystems an (maximal  $g_S$ ), welche im Mittel über freie Zwischenleitungspfade erreichbar sind.

Daraus erhält man die Freifächererreichbarkeit bezüglich einer bestimmten Richtung r zu

$$k_{FF,r} = FF \cdot k_{S,r} \quad (A.2.3)$$

Dabei bedeutet  $k_{S,r}$  die Zahl der Ausgänge je Koppelvielfach der letzten Stufe, die zum Bündel r gehören.

Der Wert von  $k_{FF,r}$  allein stellt einen unteren Schätzwert für die effektive Erreichbarkeit dar.

### A.2.2 Belegtfächererreichbarkeit

Der Belegtfächer ist definiert als

$$BF = k_A \cdot k_B \cdots k_{S-1} - FF \quad (A.2.4)$$

wobei die Begrenzung gilt

$$k_A \cdot k_B \cdots k_{S-1} \leq g_S \quad (A.2.5)$$

Das Produkt in Gleichung (A.2.4) bedeutet die Maximalzahl der Koppelvielfache in der letzten Stufe, welche im Leerlauf (Verkehr  $Y=0$ ) erreicht werden können (maximal  $g_S$ ).

Der Belegtfächer gibt die mittlere Anzahl der Koppelvielfache in der letzten Stufe (Stufe S) an, welche (bei der betrachteten realen Verkehrsbelastung) nicht innerhalb des Freifächers liegen. Die mittlere Zahl jener Leitungen des betrachteten Bündels r, die belegt sind und innerhalb des Belegtfächers liegen, sind deshalb

$$n_{b,r} = BF \cdot k_{S,r} \cdot \frac{Y_r}{n_r} \quad (A.2.6)$$

Von den  $n_{b,r}$  belegten Leitungen des betrachteten Bündels werden nicht alle sofort nach Belegungsende wieder über freie Zwischenleitungen von einem freien Eingang des betrachteten Koppelvielfachs der A-Stufe erneut erreicht und belegt werden können.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß freiwerdende Abnehmerleitungen durch ihre gleichfalls freiwerdenden Zwischenleitungsabschnitte Anschluß an eine Rippe des Freifächers zum betrachteten Koppelvielfach der A-Stufe erhalten, ist jedoch umso größer, je größer die relative Zahl f der im Mittel freien Zwischenleitungen ist, d.h. je größer in Maschensystemen der Koeffizient

$$f_M = \frac{P - Y_{ges}}{N} \quad (A.2.7)$$

ist.

Dabei bedeutet P die Gesamtzahl der Zwischenleitungen innerhalb des Linksystems an der engsten Stelle.

Das Endigen einer belegten Abnehmerleitung kann unter Umständen sogar weitere Pfade vom Eingangskoppelvielfach aus zu weiteren, bisher nicht erreichten Koppelvielfachen der letzten Stufe zugänglich machen.

Bei Maschensystemen erhält man die Belegtfächererreichbarkeit zu

$$k_{BF,r} = n_{b,r} \cdot f_M = BF \cdot k_{S,r} \cdot \frac{Y_r \cdot P-Y_{ges}}{n_r \cdot N} \quad (A.2.8)$$

Bei Fächersystemen ergibt sich der Faktor  $f_F$  zu

$$f_F = \frac{1}{k_S} \quad (A.2.9)$$

und damit die Belegtfächererreichbarkeit

$$k_{BF,r} = n_{b,r} \cdot f_F = BF \cdot \frac{Y_r \cdot k_{S,r}}{n_r \cdot k_S} \quad (A.2.10)$$

### A.2.3 Effektive Erreichbarkeit nach CLIGS A

Das Verfahren CLIGS A ist die auch manuell anwendbare Version von CLIGS mit kürzester Rechenzeit.

Die effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$  berechnet sich aus der Freifächererreichbarkeit nach Gleichung (A.2.3) und der Belegtfächererreichbarkeit nach Gleichung (A.2.8) bzw. (A.2.10).

$$k_{eff,r} = k_{FF,r} + k_{BF,r} \quad (A.2.11)$$

### A.2.4 Effektive Erreichbarkeit nach CLIGS B

Bei der Version CLIGS B, die größere Rechenzeit erfordert, werden die Momentanwerte  $x_A$  des Verkehrs auf einem Koppelvielfach der A-Stufe (Startkoppelvielfach) berücksichtigt. Man berechnet eine momentane effektive Erreichbarkeit, indem man beim Freifächer nach (A.2.1) anstatt des Erwartungswertes  $Y_A$  den Momentanwert  $x_A$  einsetzt.

$$k_{eff,r}(x_A) = k_{FF,r}(x_A) + k_{BF,r} \quad (A.2.12)$$

## A.3 TEILVERLUSTWAHRSCHEINLICHKEITEN BEI UMKEHRGRUPPIERUNGEN MIT KURZWEGEN UND PUNKT-PUNKT-MARKIERUNG

In Kapitel 3 wurde die näherungsweise Verlustberechnung in zweiseitigen Linksystemen bei Punkt-Punkt-, wie auch bei Punkt-Bündel-Markierung erklärt. Die Formeln zur Berechnung der effektiven Erreichbarkeit wurden im Anhang A.1 für drei bis sechsstufige Linksysteme angegeben. Aus diesen Erreichbarkeiten wurde nach Gleichung (3.1) die Sperrwahrscheinlichkeit berechnet. Die gewichtete Summation mit den Zustandswahrscheinlichkeiten im Start- bzw. Zielkoppelvielfach ergaben den resultierenden Punktverlust. Bei der Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit in Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen wird im Startkoppelvielfach mit der Belastung  $Y_A$  und nicht mit dem Momentanwert  $x_A$  gerechnet. Dadurch wird der durch die iterative Lösung entstehende Rechenzeitmehraufwand (vgl. Kapitel 4.3.6) auf ein für eine Näherungsrechnung erträgliches Maß reduziert. Typische Rechenzeiten sind 5 bis 10 Sekunden pro Belastungswert. Falls in der betrachteten Umkehrgruppierung Kurzwege A durchgeschaltet sind, ist die Zahl der belegten Eingänge eines Koppelvielfachs der A-Stufe größer als die Zahl der belegten Ausgänge desselben Koppelvielfachs. Diese Tatsache muß bei der Bestimmung der Zustandswahrscheinlichkeiten im Zielkoppelvielfach berücksichtigt werden.

### A.3.1 Zustandswahrscheinlichkeiten im Zielkoppelvielfach

In Bild A.3.1 ist ein Koppelvielfach der A-Stufe mit  $i_A$  Eingängen und  $k_A$  Ausgängen dargestellt. Die vorgeschriebene Belastung der Eingänge beträgt  $Y/g_A$  (vgl. Gleichung (4.1)). Je mehr Kurzwege A über dieses Koppelvielfach durchgeschaltet sind (im Bild mit  $x_i$  bezeichnet), desto kleiner wird die Belastung  $Y_{AB}/g_A$  auf den  $k_A$  Ausgängen bei festgehaltener Eingangsbelastung  $Y/g_A$  (vgl. Gleichung (4.2)).

Durch die Verbindungen über Kurzweg A ist die Belegungswahrscheinlichkeit der Ausgänge dieses Koppelvielfachs der A-Stufe nicht mehr gleich jener der Eingänge, da für einen Kurzweg A jeweils zwei Eingänge, aber nur ein Ausgang belegt wird.

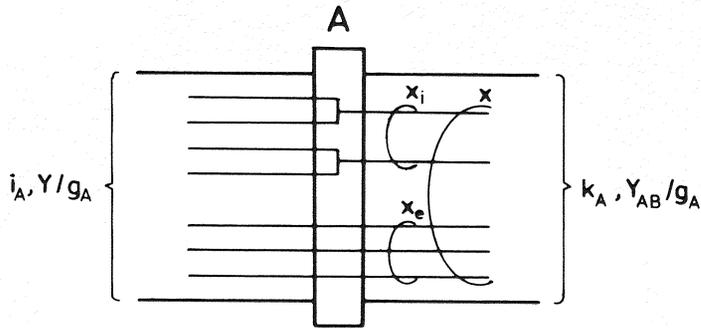


Bild A.3.1: Belegungsmöglichkeiten in einem Koppelvielfach der A-Stufe

Für die Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(x)$  auf den  $k_A$  Ausgängen eines Koppelvielfachs der A-Stufe wird als gute Näherung eine Bernoulli-Verteilung gewählt, wobei die zwei Fälle der Expansion und Konzentration unterschieden werden (vgl. Kapitel 3.3).

Für Systeme mit Konzentration ( $i_A > k_A$ ) erhält man

$$p(x) = \binom{k_A}{x} \left( \frac{Y_{AB}}{g_A k_A} \right)^x \cdot \left( 1 - \frac{Y_{AB}}{g_A k_A} \right)^{(k_A - x)} \quad x=0, \dots, k_A \quad (A.3.1)$$

und bei Expansion ( $i_A \leq k_A$ )

$$p(x) = \begin{cases} \binom{i_A}{x} \left( \frac{Y_{AB}}{g_A i_A} \right)^x \cdot \left( 1 - \frac{Y_{AB}}{g_A i_A} \right)^{(i_A - x)} & x=0, \dots, i_A \\ 0 & x=i_A+1, \dots, k_A \end{cases} \quad (A.3.2)$$

Wenn das hier betrachtete Koppelvielfach das Ziel einer Punkt-Punkt-Markierung sein soll, so muß mindestens einer der  $i_A$  Eingänge noch frei sein (vgl. Verlustdefinition in Kapitel 3.3). Werden keine Kurzwege A durchgeschaltet, so kann der Zustand "alle  $i_A$  Eingänge belegt" sehr einfach ausgeschlossen werden (vgl. Gleichung (3.2)).

Komplizierter wird es, wenn auch Kurzwege A durchgeschaltet sind. Betrachtet man als Beispiel ein Koppelvielfach der A-Stufe mit  $i_A = k_A = 6$  Ein- und Ausgängen, so können die in Bild A.3.2 darge-

stellten Belegungsmuster auftreten. Dabei sind  $x_i$  die Blindbelegungen durch Kurzwege A (vgl. Bild A.3.1) und  $x_e$  die Belegungen durch Verbindungen über Kurzweg B, Kurzweg C oder Normalweg. Ein Muster (2,1) bedeutet zum Beispiel, daß momentan im betrachteten Koppelvielfach eine Verbindung über Kurzweg A und zwei Verbindungen über Kurzweg B, C oder Normalweg durchgeschaltet sind.

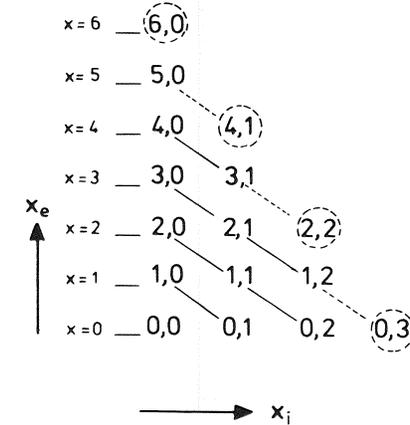


Bild A.3.2: Zustandsmuster in einem Koppelvielfach der A-Stufe

Die eingekreisten Muster stellen Kombinationen dar, bei denen alle sechs Eingänge des betrachteten Koppelvielfachs momentan belegt sind. Diese Muster sind Teilmengen der Pauschalzustände  $x=6, 5, 4, 3$ . Besteht eines dieser Muster, so kann das betrachtete Koppelvielfach nicht als Zielkoppelvielfach markiert werden.

Bei der Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit dürfen also nur jene Muster berücksichtigt werden, bei denen nicht alle Eingänge belegt sind.

Die Summe der eingekreisten Zustände wird mit  $p_i$  bezeichnet und entspricht der Wahrscheinlichkeit "alle  $i_A$  Eingänge belegt". In guter Näherung kann man sie berechnen zu

$$p_i = \left( \frac{Y}{g_A i_A} \right)^{i_A} \quad (A.3.3)$$

Gesucht sind nun jene Zustandswahrscheinlichkeiten  $p^*(x)$ , bei denen bereits berücksichtigt ist, daß mindestens noch einer der

$i_A$  Eingänge frei ist.

Für Systeme mit  $i_A \leq k_A$  kann man sofort angeben

$$p^*(x) = 0 \quad x=i_A, \dots, k_A \quad (A.3.4)$$

Im Zahlenbeispiel nach Bild A.3.2 besteht der Zustand  $x=6$  aus lediglich einer Kombination, nämlich  $(6,0)$ , bei der gerade alle  $i_A$  Eingänge belegt sind. Damit ergibt sich für die restlichen eingekreisten Zustände

$$p_i^! = p_i - p(i_A) \quad (A.3.5)$$

Gemäß einer Aufteilung  $f(x)$  werden die einzelnen Zustandswahrscheinlichkeiten reduziert und auf 1 normiert

$$p^*(x) = \frac{p(x) - p_i^! \cdot f(x)}{\sum_{j=0}^{i_A-1} p(j) - p_i^! \cdot f(j)} \quad x=0, \dots, i_A-1 \quad (A.3.6)$$

Zur Bestimmung der Aufteilung  $f(x)$  werden für die zwei Belegungsarten im Zielkoppelvielfach jeweils Bernoulli-Verteilungen angenommen.

$$p_i(x_i) = \binom{[i_A/2]}{x} \cdot \left( \frac{Y_{KWA}/2}{g_A \cdot [i_A/2]} \right)^{x_i} \cdot \left( 1 - \frac{Y_{KWA}/2}{g_A \cdot [i_A/2]} \right)^{([i_A/2] - x_i)} \quad x_i=0, \dots, [i_A/2] \quad (A.3.7)$$

$$p_e(x_e) = \binom{i_A}{x} \cdot \left( \frac{Y - Y_{KWA}}{g_A \cdot i_A} \right)^{x_e} \cdot \left( 1 - \frac{Y - Y_{KWA}}{g_A \cdot i_A} \right)^{(i_A - x_e)} \quad x_e=0, \dots, i_A \quad (A.3.8)$$

Dabei bedeutet [ ] den abgerundeten ganzzahligen Wert.

Die  $x_i$  Blindbelegungen und die  $x_e$  restlichen Belegungen werden unabhängig voneinander betrachtet.

Unter dieser Unabhängigkeitsannahme erhält man die gesuchte Aufteilung zu

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x=0, \dots, i_A - [i_A/2] - 1 \\ \frac{p_e(2x - i_A) \cdot p_i(i_A - x)}{\sum_{j=0}^{i_A} p_e(2j - i_A) \cdot p_i(i_A - j)} & x=i_A - [i_A/2], \dots, i_A \end{cases} \quad (A.3.9)$$

Bei Systemen mit Konzentratoren in der A-Stufe entfallen die Gleichungen (A.3.4) und (A.3.5). Gleichung (A.3.1) wird dann anstatt Gleichung (A.3.2) angewendet.

Mit den hier errechneten Zustandswahrscheinlichkeiten, die den Fall "alle  $i_A$  Eingänge des Zielkoppelvielfachs belegt" bereits ausschließen, erhält man die Teilverlustwahrscheinlichkeit für einen bestimmten Kurzweg  $j$ , bzw. den Normalweg, bei Punkt-Punkt-Markierung zu

$$B_j = \sum_{x=0}^{k_A} p^*(x) \cdot c(x, k_{effj}) \quad j=A, B, C, N \quad (A.3.10)$$

Die Formeln zur Berechnung der effektiven Erreichbarkeit für die einzelnen Kurzwege und den Normalweg sollen in den folgenden Abschnitten angegeben werden.

### A.3.2 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg B

Die effektive Erreichbarkeit wird aus dem dreistufigen zweiseitigen Links-System in Bild 4.5b) nach folgenden Formeln ermittelt

$$\text{Term A} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (1 - Y_{AB}/(g_B i_B)) \quad (A.3.11a)$$

$$\text{Term B} = Y_{AB}/(g_A (g_{1A} - 1)) \quad (A.3.11b)$$

$$\text{Term C} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot Y_{AB}/(g_B i_B) \quad (A.3.11c)$$

$$k_{effB} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} \quad (A.3.12)$$

### A.3.3 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg C

In Bild 4.6b) ist der fünfstufige zweiseitige Verbindungsgraph für Kurzweg C dargestellt.

Zunächst wird die Blockierwahrscheinlichkeit des dreistufigen "Kern"-Linksystems berechnet (vgl. Anhang A.1.3)

$$\text{Term A} = (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot (1 - Y_{BC}/(g_C i_C)) \quad (\text{A.3.13a})$$

$$\text{Term B} = Y_{BC}/(g_B i_C) \quad (\text{A.3.13b})$$

$$\text{Term C} = (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot Y_{BC}/(g_C i_C) \quad (\text{A.3.13c})$$

$$k_{\text{effK}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} \quad (\text{A.3.14a})$$

$$E_K = (Y_{BC}/(g_B k_B))^{k_{\text{effK}}} \quad (\text{A.3.14b})$$

Die effektive Erreichbarkeit des fünfstufigen zweiseitigen Linksystems erhält man dann zu

$$\text{Term A} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (1 - E_K) \cdot (1 - Y_{AB}/(g_B i_B)) \quad (\text{A.3.15a})$$

$$\text{Term B} = Y_{AB}/(g_A (g_A - g_{1A})) \quad (\text{A.3.15b})$$

$$\text{Term C} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot E_K / i_B \quad (\text{A.3.15c})$$

$$\text{Term D} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (1 - E_K) \cdot Y_{AB}/(g_B i_B) \quad (\text{A.3.15d})$$

$$k_{\text{effC}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} \quad (\text{A.3.16})$$

### A.3.4 Effektive Erreichbarkeit für Normalweg

Bei der Durchschaltung über Normalweg muß bei der Berechnung der effektiven Erreichbarkeit zwischen Mehrgruppen- und Eingruppensystemen unterschieden werden (vgl. Bild 4.1 und 4.2).

#### A.3.4.1 Mehrgruppensysteme

Der abgebildete sechsstufige zweiseitige Verbindungsgraph für Normalweg ist in Bild 4.7b) dargestellt.

Die Blockierwahrscheinlichkeit des vierstufigen "Kern"-Linksystems wird folgendermaßen berechnet

$$\text{Term A} = (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot (1 - Y_{CC}/(g_C k_C)) \cdot (1 - Y_{BC}/(g_C i_C)) \quad (\text{A.3.17a})$$

$$\text{Term B} = Y_{BC}/(g_B k_C i_C) \quad (\text{A.3.17b})$$

$$\text{Term C} = (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot Y_{CC}/(g_C k_C i_C) \quad (\text{A.3.17c})$$

$$\text{Term D} = (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot (1 - Y_{CC}/(g_C k_C)) \cdot Y_{BC}/(g_C i_C) \quad (\text{A.3.17d})$$

$$k_{\text{effK}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} \quad (\text{A.3.18})$$

$$E_K = (Y_{BC}/(g_B k_B))^{k_{\text{effK}}} \quad (\text{A.3.19})$$

Damit erhält man die effektive Erreichbarkeit des sechsstufigen zweiseitigen Linksystems zu

$$\text{Term A} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (1 - E_K) \cdot (1 - Y_{AB}/(g_B i_B)) \quad (\text{A.3.20a})$$

$$\text{Term B} = Y_{AB}/(g_A (g_A - g_{1A})) \quad (\text{A.3.20b})$$

$$\text{Term C} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot E_K / i_B \quad (\text{A.3.20c})$$

$$\text{Term D} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (1 - E_K) \cdot Y_{AB}/(g_B i_B) \quad (\text{A.3.20d})$$

$$k_{\text{effN}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} \quad (\text{A.3.21})$$

#### A.3.4.2 Eingruppensysteme

Ein Durchschalteversuch über Normalweg bei Eingruppensystemen wird dann durchgeführt, wenn eine Durchschaltung über Kurzweg E bzw. Kurzweg C infolge innerer Blockierung nicht möglich war. Bei der Berechnung der effektiven Erreichbarkeit werden diese zwei Fälle unterschieden.

a) Vergeblicher Durchschalteversuch über Kurzweg B

Sind rufende und gerufene Leitung an unterschiedlichen Koppelvielfachen desselben AB-Linkblockes angeschlossen, so dient der in Bild 4.8a) dargestellte einseitige Verbindungsgraph als Grundlage zur Berechnung der effektiven Erreichbarkeit.

Die im folgenden immer wieder auftretenden Begrenzungen  $\leq g$  bedeuten, daß das Produkt bis zu dieser Stelle einen bestimmten oberen Grenzwert  $g$  nicht überschreiten darf.

Dieser obere Grenzwert entspricht jener Anzahl von Koppelvielfachen in der nachfolgenden Stufe, die maximal, d.h. im Leerlauf, erreichbar sind.

$$\text{Term A} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot k_B/2 \cdot (1 - Y_{BC}/(g_B k_B)) \cdot \{1 - (Y_{CC}/(g_C k_C))^{k_C}\} \cdot (1 - Y_{BC}/(g_C i_C))^{1/2} \cdot (1 - Y_{AB}/(g_B i_B))^{1/2} \quad (\text{A.3.22a})$$

$$\text{Term B} = Y_{AB}/(g_A (g_{1A} - 1)) \quad (\text{A.3.22b})$$

$$\text{Term C} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot Y_{BC}/(2g_C (g_{1A} - 1)) \quad (\text{A.3.22c})$$

$$\text{Term D} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot k_B/2 \cdot (1 - Y_{BC}/(g_B k_B)) \cdot Y_{CC}/(g_C (g_{1A} - 1)) \quad (\text{A.3.22d})$$

$$\text{Term E} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot k_B/2 \cdot (1 - Y_{BC}/(g_B k_B)) \cdot \{1 - (Y_{CC}/(g_C k_C))^{k_C}\} \cdot Y_{BC}/(g_C (g_{1A} - 1)) \quad (\text{A.3.22e})$$

$$\text{Term F} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot k_B/2 \cdot (1 - Y_{BC}/(g_B k_B)) \cdot \{1 - (Y_{CC}/(g_C k_C))^{k_C}\} \cdot (1 - Y_{BC}/(g_C i_C))^{1/2} \cdot Y_{AB}/(g_B i_B)^{1/2} \quad (\text{A.3.22f})$$

für die Terme B bis F gilt folgende Begrenzung

$$\text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E} + \text{Term F} \leq Y_{AB}/g_A \quad (\text{A.3.23})$$

$$k'_{\text{effN}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E} + \text{Term F} \quad (\text{A.3.24})$$

Der Faktor 1/2 in den Termen A, C, D, E und F berücksichtigt die Tatsache, daß die  $k_B$  Ausgänge eines Koppelvielfachs der B-Stufe bei einem Durchschalteversuch über Normalweg doppelt abgesucht werden.

b) Vergeblicher Durchschalteversuch über Kurzweg C

Befinden sich rufende und gerufene Leitung an Koppelvielfachen unterschiedlicher AB-Linkblöcke, so kann für die Durchschaltung über Normalweg ein Verbindungsgraph nach Bild 4.8b) abgesucht werden. Die effektive Erreichbarkeit  $k'_{\text{effN}}$  für diesen Fall errechnet sich folgendermaßen:

$$\text{Term A} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot \{1 - (Y_{CC}/(g_C k_C))^{k_C/2}\} \cdot (1 - Y_{BC}/(g_C i_C))^{1/2} \cdot (1 - Y_{AB}/(g_B i_B))^{1/2} \quad (\text{A.3.25a})$$

$$\text{Term B} = Y_{AB}/(g_A (g_A - g_{1A})) \quad (\text{A.3.25b})$$

$$\text{Term C} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot Y_{BC}/(g_B (g_A - g_{1A})) \quad (\text{A.3.25c})$$

$$\text{Term D} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot Y_{CC}/(2g_C (g_A - g_{1A})) \quad (\text{A.3.25d})$$

$$\text{Term E} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot \{1 - (Y_{CC}/(g_C k_C))^{k_C/2}\} \cdot Y_{BC}/(g_C (g_A - g_{1A})) \quad (\text{A.3.25e})$$

$$\text{Term F} = (k_A - Y_{AB}/g_A) \cdot (k_B - Y_{BC}/g_B) \cdot \{1 - (Y_{CC}/(g_C k_C))^{k_C/2}\} \cdot (1 - Y_{BC}/(g_C i_C))^{1/2} \cdot Y_{AB}/(g_B i_B)^{1/2} \quad (\text{A.3.25f})$$

Für die Terme B bis F gilt folgende Begrenzung

$$\text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E} + \text{Term F} \leq Y_{AB}/g_A \quad (\text{A.3.26})$$

Schließlich erhält man die effektive Erreichbarkeit zu

$$k'_{\text{effN}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E} + \text{Term F} \quad (\text{A.3.27})$$

Bei den Termen A, D, E und F tritt wiederum ein Faktor 1/2 auf, da bei dem in Bild 4.8b) gezeigten Verbindungsgraphen die  $k_C$  Ausgänge hinter der letzten Stufe der Umkehrgruppierung ("Henkel") doppelt abgesucht werden, was sich ohne diesen Faktor in der Formel als doppelte Erreichbarkeit auswirken würde.

A.4 TEILVERLUSTWAHRSCHEINLICHKEITEN BEI UMKEHRGRUPPIERUNGEN  
MIT KURZWEGEN UND PUNKT-BÜNDEL-MARKIERUNG

Wird die Wegesuche bezüglich eines bestimmten Bündels mit Punkt-Bündel-Markierung durchgeführt, so werden die in den folgenden Abschnitten angegebenen effektiven Erreichbarkeiten zur Berechnung der Teilverlustwahrscheinlichkeiten bzw. Verbindungswahrscheinlichkeiten benutzt.

A.4.1 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg B

In Bild 4.9b) ist der dreistufige zweiseitige Verbindungsgraph für Kurzweg B - Durchschaltungen angegeben. In den folgenden Formeln zur Berechnung der effektiven Erreichbarkeit werden Begrenzungen auf einen bestimmten Maximalwert durch  $\leq g$  gekennzeichnet (vgl. Kapitel A.2.1 und A.2.2).

Freifächer FF

$$FF = (k_A^{-Y_{AB}}/g_A) \cdot (i_B - 1) \cdot (1 - Y_{AB}/(g_B i_B)) / \leq g_{1A}^{-1} \quad (A.4.1)$$

Belegtfächer BF

$$BF = k_A \cdot (i_B - 1) / \leq g_{1A}^{-1} - FF \quad (A.4.2)$$

Effektive Erreichbarkeit

$$k_{effB} = FF \cdot k_{Ar} + BF \cdot k_{Ar} \cdot \frac{Y_r}{n_r} \cdot \frac{k_A^{-Y_{AB}}/g_A}{i_A} \quad (A.4.3)$$

Im Freifächer wird mit  $(i_B - 1)$  und nicht mit  $i_B$  multipliziert, was im abgebildeten System nach Bild 4.9b) den maximal erreichbaren  $(k_B - 1)$  Ausgängen eines Koppelvielfachs der B-Stufe zur C-Stufe hin entspricht.

Dadurch wird berücksichtigt, daß selbst im Leerlauf in der Umkehrgruppierung von einem Koppelvielfach der B-Stufe aus über Kurzweg B nur  $(g_{1A} - 1) = (i_B - 1)$  Koppelvielfache der A-Stufe abgesucht werden können.

A.4.2 Effektive Erreichbarkeit für Kurzweg C

Für die Berechnung der effektiven Erreichbarkeit bezüglich Durchschaltversuchen über Kurzweg C muß der fünfstufige zweiseitige Verbindungsgraph nach Bild 4.10b) betrachtet werden.

Freifächer FF

$$FF = (k_A^{-Y_{AB}}/g_A) \cdot (k_B^{-Y_{BC}}/g_B) \cdot (i_C - 1) \cdot (1 - Y_{BC}/(g_C i_C)) / \leq g_{gB}^{-g_{1B}} \cdot (i_B^{-Y_{AB}}/g_B) / \leq g_{gA}^{-g_{1A}} \quad (A.4.4)$$

Belegtfächer BF

$$BF = k_A k_B (i_C - 1) / \leq g_{gB}^{-g_{1B}} \cdot i_B / \leq g_{gA}^{-g_{1A}} - FF \quad (A.4.5)$$

Effektive Erreichbarkeit

$$k_{effN} = FF \cdot k_{Ar} + BF \cdot k_{Ar} \cdot \frac{Y_r}{n_r} \cdot \frac{k_A^{-Y_{AB}}/g_A}{i_A} \quad (A.4.6)$$

Im Freifächer wird durch den Faktor  $(i_C - 1)$  berücksichtigt, daß über Kurzweg C maximal  $(i_C - 1)$  verschiedene AB-Linkblöcke in der Umkehrgruppierung abgesucht werden können.

A.4.3 Effektive Erreichbarkeit für Normalweg

Der abgebildete sechsstufige zweiseitige Verbindungsgraph bei Normalweg in Mehrgruppensystemen ist in Bild 4.11b) und jener für Eingruppensysteme in Bild 4.12b) dargestellt.

Bei der Berechnung der effektiven Erreichbarkeit tritt die Unterscheidung zwischen Mehrgruppen- und Eingruppensystemen lediglich in den Begrenzungen, d.h. in der Zahl maximal erreichbarer Koppelvielfache der einzelnen Stufen auf.

Dazu werden folgende Maximalwerte definiert

$$\begin{aligned} \text{Eingruppensysteme:} \quad g_1 &= g_A \\ g_2 &= g_B \\ g_3 &= g_C \end{aligned} \quad (A.4.7)$$

Mehrgruppensysteme:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \varepsilon_A - \varepsilon_{gA} \\ \varepsilon_2 &= \varepsilon_B - \varepsilon_{gB} \\ \varepsilon_3 &= \varepsilon_C - \varepsilon_{gC} \end{aligned} \quad (\text{A.4.8})$$

Mit diesen unterschiedlichen Begrenzungen errechnet sich die effektive Erreichbarkeit zu

$$FF = (k_A - Y_{AB}/\varepsilon_A) \cdot (k_B - Y_{BC}/\varepsilon_B) \cdot (k_C - Y_{CC}/\varepsilon_C) \cdot (i_C - Y_{BC}/\varepsilon_C) \cdot (i_B - Y_{AB}/\varepsilon_B) \cdot (i_A - Y_{AB}/\varepsilon_A) \quad (\text{A.4.9})$$

$$BF = k_A \cdot k_B \cdot k_C \cdot i_C \cdot i_B \cdot i_A - FF \quad (\text{A.4.10})$$

$$k_{effN} = FF \cdot k_{Ar} + BF \cdot k_{Ar} \cdot \frac{Y_r}{n_r} \cdot \frac{k_A - Y_{AB}/\varepsilon_A}{i_A} \quad (\text{A.4.11})$$

#### A.5 ZWISCHENBLOCKIERUNGEN BEI UMKEHRGRUPPIERUNGEN MIT KURZWEGEN

Die Berechnung der Zwischenblockierungen bei Systemen mit Konzentration erfolgt mit dem Verfahren CLIGS (/2/,/3/), wie es in Anhang A.2 bereits besprochen wurde.

Im Falle von Umkehrgruppierungen mit Kurzwegen werden die einzelnen Blockierungen im folgenden angegeben.

##### A.5.1 Eingangsblockierung

Bei Systemen mit Konzentration in der ersten Stufe (A-Stufe) errechnet sich der Verlust infolge Eingangsblockierung im Startkoppelvielfach der A-Stufe zu

$$B_{ZWA} = p^*(k_A) \quad (\text{A.5.1})$$

Dabei ist die Wahrscheinlichkeit  $p^*(k_A)$  nach Kapitel A.3.1 zu berechnen. Im Startkoppelvielfach muß mindestens einer der  $i_A$  Eingänge frei sein, damit dieses Koppelvielfach markiert wird.

##### A.5.2 Zwischenblockierung in der B-Stufe

Bei Systemen mit Konzentration in der B-Stufe wird die Verlustwahrscheinlichkeit berechnet zu

$$B_{ZWB} = E(k_{effZWB}, n_{ZWB}) \quad (\text{A.5.2})$$

Hierbei werden die Formeln nach den Gleichungen (4.8), (4.9) und (4.10) benutzt, wobei für die Größe des betrachteten Zwischenleitungsbündel gilt

$$n_{ZWB} = k_A \cdot k_B \quad (\text{A.5.3})$$

und für die Belastung  $Y_{ZWB}$  auf diesen Leitungen

$$Y_{ZWB} = Y_{BC} \cdot n_{ZWB} / (g_B \cdot k_B) \quad (\text{A.5.4})$$

Die effektive Erreichbarkeit wird berechnet aus

$$FF = (k_A - Y_{AB}/\varepsilon_A) \quad (\text{A.5.5})$$

$$BF = k_A - FF \quad (\text{A.5.6})$$

$$k_{\text{effZWB}} = FF \cdot k_B + BF \cdot k_B \cdot \frac{Y_{\text{ZWB}}}{n_{\text{ZWB}}} \cdot \frac{1}{k_B} \quad (\text{A.5.7})$$

A.5.3 Zwischenblockierung in der C-Stufe

Bei Umkehrgruppierungen mit Konzentration in der C-Stufe wird ein Verlust infolge Zwischenblockierung berechnet zu

$$B_{\text{ZWC}} = E(k_{\text{effZWC}} \cdot n_{\text{ZWC}}) \quad (\text{A.5.8})$$

Das interessierende Zwischenleitungsbündel ist

$$n_{\text{ZWC}} = k_A \cdot k_B \cdot k_C \quad (\text{A.5.9})$$

und seine Belastung

$$Y_{\text{ZWC}} = Y_{\text{CC}} \cdot n_{\text{ZWC}} / (g_C k_C) \quad (\text{A.5.10})$$

Die effektive Erreichbarkeit errechnet sich zu

$$FF = (k_A - Y_{\text{AB}} / g_A) \cdot (k_B - Y_{\text{BC}} / g_B) \quad (\text{A.5.11})$$

$$BF = k_A \cdot k_B - FF \quad (\text{A.5.12})$$

$$k_{\text{effZWC}} = FF \cdot k_C + BF \cdot k_C \cdot \frac{Y_{\text{ZWC}}}{n_{\text{ZWC}}} \cdot \frac{1}{k_C} \quad (\text{A.5.13})$$

A.6 INTERPOLATION BEI DER VERLUSTBERECHNUNG FÜR NICHT GANZZÄHLIGE ERREICHBARKEIT

Bei der Verlustberechnung bei Punkt-Punkt- wie auch bei Punkt-Bündel-Markierung tritt folgender Ausdruck auf

$$B = \sum_{x=0}^n p(x) \cdot c(x, k_{\text{eff}}) \quad (\text{A.6.1})$$

(vgl. z.B. Gleichung (3.2), (3.6), (4.8)).

Die effektive Erreichbarkeit  $k_{\text{eff}}$  nimmt nicht ganzzahlige Werte an.

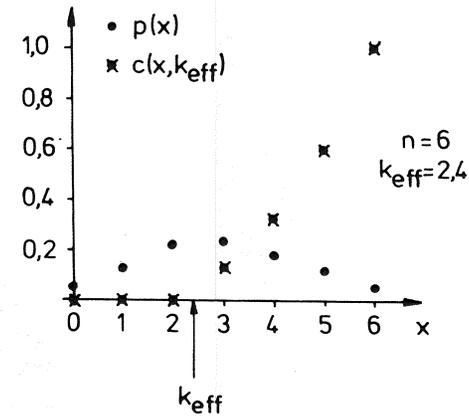


Bild A.6.1: Zustandswahrscheinlichkeit und Sperrwahrscheinlichkeit in einem Bündel mit n=6 Leitungen und einer effektiven Erreichbarkeit von  $k_{\text{eff}} = 2,4$

In Bild A.6.1 sind für ein System mit n=6 Leitungen die Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(x)$  als Punkte aufgetragen. Die Berechnung der Sperrwahrscheinlichkeit  $c(x, k_{\text{eff}})$  (vgl. Gleichung (3.1)), deren Werte mit Kreuzen angegeben sind, kann rekursiv vorgenommen werden.

Mit dem Anfangswert

$$c(n) = 1 \quad (\text{A.6.2})$$

folgt für die Sperrwahrscheinlichkeit

$$c(x) = \begin{cases} c(x+1) \cdot \frac{x+1-k_{\text{eff}}}{x+1} & x = [k_{\text{eff}}] + 1, \dots, n-1 \\ 0 & x = 0, \dots, [k_{\text{eff}}] \end{cases} \quad (\text{A.6.3})$$

Dabei bedeutet  $[ \ ]$  den ganzzahlig abgerundeten Wert.  
 Hierbei ist es gleichgültig ob  $k_{\text{eff}}$  ganzzahlig ist oder nicht.  
 Die Summation bei der Verlustberechnung ergibt nun

$$B = \sum_{x=[k_{\text{eff}}]+1}^n p(x) \cdot c(x, k_{\text{eff}}) \quad (\text{A.6.4})$$

Für zwei Werte von  $k_{\text{eff}}$ , die nur geringfügig unter bzw. über einem ganzzahligen Wert liegen, würde sich obige Summe stark unterscheiden, da im einen Fall ein weiterer Summationsschritt angefügt wird.

Deshalb wird grundsätzlich ein zusätzlicher Summationsschritt angefügt, der umso schwächer bewertet wird, je näher  $k_{\text{eff}}$  dem aufgerundeten ganzzahligen Wert kommt.

Diese Gewichtung geschieht mit dem Gewichtungsfaktor  $f$ , der folgendermaßen berechnet wird (vgl. Bild A.6.1)

$$f = [k_{\text{eff}}] + 1 - k_{\text{eff}} \quad (\text{A.6.5})$$

Daraus folgt die Verlustwahrscheinlichkeit

$$B = \sum_{x=[k_{\text{eff}}]+1}^n p(x) \cdot c(x, k_{\text{eff}}) + p([k_{\text{eff}}]) \cdot c([k_{\text{eff}}], [k_{\text{eff}}]) \cdot f \quad (\text{A.6.6})$$



