

Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung  
Universität Stuttgart  
Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. A. Lotze

**32. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten**

Über die Dimensionierung von Linksystemen  
mit Punkt - Punkt - Markierung  
und alternativer Wegelenkung

von  
Nagy Wadie Mesaiha

Institute of Switching and Data Technics  
University of Stuttgart  
Prof. Dr.-Ing., Dr.-Ing. E.h. A. Lotze

**32 nd Report on Studies in Congestion Theory**

On the Dimensioning of Link Systems  
with Point to Point Selection  
and Alternate Routing

by  
Nagy Wadie Mesaiha

© 1981 Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung Universität Stuttgart

Druck: W. Schröpfer

ISBN 3 - 922403 - 42 - 5

---

## Abstract

### 1. General

In modern telephone systems, the switching networks consist of multistage arrays with conjugate selection, so-called "link systems" (see fig. 2.1, page 17).

An important function of such link systems in the transit centres of toll dialling networks is alternate routing. First, the traffic is offered to a high usage "primary trunk group" the so-called "direct route". Calls which cannot access the selected outgoing idle trunk "overflow" from the concerned primary group and are offered to a suitable secondary trunk group. Calls which cannot be switched via this second route may possibly be offered to a third route etc. and finally to a final route (see fig. 2.2, page 18).

Long distance telephone networks with alternate routing are, with regard to economy and reliability, superior to systems without alternate routing.

An important problem arising in these systems is the correct dimensioning of the various trunk groups.

Telephone traffic offered through a link system to a primary trunk group, can be considered as a pure chance traffic with Poissonian input, having a variance  $V$  equal to its mean value  $A$ . Traffic overflowing behind one or more preceding trunk groups, has other statistical properties than pure chance traffic. It can be described with sufficient accuracy by means of its mean value  $R$  and its variance  $V > R$ . This overflow traffic having  $V > R$  is known as "peaked traffic".

For one-stage arrays with full or limited accessibility, reliable approximate methods are known for the dimensioning of trunk groups with offered overflow traffics, using the means  $R_i$  and the variances  $V_i$  of these traffics  $/8/, /40/$ .

Analogous methods for link systems with point-to-point selection are not yet known.

One of the main topics of this work is to derive a reliable analytical approximate method for the dimensioning of secondary trunk groups behind link systems with point-to-point selection, and with alternate routing.

For this reason it is necessary to derive mathematical models, which allow the calculation of the mean and variance of the overflow traffics and therewith the probability of loss of the trunk groups behind link systems.

The derived method takes into account the structure of the link system, the stochastic processes of the offered pure chance traffic and/or overflow traffic, the numbers of trunks in the groups and the alternate routing strategy.

The accuracy of an approximate dimensioning method must of course be higher than those of the traffic forecast, as well as those of the loss and traffic measurements in real telephone networks.

Another outcome of the work, based on the new theoretical solutions is a dimensioning outline for practical engineering, which will be of interest to the manufacturers and administrations. This outline also yields the economic partition of the offered traffics among high usage groups and the final group.

### 2. Contents

Following the introduction in chapter I and II, chapter III deals with the structure of link systems and the various investigated link system types, as well as the strategy of alternate routing.

Chapter IV shortly describes the procedure of alternate routing in case of point-to-point selection and gives a list of all parameters to be calculated.

Chapter V contains the analytical solutions. First, 4 already known mathematical models AM1 to AM4 are explained shortly, and then another 7 new mathematical models NM1 to NM7 are developed. Their resulting formulae are derived.

In chapter VI, the analytical overall solution is explained by means of an example. This total solution bases on the new models NM1 to NM7 in chapter V.

Chapter VII deals with the practical application of the calculation method, also by means of an example, in which it is shown how to design the structural parameters of a link system. Furthermore the above mentioned method which provides an economic partition of the offered traffics among all trunk groups is demonstrated.

Chapter VIII contains the resulting diagrams. The agreement of the calculated results with those of the simulation results proves the reliability of the new approximate analytical solution.

Chapter IX gives a summary of the work.

In appendix 1 to 4, some formulae used in the work are derived and demonstrated.

	Seite
I. <u>Allgemeines</u>	1
I.1. Inhaltsverzeichnis	1
I.2. Schrifttumsverzeichnis	4
I.3. Abkürzungen und Definitionen	11
I.4. Verkehrstheoretische Begriffe	14
I.5. Verkehrsart bei Linkssystemen	15
II. <u>Übersicht und Ziel der Arbeit</u>	17
II.1. Aufgabenstellung	17
II.2. Gang der Arbeit	20
III. <u>Einführung in die Struktur und Betriebsweise von Linkssystemen mit Richtungswahl, Punkt-Punkt-Markierung und alternativer Wegelenkung</u>	23
III.1. Struktur-Beschreibung	23
III.1.1. 3-stufige Linkssysteme	23
III.1.2. 4-stufige Linkssysteme	24
III.1.3. 5-stufige Linkssysteme	25
III.1.4. 6-stufige Linkssysteme	28
III.2. Beschaltung der Linkssysteme mit verschiedenen Abnehmerbündeln und Betrieb mit alternativer Wegelenkung	30
III.2.1. Beschaltung der Ausgänge eines Raumvielfach-Linksystems (SDM-System)	30
III.2.2. Strategie der alternativen Wegelenkung und Überlaufschema	31
III.3. Markierungsverfahren	32
III.3.1. Punkt-Bündel-Markierung	32
III.3.2. Punkt-Punkt-Markierung	33
III.3.3. Vergleich der beiden Markierverfahren	34
IV. <u>Das Überlaufproblem bei Linkssystemen mit Punkt-Punkt-Markierung</u>	36
IV.1. Überlauf-Ursachen	36
IV.2. Mehrfach-Überlauf	37
IV.3. Ziel des neuen Rechenverfahrens	37

	Seite
V. <u>Modelle für die analytische Behandlung des Überlaufproblems</u>	39
V.1. Der Begriff des "mathematischen Modells" in der Nachrichtenverkehrstheorie	39
V.2. Bekannte "alte" Modelle AM1 bis AM4	40
V.2.1. Das Modell AM1 Erlang's Verlustformel	40
V.2.2. Das Modell AM2 PPL-Verfahren	43
V.2.3. Das Modell AM3 ERT-Verfahren	44
V.2.4. Das Modell AM4 RDA-Verfahren	45
V.3. Die neuen Modelle NM1 bis NM7	45
V.3.1. Das Modell NM1 Zwei-Schalter-Modell	45
V.3.2. Das Modell NM2 Berechnung $B_{v,1}$ und $B_{PP}$	49
V.3.3. Das Modell NM3 Berechnung $V((R_{v,1}))$	52
V.3.4. Das Modell NM4 Berechnung $V((R_{v,1}^{PP,i}))$	65
V.3.5. Das Modell NM5 Berechnung $V((R_{g,i}^{PP,i}))$	71
V.3.6. Das Modell NM6 Berechnung von Sekundär-bündeln )	72
V.3.7. Das Modell NM7 Berechnung $V((R_{v,i}))$	75
VI. <u>Der gesamte Lösungsweg mit Hilfe der neuen Modelle NM1 bis NM7</u>	80
VI.1. Einleitung	80
VI.2. Die vorgegebenen Parameter	82
VI.3. Die Berechnung der Verkehrsbelastungen	82
VI.4. Die Dimensionierung eines geeigneten Linksystems	84
VI.5. Die schrittweise Dimensionierung der Abnehmerbündel	84
VI.6. Flußdiagramm des gesamten Lösungsweges	92
VII. <u>Dimensionierung für möglichst wirtschaftliche Leitungskosten</u>	95
VII.1. Einleitung	95
VII.2. Ablauf einer wirtschaftlichen und verkehrsgerechten Dimensionierung	96
VII.3. Beispiel für eine wirtschaftliche und verkehrsgerechte Dimensionierung eines Richtungswahl-Linksystems nach den vorgeschriebenen Planungswerten für den Endausbau.	102

	Seite
VIII. <u>Ergebnisse und Diagramme</u>	110
VIII.1. Einleitung	110
VIII.2. Allgemeines zu den verwendeten Simulations- programmen	110
VIII.3. Diagramme	112
VIII.3.1. Dreistufige Linksysteme	112
VIII.3.2. Vierstufige Linksysteme	116
VIII.3.3. Fünfstufige Linksysteme	120
VIII.3.4. Sechstufige Linksysteme	125
VIII.4. Beurteilung der Ergebnisse	129
IX. <u>Zusammenfassung</u>	130
<u>Anhang</u>	131
A.1. <u>Das PPL-Verfahren</u>	131
A.1.1. Die effektive Erreichbarkeit k	131
A.1.2. Bestimmung des Momentanverlustes	137
A.1.3. Der Punkt-Punkt-Verlust	139
A.2. <u>Die Grundgedanken des ERT-Verfahrens (Equivalent Random Traffic)</u>	141
A.3. <u>Die Grundgedanken des RDA-Verfahrens (Rest R, Streuwert D, Angebot A)</u>	145
A.4. <u>Die wirtschaftliche Dimensionierung von Fern- sprechnetzen mit alternativer Leitweglenkung</u>	148

I.2. Schrifttumsverzeichnis

- /1/ Basharin,G.P. On analytical and numerical methods of switching system investigation 6.ITC. München 1970, Proceedings 245/1-245/9.
- /2/ Bretschneider,G. Die Berechnung von Leitungsgruppen für überfließenden Verkehr in Fernsprechwählanlagen. Ntz-9(1956), S. 533 bis 540.
- /3/ Bretschneider,G. Ein verallgemeinertes Verfahren zur Näherungsberechnung der Leistungsfähigkeit von Überlaufanordnungen Mitteilung aus dem Zentral-Laboratorium der Siemens & Halske AG. NTZ (1962) Heft 12, S. 639 bis 643.
- /4/ Brockmeyer,E. The simple overflow problem in the theory of telephone traffic. Teletechnik 5(1954), S. 361 bis 374.
- /5/ Brockmeyer,E. The life and works of A.K.Erlang. Halstrom ,H. Acta Polytechnica Scandinavica Jensen ,A. (1960) , Nr. 287.
- /6/ Chastang,J. Ein Beitrag zur Untersuchung von Überlaufverkehr. El. Nachr. -Wesen 38(1963), S.88-95.
- /7/ Herzog,U. Die exakte Berechnung des Streuwertes von Überlaufverkehr hinter Koppelanordnungen beliebiger Stufenzahl mit vollkommener bzw. unvollkommener Erreichbarkeit. AEÜ. (1966) Band 20, Heft 3, S.180-184.

- /8/ Herzog,U. Lotze ,A. Das RDA-Verfahren, ein Streuwert-  
verfahren für unvollkommene Bündel.  
NTZ. 19(1966), S. 640 bis 646.
- /9/ Herzog,U. Lotze ,A. The RDA-Method, a method regarding  
the variance coefficient for limited  
access trunk groups.  
NTZ. Commun.J. 7(1968), S.47 bis 52.
- /10/ Herzog,U. Die Bemessung ein- und mehrstufiger  
Koppelanordnungen der Vermittlungs-  
technik für angebotenen Überlauf-  
verkehr.  
a) Dissertation, Universität Stuttgart,1968  
b) 5.Bericht über Verkehrstheoretische  
Arbeiten, Institut für Nachrichten-  
vermittlung und Datenverarbeitung,  
Universität Stuttgart, 1968.
- /11/ Herzog ,U. Lotze ,A. Schehrer,R. Die Berechnung von Leitungsbündeln  
hinter vereinfachten Mischungstypen  
NTZ. 1969, Heft 12, S. 684 bis 689.
- /12/ Herzog,U. Die Bemessung von Linkssystemen mit  
alternativer Leitweglenkung nach  
dem verallgemeinerten RDA-Streuwert-  
Verfahren  
NTZ. 1970 Heft 3, S. 143 bis 150.
- /13/ Katzschner,L. Verlustsysteme der Wählvermittlungs-  
technik mit Prioritäten  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1970  
b) 12.Bericht über Verkehrstheoretische  
Arbeiten, Institut für Nachrichten-  
vermittlung und Datenverarbeitung,  
Universität Stuttgart, 1970.

- /14/ Kampe,G. Kühn ,P. LangenbachBelz,M. Simulation in der Nachrichtenverkehrs-  
theorie -Problemstellung und Programmier-  
sprachen,GI-Workshop "Methodik der  
Rechnergesteuerten Simulation",  
Karlsruhe, 1973.  
Gesellschaft für Kernforschung, Karlsruhe,  
Gfk-Bericht 1845, 1973, S. 240-263.
- /15/ Kosten,L. Simulation in traffic theory  
6.ITC., München, 1970  
Proceedings S. 411/1-8.
- /16/ Kümmerle,K. Ein Vorschlag zur Berechnung der  
Vertrauensintervalle bei Verkehrstests  
AET. 23(1969)10, S. 507-511.
- /17/ Lotze,A. Verluste und Gutemerkmale einstufiger  
Mischungen.  
NTZ. 14(1961), S. 449-453.
- /18/ Lotze,A. Loss formula, artificial traffic checks  
and quality standards for characterizing  
one stage gradings  
3.ITC. Paris(1961), Doc. Nr.28.
- /19/ Lotze,A. A traffic variance method for gradings  
of arbitrary type  
a) 4.ITC. London(1964), Doc. Nr.8/80.  
b) Post Off. Telecommun.J., special  
issue, Rep. of the proceedings of  
the 4.ITC, London(1964), S.50.
- /20/ Lotze,A. Tabellen für Streuwert und Verlust von  
einstufigen Koppelanordnungen mit unvoll-  
kommener und vollkommener Erreichbarkeit.  
Institut für Nachrichtenvermittlung und  
Datenverarbeitung der Universität  
Stuttgart 1964, (2.Auflage 1966).

- /21/ Lotze,A. Tafeln für Streuwert D und Überlauf-  
verkehr R von einstufigen Koppel-  
anordnungen mit unvollkommener  
Erreichbarkeit.  
Institut für Nachrichtenvermittlung  
und Datenverarbeitung, Universität  
Stuttgart 1965.
- /22/ Lotze,A. Verkehrstheoretische Fragen bei der  
Gestaltung internationaler Fernwählnetze  
a) Vortrag bei NTG-Tagung (Sept. 1965)  
in München.  
b) NTZ. 19(1966), S. 633-639.
- /23/ Lotze,A. Die streuwertgerechte Bemessung von  
Schehrer,R. Leitungsbündeln in Wählnetzen mit  
Leitweglenkung  
a) NTZ. 1966, Heft 12, S. 719-724.  
b) NTZ. Commun.J. 7(1968), S. 52-56.
- /24/ Lotze,A. Optimum link systems  
a) 5.ITC., Newyork 1967, Proceedings  
S.242-251  
b) Sonderheft stochastische Prozesse  
in Bedienungssystemen.  
Akad. d. Wiss. d. UDSSR Moskau 1969.
- /25/ Lotze,A. Field engineering methods for economic  
network plannung with or without  
alternate routing  
TIMS XX, XX. international meeting,  
Institute of management sciences,  
Tel Aviv, 1973.
- /26/ Lotze,A. DDD Network optimization in field  
engineering, from theory to application,  
IEEE Transactions on communications,  
vol. com.-22, No.12, December 1974.

- /27/ Lotze ,A. Tabellen für die wirtschaftliche  
Lörcher ,W. Dimensionierung von Fernsprechnetzen  
Herzog ,U. mit alternativer Leitweglenkung.  
Schehrer,R. Institut für Nachrichtenvermittlung  
und Datenverarbeitung, Universität  
Stuttgart, 1975.
- /28/ Lotze, A. Table of the Modified-Palm-Jacobaeus  
Wagner,W. loss formula.  
Institut für Nachrichtenvermittlung  
und Datenverarbeitung, Universität  
Stuttgart, 1963.
- /29/ Lotze ,A. PPL - a reliable method for the  
Röder ,A. calculation of point-to-point loss  
Thierer,G. in link systems.  
8.ITC., Melbourne 1976, proceedings  
S. 547/1-14.
- /30/ Lotze ,A. Point-to-point selection versus point-  
Röder ,A. to-group selection in link systems.  
Thierer,G. 8.ITC., Melbourne 1976, proceedings  
S. 541/1-5.
- /31/ Lotze ,A. Nik-Charts for the design of link  
Röder ,A. systems operating in the point-to-point  
Thierer,G. selection mode  
Institut für Nachrichtenvermittlung  
und Datenverarbeitung, Universität  
Stuttgart, 1976.
- /32/ Lörcher,W. Exakte Berechnung der Zustandswahr-  
scheinlichkeiten und der charak-  
teristischen Verkehrsgrößen mehr-  
stufiger Koppelanordnungen mit  
konjugierter Durchschaltung.  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1973.



- b) 20. Bericht über Verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1973.

- /33/ Schehrer, R. Die Berücksichtigung des Streuwertes bei der Bemessung von Querwegen und Kennzahlwegen in der Landesfernwahl. Dipl.-Arb. am Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1964.
- /34/ Schehrer, R. Optimal design of alternate routing systems  
5. ITC., New York 1967, proceedings  
S. 378-389.
- /35/ Schehrer, R. Über die exakte Berechnung von Überlaufsystemen der Wahlvermittlungstechnik  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1969  
b) 10. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1969.
- /36/ Schehrer, R. Elementare Herleitung des Streuwertes von Überlaufverkehr hinter Koppelanordnungen mit Poisson-Angebot  
Wiss. Ber. AEG-Telefunken (1975) 2/3.
- /37/ Schehrer, R. Über die Momente höherer Ordnung von Überlaufverkehr hinter vollkommen erreichbaren Bündeln.  
Wiss. Ber. AEG-Telefunken (1977) 4/5.
- /38/ Thierer, G. Die Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit in Linksystemen mit Punkt-Punkt-Markierung  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1980.

- b) 29. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1980.

- /39/ Urmoneit, W. Reduktion des Ranges von linearen Gleichungssystemen zur Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit von vielstufigen Koppelanordnungen  
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1980  
b) 25. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1980.
- /40/ Wilkinson, R.I. (Riordan, J.) Theories for toll traffic engineering in the U.S.A.  
a) 1. ITC., Copenhagen 1955.  
b) Bell system techn. j. No. 35 (1956), S. 514.
- /41/ Vermittlungstechnik und Verkehrstheorie - Begriffe  
NTG-Entwurf 0903, 1971
- /42/ Vermittlungstechnik-Begriffe und Systemtechnik  
NTG-Entwurf 0902, 1972
- /43/ Lotze, A. Vorlesung "Nachrichtenverkehrstheorie", Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart.

I.3. Abkürzungen und Definitionen

I.3.1. Verkehrsgrößen:

- A : Allgemeine Bezeichnung für ein Verkehrsangebot ( $A=\lambda, h$ )
- $A_{ges}$  : Gesamt-Verkehrsangebot (an ein Linksystem)
- $A_{d,i}$  : Direktangebot (Zufallsverkehr 1.Art) an ein Bündel Nr.i
- $A_{g,i}$  : Gesamtangebot an ein Bündel Nr.i (Zufallsverkehr 1.Art und/oder sogenannter "spitziger" Überlaufverkehr)
- $A_o$  : Fiktives Verkehrsangebot
- $A_{virt}$  : Virtuelles Verkehrsangebot
- $A_{gen,i}$  : Generierendes Verkehrsangebot an ein Bündel Nr.i
- $A^* ; A^{**}$  : Verkehrsangebote an Ersatzprimärbündel
- $B_{pp}$  : Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit
- $B_{v,i}$  : Verlustwahrscheinlichkeit eines Bündels Nr.i im Falle vollkommener Erreichbarkeit
- $B_{g,i}$  : Gesamtverlustwahrscheinlichkeit eines Bündels Nr.i
- D : Allgemeine Bezeichnung des Streuwertes eines Verkehrs
- $D((z))$  : Streuwert eines Verkehrs z
- Erl. : Erlang, dimensionslose Einheit für den Nachrichtenverkehr
- P : Allgemeine Bezeichnung des Spitzigkeitskoeffizienten
- $P_{v,i}$  : Spitzigkeitskoeffizient jenes Restverkehrs, der durch Verluststufe infolge Vollbelegung eines Bündels Nr.i entsteht
- $P_{pp}$  : Spitzigkeitskoeffizient jenes Restverkehrs, der sich aus Verluststufen eines Abnehmerbündels Nr.i infolge von Punkt-Punkt-Verlust zusammensetzt
- R : Allgemeine Bezeichnung für Restverkehr

- $R_{v,i}$  : Anteil des Rest- bzw. Überlaufverkehrs infolge Vollbelegung eines Bündels Nr.i
- $R_{pp,i}$  : Anteil des Rest- bzw. Überlaufverkehrs entstanden aus Verluststufen eines Abnehmerbündels Nr.i infolge von Punkt-Punkt-Verlust des Linksystems
- $R_{g,i}$  : Gesamt-Restverkehr (Gesamt-Überlaufverkehr) hinter einem Bündel Nr.i
- V : Allgemeine Bezeichnung der Varianz eines Verkehrs
- $V((z))$  : Varianz eines Verkehrs z
- Y : Allgemeine Bezeichnung für die Verkehrsbelastung
- $Y_{ges}$  : Gesamtverkehrsbelastung eines Linksystems
- $Y_i$  : Verkehrsbelastung auf einem Abnehmerbündel Nr.i
- $Y_j$  : Verkehrsbelastung auf einem Koppelvielfach der Stufe j eines Linksystems
- $Y_{virt}$  : Virtuelle Verkehrsbelastung
- ZV1 : Zufallsverkehr 1.Art

I.3.2. Strukturgrößen:

- $\xi_j$  : Anzahl der Koppelvielfache in Stufe j eines Linksystems
- $\xi_{\emptyset j}$  : Anzahl der Koppelvielfache eines Linkblocks in Stufe j eines Linksystems
- $\xi_{bj}$  : Anzahl der Koppelvielfache in einer Gruppe von Linkblöcken eines Linksystems
- $\xi_{n,i}$  : Anzahl der Koppelvielfache in der letzten Stufe S eines Linksystems, an welche Abnehmerleitungen des betreffenden Bündels Nr.i angeschlossen sind
- $i_j$  : Anzahl der Eingänge eines Koppelvielfachs in Stufe j eines Linksystems

- $k_j$  : Anzahl der Ausgänge eines Koppelvielfachs in Stufe  $j$  eines Linksystems
- $k_{eff}$  : Effektive Erreichbarkeit nach Definition des PPL - Verfahrens
- $l_{j;j+1}$  : Faktor zur Kennzeichnung der Zwischenleitungsführung zwischen Stufe  $j$  und Stufe  $j+1$
- $N$  : Allgemeine Bezeichnung einer Leitungszahl
- $N_{ein}$  : Gesamtzahl der Eingangsleitungen eines Linksystems
- $N_{aus}$  : Gesamtzahl der Ausgangsleitungen eines Linksystems
- $n_i$  : Anzahl der Leitungen eines Abnehmerbündels Nr.i
- $n_{1i}$  : Anzahl der Leitungen eines I.Querweg-Bündels Nr.i
- $n_{2i}$  : Anzahl der Leitungen eines II.Querweg-Bündels Nr.i
- $S$  : Anzahl der Stufen eines Linksystems

I.4. Verkehrstheoretische Begriffe

Im folgenden werden die wichtigen und immer auftretenden verkehrstheoretischen Begriffe erläutert (vgl./41/,/42/).

- Querweg-Bündel : Leitungsbündel mit einer (meistens hohen) Belastung je Leitung z.B.  $\approx 0,7$  Erl., bei denen der nicht aufgenommene Teil des angebotenen Verkehrs auf weitere QW-Bündel oder direkt auf ein Letztweg-Bündel überläuft. Man unterscheidet dabei zwischen:

I.QW-Bündel (auch Primärbündel genannt) : Bündel, dem nur Zufallsverkehr (Direktverkehr) angeboten wird.

II.QW-Bündel (auch Sekundärbündel genannt) : Bündel, dem die von I.QW-Bündeln nicht aufgenommenen Verkehrsreste (überlaufender Verkehr), sowie eventuell zusätzlich noch Zufallsverkehr, angeboten werden.

III., IV., ...

QW-Bündel : Bündel, dem die von vorgeschalteten QW-Bündeln nicht aufgenommenen Verkehrsreste, sowie eventuell zusätzlich noch Zufallsverkehr, angeboten werden.

Letztwegbündel : Leitungsbündel ohne weitere Überlaufmöglichkeit. Der diesem Bündel angebotene Verkehr (Überlauf- und/oder Zufallsverkehr), der nicht aufgenommen werden kann, geht verloren.

- Erreichbarkeit : Anzahl der Abnehmerleitungen einer Koppelanordnung in eine gewünschte Richtung, die von einer Zubringerleitung erreicht und auf ihren Belegungszustand geprüft werden können.
- Verkehrsangebot A (auch nur Angebot genannt) : Erwartungswert für die Anzahl aller pro Zeiteinheit eintreffenden Rufe (C) multipliziert mit der mittleren Belegungsdauer  $h$  erfolgreicher Anrufe.  $A = C \cdot h$

- Verkehrsbelastung Y oder y (auch nur Belastung genannt) : Erwartungswert für die Anzahl aller pro Zeiteinheit erfolgreichen Anrufe (Belegungen), multipliziert mit deren mittlerer Dauer h.
- Verlustwahrscheinlichkeit B : Wahrscheinlichkeit, daß ein eintreffender Anruf abgewiesen wird und "verloren geht".

I.5. Verkehrsart bei Linksystemen

Aus vielen Messungen ist es bekannt, daß der Verkehr in realen Linksystemen mit ausreichender Genauigkeit beschrieben wird, durch die im folgenden beschriebenen zeitlichen Abläufe der Ankunfts- und Bedienungsprozesse /14/.  
 Im folgenden wird ein stationärer Verkehrsablauf betrachtet, d.h. die Prozesse und die Zustandswahrscheinlichkeiten sind zeitinvariant.

I.5.1. Ankunftsprozess

Die Zahl q der Verkehrsquellen wird als sehr groß gegenüber der Leitungszahl N angenommen ( $q \gg N$ , im Grenzfall  $q \rightarrow \infty$ ), d.h. unabhängig vom Belegungszustand der Koppelanordnung bleibt die Ankunftsrate  $\lambda$  konstant. Die Ankunftsabstände  $T_a$  sind um ihren Mittelwert  $a = 1/\lambda$  negativ exponentiell verteilt (Poisson-Ankunftprozess).

$$p(T_a > t) = e^{-(t/a)} \tag{1.1}$$

I.5.2. Bedienungsprozess

Die Belegungsdauern H sind um ihren Mittelwert h negativ exponentiell verteilt.

$$p(H > t) = e^{-(t/h)} \tag{1.2}$$

Die Enderate ist  $\xi = 1/h$

I.5.3. Zufallsverkehr 1.Art (ZV1)

ZV1 ist definiert durch einen Ankunftsprozess nach Abschnitt I.5.1 (Gleichung 1.1) und Bedienungsprozess nach Abschnitt I.5.2 (Gleichung 1.2).

I.5.4. Abgeschnittener Zufallsverkehr 1.Art (Abg.ZV1)

Man spricht von einem abgeschnittenen Zufallsverkehr 1.Art, wenn die Ankunftsrate  $\lambda$  solange konstant bleibt, als noch mindestens 1 von insgesamt  $i_1$  Zubringerleitungen im betrachteten Koppelvielfach der 1.Stufe einer Koppelanordnung frei ist. Sind alle Zubringerleitungen belegt, so soll kein Ruf mehr eintreffen (abgeschnittener Poisson-Ankunftsprozess).  
 Es gilt für die Ankunftsrate

$$\lambda(x) = \begin{cases} \lambda & \text{für } x = 0, 1, 2, \dots, i_1 - 1 \\ 0 & \text{für } x = i_1 \end{cases} \tag{1.3}$$

Für den Bedienungsprozess gilt Gleichung 1.2 Abschnitt I.5.2. Mit dieser Modellvorstellung wird immer dann gerechnet, wenn eine sehr große Zahl von Verkehrsquellen q (z.B. Teilnehmer) auf die betrachteten  $i_1 \ll q$  Leitungen Zugriff haben.

Anmerkung:

Es gibt noch einen weiteren Ankunftsprozess, welcher mit dem Bedienungs-Prozess nach Gleichung 1.2 einen Zufallsverkehr 2.Art bildet. Dieser Zufallsverkehr 2.Art wird in dieser Arbeit nicht betrachtet.

Hier gilt  $\lambda(x) = \alpha \cdot (q-x)$  (1.4)  
 wobei  $\alpha$  die Anrufrate pro freie Quelle ist.

II. Übersicht und Ziel der Arbeit

II.1. Aufgabenstellung

In den Knotenpunkten von Fernwählnetzen werden in zunehmendem Umfang Richtungswähler verwendet, die aus vielstufigen Koppelanordnungen mit konjugierter Wahl bestehen (siehe Kap. III und Bild 2.1). Abgekürzt bezeichnet man solche Koppelanordnungen (aus der englischen Bezeichnung) als "Linkssysteme".

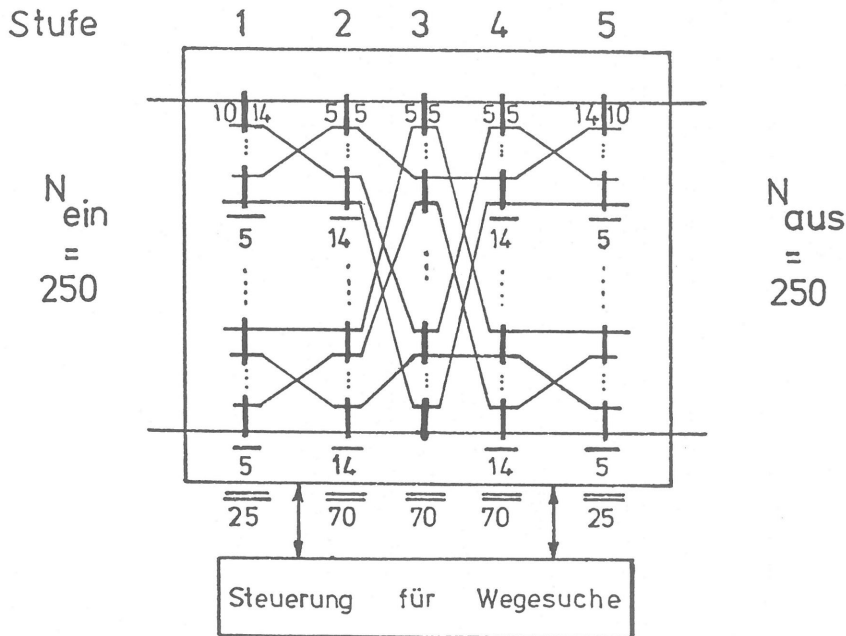


Bild 2.1 : Grundsätzliche Struktur eines Linksystems (Beispiel).

Das gezeichnete Beispiel stellt eine 5-stufige Koppelanordnung für Richtungswahl mit  $N_{\text{ein}}=250$  Eingangsleitungen und ebensovielen Abnehmerleitungen dar. Beschreibung im Einzelnen siehe Kap. III. Eine wesentliche Funktion derartiger Richtungswähler in einem Netz-Knotenpunkt (z.B. eines Fernwähl-Netzes) ist die alternative Leitweglenkung, auch als Verkehrslenkung bezeichnet (siehe Bild 2.2).

Darunter versteht man eine Betriebsweise, bei welcher versucht wird, eine gewünschte Verbindung z.B. von der Fernwähl-Vermittlungsstelle eines Abgangsortes A zunächst über ein sogenanntes "Direktwegbündel" ("Primärbündel" oder I. Querweg-Bündel) nach einer Ziel-Vermittlungsstelle B durchzuschalten. Kann die Steuerung des Richtungswahl-Linksystems in A keine freie Leitung dieses "I. Querwegs" (I. QW) erreichen, so versucht die Steuerung "alternativ" zunächst im "zweitnächsten" Weg über ein II. Querweg-Bündel eine freie Leitung zu erreichen, in Bild 2.2 also von A über C nach B.

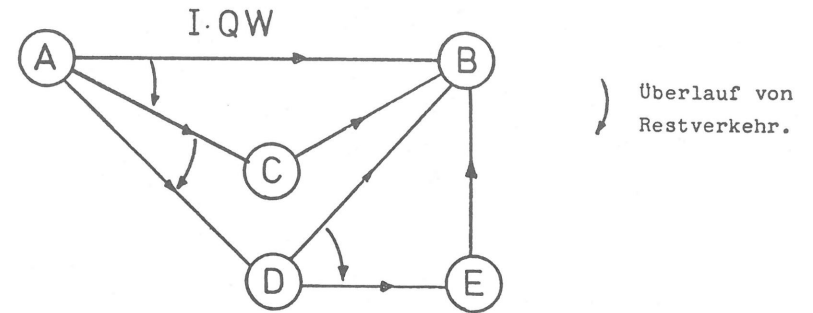


Bild 2.2: Prinzip der alternativen Leitweglenkung.

Gelingt auch dies nicht, so wird evtl. ein Versuch über einen III. Querweg A-D-B oder schließlich über einen "Letztweg" (final route), z.B. A-D-E-B zugelassen.

Ein Fernwählnetz mit alternativer Leitweglenkung erlaubt im Falle richtiger Dimensionierung eine höhere, also wirtschaftlichere Bündelausnutzung. Außerdem erhöht die alternative Leitweglenkung die Betriebssicherheit, wenn einzelne Leitungs-bündel durch Störungen zeitweise ausfallen.

Anstelle der "rein lokalen" Alternativ-Entscheidungen der Steuerung im Abgangsort (Fernvermittlungsstelle A), kann auch

eine "adaptive Wegelenkung" realisiert werden. Hier wird die Steuerung in A über die Verkehrslage in den Zwischenknoten (hier z.B. C,D,E) mit Hilfe spezieller Datenleitungen informiert und kann die Verkehrslenkung auch von diesen Informationen abhängig machen.

In beiden Fällen stellt sich jenes Problem für die verkehrsgerechte Dimensionierung der Bündel, welche das Hauptthema dieser Arbeit ist.

Die Verkehrsangebote, welche in einem Netzknotenpunkt über die inneren Verbindungswege des Linksystems den I.Querwegen angeboten werden, können in der Regel durch "Zufallsverkehr 1. Art" (siehe Kap.I) bezüglich ihrer statistischen Eigenschaften sehr genau beschrieben werden.

Aber die sogenannten Rest-Verkehre, das heißt jene Angebots- teile, welche vom jeweils I.Querweg-Bündel nicht verarbeitet werden und "überlaufen" auf ein von der Steuerung bestimmtes II., dann evtl. weiter auf ein III.QW-Bündel usw. haben statistisch völlig andere Eigenschaften als ZV 1.Art. Insbesondere ist die Varianz dieser Restverkehre in der Regel weit höher. Man spricht dann auch von "spitzigen Verkehrsangeboten".

Für die Dimensionierung solcher "Sekundärbündel" mit angebotenen "spitzigen" Restverkehren existieren zuverlässige Verfahren für einstufige Koppelanordnungen mit vollkommener oder unvollkommener Erreichbarkeit (siehe Kap. V).

Dagegen sind für Linksysteme mit Punkt-Punkt-Markierung und mit Richtungswahl, sowie mit alternativer Verkehrslenkung, bis heute nur heuristische Dimensionierungsmethoden für Sekundärbündel bekannt. In der Regel sind deshalb bis heute für die Entwicklung und für die Dimensionierungs-Richtlinien derartiger Linksysteme umfangreiche Verkehrssimulationen erforderlich. Es ist das Hauptziel dieser Arbeit, für Linksystemen mit Punkt-Punkt-Markierung und alternativer Wegelenkung analytische Verfahren für eine verkehrsgerechte Dimensionierung zu entwickeln.

Exakte analytische Berechnungsverfahren sind im Prinzip bekannt. Leider sind für deren numerische Auswertung lineare Gleichungssysteme zu lösen, deren Rang in der Regel den Wert  $10^{100}$  weit übersteigen würde /32/,/38/.

Es müssen daher v e r e i n f a c h e n d e aber zuverlässige mathematische Modelle entwickelt werden. Mit deren Hilfe müssen die Verlustwahrscheinlichkeiten der Abnehmerbündel eines Linksystems als Funktion von dessen Struktur und Verkehrsbelastung, ferner des stochastischen Anruf- und Endeprozesses der angebotenen Zufalls- und/oder Restverkehre, ferner der Bündelgrößen, sowie der alternativen Wegelenkung berechnet werden können, und zwar mit noch tragbarem Rechenzeit-Aufwand und Speicherplatzbedarf einer DVA.

Die Genauigkeit des Dimensionierungsverfahrens soll auf jeden Fall höher sein, als jene der Verkehrsprognosen, sowie der Verlust- und Verkehrsmessungen im praktischen Betrieb der Fernsprechnetze.

Ein weiteres Ziel der Arbeit ist es -auf der Basis der neuen theoretischen Lösungen- Dimensionierungsrichtlinien für die Praxis der Entwicklungsfirmen und Fernmeldeverwaltungen aufzustellen, welche e i n f a c h zu handhaben sind. Die Leitungsbündel sollen verkehrsrichtig dimensioniert werden und außerdem soll der Verkehr auf die I.QW, II.QW usw. und den Letztweg, abhängig von deren Kosten, so wirtschaftlich wie möglich aufgeteilt werden.

## II.2. Gang der Arbeit

Im nachfolgenden Kap. III wird zunächst eine Einführung in die Struktur von Linksystemen gegeben. Anschließend werden die typischen Strukturen, die im Einzelnen berechnet

und geprüft wurden, vorgestellt. Auch die richtige Anschaltung von Abnehmerbündeln an die letzten Stufen der Linksysteme wird behandelt. Ferner werden die Strategie der alternativen Wegelenkung hinter Linksystemen, sowie die verschiedenen Markierungsverfahren bei Linksystemen vorgestellt.

In Kap.IV werden die oben (Abschnitt II.1) bereits erwähnten Probleme der richtigen Bündeldimensionierung bei Linksystemen, welche mit Richtungswahl und alternativer Leitweglenkung arbeiten, im einzelnen nochmals erläutert.

In Kap.V werden die Grundlagen für die analytischen Lösungen ausführlich behandelt. Zunächst werden die bekannten "alten" mathematischen Modelle AM1 bis AM4 kurz erläutert, welche hier von Bedeutung sind. Im Anschluß daran werden 7 weitere "neue" mathematische Modelle vorgestellt und im Einzelnen behandelt.

In Kap.VI wird anhand eines typischen Beispiels die analytische Gesamtlösung entwickelt für die Berechnung von Linksystemen mit Punkt-Punkt-Markierung und alternativer Leitweglenkung. Sie ergibt sich aus der Synthese der Berechnungsverfahren, welche in den Modellen des Kap. V behandelt werden.

Kapitel VII behandelt die praktische Anwendung des Verfahrens anhand eines Beispiels. Dabei wird gezeigt wie kostengünstige Linksystemstrukturen zu entwerfen sind. Ferner wird ein Verfahren zur möglichst wirtschaftlichen Aufteilung der Verkehrsflüsse auf Querwege und Letztweg angewandt, das eine Weiterentwicklung der Netzkostenminimierung für einstufige Koppelanordnungen darstellt /26/.

In Kap. VIII sind alle Diagramme zusammengefasst, auf die in den vorangehenden Kapiteln Bezug genommen wird. In

diesen Diagrammen wird auch durch Vergleich von Rechen- und Simulationsergebnissen die Genauigkeit des neuen Rechenverfahrens demonstriert.

Kapitel IV bis VIII sind die Hauptkapitel der Arbeit.

Kapitel IX bringt eine Zusammenfassung.

In den Anhängen 1 bis 4 sind einige umfangreichere Herleitungen enthalten, auf die in den Kapiteln jeweils verwiesen wird, um die Arbeit besser lesbar zu machen.

III. Einführung in die Struktur und die Betriebsweise von Linkssystemen mit Richtungswahl, Punkt-Punkt-Markierung und alternativer Leitweglenkung

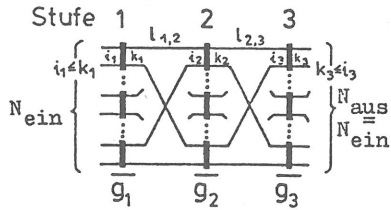
III.1. Struktur-Beschreibung

Es werden symmetrische zweiseitige Linkssysteme für Richtungswahl betrachtet, deren Koppelvielfache außer in der ersten Stufe sonst keine Expansion und außer in der letzten Stufe auch keine Konzentration aufweisen. Die Koppelvielfache in den dazwischen liegenden Stufen haben die gleiche Zahl von Ein- und Ausgängen. Solche Linkssysteme können auch in einfacher Weise wirtschaftlich optimal dimensioniert werden /24/,/31/.

III.1.1. Dreistufige Linkssysteme (mit  $l_{1,2} = l_{2,3} = 1$ )

Ausführliche Darstellung

Kurzschreibweise



$$\frac{i_1 | k_1}{g_1} \quad \frac{i_2 | k_2}{g_2} \quad \frac{i_3 | k_3}{g_3}$$

Bild 3.1 Ausführliche Darstellung und Kurzschreibweise eines 3-stufigen Linksystems.

Bild 3.1 zeigt ein 3-stufiges Linksystem und dessen Kurzschreibweise. Zwischen 2 Koppelvielfachen in aufeinanderfolgenden Stufen, gibt es jeweils nur eine Zwischenleitung, man spricht von "single linkage- Struktur".

$$l_{1,2} = k_1 / g_{l2} = 1 \tag{3.1}$$

$$l_{2,3} = k_2 / g_3 = 1 \tag{3.2}$$

Dazu müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

$$k_1 = g_{l2} = g_2 \tag{3.3}$$

$$g_1 = g_{l1} = i_2 \tag{3.4}$$

$$k_2 = g_{l3} = g_3 \tag{3.5}$$

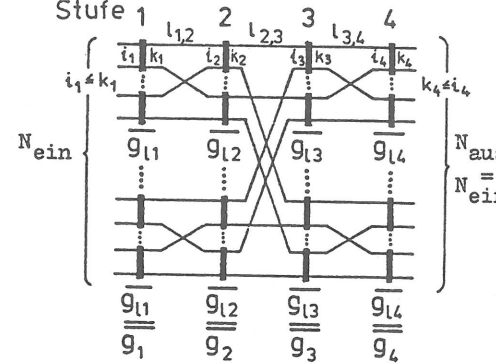
$$g_2 = g_{l2} = i_3 \tag{3.6}$$

Jedes beliebige Koppelvielfach in Stufe 3 kann (im unbelasteten System) über alle  $k_1$  Zwischenleitungen von Stufe 1 aus erreicht werden ( $k_1$ -fache Masche). Ebenso kann jedes Koppelvielfach der Stufe 1 über alle  $i_3$  Zwischenleitungen von Stufe 3 aus erreicht werden. Die Breite des Verbindungsgraphen ist somit  $k_1 = g_2 = i_3$ .

III.1.2. Vierstufige Linkssysteme (mit  $l_{1,2} = l_{2,3} = l_{3,4} = 1$ ).

Ausführliche Darstellung

Kurzschreibweise



$$\frac{i_1 | k_1}{g_{l1}} \quad \frac{i_2 | k_2}{g_{l2}} \quad \frac{i_3 | k_3}{g_{l3}} \quad \frac{i_4 | k_4}{g_{l4}}$$

Bild 3.2: Ausführliche Darstellung und Kurzschreibweise eines 4-stufigen Linksystems mit Linkblöcken.

Bild 3.2 zeigt ein 4-stufiges Linksystem und dessen Kurz-



schreibweise. Die Verdrahtung der Zwischenleitungen erfolgt von Stufe 1 nach Stufe 2 sowie von Stufe 3 nach Stufe 4 unter Bildung von Linkblöcken.

Einfache Zwischenleitungsführung (single linkage) ist dann gegeben, wenn

$$l_{1,2} = k_1 / \varepsilon_{l2} = 1 \quad (3.7)$$

$$l_{2,3} = k_2 / (\varepsilon_3 / \varepsilon_{l3}) = k_2 / (\varepsilon_4 / \varepsilon_{l4}) = 1 \quad (3.8)$$

$$l_{3,4} = k_3 / \varepsilon_{l4} = 1 \quad (3.9)$$

Dazu müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

$$k_1 = \varepsilon_{l2} = \varepsilon_{l3} = i_4 \quad (3.10)$$

$$\varepsilon_{l1} = i_2 \quad (3.11)$$

$$k_3 = \varepsilon_{l4} \quad (3.12)$$

$$k_2 = \varepsilon_3 / \varepsilon_{l3} = \varepsilon_4 / \varepsilon_{l4} = \text{Zahl der Linkblöcke in Stufe 3 und 4} \quad (3.13)$$

$$i_3 = \varepsilon_1 / \varepsilon_{l1} = \varepsilon_2 / \varepsilon_{l2} = \text{Zahl der Linkblöcke in Stufe 1 und 2} \quad (3.14)$$

Jedes beliebige Koppelvielfach der letzten Stufe 4 kann (im unbelasteten System) über alle  $k_4$  Zwischenleitungen von Stufe 1 aus erreicht werden ( $k_4$ -fache Masche). Ebenso kann jedes Koppelvielfach der ersten Stufe 1 über alle  $i_4$  Zwischenleitungen von der Stufe 4 aus erreicht werden. Die Breite des Verbindungsgraphen ist somit  $k_4 = \varepsilon_{l2} = \varepsilon_{l3} = i_4$ .

III.1.3. Fünfstufige Linksysteme (mit  $l_{1,2} = l_{2,3} = l_{3,4} = l_{4,5} = 1$ )

In Bild 3.3 ist ein 5-stufiges Linksystem und dessen Kurzschreibweise gezeigt.

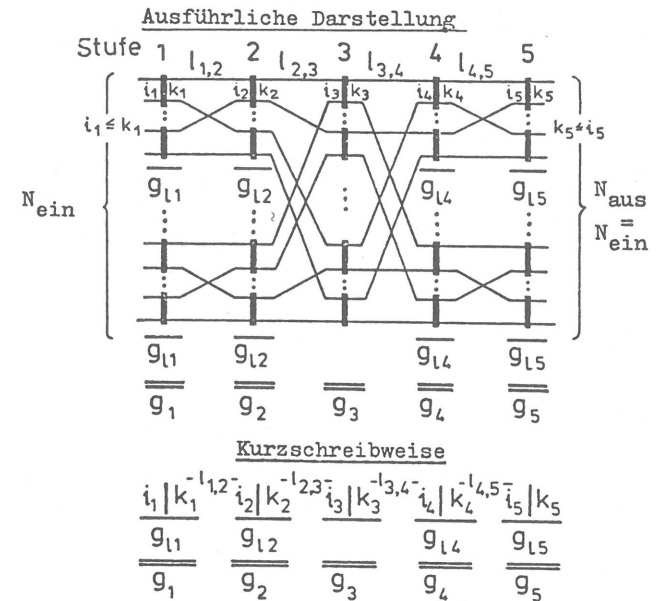


Bild 3.3: Ausführliche Darstellung und Kurzschreibweise eines 5-stufigen Linksystems mit einfacher Zwischenleitungsführung.

Die Verdrahtung der Zwischenleitungen von Stufe 1 nach Stufe 2 und von Stufe 4 nach Stufe 5 erfolgt unter Bildung von Linkblöcken. Die Verdrahtung von Stufe 2 nach Stufe 3 ist dergestalt, daß jedes Koppelvielfach der Stufe 3 über genau 1 Weg von einem Koppelvielfach der Stufe 1 erreichbar ist (Fächer bis zur 3. Stufe). Die Verdrahtung von der Stufe 3 zur Stufe 4 entspricht genau derjenigen eines 4-stufigen Linksystemems mit einfacher Zwischenleitungsführung zwischen Stufe 2 und 3 (vgl. dazu Bild 3.2).

Man bezeichnet diese Art von unsymmetrischer Verdrahtung, -wie aus Bild 3.3 ersichtlich ist- mit dem englischen Ausdruck "interleaved wiring" (etwa: ausgekreuzt). Der Verbindungsgraph in Bild 3.4 veranschaulicht dies.

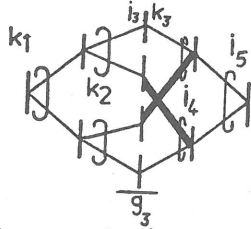


Bild 3.4: Verbindungsgraph eines 5-stufigen Linksystems mit einfacher Zwischenleitungsführung und mit "interleaved wiring", d.h. ausgekreuzter Verdrahtung (dick gezeichnete Pfade).

Der Verbindungsgraph umfaßt an seiner breitesten Stelle (zwischen den Stufen 2 und 4)  $k_1 \cdot k_2 = \varepsilon_3 = i_4 \cdot i_5$  Zwischenleitungen. Einfache Zwischenleitungsführung in einem 5-stufigen Linksystem ist dann gegeben, wenn:

$$l_{1,2} = k_1 / \varepsilon_{l2} = 1 \quad (3.15)$$

$$l_{2,3} = i_3 / (\varepsilon_1 / \varepsilon_{l1}) = i_3 / (\varepsilon_2 / \varepsilon_{l2}) = 1 \quad (3.16)$$

$$l_{3,4} = k_3 / (\varepsilon_4 / \varepsilon_{l4}) = k_3 / (\varepsilon_5 / \varepsilon_{l5}) = 1 \quad (3.17)$$

$$l_{4,5} = i_5 / \varepsilon_{l4} = 1 \quad (3.18)$$

Dazu müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

$$k_1 = \varepsilon_{l2} = \varepsilon_{l4} = i_5 \quad (3.19)$$

$$\varepsilon_{l1} = i_2 \quad (3.20)$$

$$k_4 = \varepsilon_{l5} \quad (3.21)$$

$$k_1 \cdot k_2 = \varepsilon_3 = i_4 \cdot i_5 \quad (3.22)$$

$$\varepsilon_1 = i_2 \cdot i_3 \quad (3.23)$$

$$\varepsilon_5 = k_3 \cdot k_4 \quad (3.24)$$

$$i_3 = \varepsilon_1 / \varepsilon_{l1} = \varepsilon_2 / \varepsilon_{l2} = \text{Zahl der Linkblöcke in Stufe 1 und 2} \quad (3.25)$$

$$k_3 = \varepsilon_4 / \varepsilon_{l4} = \varepsilon_5 / \varepsilon_{l5} = \text{Zahl der Linkblöcke in Stufe 4 und 5} \quad (3.26)$$

III.1.4. Sechsstufige Linksysteme (mit  $l_{1,2} = l_{2,3} = l_{3,4} = l_{4,5} = l_{5,6} = 1$ ).

In Bild 3.5 ist ein 6-stufiges Linksystem und in Bild 3.6 dessen Kurzschreibweise gezeigt. Die Verdrahtung der Zwischenleitungen von Stufe 1 nach Stufe 2 sowie von Stufe 5 nach Stufe 6 erfolgt unter Bildung von Linkblöcken. Die Verdrahtung von Stufe 2 nach Stufe 3 sowie von Stufe 4 nach Stufe 5 unter Bildung von Gruppen von Linkblöcken. Analog zu 5-stufigen Systemen ist die Verdrahtung zwischen den Stufen 4 und 5 nach dem Prinzip "interleaved wiring" durchgeführt worden. Der Verbindungsgraph in Bild 3.7 veranschaulicht dies.

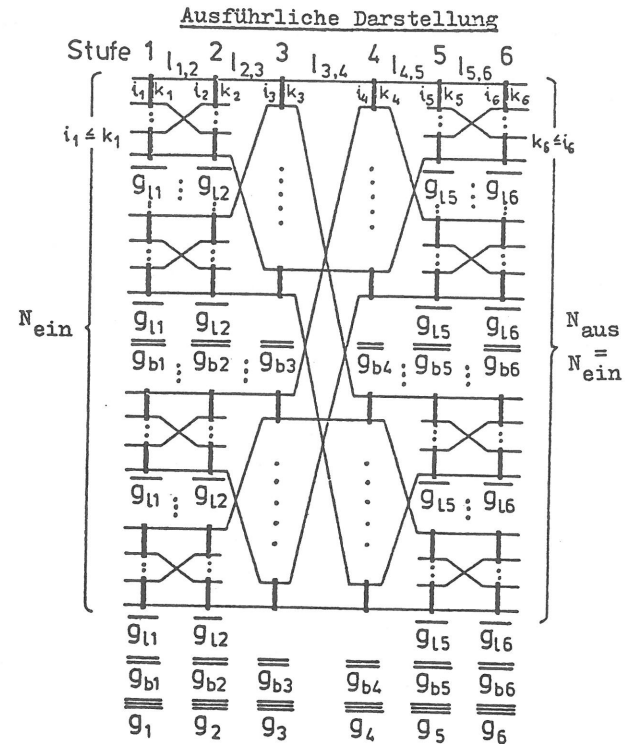


Bild 3.5: Ausführliche Darstellung eines 6-stufigen Linksystems.

Kurzschreibweise

$i_1   k_1$	$i_2   k_2$	$i_3   k_3$	$i_4   k_4$	$i_5   k_5$	$i_6   k_6$
$\underline{\underline{g_{l1}}}$	$\underline{\underline{g_{l2}}}$	$\underline{\underline{g_{l3}}}$	$\underline{\underline{g_{l4}}}$	$\underline{\underline{g_{l5}}}$	$\underline{\underline{g_{l6}}}$
$\underline{\underline{g_{b1}}}$	$\underline{\underline{g_{b2}}}$	$\underline{\underline{g_{b3}}}$	$\underline{\underline{g_{b4}}}$	$\underline{\underline{g_{b5}}}$	$\underline{\underline{g_{b6}}}$
$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$

Bild 3.6: Kurzschreibweise eines 6-stufigen Linksystems.

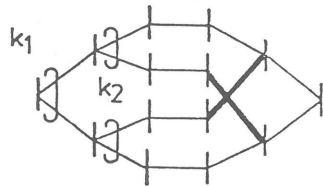


Bild 3.7: Verbindungsgraph eines 6-stufigen Linksystems mit einfacher Zwischenleitungsführung und "interleaved wiring", d.h. ausgekreuzter Verdrahtung (dick gezeichnete Pfade).

Die Breite des Verbindungsgraphen an seiner breitesten Stelle (zwischen den Stufen 2 und 6) ist  $k_1 \cdot k_2 = g_{b3} = g_{b4} = i_5 \cdot i_6$ . Einfache Zwischenleitungsführung in einem 6-stufigen Linksystem ist dann gegeben, wenn:

$$l_{1,2} = k_1 / g_{l2} = 1 \tag{3.27}$$

$$l_{2,3} = i_3 / (g_{b1}/g_{l1}) = i_3 / (g_{b2}/g_{l2}) = 1 \tag{3.28}$$

$$l_{3,4} = k_3 / (g_4/g_{b4}) = k_3 / (g_5/g_{b5}) = k_3 / (g_6/g_{b6}) = 1 \tag{3.29}$$

$$l_{4,5} = k_4 / (g_{b5}/g_{l5}) = k_4 / (g_{b6}/g_{l6}) = 1 \tag{3.30}$$

$$l_{5,6} = k_5 / g_{l6} = 1 \tag{3.31}$$

Dazu müssen folgende Bedingungen erfüllt werden:

$$k_1 = g_{l2} = g_{l5} = i_6 ; g_{l1} = i_2 ; k_5 = g_{l6} \tag{3.32}$$

$$k_1 \cdot k_2 = g_{b3} = g_{b4} = i_5 \cdot i_6 \tag{3.33}$$

$$k_3 = g_4/g_{b4} = g_5/g_{b5} = g_6/g_{b6} = \text{Zahl der Linkblockgruppen in den Stufen 4 bis 6} \tag{3.34}$$

$$i_4 = g_1/g_{b1} = g_2/g_{b2} = g_3/g_{b3} = \text{Zahl der Linkblockgruppen in den Stufen 1 bis 3} \tag{3.35}$$

$$k_4 = g_{b5}/g_{l5} = g_{b6}/g_{l6} = \text{Zahl der Linkblöcke in einer Linkblockgruppe in Stufe 5&6} \tag{3.36}$$

$$i_3 = g_{b1}/g_{l1} = g_{b2}/g_{l2} = \text{Zahl der Linkblöcke in einer Linkblockgruppe in Stufe 1&2} \tag{3.37}$$

III.2. Beschaltung der Linksysteme mit verschiedenen Abnehmerbündeln und Betrieb mit alternativer Wegelenkung

III.2.1. Beschaltung der Ausgänge eines Raumvielfach-Linksystems (S D M - System = space division multiplex system)

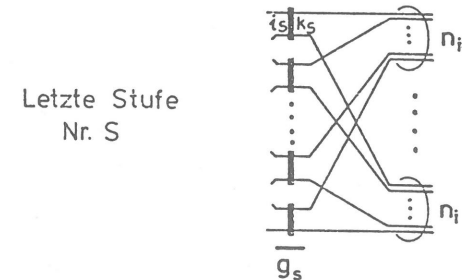


Bild 3.8: Raumvielfach-Beschaltung der letzten Stufe mit verschiedenen Abnehmerbündeln.

Bild 3.8 zeigt, wie die Ausgänge eines Linksystems zu Bündeln zusammengefaßt sind.

Für jede geforderte, oft unterschiedliche Größe eines der Abnehmerbündel, werden dessen einzelne Ausgangsleitungen an

möglichst viele Linkblöcke und Koppelvielfache der letzten Stufe angeschaltet, um dadurch diese Leitungen über möglichst viele verschiedene innere Verbindungswege erreichen zu können.

III.2.2. Strategie der alternativen Wegelenkung und Überlaufschema

Bild 3.9 zeigt ein typisches Beispiel für Erst-Wege und alternative Querwege, sowie einen gemeinsamen Letztweg am Ausgang eines Linksystems für Richtungswahl.

Bild 3.10 stellt das Schema für den überlaufenden Verkehr dar.

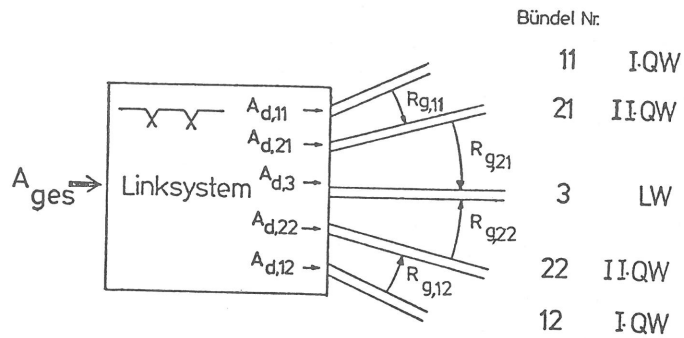


Bild 3.9: Richtungswahl-Linksystem mit alternativer Wegelenkung

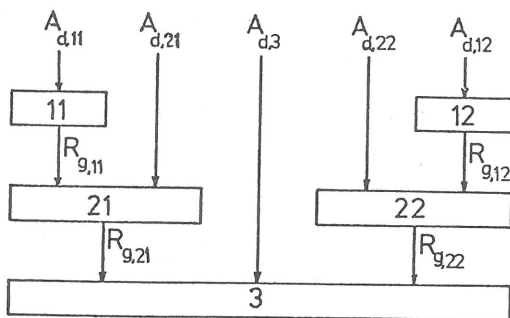


Bild 3.10: Schematische Darstellung der Abnehmerbündel und des Verkehrsüberlaufs.

Bündel 11 sowie Bündel 12 sind "Direktwege" (I.Querwege, I.QW). Bündel 21 ist ein II.Querweg für Bündel 11, d.h. der "spitzige" Überlaufverkehr  $R_{g,11}$  zusammen mit dem direkten Verkehr  $A_{d,21}$  (ZV1.Art) werden dem Bündel 21 angeboten.

Bündel 22 ist ein II.Querweg für Bündel 12, d.h. der "spitzige" Überlaufverkehr  $R_{g,12}$  zusammen mit dem direkten Verkehr  $A_{d,22}$  (ZV1.Art) werden dem Bündel 22 angeboten.

Bündel 3 wird als Letztweg-Bündel betrieben, welchem der Überlaufverkehr von den Bündeln 21 ( $R_{g,21}$ ) und 22 ( $R_{g,22}$ ) zusammen mit dem direkten Verkehr  $A_{d,3}$  (ZV1.Art) angeboten werden. Die Gesamtangebote an die verschiedenen Richtungen ergeben sich nach diesem Überlaufschema (vgl. Bild 3.9 und 3.10) wie folgt:

$$A_{g,11} = A_{d,11} \quad (3.38)$$

$$A_{g,12} = A_{d,12} \quad (3.39)$$

$$A_{g,21} = A_{d,21} + R_{g,11} \quad (3.40)$$

$$A_{g,22} = A_{d,22} + R_{g,12} \quad (3.41)$$

$$A_{g,3} = A_{d,3} + R_{g,21} + R_{g,22} \quad (3.42)$$

III.3. Markierungsverfahren

III.3.1. Punkt-Bündel-Markierung (auch als Punkt-Bündel-Wahl bezeichnet)

Bei der Punkt-Bündel-Markierung werden nötigenfalls, vom rufenden Eingang aus, alle freien Abnehmerleitungen der gewünschten weiter führenden Verbindungsrichtung abgesucht, um noch einen Weg durch das Linksystem zu einer dieser freien Leitungen zu finden und zu belegen (siehe Bild 3.11).

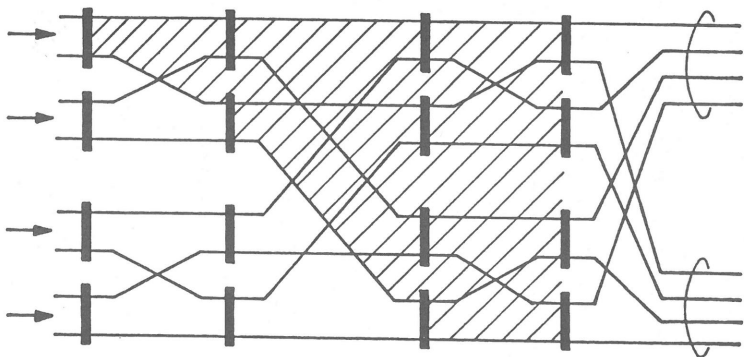


Bild 3.11: Punkt-Bündel-Markierung

### III.3.2. Punkt-Punkt-Markierung

Bei der Punkt-Punkt-Markierung wird von allen freien Ausgangsleitungen, die in die gewünschte Richtung führen, eine beliebige a priori markiert. Anschließend erfolgt eine Wegesuche von der "soeben belegten, rufenden" Eingangsleitung durch das Koppelnetz zur bereits markierten, damit eindeutig bestimmten freien Abnehmerleitung (siehe Bild 3.12). Ist diese Wegesuche erfolgreich, so wird die Verbindung durchgeschaltet. Anderfalls wird der Ruf abgewiesen (Verlustruf), oder die Steuerung versucht "alternativ" über den Umweg eines II. (III. , IV. , ..) Querweg-Bündels, oder schließlich über einen Letztweg (vgl. Bild 3.9 und 3.10) eine freie weiterführende Leitung zum Zielort zu finden.

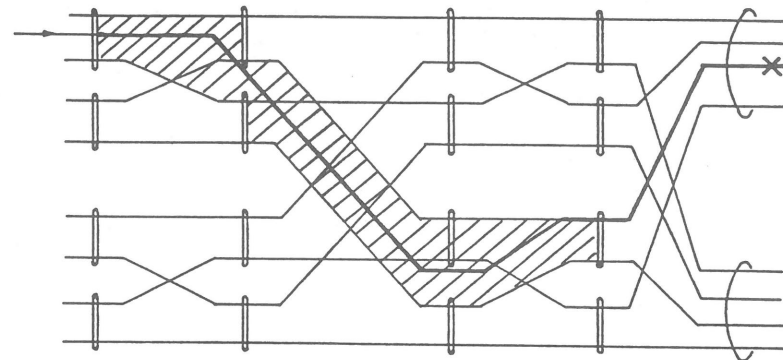


Bild 3.12: Punkt-Punkt-Markierung.

### III.3.3. Vergleich der beiden Markierverfahren

Bei gleicher Koppelanordnung und gleicher Verkehrsbelastung erfordert die Punkt-Punkt-Markierung einen wesentlich geringeren Aufwand an Markier- und Steuerlogik gegenüber der Punkt-Bündel-Markierung, jedoch muß bei gleicher Linksystemstruktur eine höhere Verlustwahrscheinlichkeit in Kauf genommen werden. In manchen Linksystemen werden daher -wo dies technisch möglich ist- mehrere Punkt-Punkt-Markierungsversuche zugelassen, um die Verlustwahrscheinlichkeit zu senken /29/, /30/, /38/. Wenn ein Richtungswahl-Linksystem ohne alternative Wegelenkung arbeitet, sollte der Punkt-Punkt-Verlust (einschliesslich evtl. Mehrfacheversuche)  $B_{PP} \leq 0.2\%$  sein, damit die Abnehmerleitungen als "praktisch vollkommener erreichbar" betrachtet werden können und damit nach Erlang's Verlustformel für vollkommen erreichbare Bündel dimensioniert werden kann.

Wird dagegen ein Richtungswahl-Linksystem mit einfacher oder mehrfacher Punkt-Punkt-Markierung und für alle Querweg-Bündel mit alternativer Verkehrslenkung betrieben, so können etwas größere Verluste  $B_{pp}$  zugelassen werden, weil in diesem Fall die resultierenden Verlustwahrscheinlichkeiten, nach Absuchen von zwei oder mehr Wegen zum Ziel, trotzdem sehr klein werden. Allerdings darf dann dem Letztweg kein Direktangebot (ZV1.Art) zugeführt werden, weil für dieses keine Verlustreduzierung durch Alternativwege möglich ist.

#### IV. Das Überlaufproblem bei Linksystemen mit Punkt-Punkt-Markierung

##### IV.1. Überlauf-Ursachen

Die Steuerung soll einen "Verkehrsüberlauf" zulassen, z.B. von einem Abnehmerbündel mit  $n_1$  Leitungen auf ein nachfolgendes Abnehmerbündel mit  $n_2$  Leitungen, welches dann diesen angebotenen Restverkehr auf einem Umweg zum Zielort transportiert (vgl. Abschnitt III.2.2). Dieser Verkehrsüberlauf kann zwei Ursachen haben:

a) Das zuerst angesteuerte Abnehmerbündel ist momentan vollbelegt. Es entsteht dadurch ein Verkehrsüberlauf, auch "Restverkehr"  $R_{v,1}$  genannt, der zu berechnen ist. Außerdem muss dessen Varianz  $V((R_{v,1}))$  bzw. dessen Streuwert  $D((R_{v,1}))$  berechnet werden (siehe Abschnitt IV.3, Seite 38).

b) Das zuerst angesteuerte Abnehmerbündel mit  $n_1$  Abnehmerleitungen ist nicht vollbelegt, jedoch kann von dem rufenden Eingang zu der von der Steuerung a priori ausgewählten ("Punkt-Punkt-markierten") freien Abnehmerleitung kein durchgehend freier Pfad von Zwischenleitungen geschaltet werden. Ohne Überlaufmöglichkeit entstünde also ein "Punkt-Punkt-Verlust". Mit "Überlauf" werden diese "infolge Punkt-Punkt-Verlust" abgewiesenen Rufe dem nachfolgenden "Alternativbündel" (II.Querweg) angeboten als "Restverkehr  $R_{pp,1}$ ". Es muss also der durch den Punkt-Punkt-Verlust verursachte Restverkehr  $R_{pp,1}$  und dessen Varianz  $V((R_{pp,1}))$  bzw. dessen Streuwert  $D((R_{pp,1}))$  berechnet werden.

Weil während der Vollbelegung eines betrachteten Abnehmerbündels (hier Bündel Nr.1) überhaupt keine "Punkt-Punkt"-Durchschalteversuche von der Steuerung ausgeführt werden, sind die Ereignisse "Überlauf infolge Vollbelegung" und "Überlauf infolge Punkt-Punkt-Verlust" (innere Verkehrshemmung des Linksystems) disjunkt (vgl. Abschnitt III.3.2).

IV.2. Mehrfach-Überlauf

Analog zum Abschnitt IV.1 können auch Überlaufrufe (Restverkehre) die einem, an zweiter Stelle abgesuchten, Abnehmerbündel (II.QW) angeboten werden erfolglos sein, entweder wegen Vollbelegung dieses II. Querwegs oder wegen Punkt-Punkt-Verlusts, verursacht durch innere Verkehrshemmung des Linksystems.

Prinzipiell können beliebig viele Abnehmerbündel (Querwege) nacheinander abgesucht werden (I.QW, II.QW, ...Letztweg). Außerdem können (aber müssen nicht) auch alle Abnehmerbündel die an zweiter Stelle oder später abgesucht werden, ein zusätzliches Direktangebot erhalten (vgl. Abschnitt III.2.2).

IV.3. Ziel des neuen Rechenverfahrens

Die neuen Berechnungs- und Dimensionierungsverfahren, die in Kap. V, VI und VII hergeleitet werden, beschreiben den komplizierten, stochastischen Anrufprozess der Restverkehre, welche den II., III. Querwegbündeln usw. "angeboten werden, nur durch deren Mittelwert und Varianz. Es zeigt sich, daß diese vereinfachende Beschreibung, die für einstufige Kopelanordnungen erstmals in /40/ angewendet wurde, auch für die hier betrachteten Linksysteme mit Punkt-Punkt-Markierung sehr gute Resultate liefert.

Für ein Linksystem mit gegebener Struktur und für einen von der Planung her bekannten Sollwert  $Y_{ges}$  der Gesamtverkehrsbelastung, müssen dazu folgende Größen -bei zugelassener alternativer Wegelenkung- berechnet werden:

1. Punkt-Punkt-Verlust  $B_{pp}$  des Linksystems.
2. Überlauf- bzw. Restverkehr  $R_{v,i}$  je Abnehmerbündel Nr.i mit  $n_i$  Leitungen infolge Vollbelegung des Bündels.

3. Überlauf- bzw. Restverkehr  $R_{pp,i}$  je Abnehmerbündel Nr.i infolge Punkt-Punkt-Verlust  $B_{pp}$ .
4. Gesamt-Überlaufverkehr  $R_{g,i}$  je Abnehmerbündel Nr.i .
5. Varianz  $V((R_{v,i}))$  bzw. Streuwert  $D((R_{v,i}))$  der Restverkehre  $R_{v,i}$  je Abnehmerbündel Nr.i .
6. Varianz  $V((R_{pp,i}))$  bzw. Streuwert  $D((R_{pp,i}))$  der Restverkehre  $R_{pp,i}$  .
7. Varianz  $V((R_{g,i}))$  bzw. Streuwert  $D((R_{g,i}))$  der Gesamtrestverkehre  $R_{g,i}$  je Abnehmerbündel Nr.i .

Je nach den Forderungen des Betriebs kann die Leitungszahl eines Abnehmerbündels vorgeschrieben sein. Aus der Leitungszahl eines Bündels berechnet sich mit Hilfe des Verkehrsangebots dessen Belastung und dessen Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeit.

Umgekehrt können Angebot und Belastung vorgeschrieben sein und es muss die benötigte Leitungszahl je Abnehmerbündel berechnet werden.

Wenn den an zweiter, dritter usw. Stelle abgesuchten Bündeln außer den Restverkehren auch Zufallsverkehr 1. Art direkt angeboten wird, so muss dies ebenfalls berücksichtigt werden.

V. Modelle für die analytische Behandlung des Überlaufproblems

V.1. Der Begriff des "mathematischen Modells" in der Nachrichtenverkehrstheorie

Unter "Modell" wird im folgenden eine abstrahierende und deshalb für die analytische Behandlung geeignete Beschreibung des Verkehrsflusses durch eine Koppelanordnung verstanden. Das Modell berücksichtigt auch den Anruf- und Endeprozess der durch die Koppelanordnung fließenden Verkehre.

In vielen Fällen scheitert die numerische Auswertung einer exakten Lösung (z.B. für die Berechnung der Überlauf- und Verlustwahrscheinlichkeiten) an dem extrem hohen Rang der zu lösenden Gleichungssysteme oder an ähnlichen Schwierigkeiten /1/,/32/,/39/.

In diesen Fällen muss das betreffende Modell Vereinfachungen vorsehen bezüglich der Anruf- und Endeprozesse, ferner bezüglich der Berücksichtigung der Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Gleichzeitigsbelegung zwischen aufeinander folgenden Stufen und deren gegenseitigen Abhängigkeiten. Dadurch soll eine zwar approximative, aber dennoch möglichst genaue, numerische Behandlung des betreffenden Problems ermöglicht werden.

Das in dieser Arbeit behandelte Problem der Verkehrsleistung von Linkssystemen mit alternativer Wegelenkung basiert in seinem Lösungsweg zunächst auf 4 bekannten verkehrstheoretischen Modellen. Die Lösung erfordert jedoch die Entwicklung von weiteren 7 neuen Modellen für die Berechnung der gewünschten Verkehrsparameter und damit schließlich für eine praxisnahe Dimensionierung derartiger Linkssysteme.

Es gibt selbstredend eine sehr große Zahl weiterer Modelle für viele andere verkehrstheoretische Fragestellungen.

In folgenden werden nur die hier benötigten 4 alten und 7 neuen Modelle vorgestellt.

V.2. Bekannte "alte" Modelle AM1 bis AM4

V.2.1a. Das Modell AM1a:

Dies ist das Erlang'sche Modell zur Berechnung der Wahrscheinlichkeit p(x) der Gleichzeitigsbelegung sowie der Verlustwahrscheinlichkeit B<sub>v</sub> eines vollkommen erreichbaren Bündels, dem Zufallsverkehr 1.Art (ZV1) angeboten wird /5 /. Die wesentliche Modellvorstellung, welche der Definition von ZV 1.Art zugrunde liegt, ist die Annahme einer negativ exponentiellen Verteilung der Anrufabstände der Verbindungswünsche, die am Eingang einer Koppelanordnung eintreffen (Poisson-Prozess) und einer ebenfalls negativ exponentiellen Verteilung der Zeitdauern H der einzelnen Leitungsbelegungen. Ein einheitlicher Mittelwert h=E(H) aller Belegungsauern wird der Einfachheit halber angenommen

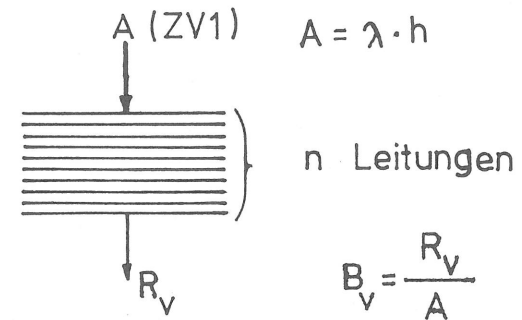


Bild 5.1: Vollkommen erreichbares Bündel mit n Leitungen, Angebot (ZV1) A Erlang und Verlustwahrscheinlichkeit B<sub>v</sub>. Die Bündel-Belastung ist  $y = a \cdot (1 - B_v)$

Man erhält für ein stationäres Verkehrsangebot A

$$p(x) = \frac{A^x / x!}{\sum_{j=0}^n A^j / j!}, \tag{5.1}$$



wobei das Verkehrsangebot A vorgegeben ist und sich die Belastung  $y = \sum_{x=0}^n x \cdot p(x)$  einstellt. Ferner wird

$$B_v = p(n) = \frac{A^n / n!}{\sum_{j=0}^n A^j / j!} = E_n(A) \quad (5.2)$$

$E_n(A)$  ist eine alte Schreibweise nach A.K.Erlang /5/, die in der Literatur oft noch verwendet wird.

V.2.1b. Das Modell AM1b:

Das Modell betrachtet eine vorgegebene Belastung y (statt eines vorgegebenen Angebots A) auf n Leitungen. Es wird p(x) nach Gleichung (5.1) als Näherung benutzt ohne in jedem Falle die strenge Voraussetzung der vollkommenen Erreichbarkeit  $k=n$  des Bündels zu machen. Weil nach Definition die Belastung (der Verkehrswert) y des Bündels durch

$$y = \sum_{x=0}^n x \cdot p(x) \quad (5.3)$$

gegeben ist, muss mit einem "fiktiven" Angebot  $A_0$ , das iterativ zu bestimmen ist, die Wahrscheinlichkeit

$$p(x) = \frac{A_0^x / x!}{\sum_{j=0}^n A_0^j / j!} \quad (5.4)$$

so berechnet werden, daß die Gleichung (5.3) für den vorgegebenen Verkehrswert y erfüllt wird (für  $k=n$  ist  $A_0 \equiv A_{real}$ ).

Dieses Modell kann auch benutzt werden für die Näherungsberechnung der Verlustwahrscheinlichkeit  $B_k$  von Bündeln, welche hinter einstufigen Koppelanordnungen mit einer unvollkommenen Erreichbarkeit  $k < n$  abgesehen werden. Es ergibt sich dann

$$B_k = \sum_{x=0}^n C(x) \cdot p(x) \quad (5.5)$$

wobei als Näherungsformel für die "Sperrwahrscheinlichkeit"  $C(x)$  der betrachteten Koppelanordnung im Belegungszustand (x) folgende kombinatorische Formel benutzt werden kann.

$$C(x) = \frac{\binom{n-k}{x-k}}{\binom{n}{x}} = \frac{\binom{x}{k}}{\binom{n}{k}} \quad (5.6)$$

Diese Formel setzt als Näherungsgleichwahrscheinlichkeit aller Belegungsmuster eines Zustandes (x) voraus /17/, /18/, /43/.

Bei angebotenen Zufallsverkehr 1. Art (ZV1) wird dann das zugehörige reale Verkehrsangebot im Falle  $k < n$

$$A_k = \frac{y}{1 - B_k} \quad (5.7)$$

V.2.2. Das Modell AM2

Dieses Modell dient der Berechnung des Punkt-Punkt-Verlustes von Linksystemen mit  $S \gg 2$  Stufen /38/ nach dem sogenannten PPL-Verfahren (point to point loss).

Das Verfahren wurde von Lotze, Röder und Thierer entwickelt und auf dem 8. ITC 1976 (Melbourne) veröffentlicht /29/,/30/. Der Grundgedanke dieses Verfahrens beruht darauf, daß der Verbindungsgraph zwischen Start- und Zielkoppelvielfach abgebildet wird auf eine einstufige Ersatz-Koppelanordnung mit unvollkommener Erreichbarkeit. Eine kurzgefaßte Herleitung dieses Verfahrens findet sich in Anhang 1. Die Formel für den Punkt-Punkt-Verlust im Falle angebotenen Zufallsverkehrs 1.Art ergibt sich zu

$$B_{PP} = \sum_{x_1=0}^{i_1-1} \frac{p_1(x_1)}{1 - p_1(i_1)} \cdot \sum_{x_S=0}^{k_S-1} \frac{p(x_S) \cdot C(x_S, k_{eff}(x_1))}{1 - p(k_S)} \quad (5.8)$$

wobei

$$p_1(x_1) = \frac{A_0^{x_1} / x_1!}{\sum_{j=0}^{i_1} A_0^j / j!} \quad (5.9)$$

die Gleichzeitigkeitswahrscheinlichkeit im Start-Koppelvielfach der 1. Stufe ist, und

$$p(x_S) = \binom{k_S}{x_S} \cdot \left(\frac{y_S}{k_S}\right)^{x_S} \cdot \left(1 - \frac{y_S}{k_S}\right)^{1-x_S} \quad (5.10)$$

jene im Zielkoppelvielfach der letzten Stufe /38/. Die Formel für die effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$  in Gleichung (5.8) findet sich ebenfalls in Anhang 1.

V.2.3. Das Modell AM3

Dieses von R.J.Wilkinson eingeführte Modell ist durch das ERT-Verfahren /40/ (equivalent random traffic) bekannt geworden und wird auch als "Zwei-Momenten-Methode" bezeichnet. Es berechnet für angebotenen Zufallsverkehr 1.Art exakt den überlaufenden Restverkehr R (Erlang-Formel, Modell AM1) und hierzu dessen Varianz V bzw. dessen Streuwert  $D = V - R$ . Die wichtige und auch in dieser Arbeit verwendete neue Idee von Wilkinson besteht darin, daß man die statistischen Eigenschaften jener Überlaufverkehre  $R_{1i}$ , die von einem (oder in der Regel von mehreren) "Primärbündeln" einem nachfolgenden vollkommen erreichbaren "Sekundärbündel" angeboten werden, nur durch deren zwei erste Momente (siehe Bild 5,2), also durch  $\sum_i R_{1i}$  und  $\sum_i V((R_{1i}))$  beschreibt.

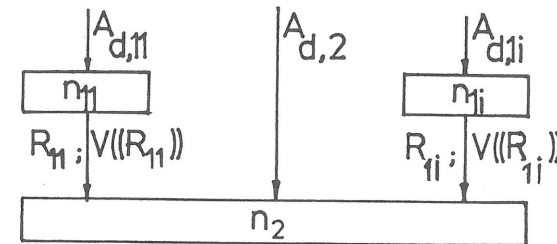


Bild 5.2: Vollkommen erreichbare Primär- ( $k_{1i}=n_{1i}$ ;  $i=1,2,..$ ) bzw. Sekundärbündel ( $k_2=n_2$ ).

Damit lässt sich für ein vollkommen erreichbares Sekundär-  
bündel mit  $n_2$  Leitungen dessen Verlustwahrscheinlichkeit  
 $B_{v,2}$  in sehr guter Näherung berechnen. Einzelheiten siehe  
Anhang 2.

V.2.4. Das Modell AM4

Dieses erstmals von A.Lotze vorgeschlagene Modell /19/ ist  
beim RDA-Verfahren (Rest R, Streuwert D, Angebot A) angewandt  
worden /8/,/9/,/20/,/21/. Das Verfahren verallgemeinert  
das Modell AM3 (ERT-Verfahren) auf den Fall unvollkommener  
Erreichbarkeit von einstufigen Koppelanordnungen in den  
Primär- und Sekundärbündeln. Weitere Einzelheiten siehe  
Anhang 3.

V.3. Die neuen Modelle NM1 bis NM7

V.3.1. Das Modell NM1

Dieses Modell wird im folgenden als "Zwei-Schalter-Modell NM1"  
bezeichnet und dient der abstrahierenden Beschreibung von  
verschiedenen Richtungs-Angeboten  $A_i$  und von deren überlaufenden  
Restverkehren  $R_i$ , sowie deren Varianzen  $V((R_i))$  bei einem  
Richtungswahl-Linksystem, das mit Punkt-Punkt-Markierung für  
seine Abnehmerbündel ( $n_{1i}, n_{2i}, \dots, n_{1etzweg}$ ) betrieben wird.

Der Grundgedanke dieses Modells besteht in der getrennten  
Betrachtung der beiden Restverkehre  $R_{v,i}$  und  $R_{pp,i}$  eines  
Bündels sowie deren Varianzen  $V((R_{v,i}))$  bzw.  $V((R_{pp,i}))$ , (vgl.  
Kap. IV).

Während der Vollbelegung eines betrachteten Abnehmerbündels  
mit  $n_i$  Leitungen (Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{v,i}$ ) läuft ein  
Restverkehr  $R_{v,i}$  über.

Nur während jener Zeitintervalle, in denen das betrachtete  
Abnehmerbündel  $n_i$  nicht vollbelegt ist, werden Punkt-Punkt-  
Markierversuche unternommen. Nur diese Versuche können  
zu Punkt-Punkt-Verlustrufen führen (infolge von Verkehrshemmungen  
des Linksystems), und zwar mit einer Punkt-Punkt-Verlust-  
wahrscheinlichkeit  $B_{pp}$ . Diese Punkt-Punkt-Verlustrufe tragen  
zu dessen Restverkehr  $R_{pp,i}$  bei. Die nachstehenden Skizzen  
eines Linksystems und des "Zwei-Schalter-Modells NM1" ver-  
deutlichen diesen Verkehrsablauf (siehe Bild 5.3 und 5.4).

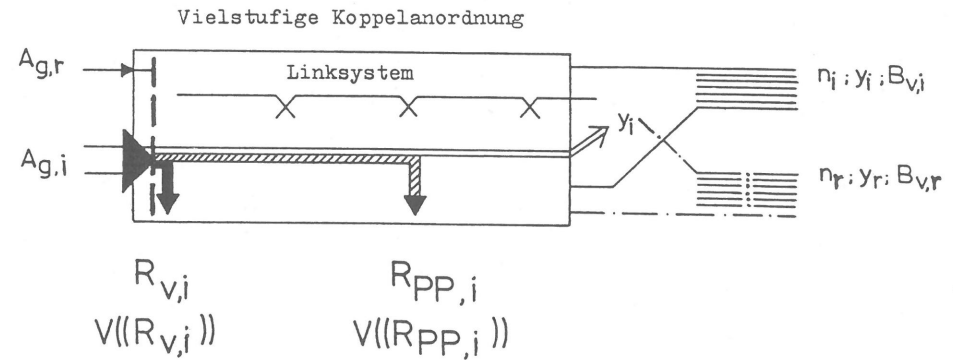


Bild 5.3: Verkehrsangebot  $A_{g,i}$ ; Verkehrsbelastung  $y_i$ ; sowie  
Verkehrsreste  $R_{v,i}$  u.  $R_{pp,i}$  und Varianzen  $V((R_{v,i}))$   
und  $V((R_{pp,i}))$  eines Bündels mit  $n_i$  Abnehmerleitungen  
am Ausgang eines Linksystems für Richtungswahl in der  
Betriebsart Punkt-Punkt-Markierung.

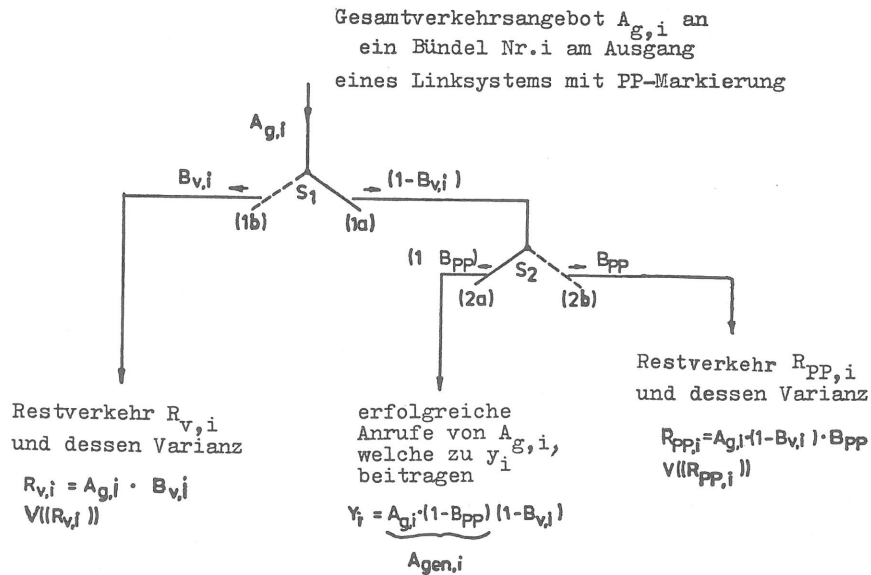


Bild 5.4: Das "Zwei-Schalter-Modell" NM1

Ein Verkehrsangebot  $A_{g,i}$  (Anrufrate  $\lambda_{g,i}$ ), welches ein Abnehmerbündel  $n_i$  zu erreichen versucht, wird nach Bild (5.4) aus 2 Anlässen Verlust erleiden:

a) Das Abnehmerbündel Nr.i ist (mit Wahrscheinlichkeit  $B_{v,i}$ ) vollbelegt, d.h. der Schalter  $S_1$  befindet sich in Stellung (1b) Erwartungsgemäß, (d.h. im Mittel) treten dann (bei ZV 1.Art)  $\lambda_{g,i} \cdot B_{v,i}$  Verlustrufe pro Zeiteinheit ein. Sie werden von der Steuerung bereits am Eingang des Linksystems abgewiesen. Der zugehörige Restverkehr ist

$$R_{v,i} = \lambda_{g,i} \cdot h \cdot B_{v,i} = A_{g,i} \cdot B_{v,i} \quad (5.11)$$

$h$  ist die mittlere Dauer je Belegung einer Abnehmerleitung.  $R_{v,i}$  entspricht der mittleren Gleichzeitigkeit in einem (fiktiven, gedachten) unbegrenzt großen Sekundärbündel mit  $n_2 \rightarrow \infty$  Leitungen, welches diese "Verlustrufe" vollständig aufnimmt. Dieser Restverkehr  $R_{v,i}$  besitzt eine Varianz  $V((R_{v,i})) > R_{v,i}$

b) Nur für jene Anrufe, welche außerhalb der Zeitintervalle mit Vollblockierung eintreffen (Schalter  $S_1$  in Stellung (1a)), d.h. für  $\lambda_{pp,i} = \lambda_{g,i} \cdot (1-B_{v,i})$  Rufe (im Mittel) pro Zeiteinheit oder m.a.w. für das Punkt-Punkt-Angebot

$$A_{pp,i} = \lambda_{pp,i} \cdot h = A_{g,i} \cdot (1-B_{v,i}) \quad (5.12)$$

sind Punkt-Punkt-Markierversuche durch die Steuerung überhaupt möglich, weil nur dann freie Abnehmerleitungen markiert werden können. Mit der Wahrscheinlichkeit  $B_{pp}$  für Punkt-Punkt-Verlust scheitern jedoch diese Anrufe (Schalter  $S_2$  in Stellung (2b)). Es entstehen deshalb pro Zeiteinheit und je Richtung Nr.i im Mittel  $\lambda_{pp,i} \cdot B_{pp}$  Verlustrufe. Der Restverkehr infolge Punkt-Punkt-Verlust beträgt also für eine Richtung Nr.i

$$R_{pp,i} = A_{g,i} \cdot (1-B_{v,i}) \cdot B_{pp} = A_{pp,i} \cdot B_{pp} \quad (5.13)$$

Als nächstes müssen Verfahren angegeben werden zur Bestimmung der Verlustwahrscheinlichkeiten  $B_{v,i}$  und  $B_{pp}$ . Damit können sodann die Restverkehre  $R_{v,i}$  und  $R_{pp,i}$  in Gleichungen (5.11) und (5.13) berechnet werden. Hierzu werden die Modelle NM2 und AM2 benötigt.

V.3.2a. Das Modell NM2

zur Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{v,1}$  eines durch ein Zufallsverkehrs-Angebot 1.Art (ZV1) abgesuchten "Primärbündels" (I.Querwegs, (I.QW) ).

Es wird ein bestimmtes Primärbündel am Ausgang des Linksystems betrachtet, welches  $n_1$  Leitungen und eine vorgegebene Verkehrsbelastung  $y_1$  habe. Obwohl das reale Poisson-Verkehrsangebot  $A_{g,1}$  vom Typ (ZV1) an dieses Bündel auch Punkt-Punkt-Verluste erleidet, wird näherungsweise angenommen, daß die Wahrscheinlichkeiten  $p(x)$  für die Gleichzeitigsbelegung ( $0 < x < n_1$ ) im Bündel mit der Erlang-Formel für vollkommen erreichbare Bündel, und zwar für eine vorgegebene Verkehrsbelastung  $y_1$ , berechnet werden dürfen

$$p(x) = \frac{A_{gen,1}^x / x!}{\sum_{j=0}^{n_1} A_{gen,1}^j / j!} \quad (5.14)$$

Das Angebot  $A_{gen,1}$  ist iterativ so zu bestimmen, daß  $\sum_{x=0}^{n_1} x \cdot p(x)$  gleich dem Sollwert der Belastung  $y_1$  wird.

Damit wird die Wahrscheinlichkeit für Vollblockierung  $p(y_1, n_1) \equiv B_{v,1}$  (im zuerst abgesuchten "Primärbündel"). Also auch

$$A_{gen,1} \cdot (1 - B_{v,1}) = y_1 \quad (5.15)$$

In soweit entspricht das Modell NM2 dem Modell AM1b. Ferner gilt aber hier (siehe "Zwei-Schalter-Modell NM1)

$$y_1 = A_{g,1} \cdot (1 - B_{v,1}) \cdot (1 - B_{pp}) \quad (5.16)$$

$$A_{gen,1} \cdot (1 - B_{v,1}) = A_{g,1} \cdot (1 - B_{v,1}) \cdot (1 - B_{pp}) \quad (5.17)$$

$$A_{gen,1} = A_{g,1} \cdot (1 - B_{pp}) \quad (5.18)$$

$$R_{v,1} = A_{g,1} \cdot B_{v,1} \quad (5.19)$$

Dies bedeutet - ganz anders als im alten Modell AM1b- daß das erzeugende Angebot  $A_{gen,1}$  gleich ist dem realen Gesamtangebot  $A_{g,1}$  an das Abnehmerbündel, multipliziert mit der durch den Punkt-Punkt-Verlust hervorgerufenen Durchlaßwahrscheinlichkeit  $(1 - B_{pp})$ .

Umgekehrt kann auch das Wertetripel  $(n_1, A_{g,1}, B_{pp})$  und damit  $A_{gen,1} = A_{g,1} \cdot (1 - B_{pp})$  vorgegeben werden. Daraus erhält man nach Erlang-Formel (Modell AM1a)

$$B_{v,1} = \frac{A_{gen,1}^{n_1} / n_1!}{\sum_{j=0}^{n_1} A_{gen,1}^j / j!} \quad (5.20)$$

Auf diese Weise kann die Verkehrsbelastung

$$y_1 = A_{gen,1} \cdot (1 - B_{v,1}) \quad (5.21)$$

berechnet werden (vgl. Gleichung 5.15).

Aber  $A_{g,1}$  und nicht  $A_{gen,1}$  entscheidet über  $R_{v,1}$ . Damit ist stets  $R_{v,1} = A_{g,1} \cdot B_{v,1}$  (siehe Gl. 5.11). Zur Berechnung von  $B_{pp}$  dient der nächste Abschnitt (V.3.2b).

V.3.2b. Die Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PP}$

Diese wird nach Modell AM2 berechnet (siehe Abschnitt V.2.2 und Anhang 1).

Die Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  des Linksystems wird hierbei vorgegeben. Es ist dann der durch Punkt-Punkt-Verlust verursachte Restverkehr in Richtung Nr.i, ( $i=1;2;\dots$ )

$$R_{PP,i} = A_{g,i} \cdot (1-B_{V,i}) \cdot B_{PP} = A_{PP,i} \cdot B_{PP} \quad (5.22)$$

Es wird noch bemerkt, daß die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PP}$  nur von der Struktur des betrachteten Linksystems und von dessen Gesamtverkehrsbelastung  $Y_{ges}$  abhängt, jedoch nicht von der Aufteilung des Gesamtverkehrs auf die Abnehmerbündel.

V.3.2c. Mit  $B_{V,1}$  und  $B_{PP}$  sind sodann -für vorgeschriebene Verkehrsbelastungen  $Y_{ges}$  und  $y_1$  - auch die zugehörigen Verkehrsangebote des betrachteten Primär-Abnehmerbündels Nr.1 bekannt, d.h.  $A_{g,1}$ ,  $A_{gen,1}$  und  $A_{PP,1}$  sowie die überlaufenden Restverkehre  $R_{V,1}$  und  $R_{PP,1}$ .

Um die "Zwei-Momenten-Methode" (siehe Modell AM3 und Anhang 2) auch auf die alternative Leitweglenkung hinter Linksystemen mit Punkt-Punkt-Markierung anwenden zu können, müssen nunmehr im nächsten Schritt Formeln für die Varianzen  $V((R_{V,1}))$  und  $V((R_{PP,1}))$ , welche die Restverkehre  $R_{V,1}$  und  $R_{PP,1}$  näher charakterisieren, hergeleitet werden. Hierzu dienen die nachstehend behandelten Modelle NM3 und NM4.

V.3.3. Das Modell NM3

zur Berechnung der Varianz  $V((R_{V,1}))$  des Restverkehrs  $R_{V,1}$  hinter einem Primär-Abnehmerbündel mit  $n_1$  Leitungen

a) Für ein Primärbündel (z.B. Bündel Nr.1) mit  $n_1$  Leitungen sind nach Modell NM2 bereits bekannt (siehe Abschnitt V.3.2a und V.3.2b):

- Das Gesamtangebot an Primärbündel Nr.1  $A_{g,1}$ .

- Das die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{V,1}$  generierende Angebot an Primärbündel Nr.1

$$A_{gen,1} = A_{g,1} \cdot (1-B_{PP}) \quad (5.23)$$

- Die Verlustwahrscheinlichkeit durch Vollbelegung des Bündels

$$B_{V,1} = E_{n_1}(A_{gen,1}) \quad (5.24)$$

- Die Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit

$$B_{PP} = F(\text{Struktur}; Y_{ges} \text{ des Linksystems}) \quad (5.25)$$

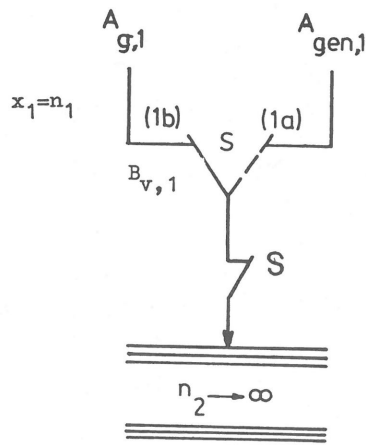
- Die Verkehrsbelastung des Bündels

$$y_1 = A_{gen,1} \cdot (1-B_{V,1}) \quad (5.26)$$

- Der überlaufende Restverkehr wegen Vollbelegung des Bündels

$$R_{V,1} = A_{g,1} \cdot B_{V,1} \quad (5.27)$$

b) Zur Berechnung der Varianz  $V((R_{V,1}))$  des Restverkehrs  $R_{V,1}$  dient das nachstehende Modell NM3



$$R_{v,1} = A_{g,1} \cdot B_{v,1}$$

$$V((R_{v,1})) = ?$$

Bild 5.5: Das Modell NM3

Sobald alle  $n_1$  Leitungen des Primärbündels vollbelegt sind, (Wahrscheinlichkeit  $B_{v,1}$ ) schließt der Schalter S die Seite (1b) und das Gesamtangebot  $A_{g,1}$  an das Bündel Nr.1 mit  $n_1$  Leitungen "läuft über" und liefert den Restverkehr  $R_{v,1}$ . Es möge in ein (gedachtes, fiktives) Sekundärbündel mit  $n_2 \rightarrow \infty$  Leitungen fließen, das also sämtliche Überlaufrufe verlustfrei aufnimmt.

c) die Varianz  $V((R_{v,1}))$  dieses Restverkehrs  $R_{v,1}$  im unendlich grossen (fiktiven) Sekundärbündel soll nun berechnet werden.

Dazu wird -für den hier ausschließlich unterstellten Fall eines stationären Anrufprozesses- das zweidimensionale Gleichungssystem für die Zustandsgleichungen im "statistischen Gleichgewicht" des Anruf- und Endeprozesses aufgestellt /19/, /37/, /40/.

Der erste Teil des Gleichungssystems betrachtet den Anrufprozess mit dem Angebot  $A_{gen}$  (vgl. Gleichung 5.23). Er gilt für die Belegungszustände  $0 \leq x_1 < n_1$ . Der zweite Teil des Gleichungssystems betrachtet die Belegungszustände  $x_1 = n_1$  und  $0 \leq x_2 < \infty$ . Hier ist der Anrufprozess durch

$A_{g,1} > A_{gen,1}$  charakterisiert.

d) Die Zustandsgleichungen

- Die Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(x_1)$  für das Primärbündel allein, ferner die Wahrscheinlichkeit  $B_{v,1} = p(n_1)$  und die Verkehrsbelastung  $y_1 = \sum_{x_1=0}^{n_1} x_1 \cdot p(x_1)$  ergeben sich schon nach Modell AM1 (Abschnitt V.2.1).

- Für das Gesamtsystem aus Primär- und (fiktivem) Sekundärbündel sei  $p(x_1, x_2)$  die zweidimensionale Wahrscheinlichkeit, daß im Primärbündel  $x_1$  Leitungen und im Sekundärbündel gleichzeitig  $x_2$  Leitungen belegt sind. Hierfür ergibt sich nach dem Prinzip von der Erhaltung des statistischen Gleichgewichts (siehe Zustandsdiagramm Bild 5.6):

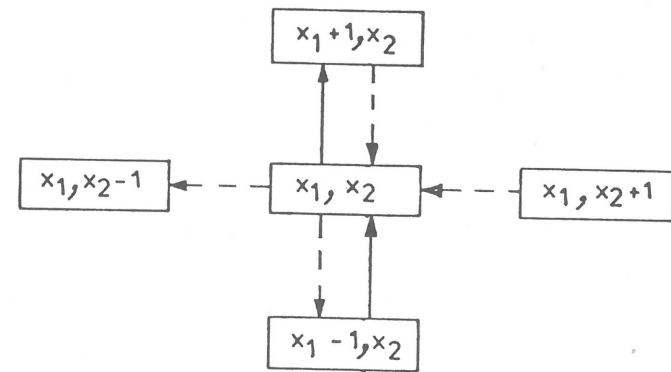


Bild 5.6: Zustandsdiagramm für  $x_1 < n_1$

--- Ende einer Belegung  
 — Eintreffen eines Anrufes

Für  $0 < x_1 < n_1$ :

$$A_{gen,1} p(x_1, x_2) + (x_1 + x_2) \cdot p(x_1, x_2) = A_{gen,1} p(x_1 - 1, x_2) + (x_1 + 1) \cdot p(x_1 + 1, x_2) + (x_2 + 1) \cdot p(x_1, x_2 + 1) \tag{5.28}$$

Speziell für  $x_1 = n_1$ , d.h. für jenen Zustand, in dem das Primärbündel vollbelegt ist und eintreffende Anrufe ins Sekundärbündel überlaufen, muss -abweichend von der klassischen Herleitung /10/, /33/, /40/- beachtet werden, daß das Verkehrsangebot im Zustand  $x_1 = n_1$  "springt" von  $A_{gen,1}$  auf  $A_{g,1}$ .

Für  $x_1 = n_1$  gilt:

$$\begin{aligned}
 &A_{g,1} \cdot p(n_1, x_2) + (n_1 + x_2) \cdot p(n_1, x_2) = \\
 &A_{g,1} \cdot p(n_1, x_2 - 1) + (x_2 + 1) \cdot p(n_1, x_2 + 1) + \\
 &A_{gen,1} \cdot p(n_1 - 1, x_2)
 \end{aligned}
 \tag{5.29}$$

Das Ziel der weiteren Herleitung ist es, unmittelbar für die Varianz  $V((R_{v,1}))$  bzw. den Streuwert  $D((R_{v,1})) = V((R_{v,1})) - R_{v,1}$  eine geschlossene Lösung zu finden und den sehr aufwendigen Weg über eine explizite Lösung für  $p(x_1, x_2)$  zu vermeiden /4/, /6/.

Die Gleichungen (5.28) und (5.29) beziehen sich auf das Gesamtsystem (reales Primär- plus  $\infty$  grosses Sekundärbündel). Betrachtet man nunmehr das Prinzip des statistischen Gleichgewichts für das Sekundärbündel allein, so erhält man unmittelbar

$$A_{g,1} \cdot p(n_1, x_2) = (x_2 + 1) \cdot p_2(x_2 + 1)
 \tag{5.30}$$

Die Beziehung (5.30) läßt sich auch auf andere Weise ableiten, in dem man zunächst Gleichung (5.28) für alle möglichen Werte von  $x_1$  (d.h. für  $0 \leq x_1 < n_1$ ) aufsummiert und hierzu Gleichung (5.29) addiert. Damit erhält man die Gleichung

$$\begin{aligned}
 &x_2 \cdot p_2(x_2) + A_{g,1} \cdot p(n_1, x_2) = \\
 &(x_2 + 1) \cdot p_2(x_2 + 1) + A_{g,1} \cdot p(n_1, x_2 - 1)
 \end{aligned}
 \tag{5.31}$$

Summiert man Gleichung (5.31) über alle Werte  $x_2 \geq 0$  auf, so erhält man wiederum Gleichung (5.30). Nun soll die Varianz  $V((R_{v,1}))$  bzw. der Streuwert  $D((R_{v,1}))$  berechnet werden.

Die nachstehende Herleitung benützt im Prinzip den übersichtlichen Lösungsweg von /36/.

Für das gewöhnliche r-te Moment ( $r > 0$ ) des Überlaufverkehrs  $R_{v,1}$ , d.h. von dessen Gleichzeitigkeitsverteilung im  $\infty$  grossen Sekundärbündel gilt allgemein

$$m_r(x_2) = \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2^r \cdot p_2(x_2)
 \tag{5.32}$$

Für die bedingten Momente r-ter Ordnung  $m_r(x_2 | x_1)$  gilt entsprechend

$$m_r(x_2 | x_1) = \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2^r \cdot p(x_1, x_2)
 \tag{5.33}$$

Wegen

$$p_2(x_2) = \sum_{x_1=0}^{n_1} p(x_1, x_2)
 \tag{5.34}$$

lassen sich die Momente  $m_r(x_2)$  als Summe der Momente  $m_r(x_2 | x_1)$  darstellen. Es ist

$$m_r(x_2) = \sum_{x_1=0}^{n_1} m_r(x_2 | x_1)
 \tag{5.35}$$

Außerdem gilt allgemein

$$m_0(x_2) = 1
 \tag{5.36}$$

und

$$m_1(x_2) = R_{v,1}
 \tag{5.37}$$



Für die Varianz  $V((R_{v,1}))$  d.h. das zweite zentrale Moment, gilt nach Definition

$$V((R_{v,1})) = \sum_{x_2=0}^{\infty} [x_2 - m_1(x_2)]^2 \cdot p_2(x_2) \quad (5.38)$$

oder mit Gleichung (5.32)

$$V((R_{v,1})) = m_2(x_2) - m_1^2(x_2) = m_2(x_2) - R_{v,1}^2 \quad (5.39)$$

Der Streuwert  $D((R_{v,1}))$  ist definiert als die Differenz

$$D((R_{v,1})) = V((R_{v,1})) - m_1(x_2) = V((R_{v,1})) - R_{v,1} \quad (5.40)$$

Wie man aus der Gleichung (5.39) erkennt, ist es zweckmäßig, anstelle der Varianz zunächst das zweite gewöhnliche Moment  $m_2(x_2)$  zu berechnen. Zu diesem Zweck wird Gleichung (5.30) mit dem Faktor  $(x_2+1)$  multipliziert und über alle möglichen Werte  $x_2$  aufsummiert. Man erhält dann

$$\sum_{x_2=0}^{\infty} (x_2+1) \cdot A_{g,1} \cdot p(n_1, x_2) = \sum_{x_2=0}^{\infty} (x_2+1)^2 \cdot p_2(x_2+1) \quad (5.41)$$

oder

$$A_{g,1} \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} (x_2+1) \cdot p(n_1, x_2) = \sum_{x_2=1}^{\infty} x_2^2 \cdot p_2(x_2) \quad (5.42)$$

Die Summe auf der rechten Seite von Gleichung (5.41) ändert ihren Wert nicht, wenn man ihre untere Grenze um 1 erniedrigt, also

$$A_{g,1} \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} p(n_1, x_2) + A_{g,1} \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(n_1, x_2) = \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2^2 \cdot p_2(x_2) \quad (5.43)$$

weil aber

$$\sum_{x_2=0}^{\infty} p(n_1, x_2) = p_1(n_1) \quad \text{ist,} \quad (5.44)$$

erhält man

$$A_{g,1} \cdot p_1(n_1) + A_{g,1} \cdot m_1(x_2|n_1) = m_2(x_2)$$

d.h.

$$m_2(x_2) = R_{v,1} + A_{g,1} \cdot m_1(x_2|n_1) \quad (5.45)$$

Damit ist das zweite gewöhnliche Moment  $m_2(x_2)$  zurückgeführt auf das bedingte Moment erster Ordnung  $m_1(x_2|n_1)$ . Zur Bestimmung der bedingten Momente erster Ordnung  $m_1(x_2|x_1)$  wird nun Gleichung (5.28) mit dem Faktor  $x_2$  multipliziert und dann über alle möglichen Werte von  $x_2$  aufsummiert. Man erhält

$$(A_{gen,1+x_1}) \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(x_1, x_2) + \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2^2 \cdot p(x_1, x_2) =$$

$$A_{gen,1} \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(x_1-1, x_2) + (x_1+1) \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(x_1+1, x_2)$$

$$+ \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot (x_2+1) \cdot p(x_1, x_2+1) \quad (5.46)$$

Der "Term"  $\sum_{x_2=0}^{\infty} x_2^2 \cdot p(x_1, x_2)$  auf der linken Seite der Gleichung (5.46) kann folgendermaßen umgeformt werden:

$$\begin{aligned} \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2^2 \cdot p(x_1, x_2) &= \sum_{x_2+1=0}^{\infty} (x_2+1)^2 \cdot p(x_1, x_2+1) \\ &= \sum_{x_2=0}^{\infty} (x_2+1)^2 \cdot p(x_1, x_2+1) \\ &= \sum_{x_2=0}^{\infty} (x_2^2 + x_2) \cdot p(x_1, x_2+1) + \\ &\quad \sum_{x_2=0}^{\infty} (x_2+1) \cdot p(x_1, x_2+1) \\ &= \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot (x_2+1) \cdot p(x_1, x_2+1) + \\ &\quad \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(x_1, x_2) \end{aligned}$$

Damit erhält man aus Gl. (5.46)

$$(A_{\text{gen}, 1+x_1+1}) \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(x_1, x_2) + \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot (x_2+1) \cdot p(x_1, x_2+1) =$$

$$A_{\text{gen}, 1} \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(x_1-1, x_2) + (x_1+1) \cdot \sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot p(x_1+1, x_2) +$$

$$\sum_{x_2=0}^{\infty} x_2 \cdot (x_2+1) \cdot p(x_1, x_2+1) \quad (5.47)$$

Mit Gleichung (5.33) erhält man aus Gl. (5.47)

$$(A_{\text{gen}, 1+x_1+1}) \cdot m_1(x_2|x_1) = (x_1+1) \cdot m_1(x_2|x_1+1) + A_{\text{gen}, 1} \cdot m_1(x_2|x_1-1) \quad (5.48)$$

wobei  $0 \leq x_1 < n_1$

Gleichung (5.48) ist eine Rekursionsformel für die bedingten Momente  $m_1(x_2|x_1)$ .

Die Gleichungen (5.45) und (5.48) stellen die wichtigsten Beziehungen für die Berechnung der Varianz dar. Eine Umformung von Gleichung (5.48) ergibt:

$$(x_1+1) \cdot [m_1(x_2|x_1+1) - m_1(x_2|x_1)] = A_{\text{gen}, 1} \cdot [m_1(x_2|x_1) - m_1(x_2|x_1-1)] \quad (5.49)$$

Mit den Abkürzungen

$$m_1(x_2|0) = g(0) \quad \text{und} \quad (5.50)$$

$$m_1(x_2|x_1) - m_1(x_2|x_1-1) = g(x_1) \quad \text{für } 1 \leq x_1 < n_1 \quad (5.51)$$

erhält man aus Gleichung (5.49) die einfachere Rekursionsformel /4/

$$(x_1+1) \cdot g(x_1+1) = A_{\text{gen}, 1} \cdot g(x_1) \quad (5.52)$$

für  $0 \leq x_1 < n_1$

Das Gleichungssystem (5.52) hat bekanntlich /4/ die Lösung

$$g(x_1) = \frac{(A_{gen,1})^{x_1}}{x_1!} \cdot g(0) \quad (5.53)$$

für  $0 \leq x_1 < n_1$

Summiert man die ersten  $x_1$  Gleichungen des Systems (5.51) und addiert außerdem Gleichung (5.50), so erhält man

$$m_1(x_2|x_1) = \sum_{\xi=0}^{x_1} g(\xi) \quad (5.54)$$

für  $0 \leq x_1 \leq n_1$

Mit den Gleichungen (5.50) und (5.53) folgt hieraus

$$m_1(x_2|x_1) = m_1(x_2|0) \cdot \sum_{\xi=0}^{x_1} \frac{(A_{gen,1})^\xi}{\xi!} \quad (5.55)$$

Setzt man Gleichung (5.55) und Gleichung (5.37) in Gleichung (5.35) ein, so ergibt sich nach Umformung

$$R_{v,1} = m_1(x_2|0) \cdot \sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{\xi=0}^{x_1} \frac{(A_{gen,1})^\xi}{\xi!} \quad (5.56)$$

und damit

$$m_1(x_2|0) = \frac{R_{v,1}}{\sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{\xi=0}^{x_1} \frac{(A_{gen,1})^\xi}{\xi!}} \quad (5.57)$$

Damit läßt sich nun für  $x_1=n_1$  nach Gleichung (5.55) das in der Beziehung (5.45) auftretende bedingte Moment  $m_1(x_2|n_1)$  berechnen:

$$m_1(x_2|n_1) = R_{v,1} \cdot \frac{\sum_{\xi=0}^{n_1} \frac{(A_{gen,1})^\xi}{\xi!}}{\sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{\xi=0}^{x_1} \frac{(A_{gen,1})^\xi}{\xi!}} \quad (5.58)$$

Vertauscht man nun im Nenner von Gleichung (5.58) die Bezeichnung der Variablen  $\xi$  und  $x_1$ , so erhält man nach Umformung:

$$\frac{R_{v,1}}{m_1(x_2|n_1)} = \frac{\sum_{\xi=0}^{n_1} \sum_{x_1=0}^{\xi} \frac{(A_{gen,1})^{x_1}}{x_1!}}{\sum_{\xi=0}^{n_1} \frac{(A_{gen,1})^\xi}{\xi!}} \quad (5.59)$$

also

$$\frac{R_{v,1}}{m_1(x_2|n_1)} = \sum_{\xi=0}^{n_1} \sum_{x_1=0}^{\xi} p_1(x_1) \quad (5.60)$$

Wenn man die Reihenfolge der beiden Summationen auf der rechten Seite der Gleichung (5.60) vertauscht, wobei die Summationsgrenzen der Summen sich ändern, so erhält man

$$\frac{R_{v,1}}{m_1(x_2|n_1)} = \sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{\xi=x_1}^{n_1} p_1(x_1) \quad (5.61)$$

oder

$$\frac{R_{V,1}}{m_1(x_2|n_1)} = \sum_{x_1=0}^{n_1} (n_1+1-x_1) \cdot p_1(x_1) \quad (5.62)$$

Der Übergang von Gleichung (5.60) zu Gleichung (5.62) kann auch auf eine andere Weise erfolgen, indem man die Doppelsumme in Gleichung (5.60) gliedweise anschreibt, und dann neu zusammenfasst.

Die Aufspaltung der Summe in Gleichung (5.62) führt auf

$$\frac{R_{V,1}}{m_1(x_2|n_1)} = (n_1+1) \cdot \sum_{x_1=0}^{n_1} p_1(x_1) - \sum_{x_1=0}^{n_1} x_1 \cdot p_1(x_1) \quad (5.63)$$

Da die Summe aller Wahrscheinlichkeit  $p_1(x_1)$  gleich eins ist, gilt:

$$\frac{R_{V,1}}{m_1(x_2|n_1)} = n_1 + 1 - y_1$$

bzw.

$$m_1(x_2|n_1) = \frac{R_{V,1}}{n_1 + 1 - y_1} \quad (5.64)$$

wobei die Verkehrsbelastung im Primärbündel (siehe Kap.I)

$$y_1 = \sum_{x_1=0}^{n_1} x_1 \cdot p_1(x_1) \quad \text{ist.} \quad (5.65)$$

Mit Hilfe der Beziehung (5.45) läßt sich aus dem bedingten ersten Moment  $m_1(x_2|n_1)$  das zweite Moment  $m_2(x_2)$  berechnen:

$$m_2(x_2) = \frac{A_{G,1} \cdot R_{V,1}}{n_1 + 1 - y_1} + R_{V,1} \quad (5.66)$$

Mit den Gleichungen (5.37) und (5.66), eingesetzt in Gleichung (5.39), erhält man für die Varianz

$$V((R_{V,1})) = \frac{A_{G,1} \cdot R_{V,1}}{n_1 + 1 - y_1} + R_{V,1} - R_{V,1}^2 \quad (5.67)$$

Mit der Gleichung 5.27 ergibt

$$V((R_{V,1})) = \frac{R_{V,1}^2}{B_{V,1} \cdot (n_1+1-y_1)} + R_{V,1} - R_{V,1}^2 \quad (5.68)$$

$$= R_{V,1}^2 \cdot \left[ \frac{1}{B_{V,1} \cdot (n_1+1-y_1)} - 1 \right] + R_{V,1} \quad (5.69)$$

und mit der Gleichung 5.40 erhält man auch den Streuwert

$$D((R_{V,1})) = \left[ \frac{1}{B_{V,1} \cdot (n_1+1-y_1)} - 1 \right] \cdot R_{V,1}^2 \quad (5.70)$$

wobei

$$p_{V,1} = \frac{1}{B_{V,1} \cdot (n_1+1-y_1)} - 1 \quad (5.71)$$

als "Spitzigkeitskoeffizient" bezeichnet werde, weil dieser Term "p" die Größe des Streuwertes maßgeblich bestimmt.

V.3.4. Das Modell NM4

a) Allgemeines

Im Abschnitt V.2.2 wurde mit Hilfe des Modells AM2 die Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PP}$  behandelt. Der Restverkehr  $R_{PP,i}$  ergab sich daraus mit Hilfe des "Zwei-Schalter-Modells NM1" (in Abschnitt V.3.1) zu

$$R_{PP,i} = A_{g,i} \cdot (1 - B_{v,i}) \cdot B_{PP} \quad (5.72)$$

Dieser Restverkehr  $R_{PP,i}$  setzt sich zusammen aus  $g_{n,i}$  gleich grossen Teilrestverkehren  $R_{T,i}$ , welche durch Punkt-Punkt-Verluste der Teilangebote an jene  $g_{n,i}$  einzelnen Zielkoppelvielfache der letzten Stufe entstehen, an welchen die  $n_i$  Leitungen des betrachteten Abnehmerbündels angeschlossen sind.

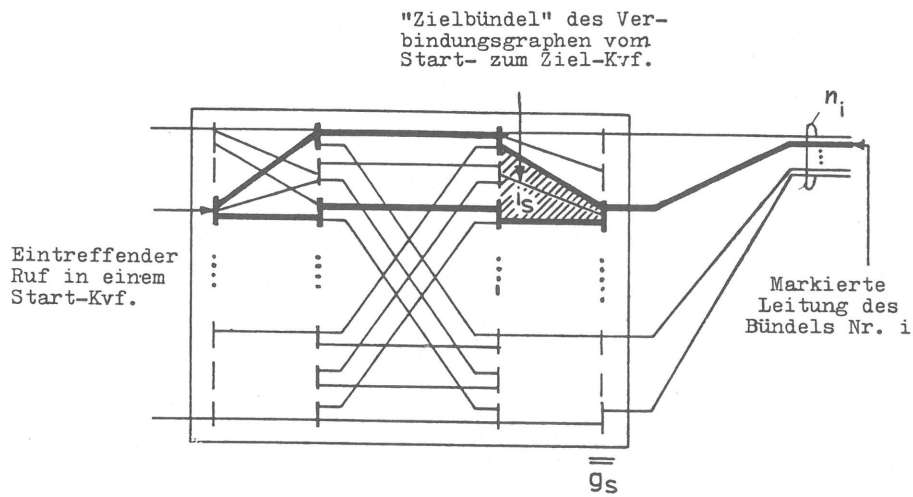


Bild 5.7: Die Anschaltung eines Abnehmerbündels mit  $n_i$  Leitungen an  $g_{n,i} \leq g_S$  Koppelvielfache der letzten Stufe S.  
 Für  $n_i < g_S$  ist  $g_{n,i} = n_i$   
 Für  $n_i > g_S$  ist  $g_{n,i} = g_S$

b) Berechnung der Teil-Varianz  $V((R_{T,i}))$

Wie in Abschnitt V.2.2 und Anhang 1 ausgeführt, bildet das PPL-Verfahren den Verbindungsgraphen eines Linksystems zwischen Start- und Zielkoppelvielfach ab auf eine einstufige Koppelanordnung mit unvollkommener Erreichbarkeit (d.h. auf eine virtuelle sogenannte "Mischung"). Dabei wird eine effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$  zu dem betrachteten "Zielbündel" d.h. zu den  $i_S$  Eingängen jenes Zielkoppelvielfachs berechnet, in dem ein freier Ausgang markiert wurde (siehe Bild 5.7).

Aus diesem Grund wird für die Berechnung der Teil-Varianz  $V((R_{T,i}))$  der überlaufenden Restverkehre  $R_{T,i}$  ein "Schalter-Modell NM4" verwendet (Bild 5.8), das ähnlich ist wie jenes für einstufige Koppelanordnungen mit einer unvollkommenen Erreichbarkeit  $k < n$  (vgl. Modell AM4, Abschnitt V.2.4 und Anhang 3)

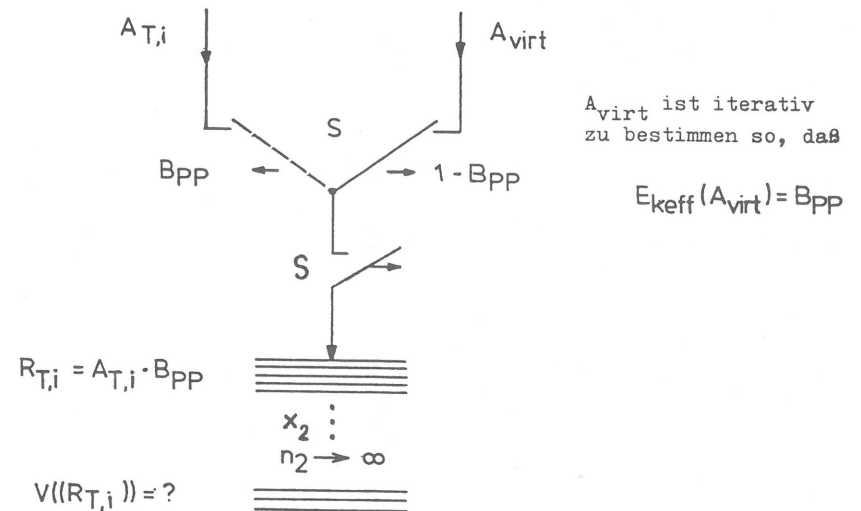


Bild 5.8: Das Modell NM4 für Berechnung der Teil-Varianz  $V((R_{T,i}))$ .

Ein virtuelles Angebot  $A_{virt}$  (ZV 1. Art) wird über einen Schalter S einem virtuellen vollkommen erreichbaren Bündel der Größe  $k_{eff}$  angeboten. Das Angebot  $A_{virt}$  wird iterativ so bestimmt, daß sich (mit Erlang's Verlustformel) eine Verlustwahrscheinlichkeit

$$E_{k_{eff}}(A_{virt}) \Rightarrow B_{PP} \quad (5.73)$$

einstellt.

Es entstünde also ein virtueller Restverkehr

$$R_{virt} = A_{virt} \cdot E_{k_{eff}}(A_{virt}) \quad (5.74)$$

Ferner ist die Verkehrsbelastung dieses virtuellen Bündels

$$y_{virt} = A_{virt} \cdot (1 - B_{PP}) \quad (5.75)$$

Im Modell NM4 nach Bild (5.8) wird aber nun der Schalter S nach links umgelegt, sobald und solange als alle  $k_{eff}$  Leitungen vollbelegt sind. Dadurch entsteht als realer Überlaufverkehr der tatsächliche Restverkehr

$$R_{T,i} = A_{T,i} \cdot B_{PP} \quad (5.76)$$

und nicht der virtuelle Restverkehr  $R_{virt}$ .

Diese mit  $A_{virt}$  und  $k_{eff}$  erzeugte Schalterfunktion von S bewirkt also,

- daß die Ereignisse "Ende eines Blockierintervalls" im Verbindungsgraphen die reale Wahrscheinlichkeitsdichte

$$\xi_{k_{eff}} = k_{eff} / h \quad (5.77)$$

besitzen, wobei:

$h/k$  = die mittlere Dauer eines Blockierzeitintervalls

$h_{eff}$  = die mittlere Belegungsdauer (negativ exponentielle Verteilungsfunktion).

- daß ferner die Verteilungsfunktion für die Dauer der Blockierzeitintervalle

$$W_{BL.}(\geq t) = e^{-t \cdot \xi_{k_{eff}}} \quad (5.78)$$

derjenigen des realen Systems entspricht.

- daß die Wahrscheinlichkeit für blockierfreie Zustände

$$1 - E_{k_{eff}}(A_{virt}) \equiv 1 - B_{PP} \quad (5.79)$$

ebenfalls der Realität entspricht.

- daß auch die mittlere Anzahl von Blockierzeitintervallen pro Zeiteinheit

$$B_{PP} \cdot \xi_{k_{eff}} = \frac{B_{PP}}{h} \cdot k_{eff} \quad (5.80)$$

der Realität entspricht.

- daß schließlich die mittlere Dauer eines "blockierfreien" Zeitintervalls

$$\frac{1 - B_{PP}}{B_{PP} \cdot \xi_{k_{eff}}} \quad (5.81)$$

derjenigen des realen Systems entspricht.

Mit diesem Schalter-Modell wird also der zeitliche Prozess jener realen "Blockierereignisse" sehr genau nachgebildet, welche den "stoßweise" überlaufenden Restverkehr  $R_{T,i}$

"steuern" und welche deshalb maßgebend sind für dessen Varianz  $V((R_{T,i}))$ .

Mit Hilfe dieses Modells NM4 läßt sich nun das zweidimensionale System der stationären Zustandsgleichungen für den Fall  $x_{virt} < k_{eff}$  und für den Fall  $x_{virt} = k_{eff}$  anschreiben. Dabei ist zu beachten, daß die Zustände  $x_{virt} < k_{eff}$  durch das virtuelle Angebot  $A_{virt}$  generiert werden. Für Anrufe während der Blockierzustände, d.h. während  $x_{virt} = k_{eff}$ , welche in ein gedachtes Sekundärbündel mit  $n_2 \rightarrow \infty$  Leitungen überlaufen, ist jedoch das tatsächliche Teilangebot

$$A_{T,i} = A_{g,i} \cdot (1 - B_{v,i}) / \xi_{n,i} = A_{PP,i} / \xi_{n,i} \quad (5.82)$$

maßgebend. Es wird über einen Verbindungsgraphen zwischen Start- und Zielkoppelvielfach einer dort angeschlossenen freien Leitung des betrachteten Abnehmerbündels Nr.i angeboten (siehe Bild (5.7) Seite 65).

c) Die Zustandsgleichungen zur Berechnung von  $V((R_{T,i}))$

Für  $0 < x_{virt} < k_{eff}$  gilt

$$\begin{aligned} A_{virt} \cdot p(x_{virt}, x_2) + (x_{virt} + x_2) \cdot p(x_{virt}, x_2) = \\ A_{virt} \cdot p(x_{virt} - 1, x_2) + (x_2 + 1) \cdot p(x_{virt}, x_2 + 1) + \\ (x_{virt} + 1) \cdot p(x_{virt} + 1, x_2) \end{aligned} \quad (5.83)$$

Sobald sich das System im Zustand  $x_{virt} = k_{eff}$  befindet, gilt

$$\begin{aligned} A_{T,i} \cdot p(k_{eff}, x_2) + (k_{eff} + x_2) \cdot p(k_{eff}, x_2) = \\ A_{T,i} \cdot p(k_{eff}, x_2 - 1) + (x_2 + 1) \cdot p(k_{eff}, x_2 + 1) + \\ A_{virt} \cdot p(k_{eff} - 1, x_2) \end{aligned} \quad (5.84)$$

Die weitere formale Lösung des Gleichungssystems (5.83) und (5.84) verläuft genau wie im Modell NM3 (Abschnitt V.3.3). Anstelle  $A_{gen}$  im Modell NM3 ist hier  $A_{virt}$  zu setzen, ferner ist anstelle von  $A_{g,i}$  in Modell NM3 hier  $A_{T,i}$  einzusetzen. Man erhält für den Spitzigkeitskoeffizienten  $P_{PP}$  des Restverkehrs  $R_{T,i}$

$$P_{PP} = \frac{1}{B_{PP} \cdot [k_{eff} + 1 - A_{virt} \cdot (1 - B_{PP})]} - 1 \quad (5.85)$$

Damit wird der Teil-Streuwert dieses Teilrestverkehrs  $R_{T,i}$ , der in Bezug auf eine Richtung Nr.i in einem Zielkoppelvielfach überläuft.

$$D((R_{T,i})) = P_{PP} \cdot R_{T,i}^2 \quad (5.86)$$

Der "Gesamt"-Streuwert des Restverkehrs  $R_{PP,i}$  ergibt sich aus der linearen Addition aller Teil-Streuwerte  $D((R_{T,i}))$  jener  $\xi_{n,i}$  Zielkoppelvielfache der letzten Stufe, an welche Abnehmerleitungen des betrachteten Bündels angeschlossen sind. Diese lineare Addition ist zulässig, weil die Zeitpunkte, zu denen Punkt-Punkt-Verlustrufe als Beiträge zu  $R_{T,i}$  überlaufen, in den einzelnen Zielkoppelvielfachen nicht miteinander korreliert sind. Damit erhält man

$$D((R_{PP,i})) = \xi_{n,i} \cdot D((R_{T,i})) \quad (5.87)$$

und

$$V((R_{PP,i})) = D((R_{PP,i})) + R_{PP,i} \quad (5.88)$$

Diese Gleichungen (5.87) und (5.88) gelten für den überlaufenden Restverkehr  $R_{PP,i}$  sowohl bei Primärbündeln (I.QW) als auch bei Sekundärbündeln (II., III., .... Letztweg).

Der Grund liegt darin, daß die Gesamtverkehrsbelastung  $Y_{ges}$  innerhalb des Linksystems, und damit die Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PP}$  nicht beeinflusst wird von den unterschiedlichen Varianzen der Teil-Verkehrsflüsse hinter dem Linksystem, welche erst dort, durch die Aufteilung des Gesamtverkehrs auf Direktwege und Sekundärbündel, entstehen.

V.3.5. Das Modell NM5  
zur Berechnung des "Gesamtrestverkehrs"  $R_{g,i}$  und dessen  
"Gesamtvarianz"  $V((R_{g,i}))$  hinter einem Primär- bzw.  
Sekundärbündel

Die Restverkehre  $R_{v,i}$  und  $R_{PP,i}$  hinter einem Abnehmerbündel Nr.  $i$  entstehen durch Verlustrufe während der (durch technische Maßnahmen) zeitlich disjunkten Ereignisse der Vollblockierung des Bündels einerseits und der verlustwirksamen Zeitabschnitte der Punkt-Punkt-Blockierung des Linksystems andererseits (vgl. Abschnitt. IV.1). Sie sind deshalb additiv. Dasselbe gilt für die zugehörigen Varianzen  $V((R_{v,i}))$  und  $V((R_{PP,i}))$  bzw. die zugehörigen Streuwerte  $D((R_{v,i}))$  und  $D((R_{PP,i}))$ . Es gilt:

$$R_{g,i} = R_{v,i} + R_{PP,i} \quad (5.89)$$

$$V((R_{g,i})) = V((R_{v,i})) + V((R_{PP,i})) \quad (5.90)$$

$$D((R_{g,i})) = D((R_{v,i})) + D((R_{PP,i})) \quad (5.91)$$

V.3.6. Das Modell NM6  
zur Berechnung der Sekundärbündel (II., III., ...Letztweg)

a) Man betrachtet im "Zwei-Schalter-Modell NM1" (Bild 5.4, Seite 47) den Weg der Anrufe über die Schalterstellungen  $S1(1a)$  und  $S2(2a)$  (siehe Bild 5.9)

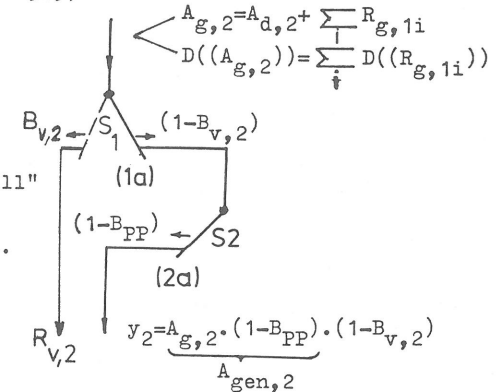


Bild 5.9:  
 "Zwei-Schalter-Modell"  
 S1 in Stellung (1a)  
 S2 in Stellung (2a).

Daraus ergibt sich (wie in Abschnitt V.3.1) daß

$$y_2 = A_{g,2} \cdot (1-B_{v,2}) \cdot (1-B_{PP}) \quad (5.92)$$

ist.

Jener Teil der Anrufe von  $A_{g,2}$ , welcher durch Punkt-Punkt-Verlust verloren geht, gelangt nicht an den "Eingang des Bündels". Zur Belastung des Bündels ( $y_2$ ) trägt nur der Teil  $A_{g,2} \cdot (1-B_{PP})$  bei. Da nur dieser Angebotsteil den tatsächlichen Verkehr  $y_2$  des betrachteten Sekundärbündels erzeugt, wird er als  $A_{gen,2}$  bezeichnet (generierendes, hier außerdem spitziges, Verkehrsangebot). Sobald das Bündel vollbelegt ist, erfolgt keine Punkt-Punkt-Markierung.

Es werden also im realen System alle während dieser Zeitabschnitte eintreffenden Rufe als "Verluste (bzw. Überlaufrufe) infolge Vollbelegung" gezählt und tragen somit zu  $B_{v,2}$  bei. Deshalb ist

$$R_{v,2} = B_{v,2} \cdot A_{g,2} \quad (5.93)$$



Das "spitzige" Verkehrsangebot an ein Sekundärbündel besteht aus der Summe der Verkehrsreste  $\sum_i R_{g,1i}$ , ferner evtl. einem Direktangebot (ZV 1. Art)  $A_{d,2}$ , sowie dem zugehörigen Summen-Streuwert  $D((A_{g,2}))$

$$D((A_{g,2})) = \sum_i D((R_{g,1i})) \quad (5.94)$$

Das Gesamtangebot an das Sekundärbündel

$$A_{g,2} = A_{d,2} + \sum_i R_{g,1i} \quad (5.95)$$

erleidet zunächst einen Punkt-Punkt-Verlust (siehe Gl. 5.19). Deshalb wird -in guter Näherung- auch dessen Streuwert entsprechend reduziert, damit das Verhältnis  $D((A_{g,2}))/A_{g,2}$  konstant bleibt, d.h. es gilt

$$D((A_{gen,2})) = D((A_{g,2})) \cdot (1 - B_{PP}) \quad (5.96)$$

Daraus ergibt sich für die Berechnung des Sekundärbündels  $n_2$  folgendes Modell NM6 :

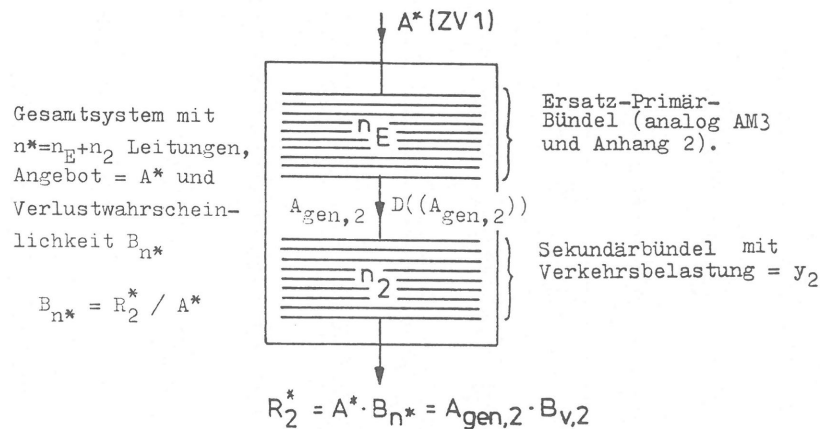


Bild 5.10: Das Modell NM6

b) Die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit des Sekundärbündels setzt sich zusammen aus  $B_{v,2}$  und  $B_{PP}$ . Es gilt:

$$B_{g,2} = B_{v,2} + (1 - B_{v,2}) \cdot B_{PP} \quad (5.97)$$

c) Berechnung der Leitungszahl  $n_2$  bei vorgegebener Verkehrsbelastung  $y_2$  des Sekundärbündels

Wird aus Gründen der Verkehrsplanung die Belastung  $y_2$  des Sekundärbündels v o r g e s c h r i e b e n, so ergibt sich bei bekanntem spitzigen Gesamtangebot  $\{A_{g,2}; D((A_{g,2}))\}$  daraus der Gesamtverlust des Sekundärbündels zu

$$B_{g,2} = \frac{A_{g,2} - y_2}{A_{g,2}} = \frac{R_{g,2}}{A_{g,2}} \quad (5.98)$$

und damit

$$B_{v,2} = \frac{B_{g,2} - B_{PP}}{1 - B_{PP}} \quad (5.99)$$

Zu dieser Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{v,2}$  und deren generierendem Angebot  $A_{gen,2}$  gehört ein Restverkehr

$$R_2^* = A_{gen,2} \cdot B_{v,2} \quad (5.100)$$

Die zum Sollwert  $y_2$  gehörende Leitungszahl  $n_2$  muss jetzt iterativ berechnet werden.

Das Modell NM6 (Bild 5.10) wird dazu in der Weise benutzt, daß  $R_2^*$  durch iterative Änderung von  $n_2$  solange variiert wird bis

$$A_{gen,2} - R_2^* = y_{2 \text{ Soll}} \quad (5.101)$$

wird.

Diesem Rechenverfahren analog ist die Bestimmung der Leitungszahl  $n_2$  im Modell AM3 bzw. AM4 (vgl. auch Anhang 2 und 3). Dort muss jedoch der Gesamt-Restverkehr  $R_2$  variiert werden, bis

$$A_{g,2} - R_2 = y_{2 \text{ Soll}} \quad (5.102)$$

wird.

V.3.7. Das Modell NM7

zur Berechnung der Varianz  $V((R_{v,2}))$  des Restverkehrs  $R_{v,2}$  infolge Vollbelegung des Sekundärbündels ( $n_2$ )

a) Berechnet werden soll die Varianz  $V((R_{v,2}))$  des Restverkehrs  $R_{v,2}$  hinter einem vollkommen erreichbaren Sekundärbündel mit dem Angebot  $(A_{gen,2}; V((A_{gen,2})))$  und der Leitungszahl  $n_2$  sowie der Belastung  $y_2$ .

Mit Hilfe des Modells NM6 (siehe Bild 5.10 im Abschnitt V.3.6) wurde zum Sollwert  $y_2$  der Belastung die Leitungszahl  $n_2$  bestimmt (oder umgekehrt).

Der -nicht reale - Restverkehr  $R_2^*$  hinter dem Sekundärbündel im Bild (5.10) ergibt sich zu

$$R_2^* = A^* \cdot B_{n^*} = A_{gen,2} - y_2 \quad (5.103)$$

Will man die Varianz  $V((R_2^*))$  dieses Restverkehrs  $R_2^*$  berechnen, so geht man analog zum Modell AM3 (Abschnitt V.2.3 und Anhang 2) vor:

Das Bündel mit  $(A^*, n^*, B_{n^*}, R_2^*)$  im Bild (5.11) stellt ein vollkommen erreichbares (hier "virtuelles") Primärbündel dar. Gesucht ist die Varianz  $V((R_2^*))$ . Dafür benützt man ein gedachtes, unendlich großes Überlaufbündel mit  $n_3 \rightarrow \infty$  Leitungen.

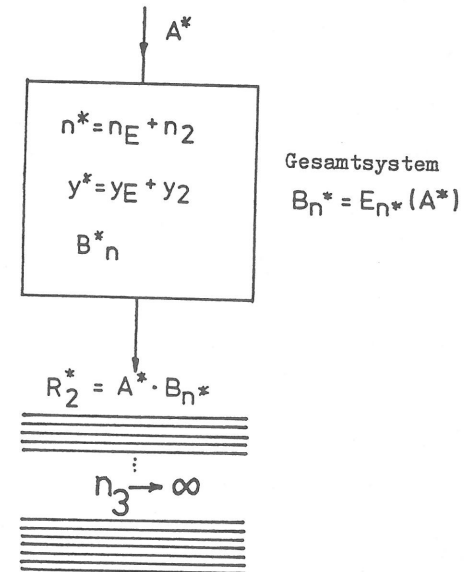
Ein zu Abschnitt V.2.3 und Anhang 2 völlig analoger Rechnungsgang liefert

$$p^* = \frac{1}{B_{n^*} \cdot (n^* + 1 - y^*)} - 1 \quad \text{wo } y^* = A^* \cdot (1 - B_{n^*}) \quad (5.104)$$

und

$$V((R_2^*)) = p^* \cdot (R_2^*)^2 + R_2^* \quad (5.105)$$

Bild 5.11:



b) Tatsächlich wird aber dem realen Sekundärbündel  $n_2$  in allen Zeitabschnitten, in denen wegen dessen Vollbelegung Anrufe "verloren gehen" (also überlaufen), ein höheres Angebot als  $A_{gen,2}$  zugeführt, nämlich

$$A_{g,2} = \frac{A_{gen,2}}{1 - B_{pp}} \quad (5.106)$$

(vgl. Modell NM1, NM2 und Bild 5.4 sowie Gleichung 5.19). Dementsprechend ändert sich auch im virtuellen Primärbündel das Angebot von  $A^*$  auf einen Wert  $A^{**}$ . Dies bedeutet für die Aufstellung des zweidimensionalen Gleichungssystems für die Zustandswahrscheinlichkeiten von  $p(x^*, x_3)$ , daß während aller Zustände  $x^* = n^*$ ,  $0 \leq x_3 < \infty$ , das Verkehrsangebot von  $A^*$  nach

$$A^{**} = A^* \cdot \frac{A_{g,2}}{A_{gen,2}} = \frac{A^*}{1 - B_{pp}} \quad (5.107)$$

springt.

Eine Analogie hierzu findet sich im Modell NM3 (Abschnitt V.3.3) wo ebenfalls ein Sprung von  $A_{gen,1}$  nach  $A_{g,1}$  bei  $x_1 = n_1$  stattfindet (vgl. Gl. 5.28 und 5.29). Damit erhält man für die Aufstellung der Zustandsgleichungen für  $p(x^*, x_3)$  folgendes Schalter-Modell NM7:

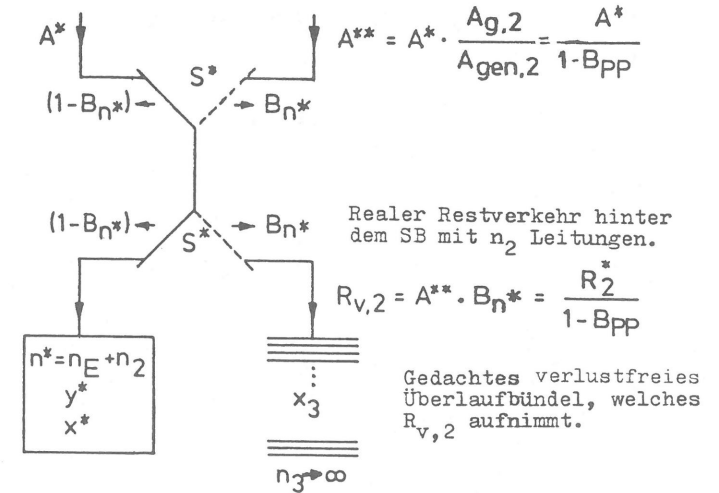


Bild 5.12: Das Modell NM7.

Damit gelten die folgenden Gleichungen für stationären Verkehr:

Für  $0 \leq x^* < n^*$

$$A^* \cdot p(x^*, x_3) + (x^* + x_3) \cdot p(x^*, x_3) = A^* \cdot p(x^* - 1, x_3) + (x^* + 1) \cdot p(x^* + 1, x_3) + (x_3 + 1) \cdot p(x^*, x_3 + 1) \quad (5.108)$$

Für  $x^* = n^*$

$$A^{**} \cdot p(n^*, x_3) + (n^* + x_3) \cdot p(n^*, x_3) = A^{**} \cdot p(n^*, x_3 - 1) + (x_3 + 1) \cdot p(n^*, x_3 + 1) + A^* \cdot p(n^* - 1, x_3) \quad (5.109)$$

Daraus erhält man mit demselben Rechnungsgang wie in Abschnitt V.3.3 Gleichung (5.71) den Spitzigkeitskoeffizienten zu

$$p_{v,2}^* = \frac{1}{B_n^* \cdot (n^* + 1 - y^*)} - 1 \quad (5.110)$$

und die Varianz zu

$$V((R_{v,2})) = p_{v,2}^* \cdot (R_{v,2})^2 + R_{v,2} \quad (5.111)$$

c) In völlig analoger Weise können auch die Varianzen der Restverkehre hinter III.QW, IV.QW, .... usw. bis zum letzten Weg berechnet werden.

VI. Der gesamte Lösungsweg mit Hilfe der neuen Modelle NM1 bis NM7

VI.1. Einleitung

Der Lösungsweg wird erläutert anhand des folgenden Beispiels (Bild 6.1, 6.2 und 6.3).

Gegeben sei ein 4-stufiges Linkssystem (mit noch unbekannter Struktur im Einzelnen). Es besitze an seinem Ausgang :

- 2 I. Querweg-Bündel Nr. 11 und 12
- 2 II. Querweg-Bündel Nr. 21 und 22
- 1 Letztweg -Bündel Nr. 3 .

Die Zahl der Leitungen in den Abnehmerbündeln ( $n_{11}, n_{12}, n_{21}, n_{22}, n_3$ ) ist unbekannt.

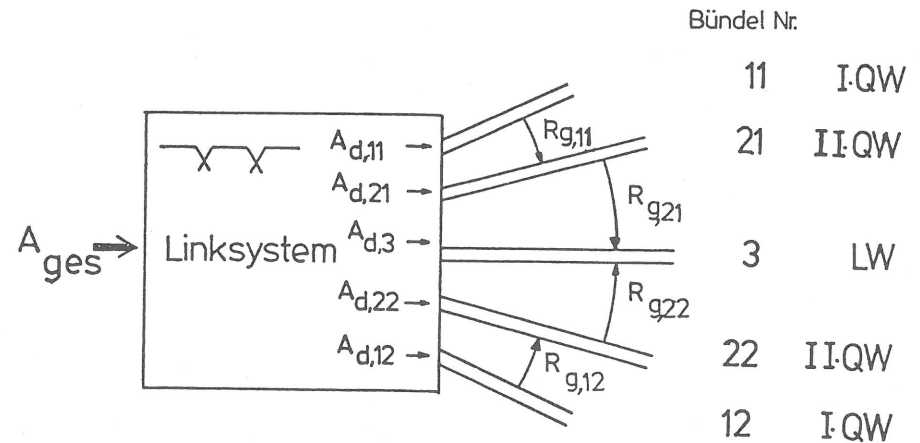


Bild 6.1: Richtungswahl-Linkssystem mit S = 4 Stufen und mit 5 Abnehmerbündeln (11;12;21;22;3)  $n_{11}=? ; n_{12}=? ; n_{21}=? ; n_{22}=? ; n_3=?$

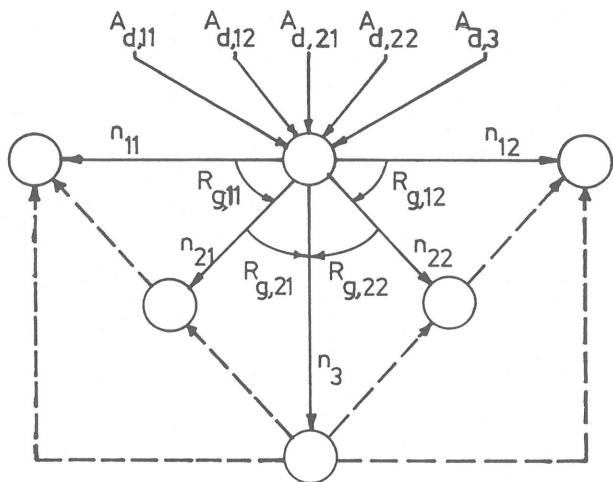


Bild 6.2: Ausschnitt aus einem Fernwähl-Netzknoden entsprechend dem betrachteten Beispiel

VI.2. Die vorgegebenen Parameter

Es werden vorgegeben (z.B. nach Planungswerten, die aus Messungen oder Prognoseverfahren bestimmt werden):

a) Die Direkt-Verkehrsangebote

- $A_{d,11} = 40$  Erl. ;  $A_{d,12} = 45$  Erl.
- $A_{d,21} = 35$  Erl. ;  $A_{d,22} = 20$  Erl.
- $A_{d,3} = 35$  Erl.

b) Überlaufwahrscheinlichkeiten

- $B_{g,11} = 0,15$  (15%) ;  $B_{g,12} = 0,15$  (15%)
- $B_{g,21} = 0,10$  (10%) ;  $B_{g,22} = 0,10$  (10%)

c) Verlustwahrscheinlichkeit des Letztweges

$B_{g,3} = 0,02$  (2%)

d) Für die aus a), b) und c) berechenbare Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  des Linksystems wird ein Punkt-Punkt-Verlust  $B_{pp} = 1\%$  vorgeschrieben.

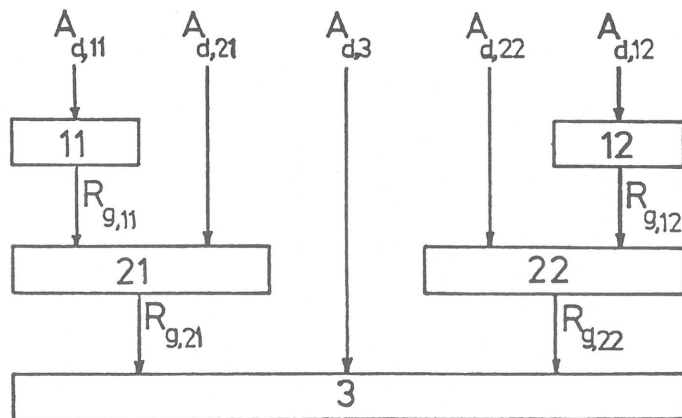


Bild 6.3: Die abgehenden Bündel und deren Überlaufmöglichkeit

VI.3. Die Berechnung der Verkehrsbelastungen

VI.3.1. Die Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  des Linksystems

Aus (VI.2.b) erhält man für die Direktangebote  $A_{d,11}$  und  $A_{d,12}$  je eine resultierende Gesamtverlustwahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned}
 B_{res,11} = B_{res,12} &= B_{g,11} \cdot B_{g,21} \cdot B_{g,3} \\
 &= 0,15 \cdot 0,1 \cdot 0,02 \\
 &= 0,0003 = 0,03\%
 \end{aligned}$$

ebenso erhält man für die Direktangebote  $A_{d,21}$  und  $A_{d,22}$

$$\begin{aligned}
 B_{res,21} = B_{res,22} &= B_{g,21} \cdot B_{g,3} \\
 &= 0,10 \cdot 0,02 = 0,002 = 0,2\%
 \end{aligned}$$

und für das Direktangebot  $A_{d,3}$

$$B_{res,3} = B_{g,3} = 0,02 = 2 \%$$

Damit wird (im Rahmen der Dimensionierungstoleranzen infolge ganzzahliger Bündelgrößen)

$$\begin{aligned} Y_{ges} &= (A_{d,11} + A_{d,12}) \cdot (1 - B_{res,11}) + \\ &\quad (A_{d,21} + A_{d,22}) \cdot (1 - B_{res,21}) + \\ &\quad (A_{d,3}) \cdot (1 - B_{res,3}) \\ &= (40+45) \cdot (1-0,0003) + (35+20) \cdot (1-0,002) + 35 \cdot 0,98 \\ &= 174,1645 \quad \text{Erl.} \quad \approx \sum_i A_{d,i} \end{aligned}$$

Man erkennt wegen des sehr kleinen resultierenden Gesamtverlustes  $B_{ges}$ , daß bei einer Dimensionierung für ausreichende Verkehrsgüte die Gesamtbelastung  $Y_{ges} \approx$  Gesamtangebot  $A_{ges}$  als einfache Grundlage für die Dimensionierung des notwendigen Linksystems für Richtungswahl verwendet werden kann (Linksystem-Dimensionierung s.a. Kap. VII.).

VI.3.2. Die Sollbelastung der einzelnen Bündel

$$\begin{aligned} Y_{11} &= A_{d,11} \cdot (1 - B_{g,11}) = 40 \cdot (1 - 0,15) = 34 \quad \text{Erl.} \\ Y_{12} &= A_{d,12} \cdot (1 - B_{g,12}) = 45 \cdot (1 - 0,15) = 38,25 \quad \text{Erl.} \\ Y_{21} &= (A_{d,11} \cdot 0,15 + A_{d,21}) \cdot (1 - 0,10) \\ &= (6 + 35) \cdot 0,9 = 36,9 \quad \text{Erl.} \\ Y_{22} &= (A_{d,12} \cdot 0,15 + A_{d,22}) \cdot (1 - 0,10) \\ &= (6,75 + 20) \cdot 0,9 = 24,075 \quad \text{Erl.} \\ Y_3 &= [(A_{d,11} \cdot 0,15 + A_{d,21}) \cdot 0,10 + \\ &\quad (A_{d,12} \cdot 0,15 + A_{d,22}) \cdot 0,10 + \\ &\quad A_{d,3}] \cdot (1 - 0,02) = 40,9395 \quad \text{Erl.} \\ \underline{Y_{ges}} &= 174,1645 \quad \text{Erl.} \end{aligned}$$

VI.4. Die Dimensionierung eines geeigneten Linksystems

Es sei vorgeschrieben, daß die  $N_{ein}$  Zubringerleitungen (Eingangsleitungen) des Linksystems im Mittel mit etwa 0,7 Erlang pro Leitung belastbar sein müssen.

Damit ergeben sich für einen Gesamtverkehrswert (im Endausbau) von 174,1645 Erlang (siehe VI.3)

$$N_{ein} = N_{aus} = \frac{174,1645}{0,7} = 248,8 \quad \text{Leitungen}$$

Gewählt wird  $N_{ein} = N_{aus} = 250$  Leitungen

Mit  $N_{ein} = N_{aus} = 250$  und  $Y_{ges} / N_{ein} = 0,7$  Erlang erhält man für  $B_{pp} = 1 \%$  folgende geeignete und kostenminimale Struktur eines symmetrischen Linksystems für Richtungswahl /31/ (Näheres zum Entwurf siehe Kap.VII).

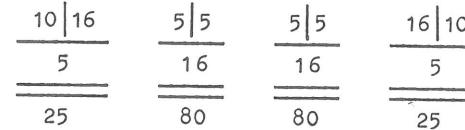


Bild 6.4: Kurzschreibweise des gewählten Linksystems

VI.5. Die schrittweise Dimensionierung der Abnehmerbündel

VI.5.1. Dimensionierung der I.Querweg-Bündel

- Das I.QW-Bündel Nr. 11

$A_{d,11} = 40$ Erlang	}	vorgeschriebene Parameter
$B_{g,11} = 0,15$		
$B_{pp} = 0,01$		
$Y_{11} = 34$ Erlang		

(siehe Abschnitt VI.3.2)

Aus den vorgeschriebenen Parameterwerten  $B_{g,11}=15\%$  und  $B_{pp}=1\%$  erhält man die Überlaufwahrscheinlichkeit infolge Vollbelegung des I.QW-Bündels Nr. 11

$$B_{v,11} = \frac{B_{g,11} - B_{pp}}{1 - B_{pp}} = \frac{0,15 - 0,01}{1 - 0,01} = 0,1414 = 14,14 \%$$

Aus den vorgeschriebenen Parameterwerten  $A_{g,11}=40$  Erlang und  $B_{pp}=1\%$  erhält man das generierende Angebot

$$A_{gen,11} = A_{g,11} \cdot (1 - B_{pp}) = 40 \cdot (1 - 0,01) = 39,6 \text{ Erl.}$$

Mit Hilfe des Modells NM2 (vgl. Abschnitt V.3.2a) wird die notwendige Leitungszahl  $n_{11}$  des I.QW-Bündels Nr.11 durch Iteration bestimmt.

Man erhält für  $B_{v,11} = 14,14 \%$

$n_{11} = 37 \text{ Leitungen}$

Nun kann man die Restverkehre  $R_{v,11}$  und  $R_{pp,11}$  des I.QW-Bündels Nr.11 (vgl. Abschnitt V.3.1 Modell NM1) rechnen:

Der Restverkehr  $R_{v,11}$  infolge Vollbelegung des Bündels ist

$$R_{v,11} = A_{g,11} \cdot B_{v,11} = 40 \cdot 0,1414 = 5,656 \text{ Erl.}$$

Der Restverkehr  $R_{pp,11}$  infolge von Punkt-Punkt-Verlust ist

$$R_{pp,11} = A_{g,11} \cdot (1 - B_{v,11}) \cdot B_{pp} = 40 \cdot (1 - 0,1414) \cdot 0,01 = 0,3434 \text{ Erl.}$$

Der gesamte Restverkehr  $R_{g,11}$ , welcher hinter diesem I.QW-Bündel Nr.11 überläuft, ist also wie vorgeschrieben, (vgl. auch Modell NM5 Abschnitt V.3.5), d.h.

$$R_{g,11} = A_{g,11} \cdot B_{g,11} = R_{v,11} + R_{pp,11} = 40 \cdot 0,15 = 5,656 + 0,3434 = 6,0 \text{ Erl.}$$

Die zugehörigen Varianzen  $V((R_{v,11}))$  und  $V((R_{pp,11}))$  der Restverkehre berechnet man mit Hilfe der Modelle NM3 (vgl. Abschnitt V.3.3) und NM4 (vgl. Abschnitt V.3.4). Man erhält

$$D((R_{v,11})) = 24,569 \quad ; \quad V((R_{v,11})) = 30,22566 \quad (\text{vgl. Gl. 5.69 und 5.70})$$

$$D((R_{pp,11})) = 0,0975 \quad ; \quad V((R_{pp,11})) = 0,441 \quad (\text{vgl. Gl. 5.85 bis 5.88})$$

und insgesamt nach Modell NM5 (Abschnitt V.3.5)

$$D((R_{g,11})) = 24,7 \quad ; \quad V((R_{g,11})) = 30,7 \quad (\text{vgl. Gl. 5.90 bis 5.91})$$

- Das I.QW-Bündel Nr. 12

In völlig gleicher Weise erhält man für das I.QW-Bündel NR.12

$$A_{d,12} = 45 \text{ Erl.}$$

$$B_{g,12} = 0,15$$

$$B_{pp} = 0,01$$

$$v_{12} = 38,25 \text{ Erl.}$$

$$B_{v,12} = 0,1414$$

$$A_{gen,12} = 44,55 \text{ Erl.}$$

vorgeschriebene  
Parameter

(siehe Abschnitt VI.3.2)

$n_{12} = 41 \text{ Leitungen}$

$$R_{v,12} = 6,363 \text{ Erl.}$$

$$R_{pp,12} = 0,3864 \text{ Erl.}$$

$$R_{g,12} = 6,75 \text{ Erl.}$$

$$\begin{aligned}
 D((R_{V,12})) &= 35,867 & ; & \quad V((R_{V,12})) = 42,23 \\
 D((R_{PP,12})) &= 0,1234 & ; & \quad V((R_{PP,12})) = 0,5098 \\
 D((R_{g,12})) &= 35,99 & ; & \quad V((R_{g,12})) = 42,74
 \end{aligned}$$

### VI.5.2. Dimensionierung der II.Querweg-Bündel

#### - Das II.QW-Bündel Nr. 21

Dieses Bündel hat ein Direktangebot  $A_{d,21} = 35$  Erlang. Das Gesamtangebot an dieses Bündel (siehe Bild 6.2 und 6.3) ist

$$A_{g,21} = A_{d,21} + R_{g,11} = 41 \quad \text{Erl.}$$

Der zugehörige Gesamt-Streuwert bzw. die Gesamt-Varianz dieses Angebots ergeben sich zu

$$D((A_{g,21})) = 0 + D((R_{g,11})) = 24,7$$

$$V((A_{g,21})) = A_{g,21} + D((A_{g,21})) = 41 + 24,7 = 65,7$$

Das Gesamtangebot  $A_{g,21}$  und der zugehörige Gesamt-Streuwert  $D((A_{g,21}))$  bzw. die Gesamt-Varianz  $V((A_{g,21}))$  werden durch Punkt-Punkt-Verlust um den Faktor  $(1-B_{PP})$  reduziert. Damit erhält man

$$A_{gen,21} = A_{g,21} \cdot (1-B_{PP}) = 41 \cdot (1-0,01) = 40,59 \quad \text{Erl.}$$

$$\begin{aligned}
 D((A_{gen,21})) &= D((A_{g,21})) \cdot (1-B_{PP}) \\
 &= 24,7 \cdot (1-0,01) = 24,453
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 V((A_{gen,21})) &= A_{gen,21} + D((A_{gen,21})) \\
 &= 40,59 + 24,453 = 65,043
 \end{aligned}$$

Aus den vorgeschriebenen Parameterwerten  $B_{g,21}=10\%$  und  $B_{PP}=1\%$  erhält man die Überlaufwahrscheinlichkeit infolge Vollbelegung des II.QW-Bündels Nr.21 zu

$$B_{V,21} = \frac{B_{g,21} - B_{PP}}{1 - B_{PP}} = \frac{0,10 - 0,01}{1 - 0,01} = 0,091 = 9,1 \%$$

Aus  $A_{gen,21}$ ,  $D((A_{gen,21}))$  und  $B_{V,21}$  rechnet man mit Hilfe des Modells NM6 (vgl. Abschnitt V.3.6) die notwendige Leitungszahl  $n_{21}$  des II.QW-Bündels Nr.21. Man erhält

$$n_{21} = 45 \quad \text{Leitungen}$$

Die Restverkehre  $R_{V,21}$ ,  $R_{PP,21}$  und  $R_{g,21}$  ergeben sich zu

$$R_{V,21} = A_{g,21} \cdot B_{V,21} = 41 \cdot 0,091 = 3,731 \quad \text{Erl.}$$

$$\begin{aligned}
 R_{PP,21} &= A_{g,21} \cdot (1-B_{V,21}) \cdot B_{PP} \\
 &= 41 \cdot (1-0,091) \cdot 0,01 \approx 0,37269 \quad \text{Erl.}
 \end{aligned}$$

$$R_{g,21} = R_{V,21} + R_{PP,21} = 3,731 + 0,37269 = 4,1 \quad \text{Erl.}$$

Die zugehörigen Varianzen der Restverkehre berechnet man mit Hilfe der Modelle NM7 (vgl. Abschnitt V.3.7) und NM4 (vgl. Abschnitt V.3.4). Man erhält

$$D((R_{V,21})) = 12,5085 \quad ; \quad V((R_{V,21})) = 16,2395$$

$$D((R_{PP,21})) \approx 0,115 \quad ; \quad V((R_{PP,21})) \approx 0,4877$$

und insgesamt nach Modell NM5 (vgl. Abschnitt V.3.5)

$$D((R_{g,21})) = 12,6235 \quad ; \quad V((R_{g,21})) = 16,7235$$



## - Das II.QW-Bündel Nr. 22

In völlig gleicher Weise erhält man für das II.QW-Bündel Nr.22

$$A_{g,22} = 26,75 \quad \text{Erl.}$$

$$D((A_{g,22})) = 35,99$$

$$V((A_{g,22})) = 62,74$$

$$A_{gen,22} = 26,4825 \quad \text{Erl.}$$

$$D((A_{gen,22})) = 35,63$$

$$V((A_{gen,22})) = 62,1126$$

$$B_{v,22} = 0,091$$

$n_{22} = 32$	Leitungen
---------------	-----------

$$R_{v,22} = 2,43425 \quad \text{Erl.}$$

$$R_{PP,22} = 0,24315 \quad \text{Erl.}$$

$$R_{g,22} = 2,6774 \quad \text{Erl.}$$

$$D((R_{v,22})) = 10,93143 \quad ; \quad V((R_{v,22})) = 13,366$$

$$D((R_{PP,22})) = 0,0489 \quad ; \quad V((R_{PP,22})) = 0,292$$

$$D((R_{g,22})) = 10,98 \quad ; \quad V((R_{g,22})) = 13,658$$

## VI.5.3. Dimensionierung des Letztweg-Bündels Nr.3

Dieses Bündel hat ein Direktangebot  $A_{d,3} = 35$  Erlang. Das Gesamtangebot an dieses Bündel (siehe Bild 6.2 und 6.3) ist

$$A_{g,3} = A_{d,3} + R_{g,21} + R_{g,22} \\ = 35 + 4,1 + 2,6774 = 41,7774 \quad \text{Erl.}$$

Der zugehörige Gesamt-Streuwert bzw. die Gesamt-Varianz dieses Angebots ergeben sich zu

$$D((A_{g,3})) = 0 + D((R_{g,21})) + D((R_{g,22})) \\ = 0 + 12,6235 + 10,98 = 23,6035$$

$$V((A_{g,3})) = A_{g,3} + D((A_{g,3})) = 41,7774 + 23,6035 = 65,3809$$

In völlig gleicher Weise wie in Abschnitt VI.5.2 für die Dimensionierung des II.QW-Bündels Nr.21 erhält man die weiteren Verkehrsgrößen des betrachteten Letztweg-Bündels Nr.3 .

$$A_{gen,3} = 41,3596 \quad \text{Erl.}$$

$$D((A_{gen,3})) = 23,367465$$

$$V((A_{gen,3})) = 64,727$$

$$B_{v,3} = 0,0101$$

und die notwendige Leitungszahl des Letztweg-Bündels ergibt sich dann zu

$n_3 = 60$	Leitungen
------------	-----------

VI.5.4. Die erforderliche Gesamtleitungszahl  $N_{aus( erf )}$  am Ausgang des Linksystems

$$\begin{aligned} N_{aus( erf )} &= n_{11} + n_{12} + n_{21} + n_{22} + n_3 \\ &= 37 + 41 + 45 + 32 + 60 \\ &= 215 \text{ Leitungen} \quad \langle N_{aus( Plan )} = 250 \text{ Leitungen} \end{aligned}$$

Falls  $N_{aus( erf )}$  von der realen Zahl der Ausgangsleitungen  $N_{aus( Plan )}$  des geplanten oder vorhandenen Linksystems abweicht, müssen folgende Maßnahmen ergriffen werden:

a)  $N_{aus( erf )} > N_{aus( Plan )}$

Die geplante Linksystemstruktur müsste dann durch eine größere ( $N_{aus( Plan ), neu} > N_{aus( Plan ), alt}$ ) ersetzt werden.

Erfüllt die neue Struktur den vorgeschriebenen Sollwert des Punkt-Punkt-Verlusts  $B_{pp}$ , so werden die Restverkehre  $R_{pp, j}$  dieselben sein. Dagegen müssen deren Streuwerte bzw. Varianzen neu berechnet werden, weil die effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$  des Verbindungsgraphen zwischen Start- und Zielkoppelvielfach in der Regel anders ist als beim "alten" Linksystem.

In der Praxis (vgl. Kap.VII) wird man ein Linksystem immer etwas reichlicher dimensionieren, weil Prognosewerte für den Endausbau oft unsicher sind.

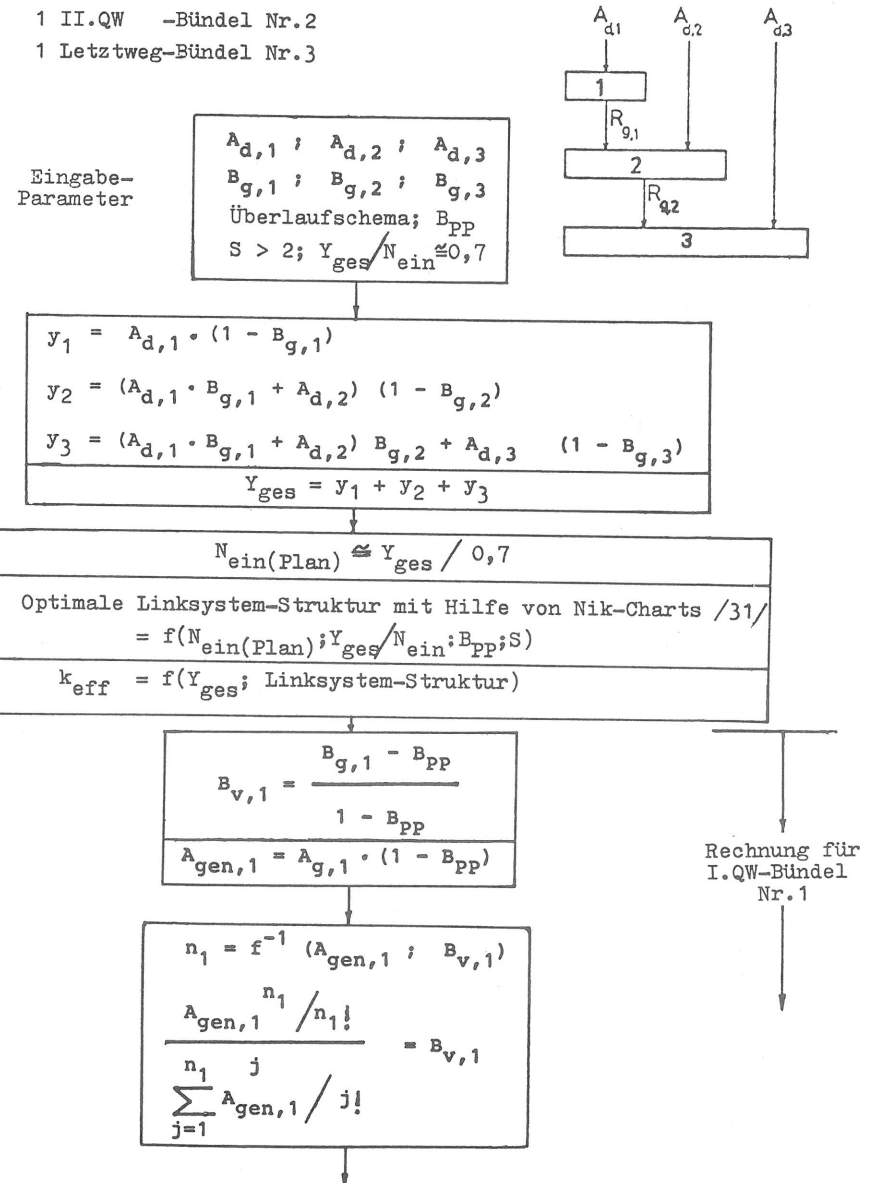
b)  $N_{aus( erf )} < N_{aus( Plan )}$  (wie in dem Beispiel)

In diesem Fall ist keine Änderung erforderlich. Die freibleibenden Ausgangsleitungen dienen als Reserve für den Fall weiteren Verkehrsanstiegs.

VI.6. Flußdiagramm des gesamten Lösungswegs

Der Einfachheit halber behandelt das folgende Flußdiagramm den Fall eines Richtungswahl-Linksystems an dessen Ausgang nur 3 Abnehmerbündel angeschlossen sind. Nämlich

- 1 I.QW -Bündel Nr.1
- 1 II.QW -Bündel Nr.2
- 1 Letztweg-Bündel Nr.3



$$\begin{aligned} R_{V,1} &= A_{g,1} \cdot B_{V,1} \\ R_{PP,1} &= A_{g,1} \cdot (1 - B_{V,1}) \cdot B_{PP} \\ R_{g,1} &= R_{V,1} + R_{PP,1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D((R_{V,1})) &= \left( \frac{1}{B_{V,1} \cdot (n_1 + 1 - y_1)} - 1 \right) \cdot R_{V,1}^2 \\ V((R_{V,1})) &= D((R_{V,1})) + R_{V,1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{A_{virt}^{k_{eff}} / (k_{eff})!}{\sum_{j=1}^{k_{eff}} A_{virt}^j / j!} &\Rightarrow B_{PP} \\ A_{virt} &= f^{-1}(B_{PP}, k_{eff}) \end{aligned}$$

$$P_{PP} = \frac{1}{B_{PP} \cdot (k_{eff} + 1 - A_{virt} (1 - B_{PP}))} - 1$$

$$\begin{aligned} D((R_{PP,1})) &= P_{PP} \cdot R_{T,1}^2 \cdot g_{n,1} \\ V((R_{PP,1})) &= D((R_{PP,1})) + R_{PP,1} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D((R_{g,1})) &= D((R_{V,1})) + D((R_{PP,1})) \\ V((R_{g,1})) &= V((R_{V,1})) + V((R_{PP,1})) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{g,2} &= A_{d,2} + R_{g,1} \\ D((A_{g,2})) &= D((R_{g,1})) + 0 \\ V((A_{g,2})) &= D((A_{g,2})) + A_{g,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{gen,2} &= A_{g,2} \cdot (1 - B_{PP}) \\ D((A_{gen,2})) &= D((R_{g,1})) \cdot (1 - B_{PP}) \\ V((A_{gen,2})) &= D((A_{gen,2})) + A_{gen,2} \end{aligned}$$

wobei

$$R_{T,1} = \frac{R_{PP,1}}{g_{n,1}}$$

Rechnung für  
II.QW-Bündel  
Nr. 2

$$B_{V,2} = \frac{B_{g,2} - B_{PP}}{1 - B_{PP}}$$

$$A^*, n_E = f(\Lambda_{gen,2}; D((A_{gen,2})))$$

$$B_{n^*} = (A_{gen,2} \cdot B_{V,2}) / A^*$$

$$B_{n^*} = \frac{(A^*)^{n^*} / n^*!}{\sum_{j=0}^{n^*} (A^*)^j / j!}$$

$$n^* = f^{-1}(A^*; B_{n^*})$$

$$n_2 = n^* - n_E$$

$$\begin{aligned} R_{V,2} &= A_{g,2} \cdot B_{V,2} \\ R_{PP,2} &= A_{g,2} \cdot (1 - B_{V,2}) \cdot B_{PP} \\ R_{g,2} &= R_{V,2} + R_{PP,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D((R_{V,2})) &= \left[ \frac{1}{B_{n^*} [n^* + 1 - A^* \cdot (1 - B_{n^*})]} - 1 \right] \cdot R_{V,2}^2 \\ V((R_{V,2})) &= D((R_{V,2})) + R_{V,2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D((R_{PP,2})) &= P_{PP} \cdot R_{T,2}^2 \cdot g_{n,2} \\ V((R_{PP,2})) &= D((R_{PP,2})) + R_{PP,2} \end{aligned}$$

wobei  $R_{T,2} = \frac{R_{PP,2}}{g_{n,2}}$

$$\begin{aligned} D((R_{g,2})) &= D((R_{V,2})) + D((R_{PP,2})) \\ V((R_{g,2})) &= V((R_{V,2})) + V((R_{PP,2})) \end{aligned}$$

Der Rechengang für das Letztweg-Bündel  
läuft in völlig gleicher Weise wie für  
das II.QW-Bündel ab

VII. Dimensionierung für möglichst wirtschaftliche Leitungskosten

VII.1. Dieses Kapitel behandelt die wirtschaftliche Dimensionierung von Leitungsbündeln in Durchgangsvermittlungen mit alternativer Leitweglenkung, wie sie in der Praxis durchgeführt werden sollte.

Das vorliegende Verfahren gestattet -mit Hilfe der neuen Theorie, in Verbindung mit bekannten Tabellenwerken / 8/, /27/, /28/, /31/- die einfache Behandlung folgender drei Dimensionierungsaufgaben der Fernsprechvermittlungstechnik:

- a) Die Wahl eines geeigneten -möglichst kostenminimalen- Linksystems zur Richtungswahl, welches den vorgeschriebenen Parametern (Gesamtverkehrsbelastung, ungefähre Gesamtzahl der ankommenden bzw. abgehenden Leitungen, Punkt-Punkt-Verlust, ...usw.) entspricht.
- b) Die wirtschaftliche (kostenminimale) Dimensionierung von I.Querweg-Bündeln am Ausgang des Linksystems, denen Zufallsverkehr 1.Art angeboten wird.
- c) Die wirtschaftliche und verkehrsgerechte Bemessung von Bündeln am Ausgang des Linksystems denen, infolge alternativer Leitweglenkung, sowohl Überlaufverkehr (R, V((R)) ) als auch Direktverkehr (ZV 1.Art) angeboten werden.

Folgende Verkehrsparameter sollen vorgeschrieben werden:

- Die Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{PP}$  für den Endausbau des Linksystems.
- Die Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  des Linksystems bzw. der angebotene Gesamtverkehr  $A_{ges}$  (Schätzung aufgrund von Prognoseverfahren für Endausbau).
- Die Aufteilung des angebotenen Gesamtverkehrs  $A_{ges}$  auf die verschiedenen Zielrichtungen für den betrachteten Planungszeitraum.

- Die Zahl der abgehenden Bündel (= Zahl der Zielrichtungen).
- Das Überlaufschema.
- Die Überlaufwahrscheinlichkeiten der II.QW, III.QW, ...usw., welche für die wirtschaftliche Dimensionierung eine wesentliche Rolle spielen.
- Die Verlustwahrscheinlichkeit des Letztweges, welche für die Verkehrsgüte des Gesamtsystems wichtig ist. Wenn diesem Letztweg auch Direktverkehr angeboten wird (der keine Überlaufmöglichkeit besitzt), so sollte dessen Verlust  $B_{ges} \leq 1\%$  sein.

VII.2. Ablauf einer wirtschaftlichen und verkehrsgerechten Dimensionierung

VII.2.1. Überlaufschema des Richtungswahl-Linksystems

In Bild 7.1 werden die abgehenden Bündel einer Durchgangsvermittlungsstelle betrachtet. Bei dieser Darstellung erkennt man besonders deutlich, welche Bündel I.QW, II.QW, ..usw. oder Letztweg-Bündel sind.

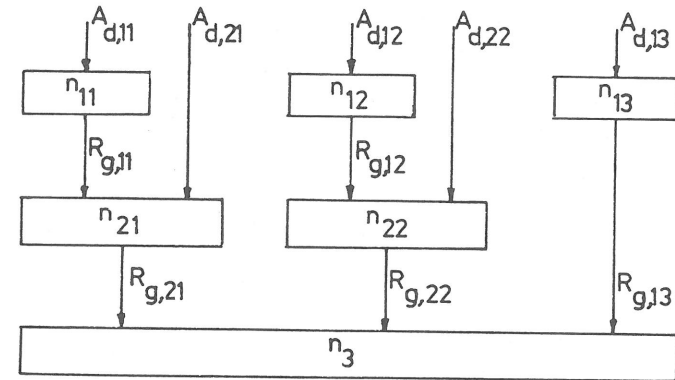
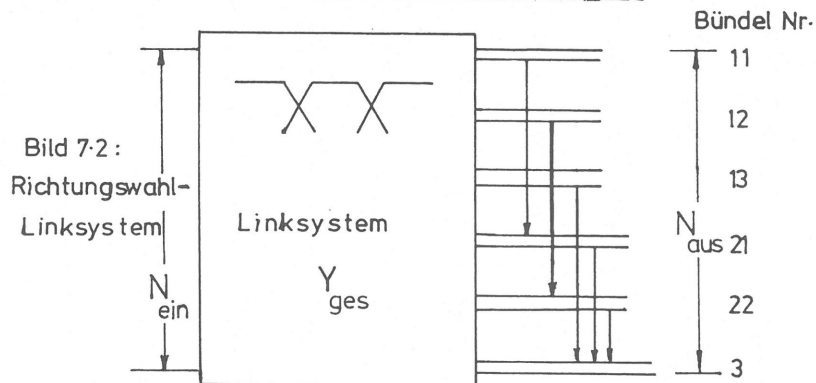


Bild 7.1: Beispiel für die abgehenden Bündel einer Durchgangs-VSt im Fernleitungsnetz und deren Überlaufmöglichkeiten.

Eine wirtschaftliche Dimensionierung der im Bild 7.1 gezeichneten Bündel ( $n_{11}, n_{12}, n_{13}, n_{21}, n_{22}, n_{23}$ ) umfasst folgende Schritte:

VII.2.2. Wahl einer geeigneten Linksystemstruktur



Man geht von einer - aufgrund von Messungen und Prognoseverfahren für den Endausbau bestimmten - Gesamtverkehrsbelastung  $Y_{ges}$  des Linksystems aus /25/. Solange die Verkehrsgüte nicht - abweichend von der Planung - extrem schlecht ist, wird die Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  dem tatsächlichen von den Teilnehmern gewünschten Verkehr entsprechen (Verlustrufe ereignen sich dann nur selten und sind reale Wiederholungen zur erfolgreichen Durchsetzung von Verbindungswünschen, Verzichte treten nicht auf).

Die mittlere Belastung pro Abnehmerleitung richtet sich nach der regional üblichen Größe der einzelnen ankommenden bzw. abgehenden Bündel, z.B. nur

$$\frac{Y_{ges}}{N_{aus}} \cong 0,5 \quad \text{Erlang} \quad ,$$

wenn sehr viele kleine Bündel vorhanden sind (bis etwa 20

Leitungen pro Bündel bei 1% Verlustwahrscheinlichkeit), oder

$$\frac{Y_{ges}}{N_{aus}} \cong 0,8 \quad \text{Erlang} \quad ,$$

wo sehr viele große Bündel vorhanden sind, und/oder wo große Überlaufwahrscheinlichkeiten bei alternativer Leitweglenkung auftreten.

Die Abschätzung der gesamten Leitungszahl sollte auf der sicheren Seite liegen, also sollte man eher kleinere Werte ( $Y_{ges}/N_{ein}$ ) zugrunde legen (z.B.  $Y_{ges}/N_{ein} = 0,7$  statt 0,8). Umgekehrt sollte für die Planung des Endausbaues die Gesamtverkehrsbelastung eher zu hoch geschätzt werden.

Unter dieser Annahme kann die gesamte Leitungszahl am Eingang (bzw. Ausgang) des Linksystems für den Endausbau z.B. zu

$$N_{ein} = N_{aus} \cong \frac{Y_{ges}}{0,7} \quad (7.1)$$

angenommen werden.

Für einen vorgeschriebenen Punkt-Punkt-Verlust  $B_{PP}$  des gesuchten Linksystems im Endausbau, kann man nun für ( $Y_{ges}, N_{ein} \cong N_{aus}, B_{PP}$ ) und für ebenfalls vorgeschriebene Stufenzahl  $s$ , die Strukturparameter eines wirtschaftlich kostengünstigen Linksystems mit Hilfe der sogenannten "NIK-CHARTS", bzw. anhand der diesen Charts zugrunde liegenden Theorie, berechnen /31/ (siehe Abschnitt VII.3).

Anmerkung:

Anstelle der vorgeschriebenen Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  könnte man auch den angebotenen Gesamtverkehr  $A_{ges}$ , der von den ankommenden  $N_{ein}$  Leitungen verursacht wird, als Parameter vorschreiben. Da es u.a. das Ziel der alternativen Weglenkung, bzw. der zugehörigen Bündel-Dimensionierung ist, einen sehr kleinen Gesamtverlust zu garantieren, ist die Annahme  $Y_{ges} = A_{ges}$  berechtigt (siehe oben).

In den folgenden Abschnitten VII.2.3 bis VII.2.5 wird gezeigt, daß das Verfahren zur wirtschaftlichen Dimensionierung einer Überlauf-Anordnung mit streng vollkommen erreichbaren Bündeln /31/ angepaßt werden kann an die wirtschaftliche Dimensionierung von Linksystemen mit nicht vernachlässigbar kleinem Punkt-Punkt-Verlust und mit ebenfalls alternativer Wegelenkung.

VII.2.3. Dimensionierung der Direktweg-Bündel (I.QW)

Aus den Tabellen für die wirtschaftliche Dimensionierung von Fernsprechnetzen /27/ kann man die Überlaufwahrscheinlichkeit  $B_{v,1i}$  und die zugehörige Leitungszahl  $n_{1i}$  für alle I.Querwege im Falle vollkommener Erreichbarkeit bestimmen.

Voraussetzung dafür ist, daß man zunächst das I.QW Bündel hinter dem betrachteten Linksystem ebenfalls als "vollkommen erreichbar" betrachtet, d.h. ohne die tatsächlich auftretenden zusätzlichen Punkt-Punkt-Verluste.

Dabei wird noch vorausgesetzt :

a) Eine vorgeschriebene Verlustwahrscheinlichkeit des Letztwegbündels  $B_{v,LW} \cong 1\%$ .

b) Ein vorgeschriebenes resultierendes Kostenverhältnis

$$P_{res,1i} = \frac{C_{res}}{C_{1i}} \quad (7.2)$$

Dabei bedeutet:

$C_{res}$  die mit dem Verkehrsanteil der einzelnen Bündel gewichteten Kosten einer Leitung in den II.QW, III.QW, ... usw und im Letztwegbündel und

$C_{1i}$  die Kosten einer Leitung im I.QW-Bündel Nr.1i .

(Weitere Einzelheiten der Theorie zur wirtschaftlichen Bündel-Dimensionierung sind in Anhang 4 zu finden)

c) Aus einem vorgeschriebenen Direktverkehrsangebot  $A_{d,1i}$  erhält man das zugehörige generierende Verkehrsangebot

$$A_{gen,1i} = A_{d,1i} \cdot (1 - B_{pp}) \quad (7.3)$$

Mit Hilfe von  $A_{gen,1i}$  und  $P_{res,1i}$  liest man die erforderliche wirtschaftlichste Leitungszahl  $n_{1i}$  für das I.QW-Bündel sowie dessen Restverkehr  $R_{gen,1i}$  aus der Tabelle /27/ für vollkommen erreichbare Bündel ab (siehe Bild 7.3). Daraus erhält man die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{v,1i}$  infolge Vollblockierung des Bündels als

$$B_{v,1i} = \frac{R_{gen,1i}}{A_{gen,1i}} \quad (7.4)$$

		cost ratio $P_{res}$											
		1.1				1.2				1.4			
		$n_1$	$R_1$	$n_1$	$R_1$	$n_1$	$R_1$	$n_1$	$R_1$	$n_1$	$R_1$	$n_1$	$R_1$
$k_f$	$\begin{cases} \leq 15 \\ 16-25 \\ \geq 26 \end{cases}$	1.1	1.1	1.2	1.2	1.4	1.4	1.6	1.6	1.8	1.8	2.0	2.0
$A_1$	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.	.
	31	27 6.69	30 4.65	31 4.05	33 2.96	34 2.46	35 2.05						
	32	28 6.76	31 4.72	32 4.12	34 3.02	35 2.55	36 2.11						
	33	29 6.83	32 4.79	33 4.19	35 3.09	36 2.61	37 2.17						
	34	30 6.89	33 4.86	34 4.25	36 3.16	38 2.23	39 1.84						
	35	31 6.96	34 4.93	35 4.32	37 3.22	39 2.29	40 1.96						
	36	32 7.03	35 5.00	36 4.39	38 3.29	40 2.35	41 1.95						
	37	33 7.09	36 5.06	37 4.45	39 3.35	41 2.41	42 2.01						
	38	34 7.15	37 5.13	38 4.52	40 3.41	42 2.47	43 2.06						
	39	35 7.22	38 5.19	39 4.58	41 3.47	43 2.53	44 2.12						
	40	36 7.28	39 5.26	40 4.65	42 3.53	44 2.58	45 2.17						
	41	37 7.34	40 5.32	41 4.71	43 3.60	45 2.64	46 2.23						
	42	38 7.40	41 5.38	42 4.77	44 3.66	46 2.70	47 2.28						
	43	38 8.19	42 5.44	43 4.83	46 3.21	47 2.75	48 2.33						
	44	39 8.25	43 5.50	44 4.89	47 3.27	48 2.81	49 2.38						
	45	40 8.31	44 5.56	45 4.95	48 3.33	49 2.86	50 2.43						
	46	41 8.36	45 5.62	46 5.01	49 3.38	50 2.91	51 2.49						
	47	42 8.42	46 5.68	47 5.07	50 3.44	51 2.97	52 2.15						
	48	43 8.48	47 5.74	48 5.13	51 3.49	52 3.02	54 2.19						
	49	44 8.53	48 5.80	49 5.18	52 3.55	53 3.07	55 2.24						
	50	45 8.59	49 5.85	50 5.24	53 3.60	54 3.12	56 2.29						

Bild 7.3: Ausschnitt aus den Tabellen für wirtschaftliche Dimensionierung von I.Querweg-Bündeln /27/.

Die Berechnung der charakteristischen Größen dieses I.QW-Bündels erfolgt nun gemäß der in Kapitel V beschriebenen Theorie :

- Gesamt-Verkehrsangebot an das I. QW-Bündel

$$A_{g,1i} = A_{d,1i} \quad (7.5)$$

- "Vollkommener Verlust" des I.QW-Bündels

$$B_{v,1i} = R_{gen,1i} / A_{gen,1i} \quad (7.6)$$

- Gesamtverlust des I.QW-Bündels

$$B_{g,1i} = B_{v,1i} + (1 - B_{v,1i}) \cdot B_{pp} \quad (7.7)$$

Die weiteren Verkehrsgrößen des betrachteten I.QW-Bündels ( $\gamma_{1i}$ ;  $R_{v,1i}$ ;  $R_{pp,1i}$ ;  $R_{g,1i}$  und die Varianzen  $V((R_{v,1i}))$ ;  $V((R_{pp,1i}))$ ;  $V((R_{g,1i}))$ ) erhält man, wie in Kap.VI gezeigt wurde.

VII.2.4. Dimensionierung der Querweg-Bündel für angebotenen Überlaufverkehr

Die Rechenschritte für die Dimensionierung eines II., III., ...Querweg-Bündels wurden in Kap.VI behandelt.

Für die wirtschaftliche Dimensionierung wird im folgenden stets eine Überlaufwahrscheinlichkeit von  $B \geq 20\%$  vorgeschrieben.

In Literatur /26/ wurde gezeigt, daß für diesen Wert der Überlaufwahrscheinlichkeit eine wirtschaftlich hohe Ausnutzung garantiert ist und daß in diesem Fall die gesamten Leitungskosten aller Querleitungsbündel und des Letztweges sehr nahe beim theoretischen Kostenminimum liegen. Diese Art von Bemessung vermeidet außerordentlich umfangreiche iterative Berechnungen (/26/, /27/) die für die Praxis in keinem Falle anwendbar sind (vgl. Anhang 4, Seite 150).

VII.2.5. Dimensionierung des Letztweges

Die Dimensionierung verläuft prinzipiell gleich wie jene für II., III., ... Querweg-Bündel.

Im Unterschied dazu wird jedoch eine Verlustwahrscheinlichkeit von etwa 1% vorgeschrieben, insbesondere dann, wenn dem Letztweg Direktverkehr angeboten wird.

VII.3. Beispiel für eine wirtschaftliche und verkehrsgerechte Dimensionierung eines Richtungswahl-Linksystems nach den vorgeschriebenen Planungswerten für den Endausbau

VII.3.1. Vorgeschriebene Parameter

- Gesamtverkehrsangebot an das Linksystem

$$A_{ges} \cong Y_{ges} = 170 \text{ Erlang}$$

- Gesamtgröße ( $N_{ein} = N_{aus}$ ) des Linksystems für eine mittlere Verkehrsbelastung pro Ein- bzw. Ausgangsleitung

$$Y_{ges} / N_{ein} = Y_{ges} / N_{aus} \cong 0.8 \text{ Erlang.}$$

$$\text{(d.h. } N_{ein} = N_{aus} \geq 170 / 0.8 = 212.5 \text{ Leitungen)}$$

- Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{pp} = 5\%$  bei voller Verkehrsbelastung

- 6 Abnehmerbündel: 3 I.QW-Bündel (Nr. 11, 12, 13)  
2 II.QW-Bündel (Nr. 21, 22 )  
1 Letztweg-Bündel (Nr. 3 )

- Das Überlaufschema: (vgl. Bild 7.1)

Richtung Nr. :	11	12	13	21	22	3
1. Überlauf :	21	22	3	3	3	-
2. Überlauf :	3	3	-	-	-	-

- Resultierendes Kostenverhältnis (siehe auch Anhang 4)

$$\frac{C_{res}}{C_{11}} = \frac{C_{res}}{C_{12}} = \frac{C_{res}}{C_{13}} = 1,6 \quad \text{(nur der Einfachheit halber hier einheitlich gewählt)}$$

- Aufteilung des Gesamtverkehrsangebots auf die sechs Abnehmerbündel

$$A_{d,11} = 40 \text{ Erl.} ; A_{d,12} = 50 \text{ Erl.} ; A_{d,13} = 45 \text{ Erl.}$$

$$A_{d,21} = 20 \text{ Erl.} ; A_{d,22} = 15 \text{ Erl.} ; A_{d,3} = 0 \text{ Erl.}$$

- Überlaufwahrscheinlichkeiten der II.QW-Bündel

$$B_{v,21} \cong 20\% ; B_{v,22} \cong 20\%$$

- Verlustwahrscheinlichkeit des Letztwegbündels

$$B_{v,3} \cong 1\%$$

- Ein 4-stufiges Linksystem soll verwendet werden .

VII.3.2. Gesuchte Parameter

- Linksystemstruktur

- Wirtschaftliche Leitungszahl je Abnehmerbündel

VII.3.3. Dimensionierungs-Schritte

a) Wahl eines geeigneten Linksystems (s.a. Nik-Charts /31/)

Stufenzahl = 4            Stufen  
 $N_{ein} = N_{aus} = 212,5$     Leitungen

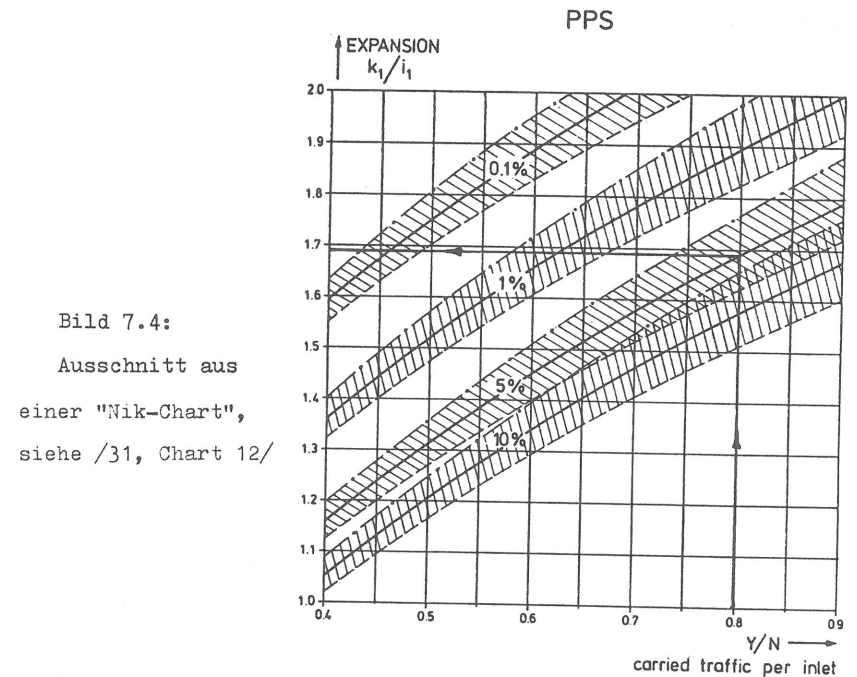
Gewählt wird  
 $N_{ein} = N_{aus} = 216$     Leitungen

Daraus ergibt sich /31/

$$i_1 = \sqrt{\left[\frac{S}{2} + 1\right] N_{ein}} = \sqrt{3 \cdot 216} = 6$$

Die Nik-Charts liefern (siehe Bild 7.4) für

$$Y_{ges} / N_{ein} = 0.8 ; B_{pp} = 5\% \quad \text{und} \quad N_{ein} = N_{aus} = 216$$



S = 4	N = 2400	— · —
$i_1 = 6$	N = 216	————
PCT 1	N = 96	-----
SDM		

$$k_1 / i_1 = 1,69 \quad \text{und damit}$$

$$k_1 = i_1 \cdot 1,69 = 6 \cdot 1,69 = 10,14$$

Gewählt wird  $k = 10$



Damit ergibt sich die nachstehende Linkssystemstruktur

$$N_{\text{ein}} = 216 \left\{ \begin{array}{cccc} \frac{6|10}{6} & \frac{6|6}{10} & \frac{6|6}{10} & \frac{10|6}{6} \\ \hline \frac{6}{36} & \frac{10}{60} & \frac{10}{60} & \frac{6}{36} \end{array} \right\} N_{\text{aus}} = 216$$

Bild 7.5: Kurzschreibweise der gewählten Linkssystemstruktur

b) Dimensionierung der I.QW-Bündel

- I.QW-Bündel Nr. 11

$$A_{g,11} = A_{d,11} = 40 \text{ Erl.}$$

$$B_{PP} = 5\%$$

$$C_{\text{res}} / C_{11} = 1,6$$

$$A_{\text{gen},11} = A_{g,11} \cdot (1 - B_{PP}) = 40 \cdot (1 - 0,05) = 38 \text{ Erl.}$$

Aus der Tabelle /27/ (s.a. Abschnitt VII.2.3) erhält man

$$n_{11} = 40 \text{ Leitungen}$$

$$R_{\text{gen},11} = 3,41 \text{ Erl.} \quad ; \quad y_{11} = 34,59 \text{ Erl.}$$

Berechnung der weiteren Verkehrsgrößen

$$B_{v,11} = \frac{R_{\text{gen},11}}{A_{\text{gen},11}} \equiv 3,41 / 38 = 0,0897$$

und damit

$$R_{v,11} = A_{g,11} \cdot B_{v,11} = 40 \cdot 0,0897 = 3,588 \text{ Erl.}$$

$$R_{PP,11} = A_{g,11} \cdot (1 - B_{v,11}) \cdot B_{PP} = 40 \cdot (1 - 0,0897) \cdot 0,05 = 1,8206 \text{ Erl.}$$

$$R_{g,11} = R_{v,11} + R_{PP,11} = 5,4086 \text{ Erl.}$$

Die zugehörigen Varianzen berechnet man mit Hilfe der Modelle NM3, Nm4 und NM5 (siehe Abschnitt V.3.3 ; V.3.4 ; V.3.5)

$$D((R_{v,11})) = 9,516 \quad ; \quad V((R_{v,11})) = 13,1$$

$$D((R_{PP,11})) = 0,493 \quad ; \quad V((R_{PP,11})) = 2,313$$

$$D((R_{g,11})) = 10,009 \quad ; \quad V((R_{g,11})) = 15,413$$

- I.QW-Bündel Nr. 12

In völlig gleicher Weise erhält man für das I.QW-Bündel Nr. 12

$$A_{g,12} = 50 \text{ Erl.} \quad B_{PP} = 5\% \quad C_{\text{res}} / C_{12} = 1,6$$

$$A_{\text{gen},12} = 47,5 \text{ (aufgerundet auf 48 Erl.)}$$

$$n_{12} = 51 \text{ Leitungen} \quad ; \quad y_{12} = 44,51 \text{ Erl.}$$

$$R_{\text{gen},12} = 3,49 \text{ Erl.} \quad ; \quad B_{v,12} = 0,0727$$

$$R_{v,12} = 3,635 \text{ Erl.} \quad ; \quad R_{PP,12} = 2,319 \text{ Erl.} \quad ; \quad R_{g,12} = 5,954 \text{ Erl.}$$

$$D((R_{v,12})) = 9,648 \quad ; \quad V((R_{v,12})) = 13,283$$

$$D((R_{PP,12})) = 0,8 \quad ; \quad V((R_{PP,12})) = 3,119$$

$$D((R_{g,12})) = 10,448 \quad ; \quad V((R_{g,12})) = 16,402$$

und ebenfalls für das

- I.QW-Bündel Nr. 13

$$A_{g,13} = 45 \text{ Erl.} \quad B_{PP} = 5\% \quad C_{\text{res}} / C_{13} = 1,6$$

$$A_{\text{gen},13} = 42,75 \text{ (aufgerundet auf 43 Erl.)}$$

$$n_{13} = 46 \text{ Leitungen}$$

$$; y_{13} = 39,5587 \text{ Erl.}$$

$$R_{\text{gen},13} = 3,21 \text{ Erl.}$$

$$; B_{V,13} = 0,07465$$

$$R_{V,13} = 3,3593 \text{ Erl.}; R_{PP,13} = 2,082 \text{ Erl.}; R_{g,13} = 5,4413 \text{ Erl.}$$

$$D((R_{V,13})) = 9,0308 \quad ; \quad V((R_{V,13})) = 12,39$$

$$D((R_{PP,13})) = 0,6454 \quad ; \quad V((R_{PP,13})) = 2,7274$$

$$D((R_{g,13})) = 9,6762 \quad ; \quad V((R_{g,13})) = 15,11$$

c) Dimensionierung der II.QW-Bündel (für  $B_V \cong 20\%$  und  $B_{PP} = 5\%$ )

- II.QW-Bündel Nr. 21

$$A_{g,21} = A_{d,21} + R_{g,11} = 20 + 5,41 = 25,41 \text{ Erl.}$$

$$D((A_{g,21})) = 0 + 10,009 = 10,009$$

$$V((A_{g,21})) = A_{g,21} + D((A_{g,21})) = 35,42$$

Die weiteren Dimensionierungsschritte verlaufen in völlig analoger Weise wie in dem Beispiel in Abschnitt VI.5.2. Man erhält:

$$A_{\text{gen},21} = 24,14 \text{ Erl.}$$

$$D((A_{\text{gen},21})) = 9,51 \quad ; \quad V((A_{\text{gen},21})) = 33,649$$

$$n_{21} = 22 \text{ Leitungen}$$

$$; y_{21} = 19,312 \text{ Erl.}$$

$$R_{V,21} = 5,082 \text{ Erl.}; R_{PP,21} = 1,0164 \text{ Erl.}; R_{g,21} = 6,0984 \text{ Erl.}$$

$$D((R_{V,21})) = 18,79 \quad ; \quad V((R_{V,21})) = 19,3$$

$$D((R_{PP,21})) = 0,2517 \quad ; \quad V((R_{PP,21})) = 1,27$$

$$D((R_{g,21})) = 19,0417 \quad ; \quad V((R_{g,21})) = 20,57$$

- II.QW-Bündel Nr. 22

$$A_{g,22} = A_{d,22} + R_{g,12} = 15 + 5,95 = 20,95 \text{ Erl.}$$

$$D((A_{g,22})) = 0 + 10,448 = 10,448$$

$$V((A_{g,22})) = 31,398$$

$$A_{\text{gen},22} = 19,9 \text{ Erl.}$$

$$D((A_{\text{gen},22})) = 9,9256 \quad ; \quad V((A_{\text{gen},22})) = 29,8256$$

$$n_{22} = 20 \text{ Leitungen}$$

$$; y_{22} = 15,922 \text{ Erl.}$$

$$R_{V,22} = 4,19 \text{ Erl.}; R_{PP,22} = 0,838 \text{ Erl.}; R_{g,22} = 5,028 \text{ Erl.}$$

$$D((R_{V,22})) = 5,965 \quad ; \quad V((R_{V,22})) = 10,155$$

$$D((R_{PP,22})) = 0,1882 \quad ; \quad V((R_{PP,22})) = 1,026$$

$$D((R_{g,22})) = 6,1532 \quad ; \quad V((R_{g,22})) = 11,1812$$

d) Dimensionierung des Letztwegbündels Nr. 3

$$A_{g,3} = R_{g,13} + R_{g,21} + R_{g,22} \quad (\text{vgl. Überlaufschema})$$

$$= 5,4413 + 6,0984 + 5,028 = 16,5677 \text{ Erl.}$$

$$D((A_{g,3})) = D((R_{g,13})) + D((R_{g,21})) + D((R_{g,22}))$$

$$= 9,6762 + 20,57 + 11,1812 = 41,4274$$

$$V((A_{g,3})) = 57,995$$

$$A_{\text{gen},3} = 15,74 \text{ Erl.} \quad ; \quad B_{V,3} = 1\%$$

$$D((A_{\text{gen},3})) = 39,356 \quad ; \quad V((A_{\text{gen},3})) = 55,096$$

$$n_3 = 35 \text{ Leitungen}$$

$$; y_3 = 15,582 \text{ Erl.}$$

e) Die erforderliche Gesamtleitungszahl  $N_{ges}$

$$\begin{aligned}
N_{ges} &= n_{11} + n_{12} + n_{13} + n_{21} + n_{22} + n_3 \\
&= 40 + 51 + 46 + 22 + 20 + 35 \\
&= 214 \quad \text{Leitungen}
\end{aligned}$$

d.h.

$$N_{ges} = 214 < N_{aus} = 216$$

f) die Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  des Linksystems

$$\begin{aligned}
Y_{ges} &= y_{11} + y_{12} + y_{13} + y_{21} + y_{22} + y_3 \\
&= 34,59 + 44,51 + 39,56 + 19,312 + 15,922 + 15,582 \\
&= 169,476 \quad \text{Erl.} \\
&= A_{ges} = 170 \quad \text{Erl.} \quad (\text{vgl. Abschnitt VI.3.1, Seite 83}).
\end{aligned}$$

## VIII. Ergebnisse und Diagramme

### VIII.1. Einleitung

Im folgenden werden die Ergebnisse von Rechnung und Verkehrssimulation gezeigt.

Es werden einige Beispiele für Linksysteme mit 3, 4, 5 und 6 Stufen betrachtet. Untersucht wurde eine weit grössere Anzahl von Linksystemen.

Aus den gezeigten Diagramme erkennt man die gute Genauigkeit der berechneten Varianzen  $V((R_v))$ ,  $V((R_{pp}))$  sowie  $V((R_g))$ . Diese Parameter sind sehr wichtig für die Berechnung der Überlaufwahrscheinlichkeiten bzw. der Leitungszahlen der Abnehmerbündel, denen "spitzige" Restverkehre  $R(V((R)) > R)$  angeboten werden.

### VIII.2. Allgemeines zu den verwendeten Simulationsprogrammen

Die Simulationsprogramme sind in der höheren Programmiersprache ALGOL 60 geschrieben. Sie arbeiten mit der Ruf- und Löschzahlenmethode (in der Literatur oft auch mit Monte-Carlo-Methode bezeichnet , /14/, /15/).

Als Eingabeparameter müssen die Programme mit den Strukturdaten des zu untersuchenden Systems versorgt werden. Dies sind z.B. die Koppelvielfachgröße in den einzelnen Stufen, die Zahl der Koppelvielfache, die Verdrahtung zwischen den Stufen, die Größe der angeschlossenen Bündel und ihre Beschaltungsart, das Überlaufschema.

Diese Größen können im Prinzip beliebig gewählt werden, die einzige Einschränkung liegt in der Größe des für die Simulation zur Verfügung gestellten Speicherplatzes.

Innerhalb des Linksystems wird bei der Wegesuche die mögliche Absuchstrategie der Ausgänge pro Koppelvielfach vorgegeben, nämlich GN (geordnetes Absuchen von Nullstellung), oder GZ (geordnetes Absuchen von einem zufälligen Start aus).

Als Verkehrsparameter wird für jedes angeschlossene Bündel ein theoretisches Verkehrsangebot  $A_{th}$  vorgeschrieben. Für jeden

eintreffenden Ruf (Verbindungswunsch) wird, mit Hilfe einer vorgebbaren Aufteilungswahrscheinlichkeit, ein bestimmtes Zielbündel ausgewählt.

Eine weitere Eingabegröße für einen Simulationslauf ist die Anzahl der Anruferereignisse, die zu simulieren sind. Je größer diese Zahl gewählt wird, desto länger dauert die Simulation, aber desto zuverlässiger sind die erhaltenen Ergebnisse. Mit der realisierten Anzahl von Anrufen je Simulationslauf, sowie der registrierten Anzahl von Überlauf- bzw. Verlustereignissen (Überlauf- bzw. Verlustrufen), erhält man die Anzahl der erfolgreichen Ereignisse, die zu Belegungen im System geführt haben.

Das Verkehrsangebot  $A_{ist}$  an ein Bündel ergibt sich aus der Anzahl der realisierten Anrufe zu diesem Bündel (Direkt- und/oder Überlaufrufe), geteilt durch die Anzahl der Endeereignisse (Belegungsende) pro Leitung des betrachteten Bündels. Die Überlauf- bzw. Verlustwahrscheinlichkeit B bezüglich eines Bündels erhält man als Quotient aus der Anzahl der Überlauf- bzw. Verlustrufe, geteilt durch die Anzahl der angebotenen Rufe an dieses Bündel.

Aus dem realisierten Angebot  $A_{ist}$  und der gemessenen Überlauf- bzw. Verlustwahrscheinlichkeit B eines Bündels ergibt sich die Bündelbelastung y zu  $y=A_{ist} \cdot (1-B)$ .

In einem ersten Simulationsprogramm erhält man als Ergebnisgrößen die Überlaufwahrscheinlichkeiten der Querweg-Bündel, sowie die Verlustwahrscheinlichkeit des Letztwegbündels mit Vertrauensintervall für eine 95%ige Aussagesicherheit /16/, die Verkehrsbelastungen und die Restverkehre der Bündel.

Alle Überlauf- bzw. Verlustwahrscheinlichkeiten und Restverkehre werden für Punkt-Punkt-Verluste und Gesamtverluste gesondert ausgewertet.

In einem zweiten Simulationsprogramm werden jeweils die gleichen Eingabeparameter vorgegeben. Dieses Programm ermittelt jedoch durch Stichproben während der Simulationsläufe die Varianzen der einzelnen Restverkehre  $R_{v,i}$ ,  $R_{pp,i}$  und  $R_{g,i}$ . Zu diesem Zweck mussten zusätzliche Mess-Bündel im Programm vorgesehen werden, welche Überlaufrufe parallel zu den realen Bündeln

aufnehmen konnten. Sie mussten so dimensioniert werden, daß alle Überlaufrufe verlustfrei darin Platz hatten ( $B_{mess} \cong 10^{-8}$ ). Durch geeignete Zuordnung von Löschzahlen für den Endeprozess wurde sichergestellt, daß der Verkehrswert dieser Mess-Bündel exakt jenem der überlaufenden Restverkehre entsprach.

Mit Hilfe einer speziellen Stichprobenprozedur wurden die Mittelwerte  $R_i$  und die Varianzen  $V((R_i))$  der einzelnen Restverkehre gemessen.

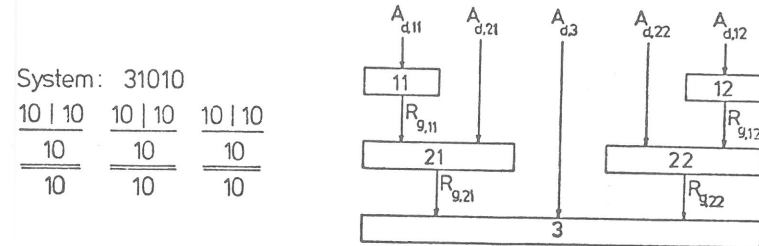
Die Verwendung von z w e i Simulationsprogrammen war notwendig wegen des sehr grossen Speicherplatzbedarfs.

VIII.3. Diagramme

In allen Diagrammen dieses Abschnitts sind die interessierenden Verkehrsparameter  $B_{pp}$ ,  $B_v$ ,  $V((R_v))$ ,  $V((R_{pp}))$  und  $V((R_g))$  aufgetragen über der Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  des betrachteten Linksystems. Nur diese Art der Darstellung ist für alle der obengenannten Parameter einheitlich möglich.

VIII.3.1. Dreistufige Linksysteme (Bilder 8.1 bis 8.5)

Als Beispiel wird das System Nr. 31010 betrachtet



$$n_{11} = n_{12} = n_{21} = n_{22} = n_3 = 10 \text{ Leitungen}$$

$$A_{d,11} = 25\% A_{ges} \quad ; \quad A_{d,12} = 20\% A_{ges} \quad ; \quad A_{d,21} = 18\% A_{ges}$$

$$A_{d,22} = 22\% A_{ges} \quad ; \quad A_{d,3} = 15\% A_{ges}$$

Bild 8.1 : Linksystemstruktur und Überlaufschemata

Bild 8.1 zeigt die Struktur und das Überlaufschema.  
 In Bild 8.2 sind Rechnung und Simulationsergebnisse für den Punkt- Punkt- Verlust als Funktion der Gesamtbelastung  $Y_{ges}$  des Linksystems eingezeichnet.  
 In Bild 8.3 ist die Varianz  $V((R_{PP,12}))$  des Restverkehrs  $R_{PP,12}$  eingezeichnet. Wegen des sehr kleinen Restverkehrs  $R_{V,12}$  ist in diesem Beispiel  $V((R_{V,12})) \cong 0$  und  $V((R_{g,12})) \cong V((R_{PP,12}))$ .

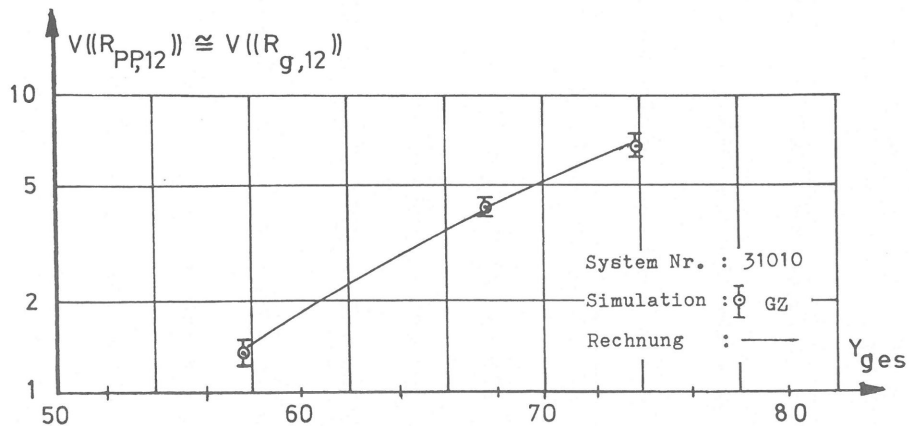
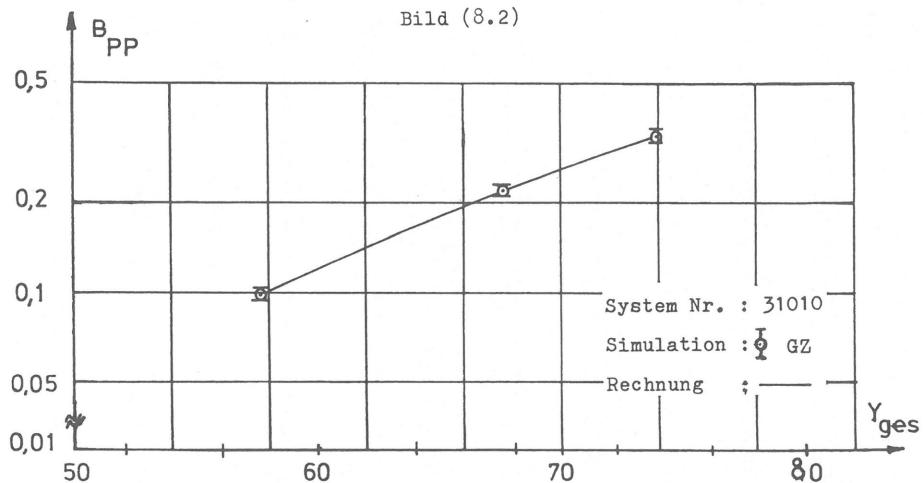


Bild 8.4 zeigt die Überlaufwahrscheinlichkeit  $B_{v,21}$  wegen Vollbelegung des Sekundärbündels  $n_{21}$  sowie die Varianz  $V((R_{v,21}))$  des zugehörigen Restverkehrs  $R_{v,21}$ .

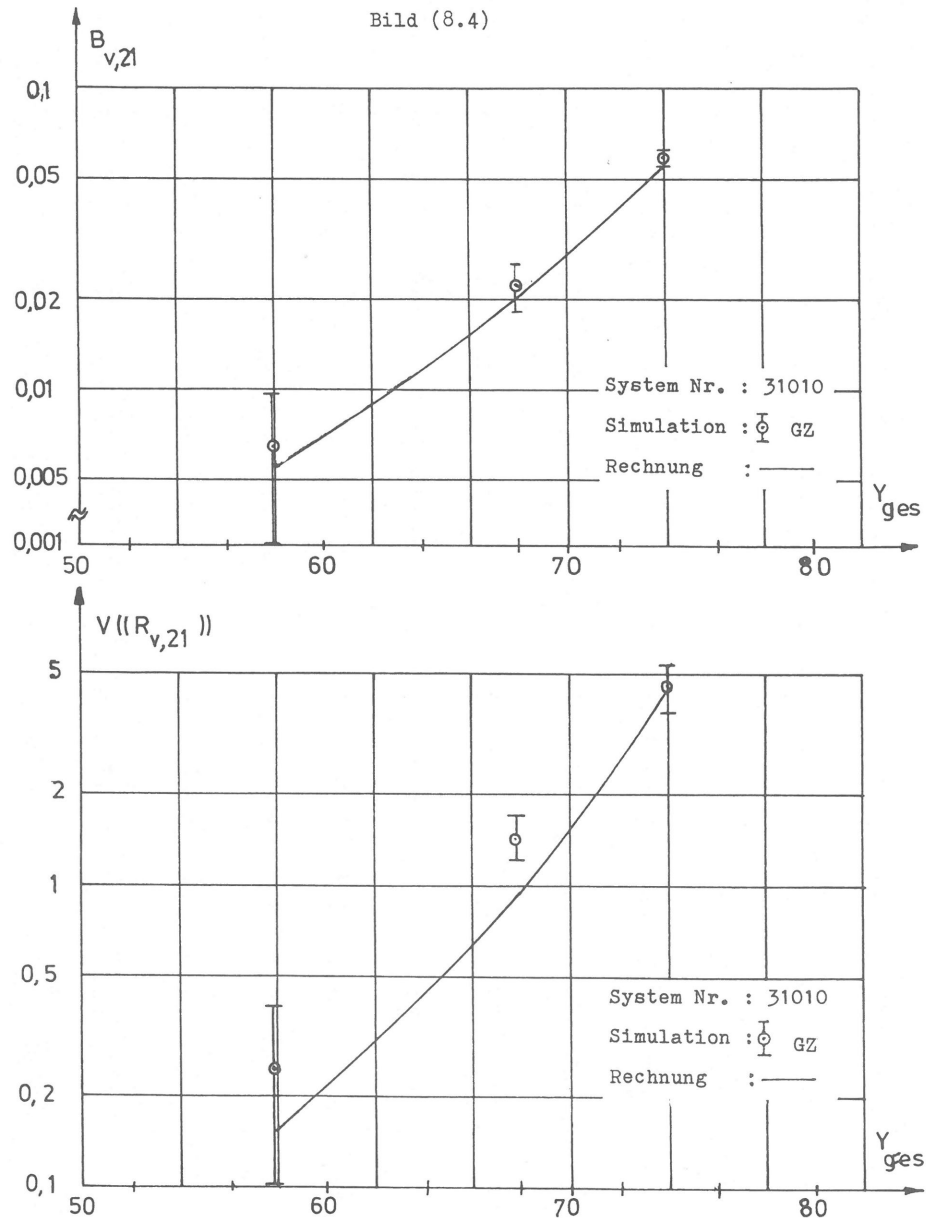
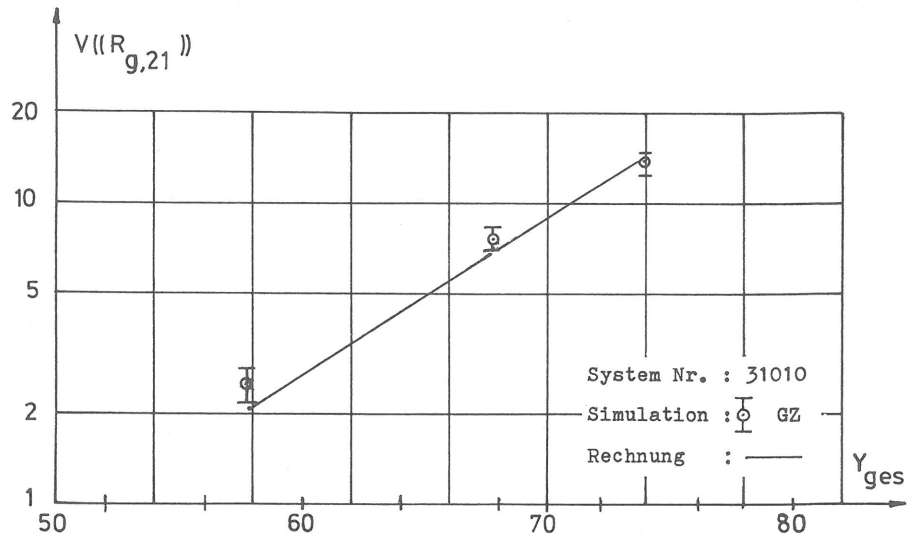
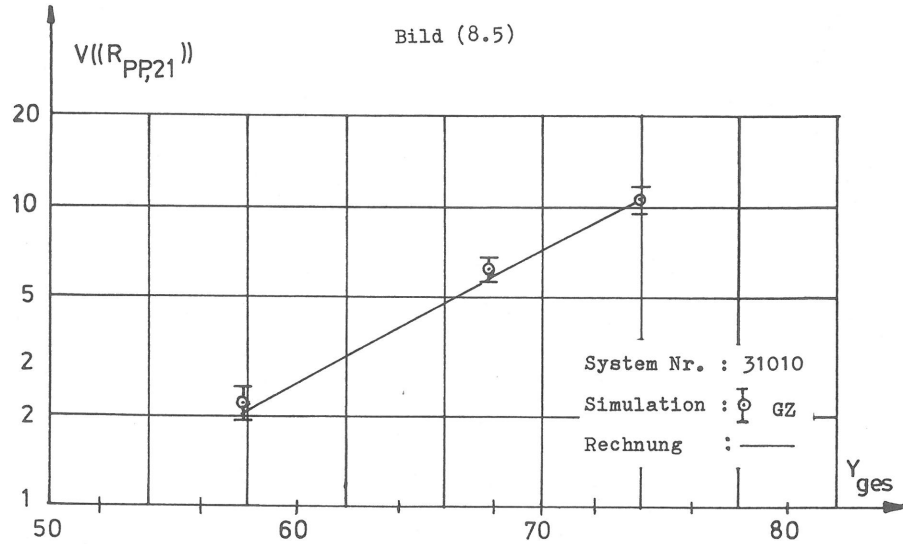


Bild 8.5 zeigt für dasselbe Sekundärbündel  $n_{21}$  die Varianzen  $V((R_{PP,21}))$  und  $V((R_{g,21}))$ .

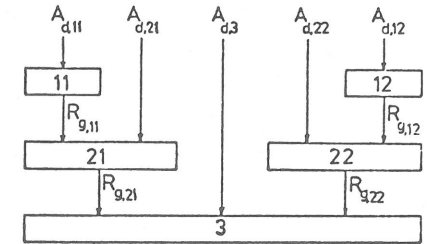


VIII.3.2. Vierstufige Linksysteeme (Bilder 8.6 bis 8.10)

Als Beispiel wird das System Nr. 4521 betrachtet

System: 4521

10   14	5   15	5   15	14   10
5	14	14	5
25	70	70	25



$n_{11} = n_{12} = n_{21} = n_{22} = n_3 = 10$  Leitungen  
 $A_{d,11} = 25\% A_{ges}$  ;  $A_{d,12} = 20\% A_{ges}$  ;  $A_{d,21} = 18\% A_{ges}$   
 $A_{d,22} = 22\% A_{ges}$  ;  $A_{d,3} = 15\% A_{ges}$

Bild 8.6 : Linksysteemstruktur und Überlaufschema

Die folgenden Diagramme 8.7 und 8.8 zeigen den Punkt-Punkt-Verlust  $B_{PP}$  und folgende Verkehrsgrößen eines Primärbündels  $B_{V,11}$ ,  $V((R_{V,11}))$ ,  $V((R_{PP,11}))$  und  $V((R_{g,11}))$

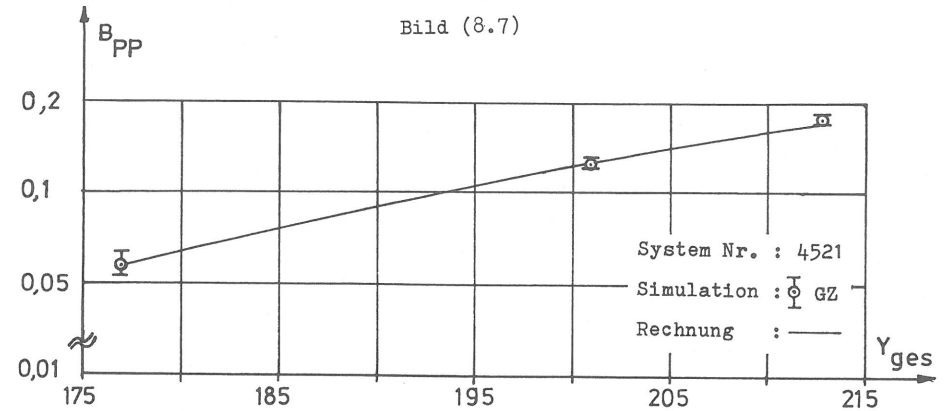
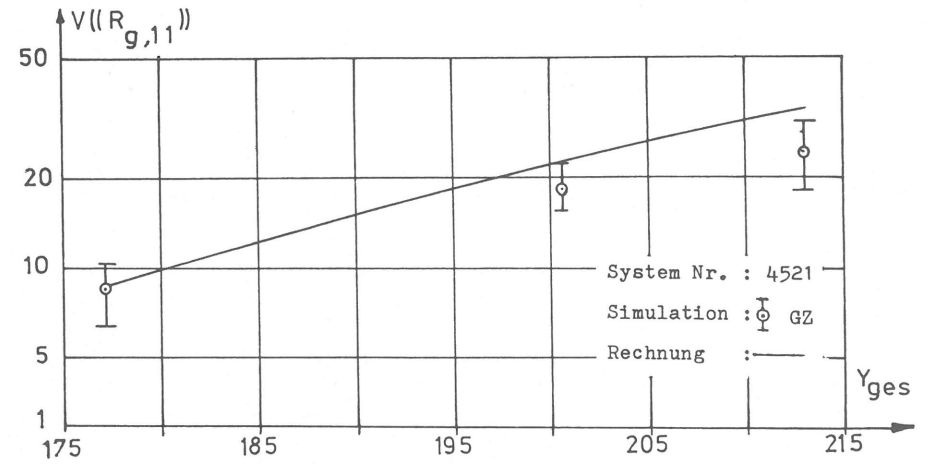
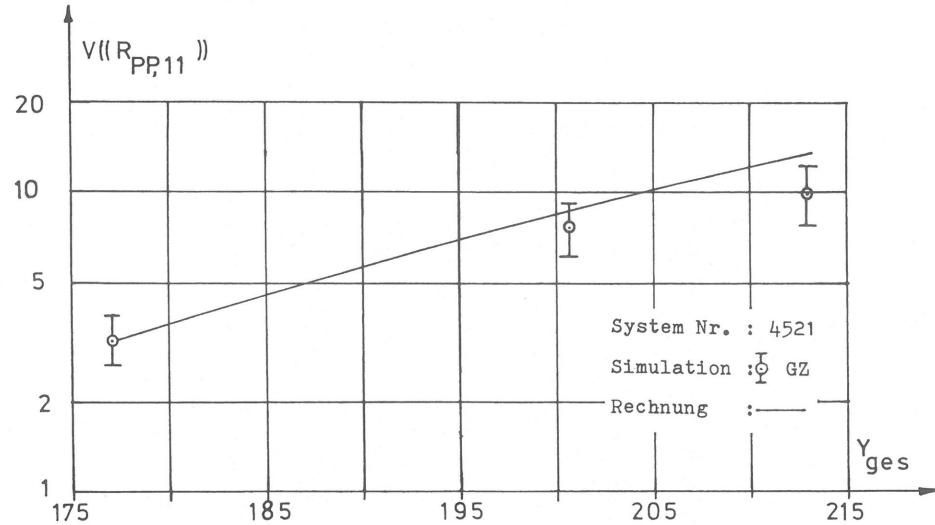
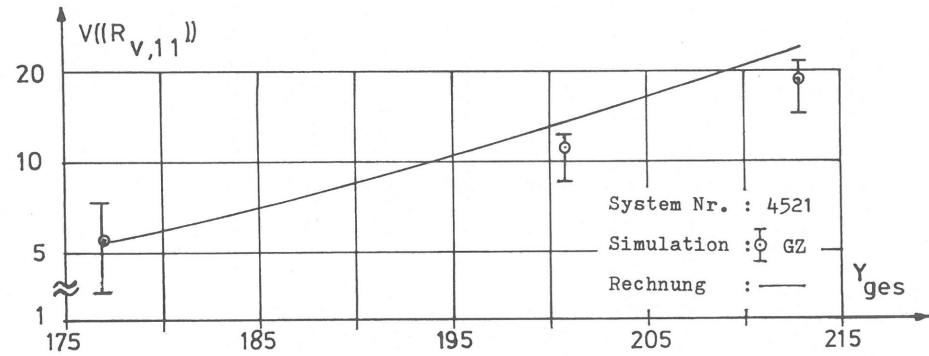
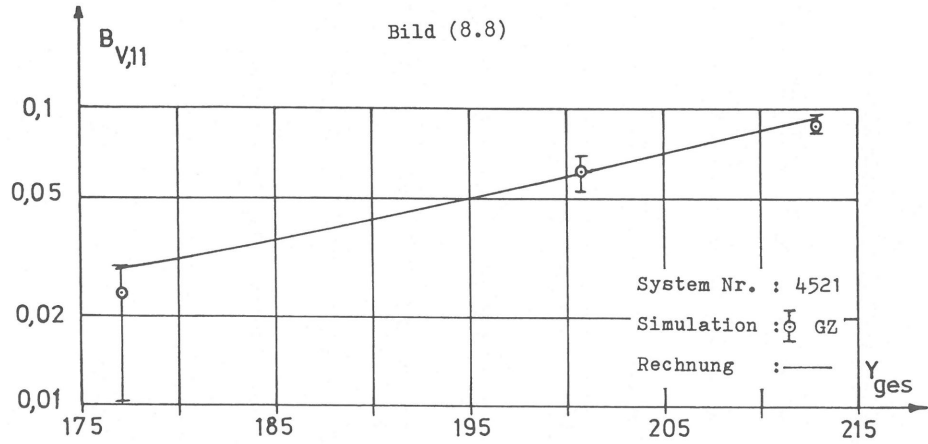


Bild (8.8)



Für ein Sekundärbündel mit angebotenem Überlaufverkehr werden in Bild 8.9 und 8.10 die Verkehrsgrößen  $B_{V,22}$ ,  $V((R_{V,22}))$ ,  $V((R_{PP,22}))$  und  $V((R_{g,22}))$  gezeigt.

Bild (8.9)

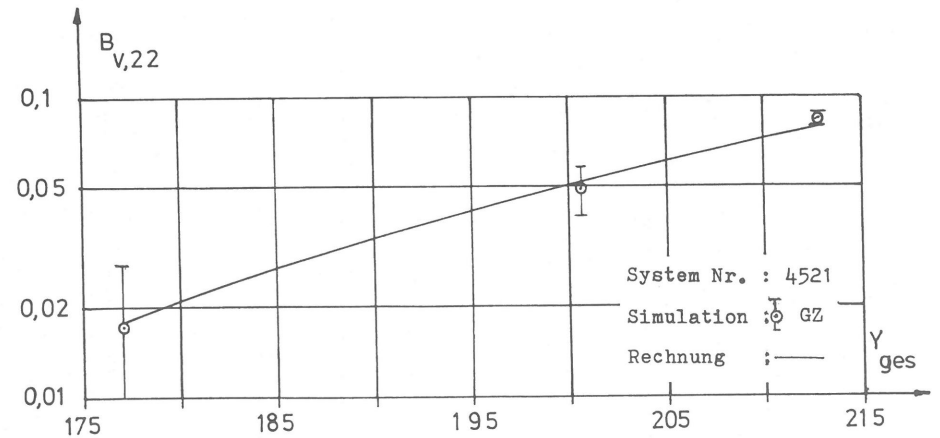
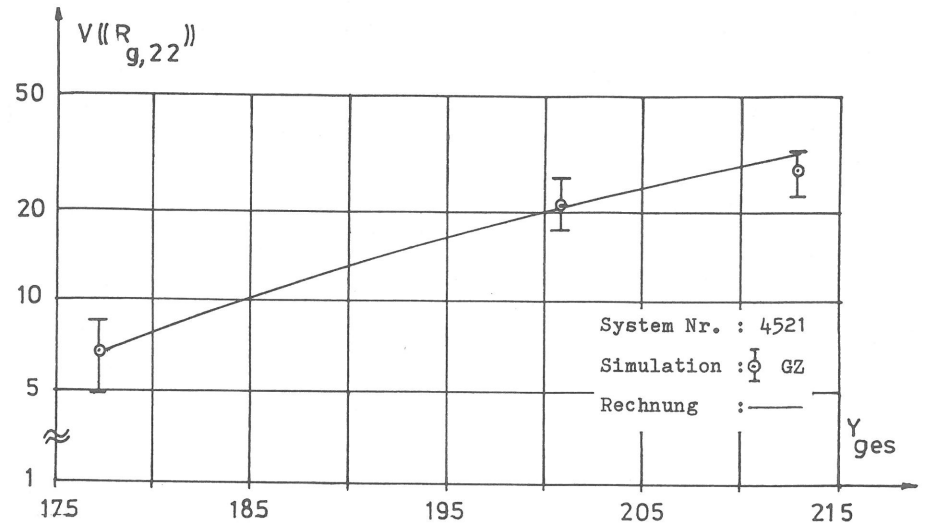
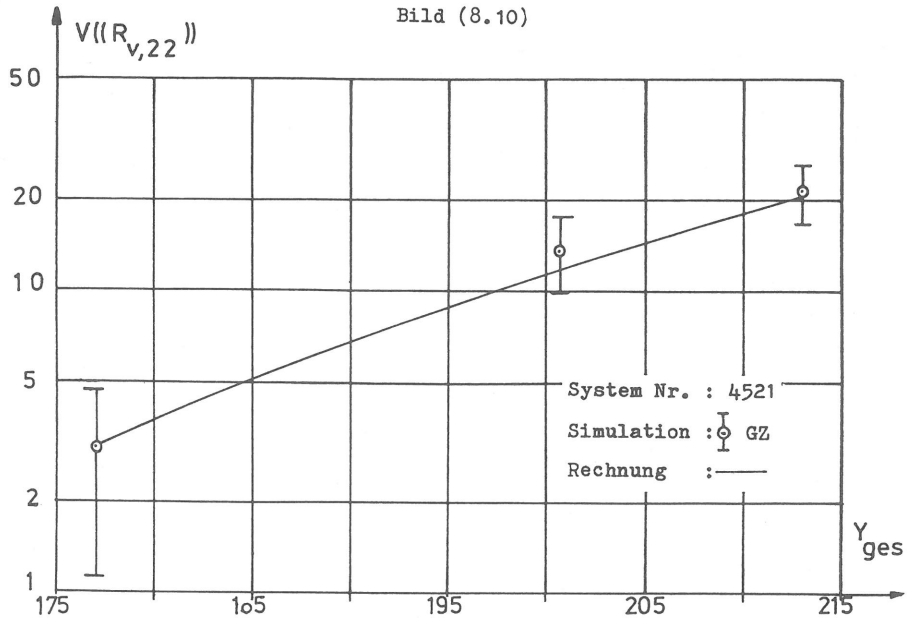
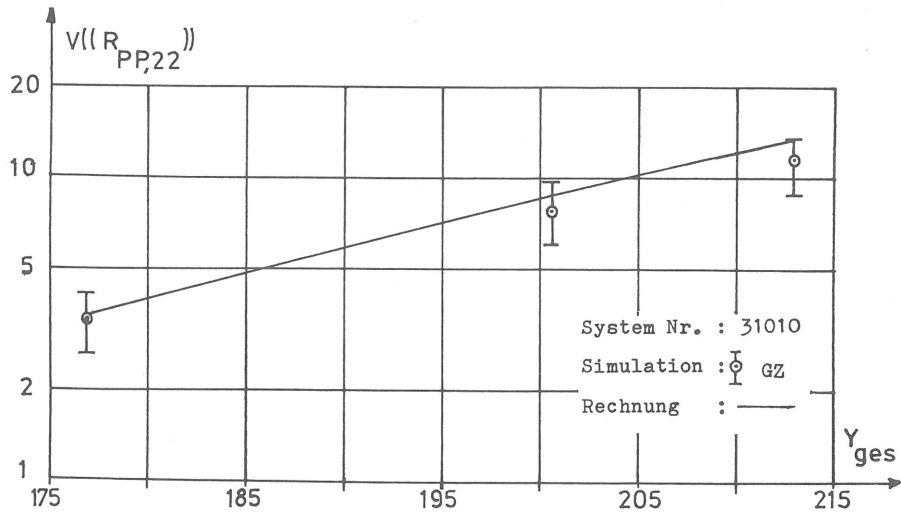


Bild (8.10)



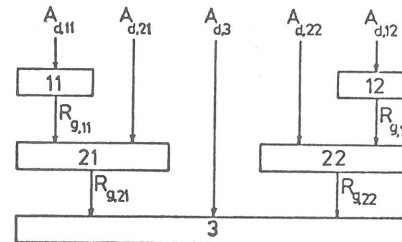
VIII.3.3. Fünfstufige Linkssysteme (Bilder 8.11 bis 8.15)  
Als Beispiel wird das System Nr. 5521 betrachtet



System: 5521

10   14	5   5	5   5	5   5	14   10
5	14	5	14	5
25	70	70	70	25

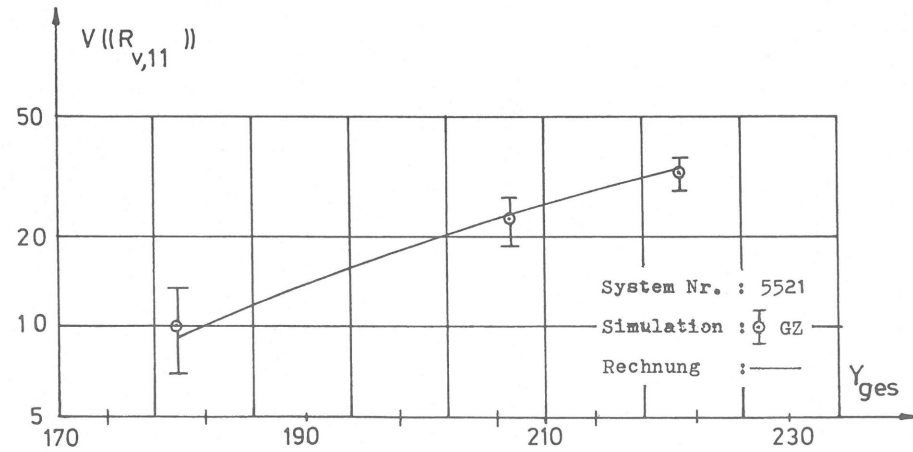
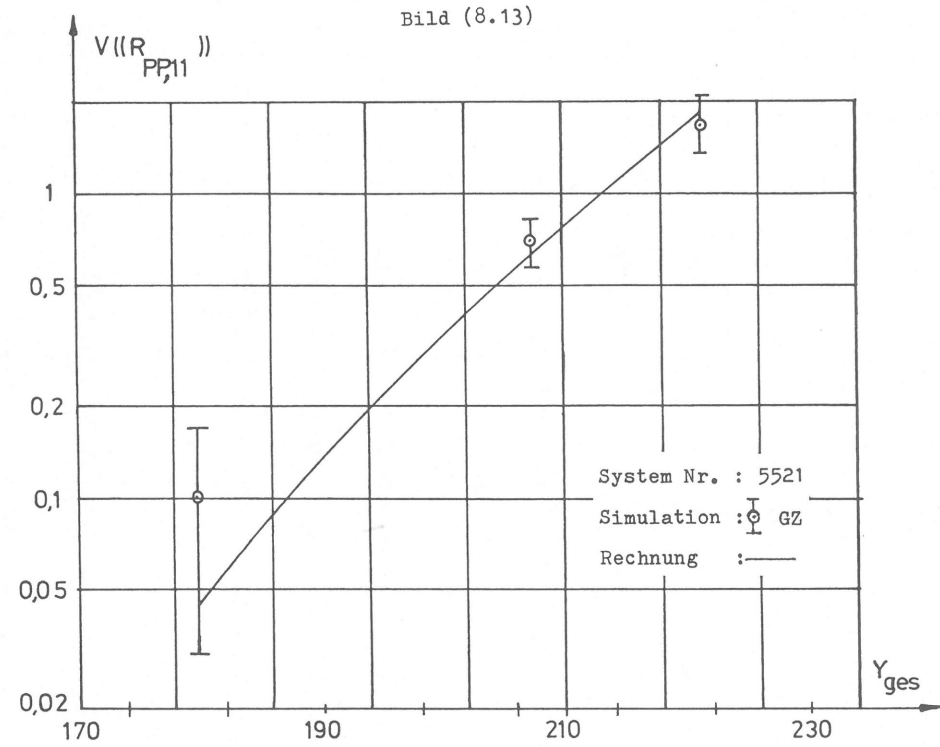
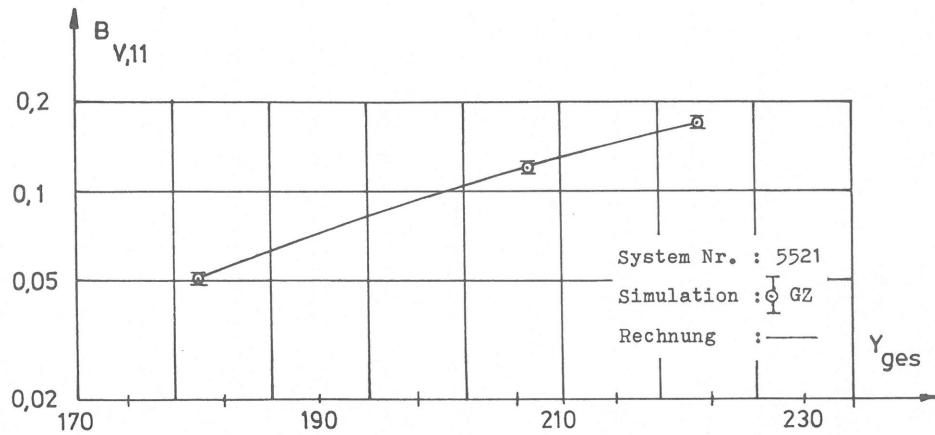
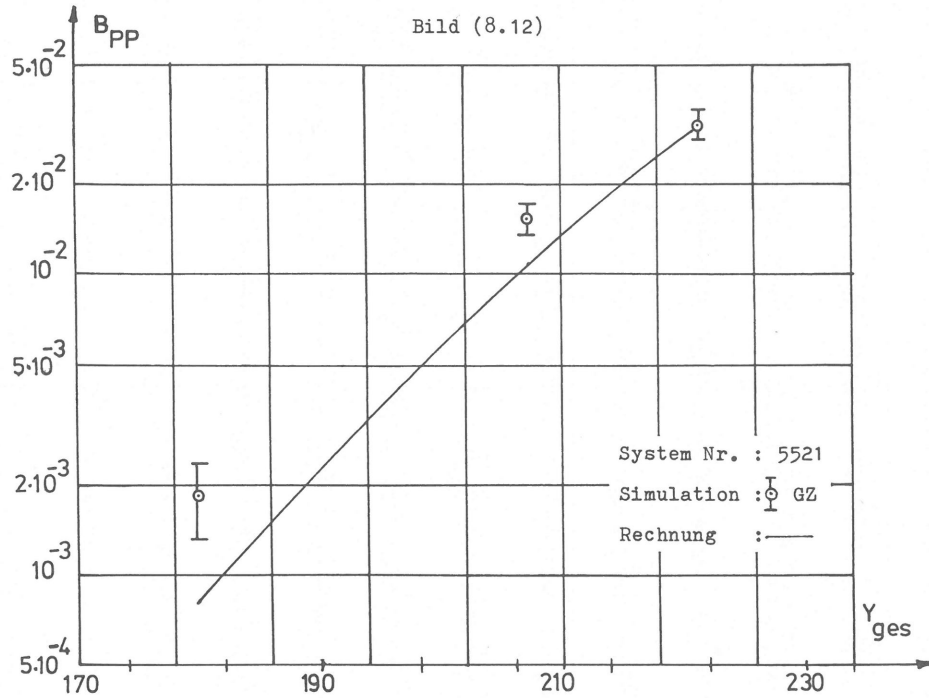
Bild (8.11)

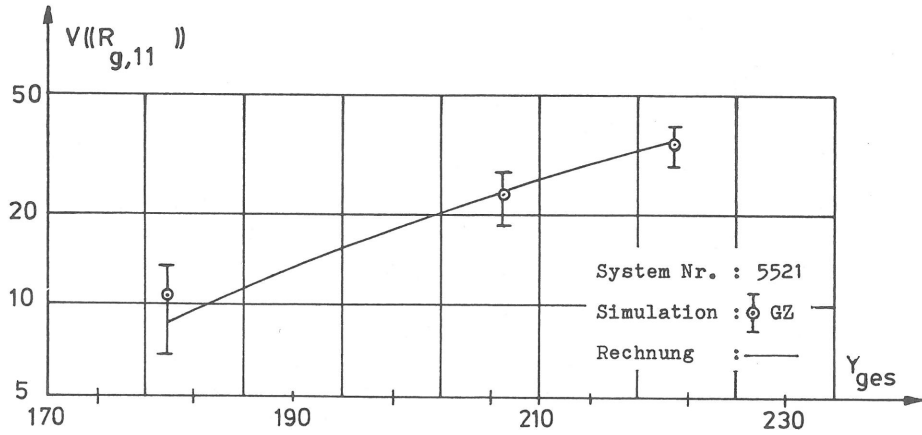


$n_{11} = n_{12} = n_{21} = n_{22} = n_3 = 10$  Leitungen  
 $A_{d,11} = 0,25\% A_{ges}$  ;  $A_{d,12} = 20\% A_{ges}$  ;  $A_{d,21} = 18\% A_{ges}$   
 $A_{d,22} = 22\% A_{ges}$  ;  $A_{d,3} = 15\% A_{ges}$



Bild 8.11 zeigt die Struktur und das Überlaufschema. Der Punkt-Punkt-Verlust sowie die Verkehrsgrößen eines Primärbündels  $B_{V,11}$ ,  $V((R_{V,11}))$ ,  $V((R_{PP,11}))$  und  $V((R_{g,11}))$  sind in den Diagrammen der Bilder 8.12 und 8.13 dargestellt.





Für das Sekundärbündel Nr. 22 zeigen die Bilder 8.14 und 8.15 den Verlust  $B_{v,22}$  und die Varianzen  $V((R_{v,22}))$ ,  $V((R_{PP,22}))$  sowie  $V((R_{g,22}))$ .

Bild (8.14)

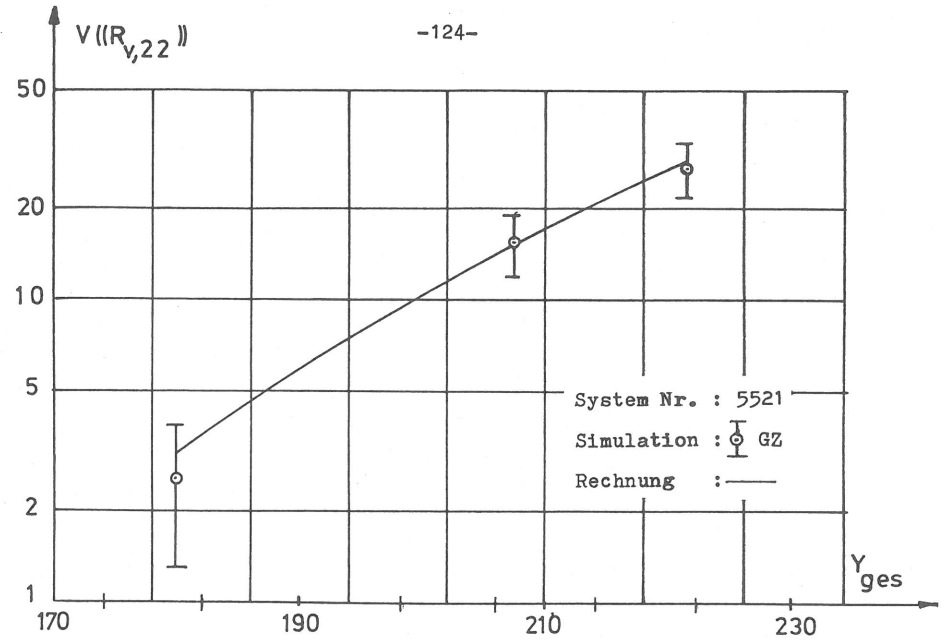
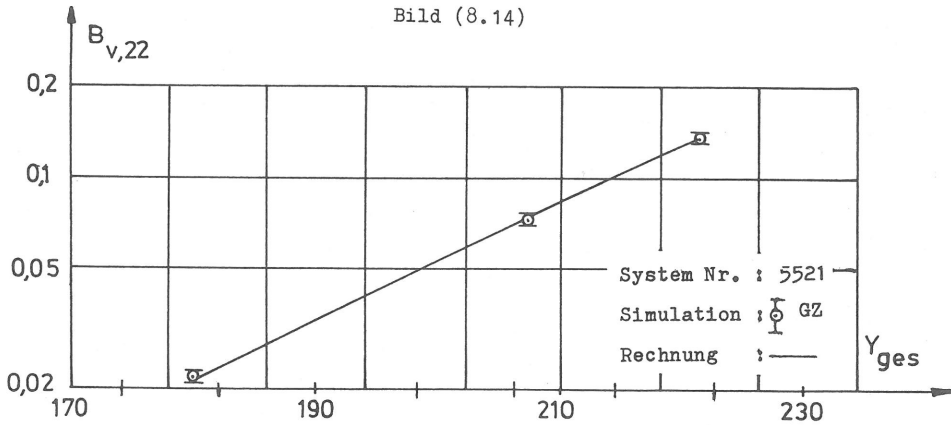
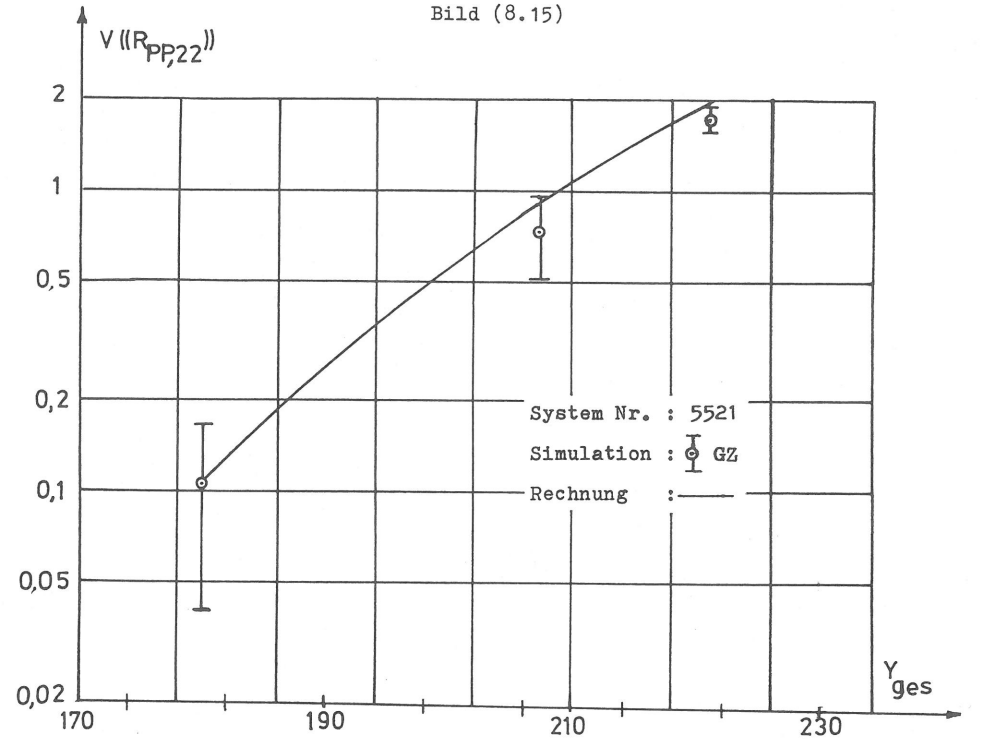
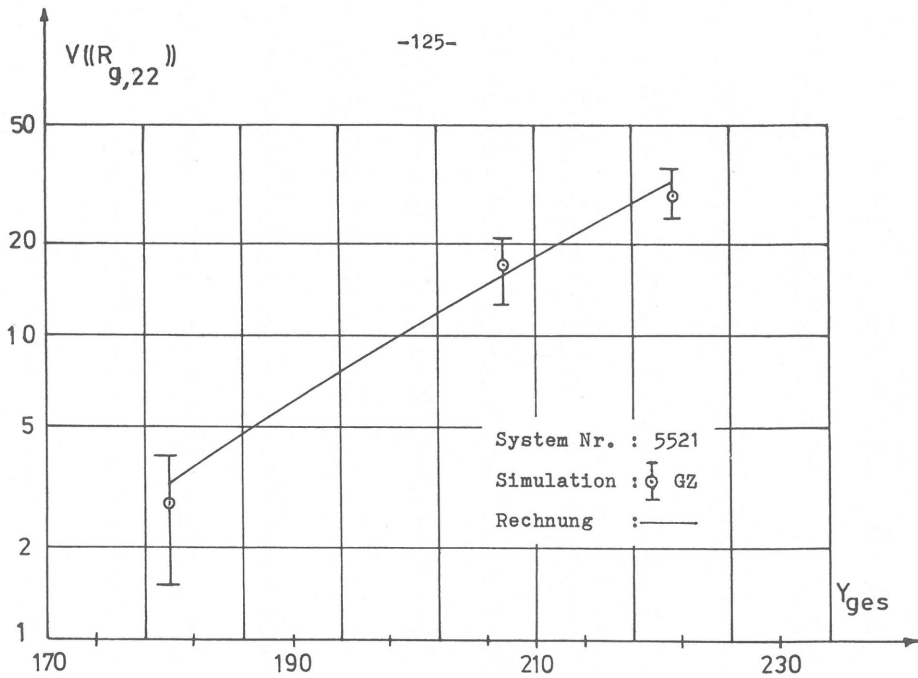


Bild (8.15)



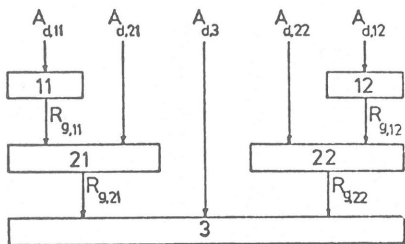


VIII.3.4. Sechsstufige Linksysteme (Bilder 8.16 bis 8.19)

Als Beispiel wird das System Nr. 6643 betrachtet

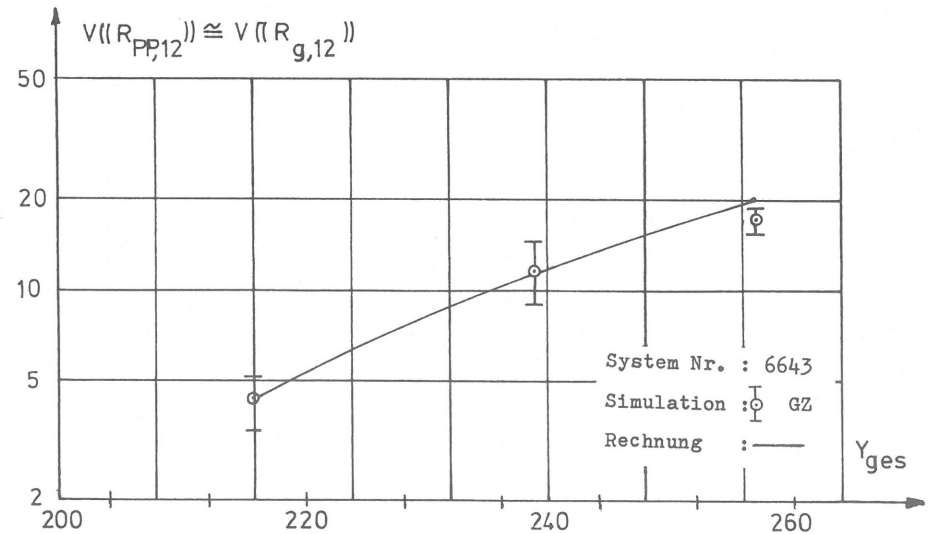
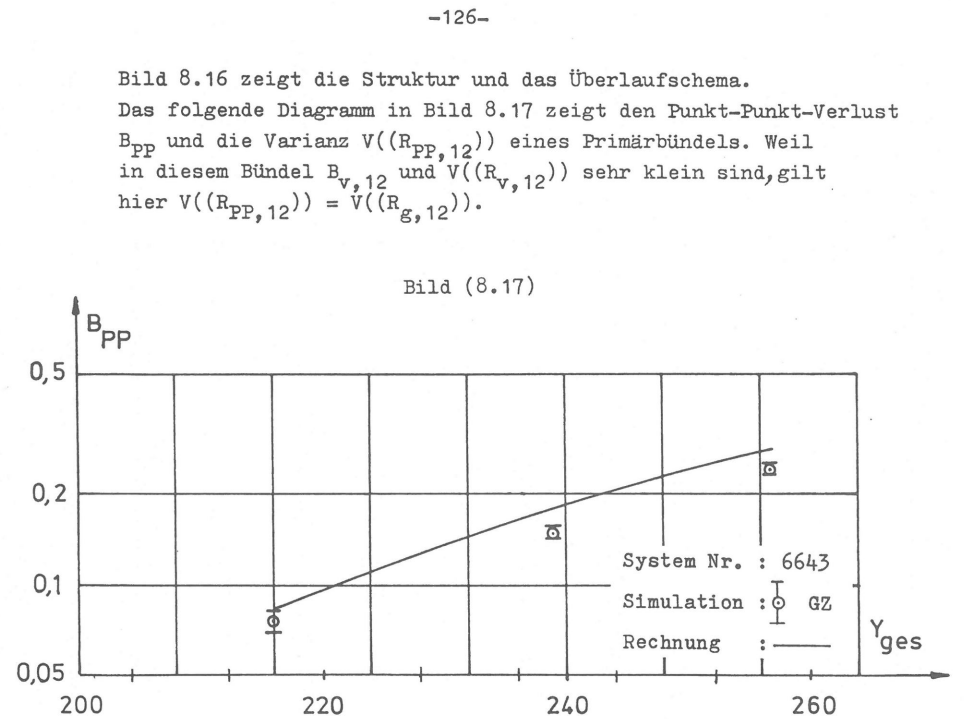
System: 6643

$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{4}{28}$	$\frac{7}{16}$
$\frac{16}{64}$	$\frac{28}{112}$	$\frac{28}{112}$	$\frac{28}{112}$	$\frac{28}{112}$	$\frac{16}{64}$

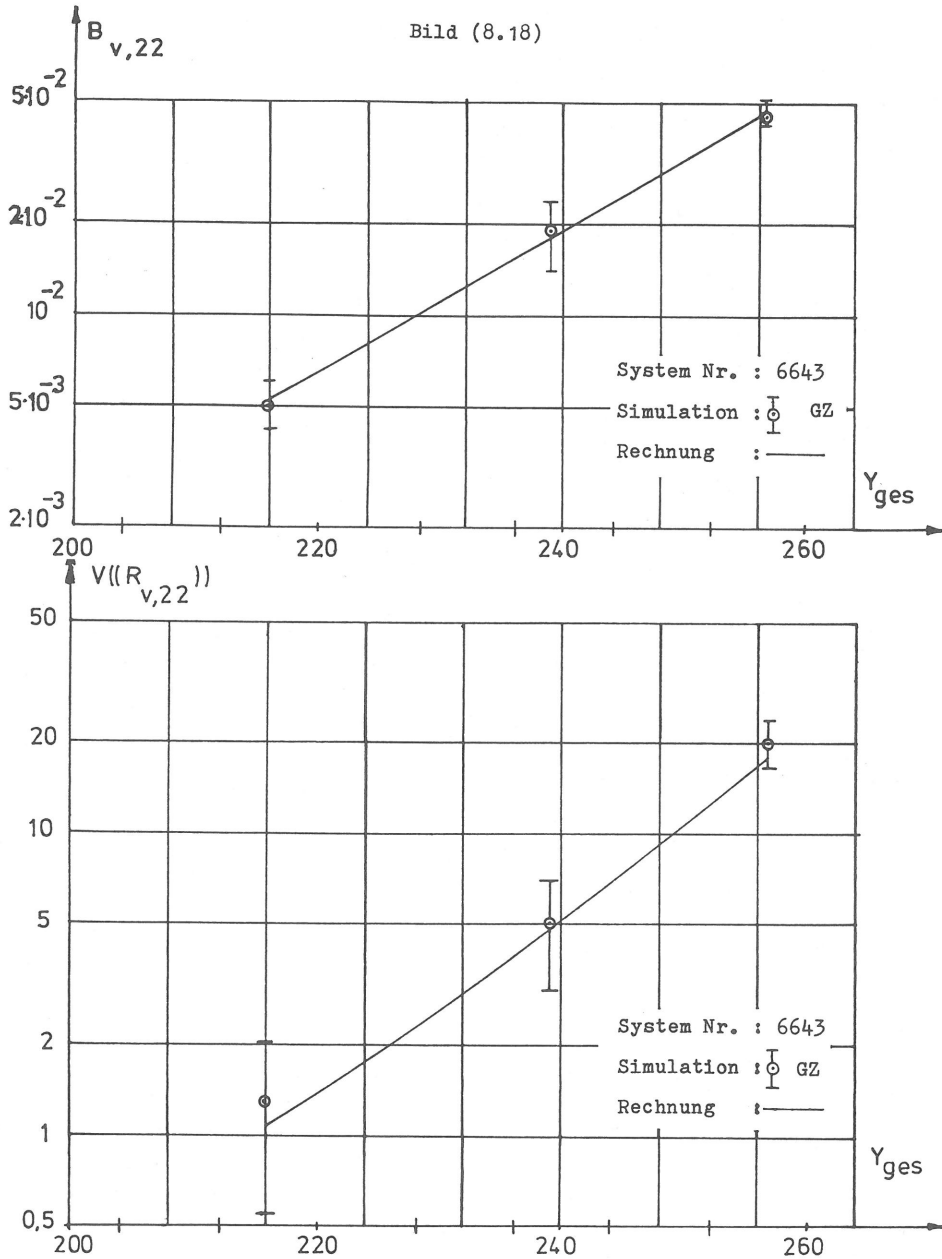


$n_{11} = n_{12} = n_{21} = n_{22} = n_3 = 10$  Leitungen  
 $A_{d,11} = 0,25\% A_{ges}$  ;  $A_{d,12} = 20\% A_{ges}$   
 $A_{d,22} = 22\% A_{ges}$  ;  $A_{d,3} = 15\% A_{ges}$   
 $A_{d,21} = 18\% A_{ges}$

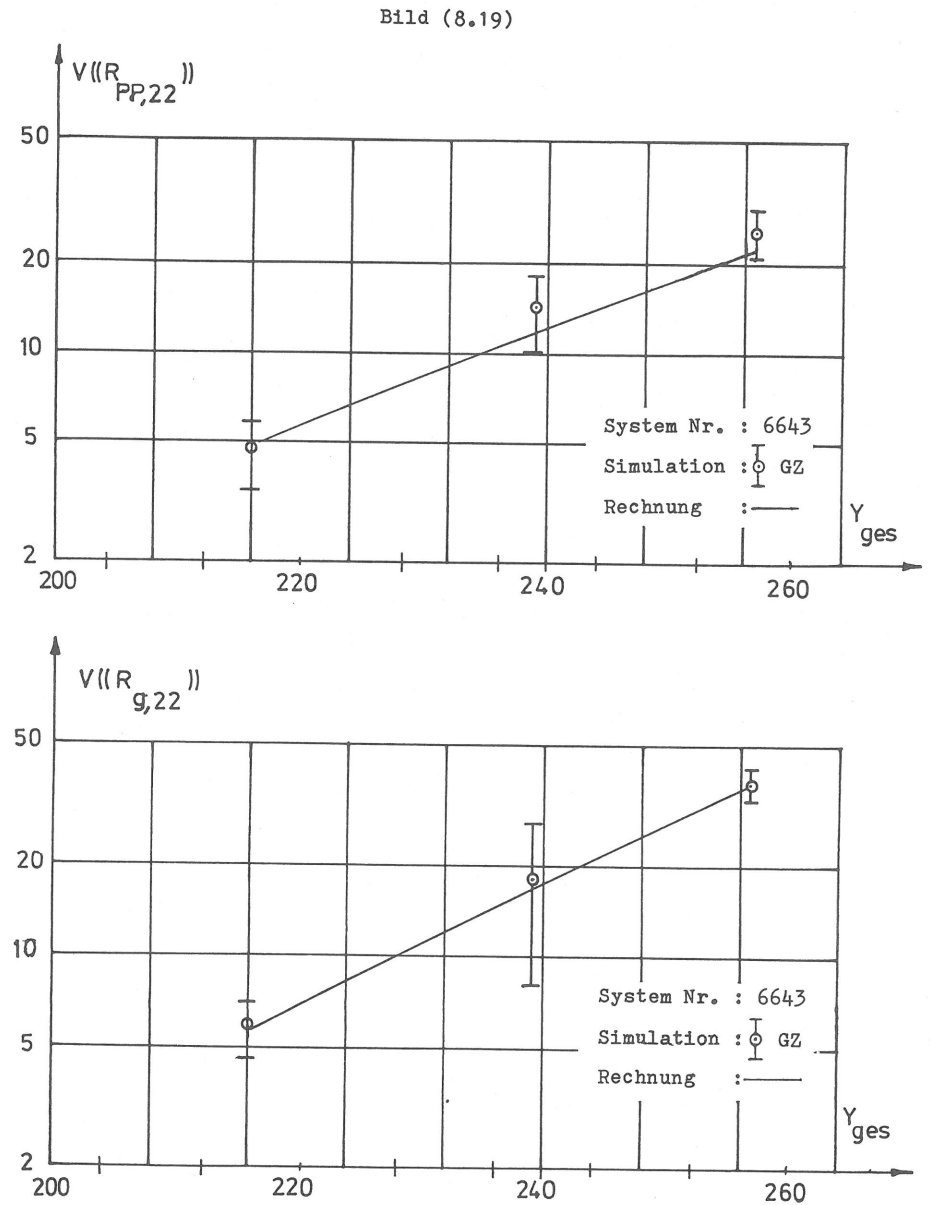
Bild (8.16)



In Bild 8.18 sind für das Sekundärbündel Nr.22 der Verlust  $B_{v,22}$  und die Varianz  $V((R_{v,22}))$  des zugehörigen Restverkehrs  $R_{v,22}$  gezeigt.



In Bild 8.19 sind die Varianzen  $V((R_{pp,22}))$  und  $V((R_{g,22}))$  dargestellt.



#### VIII.4. Beurteilung der Ergebnisse

Bei allen untersuchten Linksystemen ist die Übereinstimmung von Simulationsergebnissen und Näherungsrechnung sehr zufriedenstellend. Kleinere Abweichungen zwischen Rechnung und Simulation wie z.B. für die Varianz  $V((R_{v,21}))$  in Bild 8.4 sind für die Praxis bedeutungslos, da sie die Grösse der damit berechneten Leitungsbündel höchstens um kleine Bruchteile einer Leitung beeinflussen können.

#### IX. Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der verkehrstheoretischen Untersuchung mehrstufiger Koppelanordnungen (sog. Linksysteme), mit Punkt-Punkt-Markierung und alternativer Wegelenkung. Solche Linksysteme werden in öffentlichen Vermittlungssystemen für den Fernspreverkehr eingesetzt.

Es wurde gezeigt, daß die beiden Arten der Restverkehre, nämlich die Restverkehre  $R_{v,i}$  infolge Vollbelegung eines Bündels Nr.i einerseits, und die Restverkehre  $R_{pp,i}$  infolge von Punkt-Punkt-Verlust andererseits, unabhängig voneinander berechnet werden können. Das gleiche gilt auch für deren Varianzen.

Verschiedene neue Näherungsmodelle wurden entwickelt, um die Zustandsgleichungen für die Berechnung der Varianzen der oben erwähnten Restverkehre hinter I.QW- bzw. II.QW-, III.QW-Bündeln usw zu erstellen. Eine exakte Lösung der aufgestellten Zustandsgleichungen führt zu den Berechnungsformeln für die Varianzen der Restverkehre.

Mit den in der Arbeit neu entwickelten Berechnungsverfahren ist es möglich geworden, die Abnehmerbündel eines Punkt-Punkt-markierten Linksystems mit alternativer Leitweglenkung verkehrsgerecht zu dimensionieren.

Dies gilt sowohl für sogenannte "optimale", d.h. kostenminimale Linksystemstrukturen, wie auch für nicht-optimale Strukturen. Zur wirtschaftlich kostengünstigsten Verkehrsaufteilung auf Querwege und Letztwege existiert ein am Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung entwickeltes Verfahren für einstufige Koppelanordnungen /27/. Es wurde gezeigt, wie dieses Verfahren modifiziert werden kann, damit es auch für Linksysteme mit Punkt-Punkt-Markierung einfach anwendbar ist.

Durch Vergleiche mit den Ergebnissen zahlreicher Verkehrssimulationen auf einem Digitalrechner wurde die Genauigkeit des neuen Verfahrens unter Beweis gestellt.

Anhang

A.1. Das PPL - Verfahren

A.1.1. Die effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$

Die effektive Erreichbarkeit eines betrachteten Zielbündels zwischen Start- und Zielkoppelvielfach (siehe Bild A1.1) bildet den Kernpunkt zur Berechnung des Punkt-Punkt-Verlustes  $B_{PP}$ . Das Rechenverfahren PPL bildet den Verbindungsgraphen (Start Koppelvielfach - Zielkoppelvielfach) einer mehrstufigen Koppelanordnung auf eine einstufige Koppelanordnung ab, wobei das Zielbündel mit  $i_3$  Leitungen mit der effektiven Erreichbarkeit  $k_{eff}$  abgesucht wird. Dies bedeutet, daß die effektive Erreichbarkeit  $k_{eff}$  des Zielbündels in einer mehrstufigen Koppelanordnung identisch ist mit der Erreichbarkeit  $k$ , die eine einstufige Vergleichsanordnung haben müßte, um bei gleicher Zahl von Abnehmerleitungen und bei gleicher Verkehrsbelastung denselben Verlust aufzuweisen. Streng genommen, müßte die effektive Erreichbarkeit die momentanen Zustände aller Zwischenleitungen über alle Stufen hinweg vom Startkoppelvielfach bis zum Zielbündel (= Eingänge in das Zielkoppelvielfach) berücksichtigen. Aber um den Rechenaufwand in erträglichen Grenzen zu halten, werden die Zustandswahrscheinlichkeiten nur im Startkoppelvielfach und im Zielbündel betrachtet. Bei den Koppelvielfachen der dazwischenliegenden Stufen geht nur der Mittelwert der Belastung in die Rechnung ein. Bei einer einstufigen Koppelanordnung mit Mischung zählen zur Erreichbarkeit des betrachteten Bündels über eine Zubringerteilgruppe nicht nur diejenigen Abnehmerleitungen, die momentan gerade frei sind, sondern auch jene, welche zwar erreichbar (absuchbar), aber von der eigenen oder von anderen Zubringerteilgruppen her belegt sind. Übertragen auf mehrstufige Koppelanordnungen, muss die Erreichbarkeit also alle jene Leitungen des Zielbündels umfassen, die

- momentan f r e i sind und vom betrachteten Startkoppelvielfach her über freie Zwischenleitungen erreicht werden können, sowie jene, welche
- momentan b e l e g t und absuchbar sind, aber nach Ende der Belegung sofort vom betrachteten Startkoppelvielfach her über freie Zwischenleitungen erreichbar und erneut belegbar sind.

Die effektive Erreichbarkeit setzt sich also aus verschiedenen Teilbeiträgen zusammen, die als "Terme" bezeichnet werden. Die Formeln zur Berechnung der effektiven Erreichbarkeit für 3 bis 6-stufige Linkssysteme werden zunächst am Beispiel eines 3-stufigen Linksystems behandelt.

a) Die effektive Erreichbarkeit für 3-stufige Linkssysteme

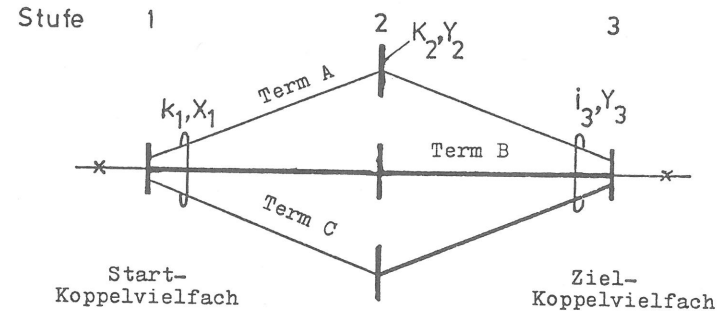


Bild A1.1: Effektive Erreichbarkeit für dreistufige Linkssysteme (s.a. Struktur in Kap.III, Bild 3.1).

$$\text{Term A} = (k_1 - x_1) \cdot \left(1 - \frac{Y_2}{k_2}\right) \quad (\text{A1.1})$$

Term A gibt an, wieviele freie Eingänge des Zielkoppelvielfachs im Mittel vom Startkoppelvielfach aus über Zwischenleitungen erreicht werden können, wenn  $x_1$  Ausgänge des Startkoppelvielfachs momentan belegt sind.

$$\text{Term B} = x_1 / g_3 \quad (\text{A1.2})$$

Term B umfaßt jenen Bruchteil der  $x_1$  belegten Ausgänge des Startkoppelvielfachs, über die (im Mittel) eine Verbindung zum Zielkoppelvielfach durchgeschaltet ist.

$$\text{Term C} = (k_1 - x_1) \cdot \frac{Y_2}{\varepsilon_3} \quad (\text{A1.3})$$

Term C steht für jene Zahl der Ausgänge der Koppelvielfache in Stufe 2, die im Mittel belegt sind und über die eine Verbindung zum Zielkoppelvielfach besteht und die von Startkoppelvielfach aus über freie Zwischenleitungen erreichbar sind. Sobald einer der Ausgänge freigeschaltet wird, kann darüber eine neue Verbindung zwischen Startkoppelvielfach und Zielkoppelvielfach geschaltet werden.

Die momentane effektive Erreichbarkeit ergibt sich nun als die Summe dieser 3 Terme /29/, /38/ (siehe Bild A1.1)

$$k_{\text{eff}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} \quad (\text{A1.4})$$

b) Die effektive Erreichbarkeit für 4-stufige Linkssysteme

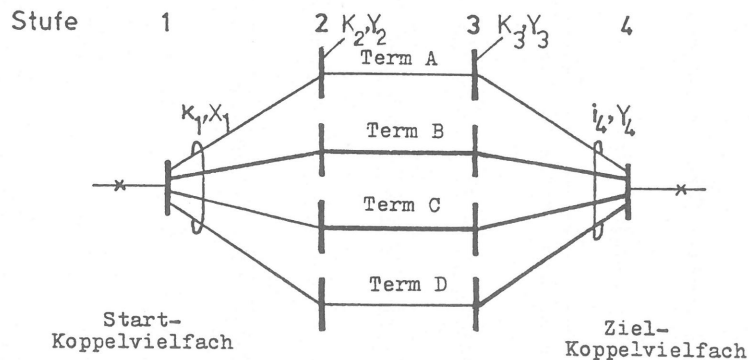


Bild A1.2: Effektive Erreichbarkeit für 4-stufige Linkssysteme (s.a. Struktur in Kap. III, Bild 3.2).

Die Vorgehensweise zur Bildung der Terme ist dieselbe wie bei 3-stufigen Linkssystemen

$$\text{Term A} = (k_1 - x_1) \cdot \left(1 - \frac{Y_2}{k_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{Y_3}{k_3}\right) \quad (\text{A1.5})$$

$$\text{Term B} = x_1 / \varepsilon_4 \quad (\text{A1.6})$$

$$\text{Term C} = (k_1 - x_1) \cdot \frac{Y_2}{\varepsilon_4} \quad (\text{A1.7})$$

$$\text{Term D} = (k_1 - x_1) \cdot \left(1 - \frac{Y_2}{k_2}\right) \cdot \frac{Y_3}{k_3} \quad (\text{A1.8})$$

Bei der Anwendung des Terms D in der eben beschriebenen Form stellte sich jedoch heraus, daß der Punkt-Punkt-Verlust bei Linkssystemen, bei denen die Zahl der Ausgänge eines Koppelvielfachs in Stufe 1 größer ist als die Zahl der Eingänge - also bei sogenannten weiten Systemen mit  $k_1 > i_1$  - unterschätzt wurde. Diese Unterschätzung wurde besonders bei niederen Belastungswerten beobachtet. Die Ursache für diese Unterschätzung ist darin zu sehen, daß bei den Termen für die effektive Erreichbarkeit nur Mittelwerte der Belastung in den einzelnen Stufen berücksichtigt werden, nicht jedoch deren Verteilung, abgesehen von der ersten Stufe. Dadurch ergaben sich zu optimistische Werte für die effektive Erreichbarkeit.

Um genauere Ergebnisse zu erzielen, wurde der Term D in 2 Teilterme  $D_1$  und  $D_2$  aufgespalten. Der Term  $D_2$  wurde mit einem heuristischen Faktor  $Y_3/k_3$  multipliziert, der den Beitrag von  $D_2$  zur effektiven Erreichbarkeit um so mehr verringert, je kleiner die Belastung ist. Somit ergibt sich:

$$\text{Term } D_1 = (i_1 - x_1) \cdot \left(1 - \frac{Y_2}{k_2}\right) \cdot \frac{Y_3}{k_3} \quad (\text{A1.9})$$

$$\text{Term } D_2 = (k_1 - i_1) \cdot \left(1 - \frac{Y_2}{k_2}\right) \cdot \left(\frac{Y_3}{k_3}\right) \cdot \frac{Y_3}{k_3} \quad (\text{A1.10})$$

Die Summe der "Belegt"-Terme (B, C,  $D_1$  und  $D_2$ ) darf den Wert  $Y_4$  nicht überschreiten (Belastung des Zielkoppelvielfachs), da höchstens alle  $Y_4$  belegten Eingänge des Zielkoppelvielfachs zur effektiven Erreichbarkeit durch die Terme B bis D beitragen.

$$\text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term } D_1 + \text{Term } D_2 \leq Y_4 \quad (\text{A1.11})$$

Die effektive Erreichbarkeit ergibt sich aus der Summe der einzelnen Terme

$$k_{\text{eff}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D}_1 + \text{Term D}_2 \quad (\text{A1.12})$$

C) Die effektive Erreichbarkeit für 5-stufige Linkssysteme

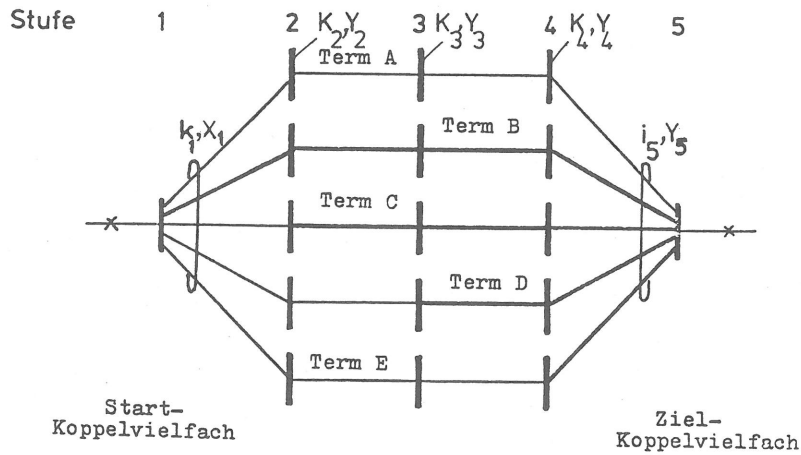


Bild A1.3: Effektive Erreichbarkeit für 5-stufige Linkssysteme (s.a. Struktur in Kap.III, Bild 3.3).

Die Vorgehensweise zur Bildung der Terme ist dieselbe wie bei 3- und 4-stufigen Linkssystemen.

$$\text{Term A} = (k_1 - x_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (1 - Y_3/k_3) \cdot (1 - Y_4/k_4) \cdot g_{\ell 4} \quad (\text{A1.13})$$

$$\text{Term B} = x_1/g_5 \quad (\text{A1.14})$$

$$\text{Term C} = (k_1 - x_1) \cdot Y_2/g_5 \quad (\text{A1.15})$$

$$\text{Term D} = (k_1 - x_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot Y_3/g_5 \quad (\text{A1.16})$$

$$\text{Term E}_1 = (i_1 - x_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (1 - Y_3/k_3) \cdot Y_4/k_4 \leq g_{\ell 4} \cdot i_1/k_1 \quad (\text{A1.17})$$

$$\text{Term E}_2 = (k_1 - i_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (1 - Y_3/k_3) \cdot (Y_4/k_4) \cdot Y_4/k_4 \leq g_{\ell 4} \cdot (1 - i_1/k_1) \quad (\text{A1.18})$$

$$\text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E}_1 + \text{Term E}_2 \leq Y_5 \quad (\text{A1.19})$$

Die Summe aller Terme ergibt dann die effektive Erreichbarkeit

$$k_{\text{eff}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E}_1 + \text{Term E}_2 \quad (\text{A1.20})$$

d) Die effektive Erreichbarkeit für 6-stufige Linkssysteme

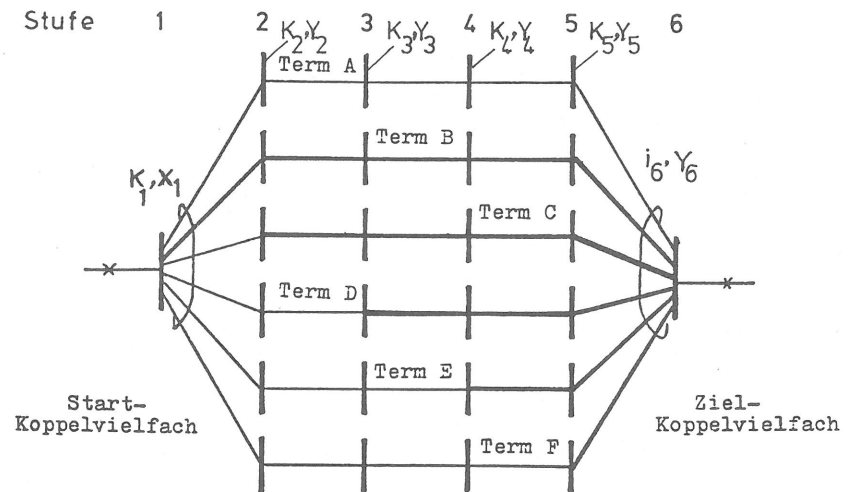


Bild A1.4: Effektive Erreichbarkeit für 6-stufige Linkssysteme (s.a. Struktur in Kap.III, Bild 3.5).



Für die einzelnen Terme gelten analoge Betrachtungen wie bei Systemen kleinerer Stufenzahl.

$$\text{Term A} = (k_1 - x_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (1 - Y_3/k_3) \cdot (1 - Y_4/k_4) \cdot (1 - Y_5/k_5) \quad (A1.21)$$

$$\text{Term B} = x_1 / \varepsilon_6 \quad (A1.22)$$

$$\text{Term C} = (k_1 - x_1) \cdot Y_2 / \varepsilon_6 \quad (A1.23)$$

$$\text{Term D} = (k_1 - x_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot Y_3 / \varepsilon_6 \quad (A1.24)$$

$$\text{Term E} = (k_1 - x_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (1 - Y_3/k_3) \cdot Y_4 / \varepsilon_{b6} \quad (A1.25)$$

$$\text{Term F}_1 = (i_1 - x_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (1 - Y_3/k_3) \cdot (1 - Y_4/k_4) \cdot Y_5 / k_5 \quad (A1.26)$$

$$\text{Term F}_2 = (k_1 - i_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (1 - Y_3/k_3) \cdot (1 - Y_4/k_4) \cdot (Y_5/k_5) \cdot Y_5 / k_5 \quad (A1.27)$$

$$\begin{aligned} &\text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E} + \\ &\text{Term F}_1 + \text{Term F}_2 \leq Y_6 \end{aligned} \quad (A1.28)$$

Die Summe aller Terme bildet die effektive Erreichbarkeit

$$k_{\text{eff}} = \text{Term A} + \text{Term B} + \text{Term C} + \text{Term D} + \text{Term E} + \text{Term F}_1 + \text{Term F}_2 \quad (A1.29)$$

#### A.1.2. Bestimmung des Momentanverlustes

Mit Hilfe der effektiven Erreichbarkeit kann nun eine momentane Sperrwahrscheinlichkeit ermittelt werden (vgl. Gl. 5.6). Es ist

$$c(x_s, k_{\text{eff}}(x_1)) = \frac{\binom{i_s - k_{\text{eff}}(x_1)}{x_s - k_{\text{eff}}(x_1)}}{\binom{i_s}{x_s}} = \frac{\binom{x_s}{k_{\text{eff}}(x_1)}}{\binom{i_s}{k_{\text{eff}}(x_1)}} \quad , \quad (A1.30)$$

wobei  $x_1$  die Zahl der momentan belegten Leitungen im Startkoppelvielfach ist, und  $x_s$  die Anzahl der belegten Leitungen im Zielkoppelvielfach.  $i_s$  ist die Zahl der Eingänge eines Koppelvielfachs der Stufe S.

Ist die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten des Zustandes  $p(x_s)$ , (d.h.  $x_s$  Leitungen sind belegt) im Zielkoppelvielfach der Stufe S bekannt, dann kann ein sogenannter Momentanverlust berechnet werden

$$B_{\text{mom}}(x_1) = \sum_{x_s=0}^{k_s-1} p(x_s) \cdot c(x_s, k_{\text{eff}}(x_1)) \cdot \frac{1}{1 - p(k_s)} \quad (A1.31)$$

Der Faktor  $1 / (1 - p(k_s))$  in Gleichung (A1.31) taucht hier auf, weil in einem Koppelvielfach der letzten Stufe maximal  $k_s - 1$  Ausgänge belegt sein können, damit es noch markiert werden kann. Jenes Zeitintervall, in dem das Koppelvielfach der letzten Stufe vollbelegt ist ( $p(k_s)$ ) muß bei der Verlustberechnung ausgeschlossen werden.

Im Fall einer Raumvielfachverdrahtung kann davon ausgegangen werden, daß die Wahrscheinlichkeit für die Belegung eines bestimmten der  $k_s$  Ausgänge eines Koppelvielfachs unabhängig vom Zustand der anderen ( $k_s - 1$ ) Ausgänge ist. Deshalb wird eine Bernoulli-Verteilung für  $x_s$  angenommen;

$$p(x_s) = \binom{k_s}{x_s} \cdot \left( \frac{Y_s}{k_s} \right)^{x_s} \cdot \left( 1 - \frac{Y_s}{k_s} \right)^{k_s - x_s} \quad (A1.32)$$

wobei  $Y_s$  die Belastung eines Koppelvielfachs der letzten Stufe S ist.

Mit den Gleichungen (A1.29) bis (A1.32) ist die Momentanverlustwahrscheinlichkeit festgelegt. Es folgt nun die Berechnung des Punkt-Punkt-Verlusts.

A.1.3. Der Punkt-Punkt-Verlust

Der Punkt-Punkt-Verlust  $B_{PP}$  setzt sich zusammen aus der gewichteten Summation jener Momentanverluste  $B_{mom}(x_1)$  für alle Werte  $0 \leq x_1 \leq i_1 - 1$ . Die Gewichtungsfaktoren werden durch die jeweilige Wahrscheinlichkeit  $p(x_1)$  für die Existenz des Zustandes  $(x_1)$  im Koppelvielfach der 1. Stufe gebildet. Die Summationsgrenze ist dann  $(i_1 - 1)$ , also "keine eintreffende Rufe im Zustand  $x_1 = i_1$ " (abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art).

$$B_{PP} = \sum_{x_1=0}^{i_1-1} p_1^*(x_1) \cdot B_{mom}(x_1) \quad \dots \quad p_1^*(x_1) \text{ siehe Gl. (A1.36)}$$

$$= \sum_{x_1=0}^{i_1-1} p_1^*(x_1) \cdot \sum_{x_s=0}^{k_s-1} \frac{p(x_s) \cdot c(x_s, k_{eff}(x_1))}{1 - p(k_s)} \quad (A1.33)$$

Bei abgeschnittenem Zufallsverkehr 1. Art gehorchen die Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(x_1)$  auf den  $i_1$  Eingängen einer Erlang-Verteilung:

$$p(x_1) = \frac{A_0^{x_1} / x_1!}{\sum_{j=0}^{i_1} A_0^j / j!} \quad x_1=0; 1; 2; \dots; i_1-1, \quad (A1.34)$$

wobei  $A_0$  iterativ so bestimmt wird, daß sich auf dem Startkoppelvielfach die vorgegebene Belastung  $Y_1$  ergibt:

$$Y_1 = \sum_{x_1=1}^{i_1} x_1 \cdot p(x_1) \quad (A1.35)$$

Ferner ist

$$p_1^*(x_1) = p(x_1) \cdot \frac{1}{1 - p(i_1)} \quad (A1.36)$$

Der Faktor  $(1/(1 - p(i_1)))$  taucht deshalb auf, weil in einem Koppelvielfach der 1. Stufe ein Anruf nur ankommen kann, wenn mindestens ein Eingang des Startkoppelvielfachs frei ist.

Gleichung (A1.36) eingesetzt in Gl. (A1.33) ergibt die Punkt-Punkt-Verlustwahrscheinlichkeit bei abgeschnittenem Zufallsverkehr 1. Art:

$$B_{PP} = \sum_{x_1=0}^{i_1-1} \frac{p(x_1)}{1 - p(i_1)} \cdot \sum_{x_s=0}^{k_s-1} \frac{p(x_s) \cdot c(x_s, k_{eff}(x_1))}{1 - p(k_s)}, \quad (A1.37)$$

wobei  $p(x_1)$  nach Gleichung (A1.34) und  $p(x_s)$  nach Gleichung (A1.32).

A.2. Die Grundgedanken des ERT-Verfahrens (Equivalent Random Traffic)

In Durchgangsvermittlungen mit alternativer Leitweglenkung werden Verkehrsangebote zunächst einem sogenannten I.Querleitungs-bündel (kurz I.Querweg oder I.QW genannt) angeboten. Anrufe die keine freie Leitung finden, werden alternativ einem nachfolgenden II.QW, evtl. noch einem III.QW usw. "angeboten". Falls ein Anruf nirgends eine freie Leitung findet, also vom I.QW zum II.QW, evtl. dann zum III.QW usw "überläuft" (engl. "overflow") wird er schliesslich dem "Letztweg" angeboten. Falls auch hier keine freie Leitung erreichbar ist, geht dieser Anruf "verloren". Der rufende Teilnehmer erhält Besetztzeichen.

Die statistischen Eigenschaften der Verkehrsspitzen, die mangels erreichbarer freier Leitungen auf nachfolgende "Alternativbündel" (II.QW, III.QW, ...Letztweg) überlaufen, sind sehr verschieden von jenen des reinen Zufallsverkehrs 1.Art (negativ exponentiell verteilte Anrufabstände). Die Varianz der Anrufabstände, wie auch jene der Gleichzeitigkeitsbelegung im Abnehmerbündel, ist oft weit höher. Leitungs-bündel denen Überlaufverkehr mit erhöhter Varianz ("spitziger Verkehr") angeboten wird, benötigen für gleiches Angebot und gleiche Verlustwahrscheinlichkeit mehr Leitungen als im Falle von ZV 1.Art.

Die nachstehende Skizze zeigt ein Beispiel einer Überlauf-Anordnung

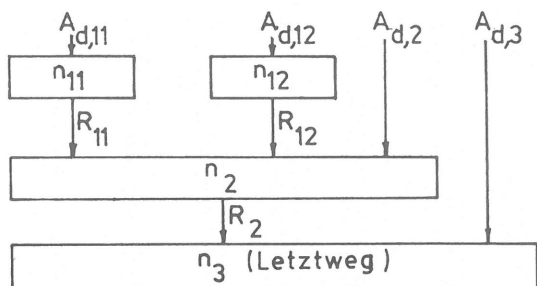


Bild A2.1 : Beispiel einer Überlaufanordnung.

Unter der Annahme, daß alle Bündel vollkommen erreichbar sind, muss zur exakten Berechnung der Überlaufwahrscheinlichkeiten a l l e r Bündel ein lineares Gleichungssystem mit  $(n_{11}+1) \cdot (n_{12}+1) \cdot (n_2+1) \cdot (n_3+1)$  Unbekannten gelöst werden. In der Praxis ist dies in der Regel wegen des hohen Ranges dieser Gleichungssysteme unmöglich, zumindest aber zu aufwendig.

Wilkinson und Riordan haben deshalb für vollkommen erreichbare Bündel ein sehr zweckmässiges und erstaunlich genaues Näherungsverfahren vorgeschlagen /40/, welches überlaufende Restverkehre nur charakterisiert durch deren erste zwei Momente, d.h. durch deren Mittelwert R und deren Varianz  $V((R))$ .

Für die Varianz des Restverkehrs hinter einem vollkommen erreichbaren Bündel hat Riordan in /40/ eine einfach auswertbare geschlossene Lösung hergeleitet

$$V((R)) = \left[ \frac{1}{B_v \cdot (n+1-A+R)} - 1 \right] \cdot R^2 + R \quad (A2.1)$$

wobei

- n = Anzahl der Leitungen im Bündel
- A = Verkehrsangebot an das Bündel
- R = Überlauf- bzw. Restverkehr
- $B_v$  = Verlustwahrscheinlichkeit des Bündels im Falle vollkommener Erreichbarkeit

Für ZV 1.Art ist  $V((A))=A$ , für Überlaufverkehr ist  $V((R)) > R$ .

Mit der ERT-Methode kann nun ein Überlaufsystem (siehe das Beispiel in Bild A2.1) wie folgt berechnet werden: Gegeben seien z.B. die Leitungszahlen  $n_{11}$ ,  $n_{12}$ ,  $n_2$ ,  $n_3$ , sowie die Verkehrsangebote  $A_{d,11}$ ,  $A_{d,12}$ ,  $A_{d,2}$  und  $A_{d,3}$ . Mit Erlang's Verlustformel werden die Restverkehre  $R_{11}$  und  $R_{12}$  berechnet sowie mit Gleichung (A2.1) deren Varianzen  $V((R_{11}))$  und  $V((R_{12}))$ . Nunmehr wird ein "Ersatzprimärbündel" definiert mit dem Angebot  $A^*$  und der Leitungszahl  $n_E$ .

Die Parameter  $A^*$  und  $n_E$  werden iterativ so variiert, daß der Restverkehr des Ersatzbündels  $\bar{R} = R_{11} + R_{12} + A_{d,2}$  und dessen Varianz  $V((\bar{R})) = V((R_{11})) + V((R_{12})) + A_{d,2}$  wird. (In der Praxis existieren Tabellen für Bestimmung dieser Ersatzbündel /20/).

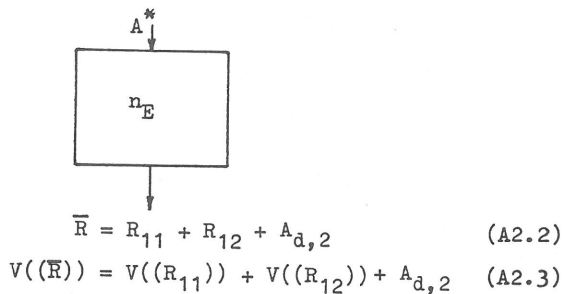


Bild A2.2 : Das Ersatzprimärbündel

Im nächsten Schritt wird ein Gesamtbündel aus

$$n^* = n_E + n_2 \quad (A2.4)$$

gebildet.

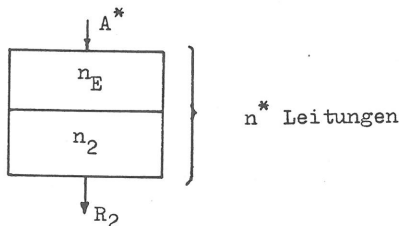


Bild A2.3 : Das Gesamtbündel mit  $n^*$  Leitungen

Mit Erlang's Verlustformel erhält man

$$R_2 = A^* \cdot E_{n^*}(A^*) \quad (A2.5)$$

Damit ist

$$B_2 = R_2 / \bar{R} \quad (A2.6)$$

ebenfalls bekannt.

Die Varianz  $V((R_2))$  erhält man wiederum analog aus Gleichung (A2.1).

Ein weiteres Ersatzprimärbündel mit  $A^{**}$  und  $N_{E2}$  wird nun iterativ so dimensioniert, daß es den Restverkehr

$$\bar{R} = R_2 + A_{d,3} \quad (A2.7)$$

und die Varianz

$$V((\bar{R})) = V((R_2)) + A_{d,3} \quad (A2.8)$$

liefert.

Auch hier wird dann mit  $A^{**}$  und  $n^{**} = n_{E2} + n_3$  nach Erlang's Verlustformel der Verkehrsrest  $R_3$  berechnet und damit die Verlustwahrscheinlichkeit des Letztweges

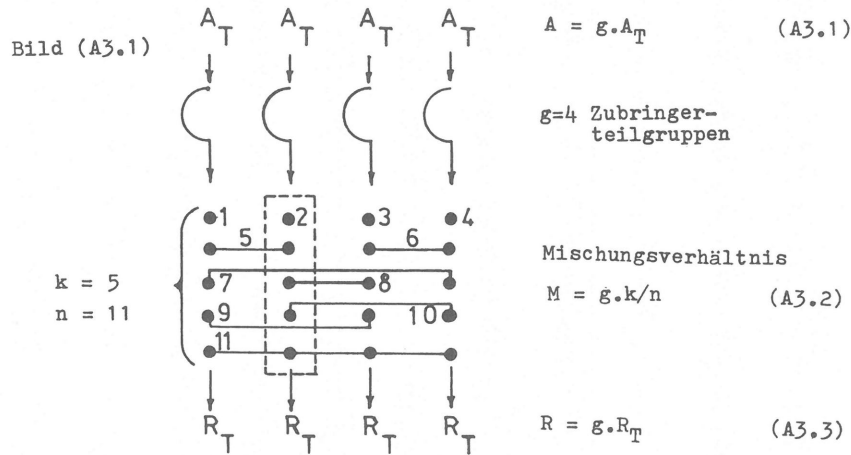
$$B_3 = R_3 / (R_2 + A_{d,3}) \quad (A2.9)$$

bestimmt.

Selbstredend können auch die Überlauf- bzw. Verlustwahrscheinlichkeiten  $B_{11}, B_{12}, B_2, B_3$  vorgeschrieben sein und die Leitungszahlen (iterativ) bestimmt werden.

A.3. Die Grundgedanken des RDA-Verfahrens (Rest R, Streuwert  $\underline{D}$ , Angebot  $\underline{A}$ )

A.3.1. Das RDA-Verfahren verallgemeinert das ERT-Verfahren (Anhang 2) auf den Fall von Leitungsbündeln hinter einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit, d.h. hinter sogenannten Mischungen, welche je Zubringerteilgruppe mit einer Erreichbarkeit  $k < n$  abgesucht werden (s. Bild A3.1).



Hier muss berechnet werden:

a) Die Verlustwahrscheinlichkeit  $B=f(A,k,n,\text{Mischungsstruktur})$ , kurz als  $B_k$  bezeichnet.

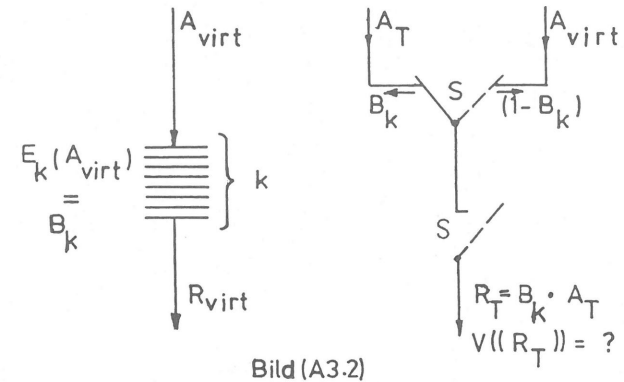
Hierzu wird die Modifizierte Palm Jacobaeus-Verlustformel (/11/,/28/) verwendet. Damit ist  $R=f(A,k,n)$  bekannt, desgleichen  $R_T = R/g$ .

b) Die Varianz  $V((R_T))$  der Teil-Restverkehre  $R_T$

Dazu betrachtet man eine der  $g$  Zubringerteilgruppen und den zeitlichen Prozess des überlaufenden Restverkehrs  $R_T$  (siehe gestrichelten Kasten in Bild A3.1).

Restverkehr läuft immer dann, und nur dann, über, wenn die von dieser Zubringerteilgruppe absuchbaren Leitungen (hier Nr. 2, 5, 8, 10, 11) alle gleichzeitig belegt sind.

Der Überlaufmechanismus einer Zubringerteilgruppe kann deshalb durch folgendes Modell nachgebildet werden:



Mit der Wahrscheinlichkeit  $(1-B_k)$  ist der Schalter S offen, kein Restverkehr läuft über.

Mit der Wahrscheinlichkeit  $B_k$  ist der Schalter S geschlossen; in dieser "Zeit pro Zeiteinheit" läuft der Restverkehr  $R_T = B_k \cdot A_T$  über.

Massgebend für die Varianz von  $R_T$  ist das zeitliche Verhalten des Schalters S. Es wird nachgebildet durch ein virtuelles vollkommen erreichbares Bündel mit  $k$  Leitungen, welchem ein ebenfalls virtuelles Angebot  $A_{virt}$  zugeführt wird. Dabei wird  $A_{virt}$  iterativ so bestimmt, daß  $E_k(A_{virt}) = B_k$  wird.

Es lässt sich zeigen /19/, daß die Zahl der Blockierzeit-Abschnitte pro Zeiteinheit gleich gross ist, wie jene der betrachteten realen Zubringerteilgruppe, desgleichen die zeitliche Verteilung der Zeitdauern dieser Blockierzeit-Abschnitte.

Im Zustand  $B_k$  wird deshalb mit dem Schalter S das reale Angebot  $A_T$  angeschaltet. Es läuft der reale Restverkehr  $R_T = A_T \cdot B_k$  über.

Wegen der richtigen Nachbildung der "Schalterfunktion" ergibt sich auch die zu  $R_T$  gehörende Teil-Varianz  $V((R_T))$ . Sie wird nach dem ERT-Modell (Anhang A2) berechnet und ergibt sich zu

$$V((R_T)) = \left[ \frac{1}{B_k \cdot [k + 1 - A_{virt} \cdot (1 - B_k)]} - 1 \right] \cdot R_T^2 + R_T \quad (A3.4)$$

Ferner wird

$$D((R_T)) = V((R_T)) - R_T \quad (A3.5)$$

Die Gesamtvarianz  $V((R))$  ergibt sich unter Berücksichtigung der Korrelation der Teilvarianzen  $V((R_T))$  /19/ zu

$$V((R)) = \left[ \frac{1}{B_k \cdot [k + 1 - A_{virt} \cdot (1 - B_k)]} - 1 \right] \cdot R^2 \cdot \frac{k}{n} + R \quad (a3.6)$$

A.3.2. Die Berechnung der Leitungszahl eines unvollkommen erreichbaren Bündels, dem Überlaufverkehre von vorgeordneten unvollkommen erreichbaren Bündeln angeboten werden, erfolgt ähnlich wie beim ERT-Verfahren. Hier muss jedoch iterativ ein unvollkommen erreichbares Ersatzprimärbündel gefunden werden, welches das gesuchte Wertepaar  $\bar{R}$ ,  $\bar{V}((R))$  liefert.

Für die Wahl von  $A$ ,  $n_E$  und ausserdem von  $k_E$  sowie  $k_E/n_E$  müssen besondere Vorschriften beachtet werden /19/, /20/. Hierfür sind in /20/ Tabellen zur einfachen Bestimmung von  $A$ ,  $n_E$  und  $k_E$  berechnet worden. Diese Tabellen enthalten auch den Sonderfall vollkommener Erreichbarkeit ( $k_E = n_E$ ).

#### A.4. Die wirtschaftliche Dimensionierung von Fernsprechnetzen mit alternativer Leitweglenkung

Das nachstehende Verfahren /25/, /26/, /27/ gestattet für Netzknotenpunkte mit *e i n s t u f i g e n* Koppelanordnungen und mit alternativer Leitweglenkung die wirtschaftlich optimale Aufteilung der Verkehrsangebote zu verschiedenen Zielrichtungen auf I.Querwege, II.Querwege, .. usw. und schliesslich deren Letztweg. Dieses Verfahren wird in Kapitel VII dieser Arbeit so modifiziert, daß es auch auf Linksysteme mit Punkt-Punkt-Markierung und alternativer Wegelenkung anwendbar ist.

Im folgenden werden deshalb die Grundgedanken dieses Verfahrens kurz beschrieben. Einzelheiten sind der oben genannten Literatur zu entnehmen.

Die angestrebte wirtschaftlichste Aufteilung eines Verkehrsangebots zu bestimmten Zielorten auf ein sogenanntes erstes Querwegbündel (I.QW), mit Überlauf von dessen Restverkehr auf weitere II.QW, III.QW, ... usw. und schliesslich auf dessen Letztweg, hängt ab von den Kosten je Sprechkreis der betreffenden Leitungsbündel sowie von deren Verkehrsbelastung.

Je kleiner die Kosten je Sprechkreis im I.QW sind, desto kleiner wird der Verkehrsrest sein, der überlaufen soll auf nachfolgende -in der Regel teurere- Sprechkreise der II.QW, III.QW, ... usw. und schliesslich auf den Letztweg.

Die wirtschaftlichste Verkehrsaufteilung d.h. das angestrebte Minimum für die Gesamtkosten aller abgehenden Leitungsbündel erhält man deshalb durch die Aufstellung einer Kostengleichung und deren partielle Differentiation.

Die Gesamtkosten betragen:

$$C_{ges} = c_{LW} \cdot n_{LW} + \sum_i c_i \cdot n_i \quad (A4.1)$$

mit

$c_i$ ;  $c_{LW}$  = bekannte Kosten je Sprechkreis in einem QW-Bündel Nr.i bzw. Letztweg-Bündel (LW).

und

$n_i$ ;  $n_{LW}$  = Sprechkreiszahlen der Querweg-Bündel bzw. des Letztweg-Bündels.

Die Kostenverhältnisse zwischen einem (in der Regel teuersten) Sprechkreis des Letztweges und jenem eines Querweges (I., II., III., ... usw. QW) sind damit ebenfalls bekannt

$$\left. \begin{aligned} P_{LW/1i} &= c_{LW} / c_{1i} \\ P_{LW/2i} &= c_{LW} / c_{2i} \\ P_{LW/3i} &= c_{LW} / c_{3i} \\ \text{usw.} \end{aligned} \right\} \quad (A4.2)$$

Nun führt man in die Kostengleichung (A4.1) als Randbedingungen noch die Verkehrsangebote an die einzelnen Bündel  $A_{1i}, A_{2i} \dots$  usw., und ferner die Überlaufwahrscheinlichkeiten  $B_{1i}, B_{2i} \dots$  usw., schliesslich die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{LW}$  des Letztweg-Bündels ein.

Die wirtschaftlichste Leitungszahl  $n_{1i}$  eines betrachteten I.QW-Bündels erhält man durch partielle Differentiation dieser Kostengleichung nach  $n_{1i}$ .

Als Resultat erhält man /27/

$$\Delta y_{1i} = \Delta y_{LW} / P_{res} \quad (A4.3)$$

Dabei bedeutet  $\Delta y_{1i}$  die Zunahme der Belastung des betrachteten I.QW-Bündels Nr. 1i, welche bei konstantem Angebot  $A_{1i}$  entsteht, wenn dessen Leitungszahl von  $n_{1i}$  auf  $(n_{1i}+1)$  vergrössert wird. Demnach ist

$$\Delta y_{1i} = A_{1i} \cdot (1 - E_{n_{1i}+1}(A_{1i})) - A_{1i} \cdot (1 - E_{n_{1i}}(A_{1i})) \quad (A4.4)$$

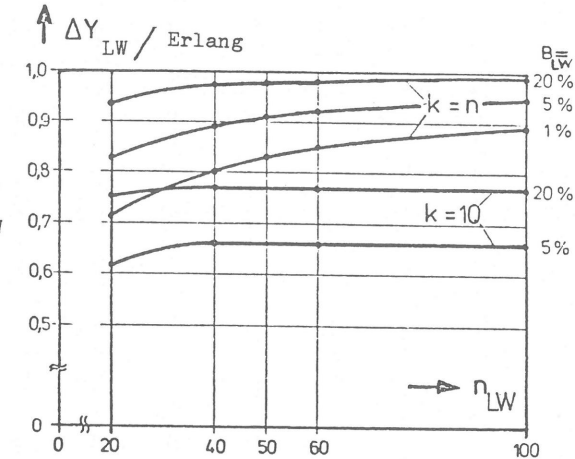
Diese Gleichung (A4.4) liefert die gesuchte wirtschaftlichste Leitungszahl  $n_{1i}$ , wenn in Gleichung (A4.3) die Parameter  $\Delta y_{LW}$  und  $P_{res}$  bekannt sind.

Es bedeutet  $\Delta y_{LW}$  die Zunahme der Belastung des Letztweg-Bündels bei Vergrössern von dessen Leitungszahl  $n_{LW}$  auf  $(n_{LW}+1)$ , wobei der vorgeschriebene Verlust  $B_{LW}$  konstant bleibt und das Angebot  $A_{LW}$  (einschliesslich evtl. Restverkehre) sich entsprechend ändert. Es ist also

$$\Delta y_{LW} = (A_{n_{LW}+1} - A_{n_{LW}}) \cdot (1 - B_{LW}) \quad (A4.5)$$

Für einen einheitlich vorgeschriebenen Letztweg-Verlust  $B_{LW} = 1$  bis 2 % ändert sich der Betrag von  $\Delta y_{LW}$  mit der Bündelgrösse relativ langsam. Es genügt für die Praxis 3 Werte von  $\Delta y_{LW}$  in der nachstehend besprochenen Dimensionierungstabelle implizit zu berücksichtigen (/27/, dort Tabelle 3).

Bild A4.1:  
Belastungsänderung  $\Delta y_{LW} = y_{LW}(n_{LW}+1) - y_{LW}(n_{LW})$  als Funktion von  $n_{LW}$  und  $B_{LW}$  bei Verkehrsangebot A mit  $V(A)/A = 2,0$



Das resultierende Kostenverhältnis  $P_{res}$  in Gleichung (A4.3) ergibt sich zu

$$P_{res} = \frac{1}{c_{1i}} \cdot \left[ c_{2i} \cdot (1 - B_{2i}) + c_{3i} \cdot B_{2i} \cdot (1 - B_{3i}) + \dots + c_{LW} \cdot \{ B_{2i} \cdot B_{3i} \cdot \dots \cdot (1 - B_{LW}) \} \right] \quad (A4.6)$$

und zwar aus der Differentiation der Kostengleichung in /27/.

Damit kann der Zahlenwert von  $\Delta y_1$  aus den Gleichungen (A4.3), (A4.5) und (A4.6) berechnet werden, wenn nicht nur die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_{LW}$  des Letztweg-Bündels a priori vorgeschrieben wird, sondern auch die Überlaufwahrscheinlichkeiten  $B_{2i}, B_{3i}, \dots$  usw. der Querwegbündel.







