

## Verluste und Gütemerkmale einstufiger Mischungen

Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Technischen Hochschule Stuttgart

Von A. Lotze, Stuttgart

Mit 3 Bildern

DK 621.395.7

### Übersicht

Für die exakte Verlustberechnung einer einstufigen Mischung steigt der Rechenaufwand — von sehr kleinen Bündeln abgesehen — rasch ins Ungemessene. Alle Fernmeldefirmen und Fernmeldeverwaltungen benutzen daher zur Verlustberechnung unvollkommener Bündel Näherungsverfahren.

Im Ausland werden häufig die Näherungsformeln von O'Dell [1], von Karlsson [2] oder von Palm [3, 4] benutzt. Die Deutsche Bundespost verwendet Diagramme und Tafeln, die exakt oder näherungsweise nach dem Verfahren von K. Rohde und H. Störmer [5, 6] berechnet wurden. Auch Erlang's Interconnexionsformel [7] könnte angewendet werden. Sie liefert jedoch meist Verlustwerte, die kleiner sind als die gemessenen Verluste, weil sie auf der Näherung beruht, daß das Mischungsverhältnis  $(A, k, N)$  groß sei. Eine ausführliche Zusammenstellung aller bekanntgewordenen Verfahren enthält die Arbeit von A. Eldin [8].

Tafeln oder Diagramme zur Ablesung oder wenigstens Interpolation des Verlustes für beliebige Wertetripel  $(A, k, N)$  oder  $(y, k, N)$  existieren, zumindest in Deutschland, noch nicht.

### Ein neues Näherungsverfahren

Das nachstehend beschriebene Näherungsverfahren zur Berechnung des Angebotsverlustes ist sehr einfach zu handhaben (vgl. Beispiele in Ziff. 7). Es liefert Rechenwerte, die von kleinen bis zu sehr großen Verlusten gut mit zahlreichen Zufallsverkehrstests auf einem Digitalrechner übereinstimmen. Es ergänzt damit die für bestimmte Verlustwerte und Erreichbarkeiten schon vorliegenden Tabellen der Deutschen Bundespost.

Das Rechenverfahren kann auch dazu benutzt werden, die Überlaufwahrscheinlichkeit von Querleitungsbündeln bei beliebigen Angebotswerten einfach zu berechnen.

Ebenso geeignet ist es z. B., um bei sog. „doppelten Mischungen in Sparschaltung nach dem Überlaufprinzip“ jenen Angebotsrest zu berechnen, welcher von den einstufig abgesuchten Direktausgängen nicht verarbeitet wird und auf die Mischwähler überläuft.

Schließlich ist das Verfahren sehr nützlich für die Bestimmung eindeutiger Gütemerkmale von Mischungen.

### Herleitung

Die Rechnung geht von der Annahme aus, daß die Gleichzeitigkeitsverteilung  $p(x)$  eines Verkehrswertes  $y$  in einem Bündel mit  $N$  Abnehmerleitungen nicht wesentlich beeinflusst wird durch das Absuchverfahren, welches für die Erzeugung der Belastung  $y$  angewandt wurde. Mit anderen Worten

Die Gleichzeitigkeitsverteilung  $p(x)$  einer vorgegebenen Belastung  $y$  in einem Bündel mit  $N$  Leitungen ist stets etwa dieselbe, gleichgültig, ob diese Belastung durch vollkommenes, durch unvollkommen einstufiges oder durch zwei- oder mehrstufiges Absuchen des Bündels zustande kam.

Auf Grund dieser Näherungsannahme kann man — unabhängig von der Erreichbarkeit  $k$  der Wähler — für ein gegebenes Wertepaar  $(y, N)$  als Verteilung  $p(x)$  jene einfach berechenbare Verteilung annehmen, welche bei Erzeugung des Verkehrswertes  $y$  durch vollkommenes Absuchen mit einem (gedachten) Angebot  $A_0$  exakt gelten würde.

Dieses Angebot  $A_0$  hat also den Wert:

$$A_0 = \frac{y}{1 - B_0} \quad (1)$$

wo  $B_0$  der Verlust im Falle vollkommenen Absuchens wäre.

Die Wahrscheinlichkeitsverteilung für  $x$  gleichzeitige Belegungen im Abnehmerbündel mit  $N$  Leitungen ist dann gegeben durch Erlang's Formel

$$p(x) = \frac{A_0^x}{x!} \cdot \frac{N!}{\sum_{s=0}^N \frac{A_0^s}{s!}} \quad (2)$$

Es werde nun angenommen, daß sich die Belastung  $y$  statistisch gleichmäßig auf alle  $N$  Abnehmerleitungen verteile und im übrigen der Gleichung (2) genüge.

Über die Ursachen dieser gleichmäßigen Verteilung (z. B. sehr gleichmäßig auf die Zubringerteilgruppen verteiltes Angebot oder ungleich verteiltes Angebot und sehr gute Mischung) werden noch keine Annahmen gemacht. Ebenso werden keine Annahmen gemacht über den Verlust, der zur Erzeugung dieser Belastung  $y$  notwendig war.

Nun werde nach der Wahrscheinlichkeit gefragt, mit welcher  $x \geq k$  Belegungen, welche momentan im Abnehmerbündel bestehen mögen, gerade so auf den  $N$  Abnehmerleitungen angeordnet sind, daß die  $k$  Ausgänge einer bestimmten (aber beliebig ausgesuchten) Zubringerteilgruppe gesperrt sind.

Insgesamt sind  $\binom{N}{x}$  Anordnungen der  $x$  Belegungen im Bündel denkbar und auch gleichmöglich. Denkt man sich durch  $k$  der  $x$  Belegungen die Ausgänge einer bestimmten Zubringerteilgruppe gesperrt, so existieren dafür noch

$$\binom{N-k}{x-k}$$

ebenfalls gleichmögliche Anordnungen der  $x$  Belegungen auf  $N$  Leitungen.

Damit ist die Sperrwahrscheinlichkeit einer Zubringer-  
teilgruppe im Belegungszustand  $x$  des Abnehmerbün-  
dels

$$\sigma(k, x) = \frac{\binom{N-k}{x-k}}{\binom{N}{x}} = \frac{\binom{x}{k}}{\binom{N}{k}} \quad (3)$$

Daraus folgt als Verlustwahrscheinlichkeit für ein An-  
gebot  $A_k$ , welches das Bündel von  $N$  Leitungen mit der  
Erreichbarkeit  $k$  absucht

$$B_k = \sum_{x=0}^N \sigma(k, x) \cdot p(x) \quad (4)$$

und mit Gln. (2) und (3)

$$B_k = \sum_{x=0}^N \frac{\binom{x}{k} \cdot \frac{A_0^x}{x!}}{\binom{N}{k} \cdot \sum_{\xi=0}^N \frac{A_0^\xi}{\xi!}} \quad (5)$$

Nach einiger Umformung erhält man daraus

$$B_k = \frac{\frac{A_0^N}{N!}}{\sum_{\xi=0}^N \frac{A_0^\xi}{\xi!}} : \frac{\frac{A_0^{(N-k)}}{(N-k)!}}{\sum_{\xi=0}^{(N-k)} \frac{A_0^\xi}{\xi!}} \quad (6)$$

Dividend und Divisor entsprechen Erlang's Formel für  
die Verlustwahrscheinlichkeiten zweier vollkommener  
Bündel mit gleichem Angebot  $A_0$  und den Leitungs-  
zahlen  $N$  bzw.  $(N-k)$ .

Man kann also in den von Erlang benutzten Abkürzun-  
gen auch schreiben

$$B_k = \frac{E_N(A_0)}{E_{N-k}(A_0)} \quad (7)$$

Erlang's Formel ist in [9] tabelliert.

Vorgegeben waren  $A_0$ ,  $N$  und  $k$ . Nachdem nun  $y$  und  
der Angebotsverlust  $B_k$  berechnet sind, erhält man das  
tatsächliche Angebot  $A_k$ , das bei einer Erreichbar-  
keit  $k < N$  zur Erzeugung der Belastung  $y$  notwendig  
ist, zu

$$A_k = \frac{y}{1 - B_k} \quad (8)$$

Je größer das Verhältnis  $N/k$  ist, desto größer wird auch  
 $A_k$  sein, verglichen mit dem zur Rechnung benutzten  
Angebot  $A_0$ , das bei -- gedachterweise -- vollkommenem  
Absuchen erforderlich wäre.

Im Grenzfall des vollkommenen Bündels, also für  
 $k=N$ , wird  $A_k = A_0$  und  $B_k = E_N(A_0)$ , wie aus Gl. (6)  
hervorgeht.

Vergleich mit einer Näherungsformel von C. Palm und  
Prüfung durch Verkehrstests mit künstlichem Zufalls-  
verkehr

Von Jacobaeus wird in [3] eine unserer Gl. (7) formal  
gleiche Näherungsformel für kleine Verluste aus einer  
in schwedischer Sprache veröffentlichten Arbeit von

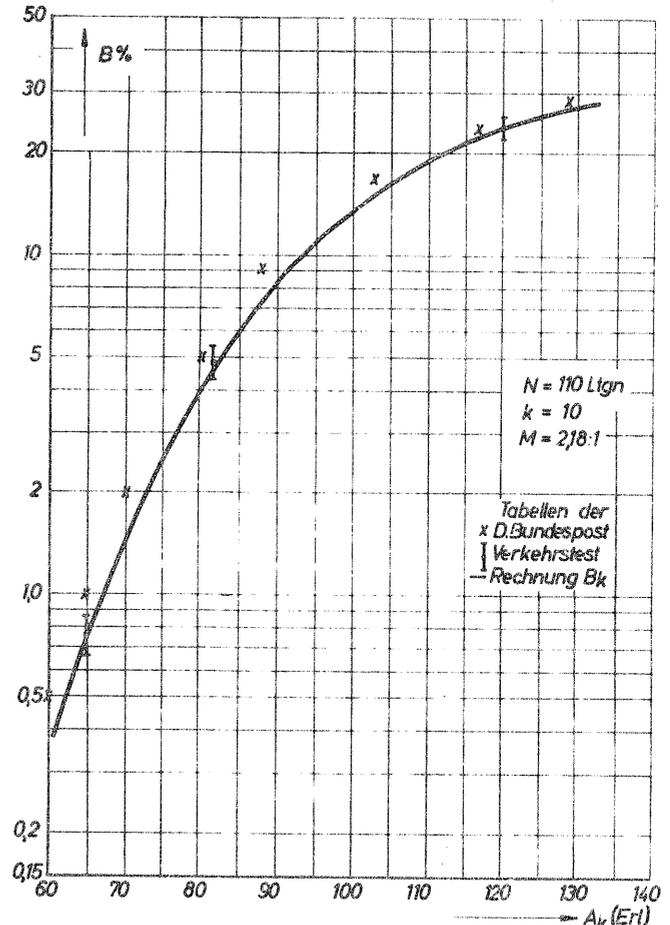


Bild 1. Angebotsverlust  $B$  als Funktion des Angebots  $A_k$  an ein un-  
vollkommenes Bündel mit  $N = 110$  Leitungen der Erreichbarkeit  $k = 10$   
und dem Mischungsverhältnis  $M = 2,18 : 1$ . Postüblicher Mischplan für  
Hebrehwähler (geordnetes Absuchen von einer Nullstellung aus)

C. Palm [4] angegeben. Dort lautet die Näherungsformel  
für kleine Verluste:

$$B = \frac{E_N(A_k)}{E_{N-k}(A_k)} \quad (9)$$

Der einzige Unterschied zwischen Gl. (9) und  
(7) ist die Verwendung des tatsächlichen An-  
gebots  $A_k$  in Gl. (9) an Stelle des in Gl. (7) benutzten  
fiktiven Angebots  $A_0$  (= Angebot im Falle  $k = N$ ).  
Deshalb kann Gl. (9) nur brauchbare  $B$ -Werte liefern,  
solange noch  $A_k \approx y$  ist, d. h. bei kleinen Verlusten.

Dagegen liefert Gl. (7) sehr brauchbare Werte bis zu  
extrem hohen Verlusten.

Auf einem großen elektronischen Digitalrechner der  
Technischen Hochschule Stuttgart wurden Verkehrs-  
tests mit künstlichem Zufallsverkehr durchgeführt, um  
die Brauchbarkeit der Gl. (7) zu überprüfen. Das Grund-  
prinzip dieses Test-Verfahrens ist in [10] beschrieben.  
Zur Erzeugung der benötigten Pseudo-Zufallszahlen  
wurde die multiplikative Kongruenzmethode nach Jun-  
cosa [11, 12] benutzt. Eingehende Untersuchungen über  
die Erzeugung solcher Zufallszahlen und die hierbei auf-  
tretenden Fragen finden sich in einer Arbeit von  
W. Wagner [13].

Bild 1 zeigt am Beispiel eines Bündels von 110 Leitun-  
gen die gute Übereinstimmung von Gl. (7) mit den Test-  
ergebnissen.

Ein genauer Bericht über die Verkehrstests und die  
gleichzeitige Überprüfung verschiedener Mischungs-  
typen findet sich in [14].

**Rechenbeispiele**

Gegeben sei  $N=30$ ,  $k=10$ , ferner werde  $A_0=18$  Erlang angenommen. Aus den Tafeln der Erlang'schen Funktion [9] liest man ab:

$$E_N(A_0) = E_{30}(18) = 0,002\ 622$$

$$E_{N-k}(A_0) = E_{20}(18) = 0,109\ 213$$

also wird  $y = 18 \cdot (1 - 0,002\ 622) \approx 17,95$  Erl.

und  $B_k = \frac{0,002\ 622}{0,109\ 213} \approx 0,024 \hat{=} 2,4\ \%$

und  $A_k = \frac{y}{1 - B_k} = \frac{17,95}{1 - 0,024} \approx 18,4$  Erl.

Ferner ist  $V = \frac{B_k}{1 - B_k} \cdot 100 = \frac{0,024}{0,976} \cdot 100 = 2,46\ \%$

Gegeben sei ein mit Überlauf betriebenes Querleitungsbündel von  $N = 18$  Leitungen. Die Erreichbarkeit der Richtungswähler sei  $k = 10$ .

Es werde  $A_k = 20$  Erlang angeboten.

Durch Annahme von  $A_0 = 18$  Erl. findet man zunächst mit Hilfe der Tafeln in [9]:

$$B_{k_1} = \frac{0,16647}{0,5899} \approx 0,2825$$

und

$$A_{k_1} = \frac{A_0(1 - B_0)}{1 - B_k} = \frac{18 \cdot 0,8336}{0,7175} \approx 20,9 \text{ Erl} > 20,0 \text{ Erl}$$

Ebenso findet man für

$$A_0 = 17 \text{ Erlang}$$

$$B_{k_2} = \frac{0,1388}{0,5686} \approx 0,2440$$

und

$$A_{k_2} = \frac{17 \cdot 0,8612}{0,756} \approx 19,35 \text{ Erl.} < 20,0 \text{ Erl.}$$

Durch Interpolation zwischen  $B_{k_1}$  und  $B_{k_2}$  ergibt sich für

$$A_k = 20 \text{ Erlang}$$

$$B_k \approx 0,261 \hat{=} 26,1\ \%$$

Es laufen somit  $20 \cdot 0,26 \approx 5,2$  Erlang auf einen Zweiteilweg über und  $y_q = (20 - 5,2) = 14,8$  Erl. belasten das Querleitungsbündel.

**Gütemerkmale zur Charakterisierung von Mischungen**

Die neue Verlustformel (7) bietet sich durch ihre wirklichkeitsnahen Werte auch als einfache und exakt definierte Vergleichsbasis für die Kennzeichnung von Mischungen an, um so mehr als auch im Ausland die zur Berechnung von  $B_k$  erforderlichen Palmschen Tafeln [9] überall vorhanden sind.

Es werden folgende Gütemerkmale definiert:

Der  $\beta$ -Wert einer Mischung ist

$$\beta = \frac{B_{gl}}{B_k} \tag{10}$$

Er gibt an, um welchen Faktor  $\beta$  sich der tatsächliche, durch Verkehrstest ermittelte Verlust  $B_{gl}$  bei gleichmäßig verteiltem Angebot von einem nach Gl. (7) be-

rechneten Verlust  $B_k$  eines Bündels mit gleichen Daten ( $k, N, A_k$ ) unterscheidet.

Sollen keine Kennlinien, sondern einzelne Kennwerte mitgeteilt werden, so genügt ein Index, um den Bezugsverlust  $B_k$  anzugeben. Z. B. würde  $\beta_{10}$  den zum Rechenwert  $B_k = 10\ \%$  gehörenden  $\beta$ -Testwert bedeuten.

Der  $\gamma$ -Wert einer Mischung wird definiert als

$$\gamma = \frac{B_S}{B_k} \tag{11}$$

Der Wert  $\gamma$  gibt den Faktor an, um den sich der tatsächliche, bei ungleich verteiltem „schiefe“ Angebot ermittelte Test-Verlust  $B_S$  von dem unter der Annahme gleichmäßig verteilten Angebots berechneten Verlust  $B_k$  unterscheidet. Das Gütemerkmal  $\gamma$  und der Quotient

$$\alpha = \frac{\gamma}{\beta} \tag{12}$$

geben guten Aufschluß über die „Ausgleichsfähigkeit“ einer Mischung.

Die Einführung des Kennwerts  $\gamma$  setzt noch eine Verabredung darüber voraus, mit welcher „Schiefe  $S$ “ des Angebots der Verlust  $B_S$  getestet werden soll.

Um bei verschiedenen Angebotswerten und verschiedenen Mischungen gut vergleichbare Ergebnisse für das Gütemerkmal  $\gamma$  zu erhalten, muß die ungleiche „schiefe“ Verteilung des Angebots auf die Zubringerteilgruppen einer Mischung definiert und für Verkehrstests zur  $\gamma$ -Bestimmung einheitlich vorgeschrieben werden.

Am einfachsten ist es, einen von der ersten bis zur letzten Zubringerteilgruppe in gleichen Stufen  $\Delta A$  ansteigenden Verkehrswert des Teilangebots  $A_t$  je Zubringerteilgruppe vorzuschreiben.

Als Schiefe des Angebots wird dann der Ausdruck

$$S = A_{t_{\max}} : A_{t_{\min}} \tag{13}$$

definiert.

Für einen vorgegebenen Wert  $S$  der Schiefe und eine vorgegebene Anzahl  $m$  von Zubringerteilgruppen errechnet sich das kleinste Teilangebot zu

$$A_{t_{\min}} = \frac{A}{m} \cdot \frac{2}{(S + 1)} \tag{14}$$

und die „Stufenhöhe“ von Zubringerteilgruppe zu Zubringerteilgruppe zu

$$\Delta A = \frac{A}{m} \cdot \frac{(S - 1)}{(S + 2)} \cdot \frac{2}{(m - 1)} = A_{t_{\min}} \cdot \frac{(S - 1)}{(m - 1)} \tag{15}$$

Es fragt sich nun, welche „Schiefe“ für  $\gamma$ -Tests vorgeschrieben werden soll.

Mit der Anzahl  $m$  der Zubringerteilgruppen wächst auch die in der Praxis zu erwartende Ungleichheit der  $m$  Teilangebote  $A_{t_1} \dots A_{t_m}$ , d. h. die im praktischen Betrieb auftretende „Schiefe“ des Angebots. Die Anzahl  $m$  wächst in der Regel mit der Leitungszahl  $N$ . Sie wächst ferner mit  $1/k$ , weil kleinere Erreichbarkeiten  $k$  größere Mischungsverhältnisse  $M = m \cdot \frac{k}{N}$  erfordern.

Es scheint daher zweckmäßig, für  $\gamma$ -Tests

$$S = C \cdot \frac{N}{k} \quad (16)$$

vorzuschreiben und den Faktor C zweckentsprechend festzulegen. Die Werte der Tafel 2 zeigen an einigen Beispielen, daß  $C = 1,5$  zu vernünftigen Werten der Schiefe und damit der Teilangebote  $A_{t_{min}}$  und  $A_{t_{max}}$  führt.

Da der  $\gamma$ -Test die Ausgleichsfähigkeit einer Mischung klar erkennen lassen soll, wird es im Regelfall nicht empfehlenswert sein, die Bedingungen des  $\gamma$ -Tests zu mildern, indem man den Faktor C kleiner als 1,5 wählt. Für  $\alpha$ -,  $\beta$ - und  $\gamma$ -Werte muß außerdem angegeben werden, ob der Verkehrstest mit geordnetem oder ungeordnetem Absuchen der Wählerausgänge (entsprechend Wählern mit oder ohne feste Nullstellung) durchgeführt wurde.

Bild 2 und 3 zeigen als Beispiel die Ergebnisse des  $\beta$ -Tests und  $\gamma$ -Tests an einem Bündel mit  $N = 40$  Leitungen, das mit der Erreichbarkeit  $k = 6$  und mit 5 verschiedenartigen Mischungen getestet wurde (vgl. [14]). Die Tests waren programmiert für geordnetes Absuchen durch Wähler mit fester Nullstellung.

Tafel 1. Definitionen

$A, A_k$ Erl.	Angebot an ein Bündel mit Wählern der Erreichbarkeit $k$
$A_0$ Erl.	Angebot an ein vollkommenes Bündel zur Erzielung der Belastung $y$
$A_j$ Erl.	Teilangebot an eine Zubringerteilgruppe
$B_{gl}$	Im Verkehrstest ermittelte Verlusthäufigkeit bei Gleichverteilung des Angebots auf alle Zubringerteilgruppen
$B_k$	Verlustwahrscheinlichkeit eines mit der Erreichbarkeit $k$ abgesuchten Bündels
$B_0$	Blockierungswahrscheinlichkeit und Verlustwahrscheinlichkeit eines vollkommenen Bündels
$B_S$	Im Verkehrstest ermittelte Verlusthäufigkeit bei definiert ungleicher (schiefer) Verteilung des Angebots auf die Zubringerteilgruppen
$k$	Erreichbarkeit der Wähler
$m$	Anzahl der Zubringerteilgruppen
$N$	Leitungszahl des Abnehmerbündels
$p(x)$	Wahrscheinlichkeit, daß im Abnehmerbündel gerade $x$ Leitungen gleichzeitig belegt sind
$S$	Schiefe, Maß für ungleiche Verteilung des Angebots auf die Zubringerteilgruppen
$\sigma(k, x)$	Sperrwahrscheinlichkeit für $k$ bestimmte Wählerausgänge, wenn $x$ Belegungen im Abnehmerbündel bestehen
$y$ Erl.	Belastung des Abnehmerbündels
$V$	Prozentsatz des Verlustes, bezogen auf Belastung $y$

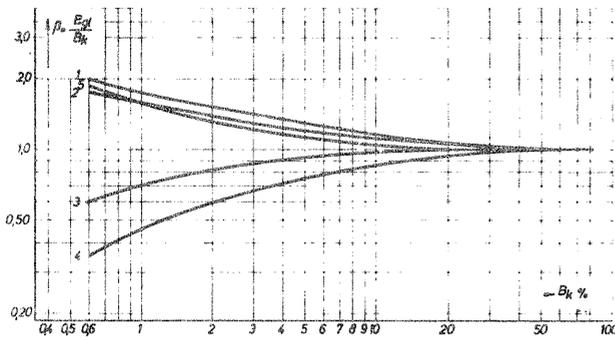


Bild 2. Ergebnisse der  $\beta$ -Tests an 5 verschiedenen Mischungen eines Bündels mit  $N = 40$  Leitungen und der Erreichbarkeit  $k = 6$ , bei Absuchen von einer festen Nullstellung aus.

- Mischung 1 mit Staffeln und Übergreifen,  $M = 1,5 : 1$
- Mischung 2 mit Staffeln ohne Übergreifen,  $M = 3 : 1$
- Mischung 3 mit Staffeln und Übergreifen,  $M = 3 : 1$
- Mischung 4 mit Staffeln und Übergreifen,  $M = 6 : 1$
- Mischung 5 homogen, mit Staffeln, Übergreifen und Verschränken,  $M = 3 : 1$

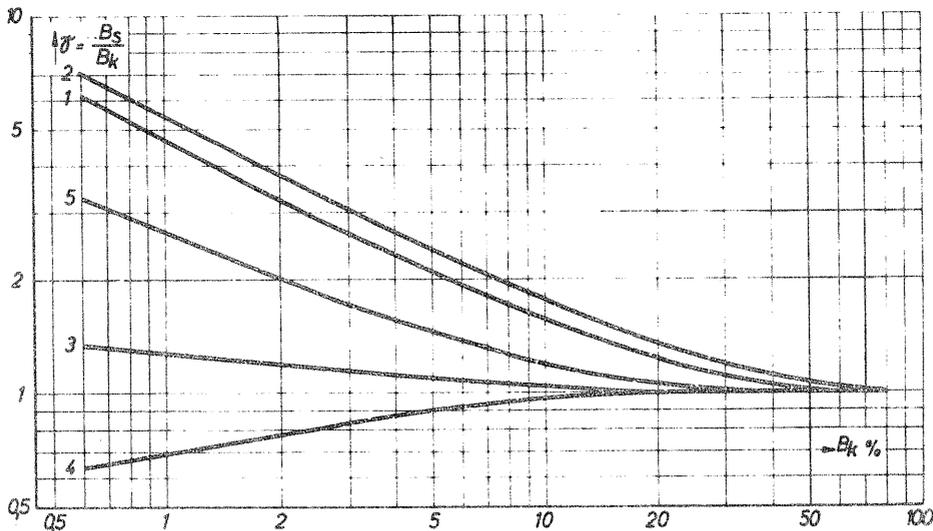


Bild 3. Ergebnisse der  $\gamma$ -Tests am gleichen Bündel und mit denselben Mischungen wie in Bild 2.

$$\text{Schiefe } S = \frac{1,5 \cdot N}{k} = \frac{1,5 \cdot 40}{6} = 10 : 1$$

Tafel 2  
 $k = 10$  und  $M = 2 : 1$

N	$S = \frac{1,5 \cdot N}{k}$	$m = \frac{M \cdot N}{k}$	Teilangebote je Zubringerteilgruppe in % von $A_{ges}$		
			$A_{tmittel}$	$A_{tmin}$	$A_{tmax}$
30	4,5	6	16,66	6,06	27,26
60	9	12	8,33	1,66	15
100	15	20	5	0,625	9,357
150	22,5	30	3,33	0,283	6,38

$k = 30$  und  $M = 1,4 : 1$

N	$S = \frac{1,5 \cdot N}{k}$	$m = \frac{M \cdot N}{k}$	Teilangebote je Zubringerteilgruppe in % von $A_{ges}$		
			$A_{tmittel}$	$A_{tmin}$	$A_{tmax}$
60	3	3	33,33	16,66	50,0
100	5	5	20,0	6,66	33,3
150	7,5	7	14,4	3,36	25,2

**Zusammenfassung**

Es wird eine „modifizierte Palm-Jacobaeus-Formel“ Verlustformel für einstufige unvollkommene Bündel hergeleitet. Ihre Auswertung geschieht auf einfache Weise mit Hilfe zweier Ablesungen in den „Erlang-schen“ Tafeln für vollkommene Bündel [9]. Die Rechenwerte der neuen Formel decken sich gut mit den Ergebnissen von Verkehrstests.

Um das Arbeiten mit der neuen Verlustformel noch weiter zu vereinfachen, wird sie zur Zeit für rd. 1000 Wertepaare ( $N, k$ ) und je für 49 verschiedene Belastungen  $0,02 \leq y/N \leq 0,98$  Erlang auf einem elektronischen Rechenautomaten der TH Stuttgart berechnet und tabelliert.

Es werden Gütemerkmale definiert, welche die in Verkehrstests ermittelten Verluste zum Rechenwert der neuen Formel in Bezug setzen und definierte Vergleiche zwischen verschiedenen Mischungen bezüglich ihrer Verluste bei gleichmäßiger und bei schiefer Angebotsverteilung ermöglichen.

*Schrifttumsverzeichnis*

- [1] G. F. O'Dell: An Outline of the Trunking Aspect of Automatic Telephonie. IEE No. 362 (1927), London.
- [2] S. A. Karlsson: Förbättrad närmeformel för Erlangs ideella gradering. Kraft och Ljus No. 7—8 (1949), Helsinki.
- [3] C. Jacobaeus: A Study on Congestion in Link Systems. Ericsson Technics No. 48 (1950).
- [4] C. Palm: Nagra följdsatser ur de Erlangske formlerna. Tekniska Meddelanden från kungl. Telegrafstyrelsen No. 1—3 (1943), Stockholm.
- [5] K. Rohde und H. Störmer: Durchlaßwahrscheinlichkeiten bei Vermittlungseinrichtungen der Fernmeldetechnik. Mitt.-Bl. für Math. Statistik 1953, S. 185.
- [6] E. Hettwig und K. Rohde: Neue Berechnungsunterlagen für die Projektierung von Fernsprechanlagen. Siemens-Z. 1956, Heft 1.
- [7] Brockmeyer, Halstrøm und Jensen: The Life and Works of A. K. Erlang. Kopenhagen 1948.
- [8] A. Elldin: Further Studies on Gradings with Random Hunting. Ericsson Technics No. 2 (1957).
- [9] C. Palm: Table of the Erlang Loss Formula. Sec. Ed. Kungl. Telestyrelsen, Stockholm 1954.
- [10] G. Neovius: Artificial Traffic Trials Using Digital Computers. Ericsson Technics No. 2 (1955).
- [11] S. v. Hoerner: Herstellung von Zufallszahlen auf Rechenautomaten. ZAMP 1957, S. 26.
- [12] J. Moshman: The Generation of Pseudo Random Numbers on a Decimal Calculator. J. of the Association for Computing Machinery 1 (1954), S. 88.
- [13] W. Wagner: Simulierung von Fernsprechverkehr auf Rechenautomaten. Diplomarbeit am Institut für Fernmeldeanlagen der Techn. Hochschule Stuttgart, 1960.
- [14] Arbeitsbericht vom 1. 12. 1960 über verkehrstheoretische Untersuchungen. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Techn. Hochschule Stuttgart.  
(Eingeg.: 27. März 1961)