

Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung
der Technischen Hochschule Stuttgart, Stuttgart-W, Breitscheidstr. 2

3. Bericht

über

verkehrstheoretische Untersuchungen

3rd Report

about

Studies in Congestion Theory

Das Näherungsverfahren der
"Kombinierten Eingangs- und
Abnehmerblockierung"
zur Berechnung zwei- und mehr-
stufiger Linksysteme mit
Richtungswahl oder Vorwahl

von A. L o t z e

The approximate method of
"Combined inlet- and route-blocking"
for the computation of link-systems
with two or more stages with group
selection or preselection

by A. L o t z e

Vorbemerkung

Das Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung an der Technischen Hochschule Stuttgart hat soeben ein Tabellenwerk herausgegeben unter dem Titel

Tafeln der modifizierten Palm-Jacobaeus-Verlustformel +)

Das Tabellenwerk umfasst 42 Textseiten und rd. 1400 Tafeln.

Aus Gründen der drucktechnischen Vereinfachung sind die Textseiten dieses Tabellenwerks unverändert in diesen Bericht übernommen worden.

Abschnitt II enthält in Kurzfassung die theoretische Begründung der tabellierten mPJ-Formel, wie sie ausführlicher auch schon in unserem 1. Arbeitsbericht vom 1.12.1960, sowie in [6] und in [7] dargelegt wurde.

Abschnitt III erläutert die vielfältigen Anwendungsmöglichkeiten der Tafeln für die Berechnung der Verlust- und Ueberlaufwahrscheinlichkeiten unvollkommener Bündel (einstufiger Mischungen). Im Abschnitt IV, nach welchem dieser Arbeitsbericht benannt ist, wird ein neues Näherungsverfahren für zwei- und mehrstufige Linkssysteme hergeleitet, das mit Hilfe des neuen Tabellenwerks die Blockierungswahrscheinlichkeit und Verlustwahrscheinlichkeit sehr einfach zu berechnen erlaubt.

In Abschnitt IV, 7, wird anhand zahlreicher Rechenbeispiele und durch Vergleiche mit Verkehrstests auf Digitalrechnern gezeigt, dass dieses Verfahren für kleine bis zu sehr hohen Werten von Verlust und Gefahrzeit recht gute und für die Praxis in der Regel ausreichend genaue Resultate liefert.

+) Das Tabellenwerk kann bei unserem Institut zum Preis von DM 90.-- (zuzügl. Porto) bezogen werden.

Preliminary remark

The Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung an der Technischen Hochschule Stuttgart has just published a tabulated work under the title of

Tables of the modified Palm-Jacobaeus-Loss-Formula +)

The tabulated work comprises 42 pages of text and abt. 1400 tables. For reasons of simplification of the printing-method, the text pages of this tabulated work have been used without any modification for this report.

Section II contains, in abbreviated version, the theoretical fundamentals of the tabulated formula in the same way as it had been given more explicitly in our first report of December 1, 1960, as well as in [6] and in [7].

Section III explains the manyfold scope of the tables for the computation of the probabilities of loss and overflow of one-stage gradings.

In section IV - which this study report is named for - a new approximation method for link systems with two and more stages is derived, which - by using the new tabulated work - makes it possible to compute very easily the time congestion and call congestion.

In section IV, 7, is shown - by means of numerous computation examples and of comparisons with traffic tests on digital computers - that this method yields in practice, as a rule, sufficiently exact results for small up to very high values of loss and time congestion.

+) The tabulated work is available at our Institute at the price of DM 90.-- (+ postage).

Tafeln der modifizierten Palm-Jacobaeus-Verlustformel

Tables of the Modified Palm-Jacobaeus-Loss-Formula

von

Prof. Dr.-Ing. A. Lotze und Dipl.-Ing. W. Wagner

Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung

der Technischen Hochschule Stuttgart

<u>I n h a l t</u>		Seite	<u>C o n t e n t s</u>		Page
I	Vorwort	3	I	Preface	3
II	Bemerkungen zur mPJ-Formel	4	II	Remarks on the mPJ-Formula	4
III	Bemerkungen zum Gebrauch der Tafeln	5	III	Directions for the use of the tables	5
IV	Näherungsberechnung von zwei- und mehrstufigen Linksystemen mit Hilfe der mPJ-Tafeln von A. Lotze	8	IV	Approximate Computation of Linksystems with two and more stages using the mPJ-tables by A. Lotze	8
V	Tafeln der mPJ-Formel für folgende Wertepaare (N,k)	43	V	Tables of the mPJ-Formula for the following pairs (N,k)	43

N = 2, 3, 4, 5, 6, ... 29, 30, 32, 34, 36, 38, 40, ... 48, 50, 55, 60, 65, 70, 75, ... 95, 100, 110, 120, 130, 140, 150, ... 190, 200.

k = 2, 3, 4, 5, 6, ... 19, 20, 22, 24, 26, 28, 30, ... 48, 50.

Alle möglichen Paare (N, k) mit $k \leq N$ wurden berechnet

All possible pairs (N, k) with $k \leq N$ have been computed.

I Vorwort

Die Berechnung der Tafeln wurde im Rechenzentrum der Technischen Hochschule Stuttgart auf einem Rechner des Typs Standard Elektrik ER 56 durchgeführt. Die Ergebnisse wurden auf Lochstreifen ausgegeben und mit freundlicher Unterstützung der Firma SEL in deren Rechenzentrum Stuttgart durch einen Schnelldrucker in dieser Form tabelliert. Die Vervielfältigung erfolgte unmittelbar nach den Originalausdrucken durch ein fotomechanisches Verfahren.

Dem Wirtschaftsministerium Baden-Württemberg sind wir zu grossem Dank verpflichtet für seine grosszügige Unterstützung, welche uns den Druck dieses Tabellenwerks ermöglichte.

Die Verfasser

I Preface

- 3 -

The computation work required for these tables has been carried out in the computing center of the Technische Hochschule Stuttgart with the aid of an electronic computer type Standard Elektrik ER 56. The punch-tape output-data have been converted originally to these tables by a high-speed printer with the kind assistance of the Standard Elektrik computing center in Stuttgart. They have been reproduced by means of photoprint.

We are very much obliged to the Wirtschaftsministerium Baden-Württemberg for its generous subsidies by which we were enabled to go to press with this table work.

The authors

II Bemerkungen zur mPJ-Formel

Die bekannte Näherungsformel, die von C. Palm und C. Jacobaeus für die Verlustwahrscheinlichkeit B unvollkommener Bündel mit der Leitungszahl N, der Erreichbarkeit k und dem Angebot A_k angegeben wurde [5,8], lautet

$$B = \frac{E_{1,N}(A_k)}{E_{1,N-k}(A_k)} \quad (1)$$

Für sehr kleine Verluste liefert Gleichung (1) ausreichend wirklichkeitstreue Werte. Dies ist auch schon von A. Elldin [4] und anderen nachgeprüft worden.

Wenn dagegen das tatsächliche Verkehrsangebot A_k in Gleichung (1) ersetzt wird durch jenes fiktive Angebot A₀, welches zum Erreichen derselben Bündelbelastung y im Falle k = N (vollkommenes Bündel) notwendig wäre, erhält man die

Modifizierte Palm - Jacobaeus - Formel

$$B_k = \frac{E_{1,N}(A_0)}{E_{1,N-k}(A_0)} \quad (2) \quad \text{mPJ - Formel}$$

Durch das gegebene Wertepaar y, N ist das fiktive Angebot

$$A_0 = \frac{y}{1 - E_{1,N}(A_0)} \quad (3)$$

vorgeschrieben.

Das tatsächliche Angebot A_k an das unvollkommene Bündel (N, k, y) erhält man mit

$$A_k = \frac{y}{1 - B_k} \quad (4)$$

aus der gegebenen Belastung y und dem berechneten Verlust B_k.

II Remarks on the mPJ-Formula

The wellknown approximation formula, given by C. Palm and C. Jacobaeus [5,8] for one stage gradings with the availability k, the number of lines N and the actual offered traffic A_k reads

$$B = \frac{E_{1,N}(A_k)}{E_{1,N-k}(A_k)} \quad (1)$$

In case of small losses this formula (1) leads to values of loss rather close to reality. This has already been investigated by A. Elldin [4] and others.

If the actual offered traffic A_k in equation (1) is replaced by that fictitious offered traffic A₀ which would generate the same load y in case k = N, we get the

Modified Palm - Jacobaeus - Formula

$$B_k = \frac{E_{1,N}(A_0)}{E_{1,N-k}(A_0)} \quad (2) \quad \text{mPJ - Formula}$$

By the prescribed values y, N also the fictitious traffic offered A₀ is defined

$$A_0 = \frac{y}{1 - E_{1,N}(A_0)} \quad (3)$$

By means of B_k and y we get at last the actual offered traffic

$$A_k = \frac{y}{1 - B_k} \quad (4)$$

which is necessary to obtain the load y in the route with N lines if the availability is k.

Die mFJ-Formel (2) liefert für kleine bis zu extrem hohen Verlustwahrscheinlichkeiten Werte, welche mit den mittleren Messergebnissen aus zahlreichen Tests mit künstlichem Fernsprecherkehr an verschiedenen Mischungstypen sehr zufriedenstellend übereinstimmen. In [6] und [7] sind diese Untersuchungen im einzelnen behandelt worden. Ferner können Näherungswerte für den Verlust in Linksystemen mit Hilfe der mFJ-Formel einfach und mit ausreichender Genauigkeit berechnet werden (siehe Kap.IV).

This mFJ-formula yields values of loss, which are very satisfactorily close by the average results of many artificial traffic tests with different types of gradings, from small up to extremely big losses. In [6] and [7] this has been discussed and proved in detail. Furthermore time and call congestion of link-systems can be calculated easily and with sufficient exactness by the aid of the mFJ-tables (see chapter IV).

III. Bemerkungen zum Gebrauch der Tafeln

Für jedes Wertepaar (N,k) ist ein besonderes Blatt in den Tafeln vorgesehen. Es enthält 49 Zeilen mit den Werten 0,02 0,98 Erlang der mittleren Belastung y/N pro Abnehmerleitung. Für jeden Wert y/N sind 6 zugehörige Werte berechnet worden, wie das nachstehende Beispiel zeigt:

III. Directions for the use of the tables

For each pair (N, k) one sheet in the tables has been provided, containing 49 lines with the values 0,02 0,98 Erlang of average load y/N per line. For each load y/N six corresponding values have been computed as it is shown in the example below:

		<u>k = 10 N = 34</u>				
Mittlere Belastung je Abnehmerleitung	Gesamtbelastung der N Leitungen des Abnehmerbündels	Wirkliches Angebot bei Erreichbarkeit k	Verlustwahrscheinlichkeit im Fall $k < N$	Verlustwahrscheinlichkeit auf Belastung y	Fiktives Angebot A_0 (Fall $N = k$)	Blockierungswahrscheinlichkeit (Gefahrzeitwahrscheinlichkeit) für das gesamte Abnehmerbündel mit N Leitungen = Verlustwahrscheinlichkeit des vollkommenen Bündels ($k = N$)
average load per line	total load on the N lines of the route	actual offered traffic in case $k < N$	loss probability in case $k < N$	loss probability referred to the load y instead to the traffic A_k	fictitious offered traffic A_0 (case $N=k$)	probability for "all N lines blocked" = loss probability in case of full availability ($k = N$)
y/N Erl	y/Erl	A_k/Erl	B_k	$V_k = B_k / (1 - B_k)$	A_0/Erl	$B_0 = E_{1,N}(A_0)$
,740	,2516/+2	,2847/+2	,11617/+00	,13144/+00	,2571/+2	,21276/-001

Die Abkürzungen bedeuten:

Mittlere Belastung
je Abnehmerleitung $y/N = 0,740$ Erlang

Gesamtbelastung
des Abnehmerbündels $y = 0,2516 \cdot 10^2 = 25,16$ Erlang

Tatsächliches
Angebot $A_k = 0,2847 \cdot 10^2 = 28,47$ Erlang

Verlustwahrscheinlichkeit
 $B_k = 0,11617 \cdot 10^0 = 0,11617 \triangleq 11,617\%$
bezogen auf A_k

bzw. $V_k = 0,13144 \cdot 10^0 = 0,13144 \triangleq 13,144\%$
bezogen auf y

Fiktives Verkehrs-
angebot, gültig bei
vollkommener Er-
reichbarkeit $A_0 = 0,2571 \cdot 10^2 = 25,71$ Erlang

Blockierungswahr-
scheinlichkeit
nach Erlang für
 $k = N$ bei gleicher
Belastung y $B_0 = E_{1,N}(A_0) = 0,21276 \cdot 10^{-1} = 0,021276$
 $\triangleq 2,1276\%$

Einige Beispiele für einstufige Mischungen:

1) Mess- oder Planungswerte $y = 62,4$ Erl, $N = 80$, $y/N = 0,78$ Erl,
 $k = 20$

Man findet die Verlustwahrscheinlichkeit bzw. Ueberlaufwahrscheinlichkeit in Spalte 4 des Blattes ($k = 20/N = 80$)

$$B_k = 0,041581 \triangleq 4,1581\%$$

2) Die folgenden Werte seien gegeben

$$A_k = 36,01 \text{ Erlang, } N = 30, k = 6$$

In Blatt ($k = 6/N = 30$) findet man die zugehörigen Werte

$$B_k = 0,33358 \triangleq 33,358\%, y = 24,00 \text{ Erl, } y/N = 0,80 \text{ Erl}$$

The abbreviations mean:

Average load
per line $y/N = 0,740$ Erlang

Total load
on N lines $y = 0,2516 \cdot 10^2 = 25,16$ Erlang

Actual traffic
offered $A_k = 0,2847 \cdot 10^2 = 28,47$ Erlang

Probability
of loss $B_k = 0,11617 \cdot 10^0 = 0,11617 \triangleq 11,617\%$
referred to A_k

resp. $V_k = 0,13144 \cdot 10^0 = 0,13144 \triangleq 13,144\%$
referred to y

Fictitious
offered traffic
in case of hun-
ting with full
availability $A_0 = 0,2571 \cdot 10^2 = 25,71$ Erlang

Blocking proba-
bility according
to Erlang in case
 $k = N$ and with
the same load y $B_0 = E_{1,N}(A_0) = 0,21276 \cdot 10^{-1} = 0,021276$
 $\triangleq 2,1276\%$

Some examples for one stage gradings:

1) Projected values may be $y = 62,4$ Erl, $N = 80$, $y/N = 0,78$ Erl,
 $k = 20$

In the table ($k = 20/N = 80$) we find in column 4 the loss prob-
ability resp. overflow probability

$$B_k = 0,041581 \triangleq 4,1581\%$$

2) The following values may be prescribed

$$A_k = 36,01 \text{ Erl, } N = 30, k = 6$$

In the table ($k = 6/N = 30$) can be found the corresponding
dates

$$B_k = 0,33358 \triangleq 33,358\%, y = 24,00 \text{ Erl, } y/N = 0,80 \text{ Erl}$$

3) Gegeben seien das tatsächliche Verkehrsangebot $A_k \approx 35,0$ Erl und die Leitungszahl $N = 30$ des Abnehmerbündels. Die Erreichbarkeit k soll so gewählt werden, dass das Bündel mit $y \approx 25,2$ Erl, d.h. mit $y/N = \frac{25,2}{30} = 0,84$ Erl belastet wird. Demgemäss soll die Ueberlaufwahrscheinlichkeit $B_k \approx \frac{35,0 - 25,2}{35,0} = 0,28$ betragen. Mit dem vorgeschriebenen Wertepaar ($y/N = 0,84/N = 30$) wird in den Tafeln mit $N = 30$ bei verschiedenen k -Werten gesucht nach dem zugehörigen gewünschten Wert $B_k = 0,28$ bzw. dem zugehörigen Angebot $A_k \approx 35,0$ Erl. Man findet in der Tafel ($k = 10/N = 30$) in der Zeile $y/N = 0,84$ den gewünschten Wert B_k . Das Bündel muss also mit der Erreichbarkeit $k = 10$ abgesucht werden.

3) For given traffic offered $A_k \approx 35,0$ Erl and number of lines $N = 30$ in the route the availability k shall be chosen in such a way, that the carried traffic becomes $y \approx 25,2$ Erl and $y/N = \frac{25,2}{30} = 0,84$ Erl. According to these values the desired overflow probability equals $B_k \approx \frac{35,0 - 25,2}{35,0} = 0,28$. With the prescribed pair ($y/N = 0,84/N = 30$) must be looked in the tables with $N = 30$ and various k 's for the corresponding desired probability $B_k = 0,28$ resp. for the given offered traffic $A_k \approx 35,0$ Erl. In the table ($k = 10/N = 30$) we find in the line $y/N = 0,84$ the desired value $B_k = 0,2824$. Therefore the route has to be hunted with the availability $k = 10$.

IV. Berechnung der Blockierungs- und Verlustwahrscheinlichkeit zwei- und mehrstufiger Linksysteme für Mischwahl oder Gruppenwahl nach dem Näherungsverfahren der "kombinierten Eingangs- und Abnehmerblockierung" von A. Lotze

IV Computation of Time- and Call-Congestion in linksystems with two or more selector-stages and with preselection or group-selection according to an approximation method, which is named "Combined Input- and Route-Blocking" by A. Lotze

Inhalt

	Seite
IV. 1 Allgemeine Bemerkungen	9
IV. 2 Gruppierungsschema eines Linksystems	10
IV. 3 Grundzüge des Näherungsverfahrens	11
IV. 4 Berechnung der Eingangsblockierung [k _A] bzw. [i _A]	11, 12, 13
IV. 5 Berechnung der Abnehmerblockierung	14
5.1 Der Fall $k_A \leq m_B$, $k_B \leq m_B$ usw.	14
5.2 Der Fall $k_A > m_B$, $k_B > m_B$ usw.	15
5.3 Mischung zwischen zwei Stufen des Linksystems	16
5.4 Mischung zwischen den Ausgängen der letzten Stufe	17
5.5 Berechnung der Blockierungswahrscheinlichkeit [p]	19
IV. 6 Formeltafel für E und B	20
IV. 7 Beispiele für die Auswertung	21 - 37
Diagramme Fig. 1a, 1b, 1c, 2	38 - 41
Schrifttumsverzeichnis	42

Contents

	page
IV. 1 General remarks	9
IV. 2 Trunkingscheme of a link-system	10
IV. 3 Outline of the approximation method	11
IV. 4 The computation of inlet-blocking [k _A] resp. [i _A]	11, 12, 13
IV. 5 The computation of route-blocking	14
5.1 The case $k_A \leq m_A$, $k_B \leq m_B$ etc.	14
5.2 The case $k_A > m_A$, $k_B > m_B$ etc.	15
5.3 Grading between two stages of the linksystem	16
5.4 Grading between the outlets of the last stage	17
5.5 Computation of the blocking-probability [p]	19
IV. 6 Tables of the formulae for E and B	20
IV. 7 Examples for the evaluation	21 - 37
Curves fig. 1a, 1b, 1c, 2	38 - 41
Bibliography	42

IV. 1. Allgemeine Bemerkungen

Die bekannten und zweckmässigen Näherungsverfahren von C. Jacobaeus [5] sind seinerzeit hergeleitet worden im Hinblick auf eine einfache Berechnung der Zeitblockierung E und der Verlustwahrscheinlichkeit B mit Hilfe der vorhandenen Tafeln der Erlang'schen Funktion $E_{1,N}(A)$. Das nachstehend beschriebene Verfahren verwendet ausserdem die neuen Tafeln der mPJ-Formel und kann deshalb für die Rechnung von der tatsächlichen Verkehrsbelastung des betrachteten Linksystems ausgehen. Dadurch liefert das Verfahren auch für grössere Verlustwahrscheinlichkeiten Resultate, welche in vielen Fällen der Praxis ausreichend genau sein werden. Mit Hilfe der mPJ-Tafeln wird die Auswertung sehr einfach. Die Methode wurde durch viele Tests mit künstlichem Zufallsverkehr geprüft.

Das Verfahren setzt voraus, dass der Verkehr so gleichmässig wie möglich auf alle Koppelvielfache jeder Link-Stufe verteilt wird. Ungünstige Anordnung der Zwischenleitungen oder unzuweckmässige Mischungen können in der Praxis zu Blockierungs- und Verlustwahrscheinlichkeiten E bzw. B führen, welche merklich höher sind, als die berechneten Werte.

Für eine Berechnung von Linksystemen mit möglichst grosser Genauigkeit wird z.B. auf die Arbeiten von A. Elldin [3], B. Wallström [9] über zweistufige Linksysteme für Gruppenwahl bzw. von G. Bretschneider [2] über Linksysteme mit Mischwahl verwiesen. Die Auswertung der dort beschriebenen Verfahren ist z.Zt. noch auf bestimmte Typen von Linksystemen beschränkt und nur mit Hilfe elektronischer Rechenanlagen möglich.

IV. 1. General remarks

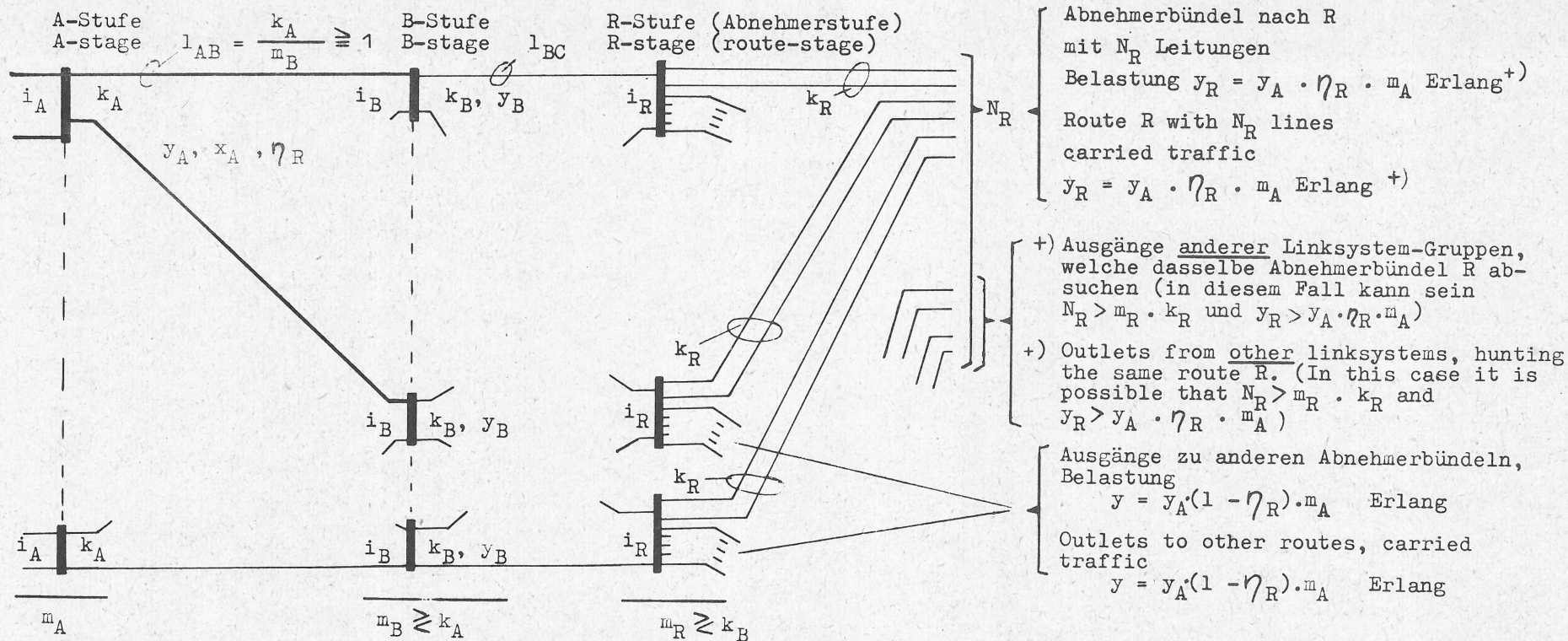
The wellknown and useful approximate methods of C. Jacobaeus [5] have been derived at that time for the simple computation of time congestion E and call congestion B by means of the existing tables of Erlang's function $E_{1,N}(A)$. The following method makes furthermore use of the new mPJ-tables and can therefore start the evaluation from the carried traffic of a link-system. In that way, the method yields results also for larger values of loss, which are sufficiently close to reality in many cases of practice. By means of the mPJ-tables the evaluation becomes very simple. The method has been examined by many artificial traffic tests.

The method presumes that the carried traffic is spread as evenly as possible among all multiples of each link-stage. Disadvantageous arrangement of the links or inappropriate gradings can, in practice, lead to probabilities E and B, which are considerably larger than the computed one.

For the computation as exact as possible of link-systems with group selection, see (e.g.) the studies of A. Elldin [3] and B. Wallström [9], resp. of linksystems with preselection the study of G. Bretschneider [2].

The evaluation of these methods is, at present, only possible for certain types of linksystems and by the aid of electronic computers.

IV. 2 Gruppierung eines Linksystems
Trunking Scheme of a Link-System



Abkürzungen

Abbreviations

Eingänge je Koppelvielfach A,B,C	i_A, i_B, i_C
Ausgänge je Koppelvielfach der Stufen A,B,C	k_A, k_B, k_C
Zustandswahrscheinlichkeit auf den Ausgängen eines Koppelvielfachs A,B, ...	$[x_A], [x_B]$
Verkehrsanteil in Richtung R	η_R
Ausgänge je Koppelvielfach der R-Stufe zur Richtung R	k_R
Anzahl der Koppelvielfache in der A,B,...R-Stufe m_A, m_B, \dots, m_R	

Inlets per multiple in the stage A,B, ...R
Outlets per multiple in the stage A,B, C
Probability of state on the outlets of a multiple in the stage A, B, ...
Part of carried traffic belonging to route R
Outlets per multiple in the R-stage to the desired route R
Number of multiples in the stage A,B, ... R

IV 3. Grundgedanke des Näherungsverfahrens

3.1. Zeitblockierung (time congestion) am Eingang eines Koppelvielfachs A tritt auf:

- a) Wenn alle i_A Eingänge belegt sind im Falle $i_A \leq k_A$ oder wenn alle k_A Ausgänge belegt sind im Falle $i_A > k_A$. Die Wahrscheinlichkeiten dieser Zustände und die Zustände selbst werden mit $[i_A]$ bzw. $[k_A]$ bezeichnet.
- b) Solange der Zustand $[i_A]$ bzw. $[k_A]$ nicht existiert, kann ebenfalls Blockierung auftreten, wenn die freien $(k_A - x_A)$ Ausgänge keinen Zugang durch das Linksystem zu freien Leitungen des gewünschten Abnehmerbündels haben. (Das Verfahren verwendet als Näherung die mittlere Anzahl $(k_A - y_A)$ freier Ausgänge eines Koppelvielfachs A.) Diese Art der Verkehrshemmung wird "Abnehmerblockierung" genannt. Die Wahrscheinlichkeit hierfür wird mit $[p]$ bezeichnet.

c) Mit a) und b) erhält man folgende Formeln für die Blockierungswahrscheinlichkeit in Bezug auf das gewünschte Abnehmerbündel R. Dabei wird Unabhängigkeit von $[i_A]$ bzw. $[k_A]$ und $[p]$ angenommen.

$$E_R = [k_A] + [p] \cdot \{ 1 - [k_A] \} \dots \dots i_A > k_A$$

$$E_R = [i_A] + [p] \cdot \{ 1 - [i_A] \} \dots \dots i_A \leq k_A$$

3.2. Der Verlust (call congestion) wird mit Hilfe der Zeitblockierung berechnet.

IV. 4. Die Berechnung von $[i_A]$ und $[k_A]$.

Für die Rechnung wird die Belastung y_A eines Koppelvielfachs A und die Belastung y_R des betrachteten Abnehmerbündels vorgeschrieben. Das Angebot A_R ergibt sich erst am Ende der Auswertung aus y_R und dem berechneten Verlust B_R . Seite 12 u.13 enthalten die Formeln für $[i_A]$ u. $[k_A]$

IV 3. Outline of the approximate method

3.1. Time congestion of an A-multiple occurs:

- a) If all i_A inlets are occupied, case $i_A \leq k_A$, or if all k_A outlets are occupied, case $i_A > k_A$. The states and their probabilities are named $[i_A]$ resp. $[k_A]$. These events are named "inlet blocking".
- b) As long as $[i_A]$ or $[k_A]$ doesn't exist, congestion can also occur if the free $(k_A - x_A)$ outlets of an A-multiple have no access through the system to free lines of the desired route. (The method makes use of the average number $(k_A - y_A)$ of free outlets in an A-multiple.) These events are named "route-blocking". The probability of route-blocking is named $[p]$.
- c) If independence between $[i_A]$ resp. $[k_A]$ and $[p]$ is assumed, we get the following formulae for time congestion with regard to the considered route R.

$$E_R = [k_A] + [p] \cdot \{ 1 - [k_A] \} \dots \dots i_A > k_A$$

$$E_R = [i_A] + [p] \cdot \{ 1 - [i_A] \} \dots \dots i_A \leq k_A$$

3.2. The call congestion will be derived by means of the time congestion.

IV. 4. The computation of inlet blocking $[i_A]$ resp. $[k_A]$. The computation makes use of the prescribed values of carried traffic y_A on the outlets of an A-multiple and of y_R on the N_R lines of the desired route R. The traffic offered A_R results at last by means of y_R and the computed loss B_R . Page 12 and 13 contain the formula for $[i_A]$ and $[k_A]$

	<p>Anrufintensität am Eingang eines Koppelvielfachs der A-Stufe</p> <p>Call intensity on the inlets of an A-multiple</p> <p>constant...</p> <p>..... $0 \cong x_A < i_A$</p> <p>0 $x_A = i_A$</p>	<p>Anrufintensität α_1 je freie Zubringerleitung des Koppelvielfachs A</p> <p>Gesamte Anrufintensität $\alpha(x_A) = \alpha_1 \cdot (i_A - x_A)$</p> <p>Call intensity α_1 per each free inlet of the A-multiple</p> <p>Total call intensity $\alpha(x_A) = \alpha_1 \cdot (i_A - x_A)$</p>
<p>$i_A > k_A$</p>	<p>$[k_A] = E_{1,k_A}^{(1)}(A_0) \dagger$</p> <p>mit with $\frac{y_A}{A_0} = \frac{y_A}{1 - E_{1,k_A}(A_0)}$</p>	<p>(2) $[k_A] = \frac{\binom{i_A}{k_A} \cdot \alpha_1^{k_A}}{\sum_{x_A=0}^{k_A} \binom{i_A}{x_A} \cdot \alpha_1^{x_A}}$</p> <p>$\alpha_1$ muss so gewählt werden, dass α_1 must be chosen in such a way that</p> <p>$\sum_0^{k_A} x_A \cdot [x_A] = y_A$</p> <p>$\alpha_1$ muss durch Iteration gefunden werden</p> <p>α_1 must be found by iteration</p> <p>oder or</p> <p>(3) Näherungsweise Approximately $[k_A] = \left(\frac{y_A}{k_A}\right)^{k_A} \dots \dots i_A \cong k_A$ [siehe see fig.2]</p> <p>(4) oder or $[k_A] = E_{1,k_A}(A_0) \dots \dots i_A \gg k_A \dagger$</p>
	<p>†) Siehe Fig. 1 a,b,c oder mPJ-Tafel, Blatt N = k = k_A in Zeile $y/N = \frac{y_A}{k_A}$, Spalte 4 oder 7</p> <p>see fig. 1 a,b,c or mPJ-table, sheet N = k = k_A in line $y/N = \frac{y_A}{k_A}$, column 4 or 7</p>	

	<p>Anrufintensität am Eingang eines Koppelvielfachs der A-Stufe</p> <p>Call intensity on the inlets of an A-multiple constant</p> <p>..... $0 \leq x_A < i_A$</p> <p>0 $x_A = i_A$</p>	<p>Anrufintensität α_1 je freie Zubringerleitung des Koppelvielfachs A</p> <p>Gesamte Anrufintensität $\alpha(x_A) = \alpha_1 \cdot (i_A - x_A)$</p> <p>Call intensity α_1 per each free inlet of the A-multiple</p> <p>Total call intensity $\alpha(x_A) = \alpha_1 \cdot (i_A - x_A)$</p>
<p>$i_A > k_A$</p>	<p>Bei Mischung zwischen A- und B-Stufe</p> <p>(5) $[k_A] = \frac{E_{m_B, i_B}^{(A_0)} \cdot i_B}{E_{m_B, i_B - k_A}^{(A_0)}}$ mit $A_0 = \frac{y_A \cdot m_A}{1 - E_{m_B, i_B}^{(A_0)}}$</p> <p>siehe mPJ-Tafel für $y/N = \frac{y_A \cdot m_A}{m_B \cdot i_B}$ und $N = m_B \cdot i_B$ und $k = k_A$</p> <p>in Spalte / in column 4 $\rightarrow B_k = [k_A]$</p>	<p>In case of grading between A- and B-stage</p>
<p>$i_A \leq k_A$</p>	<p>(6 A)</p> <p>$[i_A] = E_{1, i_A}^{(A_0)}$</p> <p>mit with</p> <p>$A_0 = \frac{y_A}{1 - E_{1, i_A}^{(A_0)}}$</p> <p>see fig. 1</p>	<p>(7)</p> <p>$[i_A] = \left(\frac{y_A}{i_A} \right)^{i_A} \quad ++)$</p> <p>++) Siehe Fig. 2 see fig. 2 $\left(\frac{y}{N} \right)^x = f(x)$</p>
<p>$i_A \leq k_A$</p>	<p>(6 B)</p> <p>$[i_A] = \frac{E_{1, i_A \cdot m_A}^{(A_0)}}{E_{1, i_A \cdot (m_A - 1)}^{(A_0)}}$</p> <p>mit with</p> <p>$A_0 = \frac{y_A \cdot m_A}{1 - E_{1, i_A \cdot m_A}^{(A_0)}}$</p>	<p>Diese Gleichung ist in allen Fällen der Praxis empfehlenswert, in denen der ankommende Verkehr nicht individuell jedem einzelnen Koppelvielfach A angeboten wird, sondern vorhergehenden Wahlstufen entspringt. In diesem Fall kann jeder Anruf in der Regel Eingänge von mehreren (oder allen) Koppelvielfachen A absuchen. Es stellt sich deshalb auf den i_A Eingängen eines Koppelvielfachs näherungsweise eine "mPJ-Verteilung" ein. (Siehe mPJ-Tafel $k = i_A$, $N = m_A \cdot i_A$ und $y = y_A \cdot m_A$)</p> <p>$[i_A]$ wird kleiner als mit Glchg. (6 A).</p> <p>This equation is recommendable in all cases of practice, in which the incoming calls are not offered individually to the inlets of each A-multiple but originate in preceding selector stages. In that case each call can hunt, as a rule, inlets of several (or all) A-multiples. Therefore the state-distribution on the i_A inlets of a multiple gets approximately a "mPJ-distribution" (see mPJ-table $k = i_A$, $N = m_A \cdot i_A$ and $y = y_A \cdot m_A$)</p> <p>$[i_A]$ gets smaller than with eq.(6 A)</p>

IV. 5. Die Berechnung der Abnehmerblockierung.

5.1. Der Fall $k_A \leq m_B$, bzw. $k_B \leq m_C \dots, l_{AB} = l_{BC} = \dots = 1$

Jedes Koppelvielfach hat höchstens einen Ausgang zu jedem der Koppelvielfache in der nächsten Stufe.

Mit dieser Voraussetzung erhält man als mittlere Anzahl p jener Abnehmerleitungen in der gewünschten Richtung R , welche von den Eingängen eines Koppelvielfachs A aus auf "frei" oder "besetzt" geprüft werden können

(8)

$$p = \left\{ (k_A - y_A) \cdot (k_B - y_B) \cdot (k_C - y_C) \dots \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A$$

Die Abkürzungen bedeuten:

- a) $y_A, y_B, y_C \dots$ den Verkehrswert der $k_A, k_B, k_C \dots$ Ausgänge je Koppelvielfach $A, B, C \dots$ (ausgenommen die letzte Stufe des Linksystems).

o) Diese zweckmässige Betrachtungsweise ist zuerst von N. Bininda und A. Wendt in [1] für zweistufige Linksysteme angewandt worden unter der Voraussetzung $i_A \leq k_A$ und mit belegungsunabhängigem Verkehrsangebot für $0 \leq x_A < i_A$. Dort wird p als "mittlere Erreichbarkeit" bezeichnet.

Das hier hergeleitete Verfahren verwendet diesen Gedanken auch für die Berechnung von Linksystemen mit $i_A > k_A, l_{AB} \cong 1$.

Die Rufblockierung wird auch für den Fall einer belegungsabhängigen Anrufrichte berechnet.

Ausserdem werden Linksysteme mit Mischung behandelt.

IV 5. The computation of route blocking.

5.1. The case $k_A \leq m_B$, resp. $k_B \leq m_C, l_{AB} = l_{BC} = \dots = 1$

Each multiple has at most one outlet to each of the multiples in the next stage.

By that assumption, the formula can be given for the average number p of those lines in the desired route R , which can be hunted "free" or "busy" by the inlets of an A -multiple

(8)

$$p = \left\{ (k_A - y_A) \cdot (k_B - y_B) \cdot (k_C - y_C) \dots \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A$$

The abbreviations mean:

- a) $y_A, y_B, y_C \dots$ the carried traffic on the $k_A, k_B, k_C \dots$ outlets of one multiple in the A -, B -, C -stage etc. (except the last stage of the link-system).

o) This useful way of thinking has been applied for the first time by N. Bininda and A. Wendt in [1] to the computation of two-stage linksystems with $i_A \leq k_A$ and with a constant call-intensity for $0 \leq x_A < i_A$. In that paper p has been named "average availability".

The derivation, which is shown here, extends the application of p to systems with more than two stages and with $i_A > k_A$, as also $l_{AB}, l_{BC} \cong 1$.

The call-congestion will be computed also in case of a call intensity which depends on the state $[x_A]$ in the A -multiple.

Furthermore, linksystems with grading are dealt with.

- b) k_R die Anzahl der Ausgänge je Koppelvielfach der letzten Stufe zu dem gewünschten Abnehmerbündel R (R-Stufe)
- c) η_R die Wahrscheinlichkeit, dass ein belegter Ausgang eines Koppelvielfachs A mit Verkehr zum Abnehmerbündel R belegt ist. Deshalb kann der Ausdruck $\eta_R \cdot y_A$ interpretiert werden als ein Teil jener Abnehmerleitungen des Bündels R, welche von den Eingängen des betrachteten Koppelvielfachs A aus auf "besetzt" geprüft werden können.

Anmerkung : Wenn Formel (8) Werte $p > N_R$ liefert, so muss für die weitere Auswertung der obere Grenzwert $p_{max} = N_R$ benutzt werden.

5.2. Der Fall $k_A > m_B$, bzw. $k_B > m_C$.

Jedes Koppelvielfach einer bestimmten Stufe hat im Mittel mehr als einen Ausgang zu jedem Koppelvielfach der nächsten Stufe. Gleichung (8) kann auch in diesem Fall verwendet werden, wenn folgende Regel beachtet wird:

(9)

Für $(k_A - y_A) > m_B$ ist in Formel (8) zu setzen m_B statt $(k_A - y_A)$, für $(k_B - y_B) > m_C$ ist in Formel (8) zu setzen m_C statt $(k_B - y_B)$, usw.

Die Regel (9) ist anwendbar, wenn von einem Koppelvielfach (z.B. der A-Stufe) aus zuerst je eine Zwischenleitung zu jedem Koppelvielfach der nächsten (z.B. B-) Stufe abgesucht wird. Erst dann, wenn die zuerst abgesuchten m_B Zwischenleitungen belegt sind, wird eine zweite Zwischenleitung zu jedem Koppelvielfach B abgesucht, und so fort. Diese Absuchfolge kann von jedem Koppelvielfach der A-Stufe aus in zyklischer Folge mit einem anderen Koppelvielfach der B-Stufe

- b) k_R the number of outlets to the desired route R per each multiple of the last stage (R-stage)
- c) η_R the probability, that a loaded outlet of an A-multiple is used for the traffic to the route R. Therefore, the term $\eta_R \cdot y_A$ can be interpreted to be a quantity of those lines in the route R, which can be hunted as being "busy" by the inlets of the considered A-multiple.

Remark : If the formula (8) yields values $p > N_R$, the upper limit $p_{max} = N_R$ must be used for the further evaluation.

5.2. The case $k_A > m_B$, resp $k_B > m_C$.

Each multiple of a certain link-stage has an average number of more than one outlet to each of the multiples in the next stage. Eq. (8) can be applied also to this case if the following rule is observed:

(9)

In case $(k_A - y_A) > m_B$ in (8) one uses m_B in the place of $(k_A - y_A)$, in case $(k_B - y_B) > m_C$ in (8) one uses m_C in the place of $(k_B - y_B)$, etc.

This rule can be used, if each multiple (e.g. of the A-stage) hunts at first one link to each multiple of the next stage (e.g. of the B-stage).

Not before all those m_B first-hunted-links are loaded, a second link to each multiple B will be hunted, and so forth.

That way of sequential hunting can, from each multiple A, start at another multiple B in cyclic permutation, to obtain

beginnen, so dass eine gleichmässige Belastung aller B-Viel-fache erreicht wird.

Die Auswertung mit Gleichung (8) in Verbindung mit Gleichung (9) liefert untere Grenzwerte von E und B, welche bei sorgfältiger Beachtung des obigen Absuchverfahrens auch in der Praxis erreicht werden können.

Setzt man dieses günstigste Absuchverfahren nicht voraus, so liefert folgende Gleichung Werte von p, mit welchen die Auswertung nach oberen Grenzwerten von E und B tendiert:

$$(10) \quad p = \left\{ (k_A - y_A) \cdot \frac{m_B}{k_A} \cdot (k_B - y_B) \cdot \frac{m_C}{k_B} \cdot (\dots) \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \dots (k > m)$$

Der Ausdruck $\frac{k_A}{m_B}$ bzw. $\frac{k_B}{m_C}$ usw. bedeutet die (mittlere) Anzahl der Zwischenleitungen von einem Koppelvielfach A (bzw. B) zu jedem Koppelvielfach der nächsten Stufe B (bzw. C).

5.3. Mischung (Staffelung) zwischen 2 Stufen eines Linksystems.

5.3.1 Eine Mischung (Staffelung) -- z.B. zwischen A- und B-Stufe -- reduziert die Gesamtzahl $m_A \cdot k_A$ der Ausgänge aller Koppelvielfache in der A-Stufe auf die (kleinere) Gesamtzahl

$m_B \cdot i_B$ aller Eingänge in die B-Stufe. Der Ausdruck

$$M_A = \frac{m_A \cdot k_A}{m_B \cdot i_B}, \text{ bzw. } M_B = \frac{m_B \cdot k_B}{m_C \cdot i_C} \text{ usw.}$$

ist das Mischungsverhältnis.

Ein Koppelvielfach A, dessen Ausgänge in eine Mischung führen, ist deshalb auf seinen i_A Eingängen mit dem Verkehrswert y_A Erl belastet, auf seinen k_A Ausgängen jedoch mit $y_A \cdot M_A$ Erlang.

5.3.2 Der Fall $k_A \leq m_B$ bzw. $k_B \leq m_C$ usw.

Analog zu Gleichung (8) lautet die Formel für p

a uniform loading of all B-multiples.

The evaluation by means of eq. (8) in conjunction with eq.(9) yields inferior limits of E and B, which can also be obtained in practice if careful attention is paid to the hunting method mentioned above.

If that advantageous hunting method is not presumed, the following formula can be used. It yields values of p, by which the evaluation tends to upper limits of E and B:

$$(10) \quad p = \left\{ (k_A - y_A) \cdot \frac{m_B}{k_A} \cdot (k_B - y_B) \cdot \frac{m_C}{k_B} \cdot (\dots) \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \dots (k > m)$$

The term $\frac{k_A}{m_B}$, resp. $\frac{k_B}{m_C}$ etc., means the (average) number of links from each A-multiple (resp. B-multiple) to each B-multiple (resp. C-multiple) etc.

5.3. Grading between 2 stages of a link-system.

5.3.1 A grading -- e.g. between A- and B-stage -- reduces the total of $m_A \cdot k_A$ outlets of the A-stage to the smaller number of $m_B \cdot i_B$ inlets of all B-multiples.

The term $M_A = \frac{k_A \cdot m_A}{m_B \cdot i_B}$, resp. $M_B = \frac{k_B \cdot m_B}{m_C \cdot i_C}$ etc.,

is named the (average) interconnection-number.

An A-multiple, whose outlets lead into a grading, carries on its i_A inlets the load y_A Erlang, but on its k_A outlets the load $y_A \cdot M_A$ Erlang.

5.3.2 The case $k_A \leq m_B$, resp. $k_B \leq m_C$ etc.

By analogy with eq. (8), the p-formula reads

(11)

$$p = \left\{ (k_A - y_A \cdot M_A) \cdot (k_B - y_B \cdot M_B) \cdot (\dots) \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A$$

5.3.3 Der Fall $k_A > m_B$, bzw. $k_B > m_C$ usw.

Wenn das günstigste Absuchverfahren gemäss Ziffer 5.2. angewandt werden kann, so erfolgt die Berechnung von p analog zu Gleichung (8) und (9):

Gleichung (11) wird angewandt in Verbindung mit der Regel:

(12)

Für $(k_A - y_A \cdot M_A) > m_B$ ist in Gl.(11) zu setzen m_B statt $(k_A - y_A \cdot M_A)$ dsgl.

für $(k_B - y_B \cdot M_B) > m_C$ ist in Gl.(11) zu setzen m_C statt $(k_B - y_B \cdot M_B)$ usw.

Wenn es, z.B. wegen des angewendeten Mischungsverfahrens, nicht möglich ist, das vorteilhafteste Absuchverfahren anzuwenden, so wird p -- analog zu Gl.(10) -- wie folgt berechnet:

(13)

$$p = \left\{ (k_A - y_A \cdot M_A) \cdot \frac{m_B}{k_A} \cdot (k_B - y_B \cdot M_B) \cdot \frac{m_C}{k_B} \cdot (\dots) \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A$$

5.4. Mischung (Staffelung) zwischen den $m_R \cdot k_R$ Ausgängen der R-Stufe.

Die Gleichungen (8), (10), (11) und (13) haben alle die Form

$$p = h(\mu) + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \dots M_A \geq 1 \quad (14)$$

In Gleichung (14) bedeutet $h(\mu)$ jene Anzahl von Abnehmerleitungen in Richtung R, welche von der A-Stufe aus abgesucht werden können über die mittlere Anzahl μ der zugänglichen Koppelvielfache R. Nach Gleichung (8) bzw. (10), (11) oder (13) kann berechnet werden

$$\mu = \frac{1}{k_R} \cdot \left\{ p - \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \right\} \dots M_A \geq 1 \quad (15)$$

(11)

$$p = \left\{ (k_A - y_A \cdot M_A) \cdot (k_B - y_B \cdot M_B) \cdot (\dots) \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A$$

5.3.3 The case $k_A > m_B$, resp. $k_B > m_C$ etc.

If it is possible to apply the most advantageous hunting method according to section 5.2, the calculation is carried out by analogy to eq. (8) and eq. (9):

Equation (11) has to be applied in conjunction with the rule

(12)

In case $(k_A - y_A \cdot M_A) > m_B$ one uses in eq.(11) m_B in the place of $(k_A - y_A \cdot M_A)$

in case $(k_B - y_B \cdot M_B) > m_C$ one uses in eq.(11) m_C in the place of $(k_B - y_B \cdot M_B)$ etc.

If the above mentioned best hunting-method cannot be realized, e.g. by reason of the grading-method, the calculation of p uses the following formula, by analogy to eq. (10):

(13)

$$p = \left\{ (k_A - y_A \cdot M_A) \cdot \frac{m_B}{k_A} \cdot (k_B - y_B \cdot M_B) \cdot \frac{m_C}{k_B} \cdot (\dots) \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A$$

5.4. Grading between the $m_R \cdot k_R$ outlets of the R-stage

The equations (8), (10), (11) and (13) read uniformly

$$p = h(\mu) + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \dots M_A \geq 1 \quad (14)$$

The term $h(\mu)$ in eq. (14) means that number of lines in the route R which can be hunted by the inlets of a considered A-multiple via the average number μ of accessible R-multiples. According to eq.(8),(10), (11) or (13) we get

$$\mu = \frac{1}{k_R} \cdot \left\{ p - \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \right\} \dots M_A \geq 1 \quad (15)$$

In allen Fällen ohne Mischung hinter der R-Stufe ist

$$h(\mu) = \mu \cdot k_R \quad (16)$$

Besteht dagegen eine Mischung zwischen R-Stufe und Abnehmerbündel R, so werden die $m_R \cdot k_R$ Ausgänge reduziert entsprechend dem Mischungsverhältnis

$$M_R = \frac{m_R \cdot k_R}{\text{Ausgänge der Mischung zum Abnehmerbündel R}} \quad (17)$$

In diesem Fall beträgt die Anzahl $h(\mu)$ absuchbarer Leitungen

$$\begin{aligned} h(1) &= k_R \cdot \dots \cdot \mu = 1 \\ h(m_R) &= \frac{k_R \cdot m_R}{M_R} \cdot \dots \cdot \mu = m_R \end{aligned} \quad (18)$$

Für $1 < \mu < m_R$ hängt jedoch die Funktion $h(\mu)$ u.a. ab vom Mischungstyp, von der Absuchmethode, von der Lage der μ Koppelvielfache innerhalb der Mischung. Nachstehend wird deshalb nur eine einfache Näherung angegeben, welche für $1 < \mu \leq m_R$ einen linearen Anstieg der absuchbaren $h(\mu)$ Leitungen annimmt. Für ein gegebenes Mischungsverhältnis M_R wird dann

$$h(\mu) = \left\{ (\mu - 1) \cdot \frac{(m_R - M_R)}{M_R \cdot (m_R - 1)} + 1 \right\} \cdot k_R \quad (19)$$

und mit (14) und (19)

$$P_{M_R} = \left\{ (\mu - 1) \cdot \frac{(m_R - M_R)}{M_R \cdot (m_R - 1)} + 1 \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \cdot \dots \cdot M_A \geq 1 \quad (20)$$

wobei

$$\mu = \frac{1}{k_R} \cdot \left\{ p - \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \right\} \cdot \dots \cdot M_A \geq 1 \quad (15)$$

je nach Links-system aus Gleichung (8), (10), (11) oder (13) zu berechnen ist.

Die Näherung mit Gleichung (19) liegt auf der sicheren Seite.

In each case without grading of the R-stage-outlets is

$$h(\mu) = \mu \cdot k_R \quad (16)$$

But, if a grading exists between R-stage and route R, the $m_R \cdot k_R$ outlets become reduced according to the interconnection-number

$$M_R = \frac{m_R \cdot k_R}{\text{outlets to route R}} \quad (17)$$

In that case, the number of lines in the route R, which can be hunted, amounts to

$$\begin{aligned} h(1) &= k_R \cdot \dots \cdot \mu = 1 \\ \text{and } h(m_R) &= \frac{k_R \cdot m_R}{M_R} \cdot \dots \cdot \mu = m_R \end{aligned} \quad (18)$$

For $1 < \mu < m_R$, the function $h(\mu)$ depends on the type of grading, on the hunting-method, on the patterns of the accessible μ multiples within the grading, etc. The simple approximation, which is given below, presumes a linear increase of $h(\mu)$ within the limits $1 < \mu \leq m_R$. With given interconnection number M_R we get

$$h(\mu) = \left\{ (\mu - 1) \cdot \frac{(m_R - M_R)}{M_R \cdot (m_R - 1)} + 1 \right\} \cdot k_R \quad (19)$$

and by (14) and (19)

$$P_{M_R} = \left\{ (\mu - 1) \cdot \frac{(m_R - M_R)}{M_R \cdot (m_R - 1)} + 1 \right\} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \cdot \dots \cdot M_A \geq 1 \quad (20)$$

The term

$$\mu = \frac{1}{k_R} \cdot \left\{ p - \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \right\} \cdot \dots \cdot M_A \geq 1 \quad (15)$$

has to be calculated, according to the considered linksystem, by the aid of eq. (8) resp. (10), (11) or (13).

The approximation by eq. (19) lies on the safe side.

IV. 5.5 Die Wahrscheinlichkeit $[p]$ der Abnehmerblockierung.

Der Ausdruck $[p]$ bedeutet die Wahrscheinlichkeit, dass alle p prüfbar von den N_R Leitungen des Abnehmerbündels belegt sind. Dieselbe Bedeutung hat auch die Verlustwahrscheinlichkeit B_k der mPJ-Tafeln bezüglich der erreichbaren k Leitungen eines einstufigen unvollkommenen Bündels.

Wir erhalten daher

$$[p] = \frac{E_{N_R}^{(A_0)}}{E_{N_R-p}^{(A_0)}}$$

Analog zur einstufigen Koppelanordnung mit $k < N$ (vgl. Abschnitt

II) sind N_R und y_R bzw. $\frac{y_R}{N_R}$ die vorgegebenen Werte, und

$$A_0 = \frac{y_R}{1 - E_{N_R}^{(A_0)}}$$

bedeutet das fiktive Angebot, welches im Falle vollkommener Erreichbarkeit bei gleicher Belastung y_R benötigt würde.

Die Wahrscheinlichkeit $[p]$ kann deshalb unmittelbar aus der entsprechenden mPJ-Tafel abgelesen werden auf dem Blatt $(k, N) = (p, N_R)$ in der Zeile $y/N = \frac{y_R}{N_R}$ und in der Spalte 4 (B_k). Für gebrochene Werte von p muss interpoliert werden.

IV. 6 Blockierungswahrscheinlichkeit E und Verlustwahrscheinlichkeit B

Die nachstehenden Gleichungen für die Blockierungswahrscheinlichkeit E und die Verlustwahrscheinlichkeit B können mit Hilfe der Formeln in Abschnitt IV. 3, 4, 5 für $[i_A], [k_A], p$ und $[p]$ einfach ausgewertet werden:

IV. 5.5 The probability $[p]$ of route blocking.

The term $[p]$ means the probability that all those p lines in the route of N_R lines, which can be hunted, are busy. This meaning is in conformity with that of the loss-probability B_k in the mPJ-tables with regard to k available lines of a one stage grading.

Therefore we get

$$[p] = \frac{E_{N_R}^{(A_0)}}{E_{N_R-p}^{(A_0)}}$$

By analogy to a one stage grading (cp. chapter II), the terms

$$N_R \text{ and } y_R \text{ resp. } \frac{y_R}{N} \text{ are prescribed values, and } A_0 = \frac{y_R}{1 - E_{N_R}^{(A_0)}}$$

means the fictitious offered traffic, which would be needed in case of full available hunting and the same load y_R .

The probability $[p]$ therefore can be found directly by reading in the corresponding mPJ-table on the sheet $(k, N) = (p, N_R)$ in the line $y/N = \frac{y_R}{N_R}$ and in the column 4 (B_k). In case of fractional values p , interpolation becomes necessary.

IV. 6 Time Congestion E and Call Congestion B

The equations below for the time congestion E and the call congestion B can easily be evaluated by means of the formulae given in section IV. 3, 4, 5 for $[i_A], [k_A], p$ and $[p]$:

	Blockierungs- wahrscheinlichkeit Time Congestion E	Verlustwahrscheinlichkeit (Rufblockierung) Call Congestion B	
		Anrufintensität am Ein- gang eines Koppelviel- fachs A Call intensity on the inlets of an A-multiple constant ... $0 \leq x_A < i_A$ $0 \dots x_A = i_A$	Anrufintensität α_1 je freie Zu- bringerleitung am Eingang des Koppelvielfachs A Call intensity α_1 per each free inlet of the A-multiple Gesamte Anrufintensität Total call intensity $\alpha(x_A) = \alpha_1 \cdot (i_A - x_A)$
$i_A > k_A$	(21) $E = [k_A] + [p] \cdot (1 - [k_A])$	$B = E$ (23)	$B = [k_A] \cdot \frac{i_A - k_A}{i_A} + [p] \cdot \frac{i_A - \eta_R \cdot y_A - [k_A] \cdot \{i_A - \eta_R \cdot \frac{k_A}{i_A}\}}{i_A}$ (25)
$i_A \leq k_A$	(22) $E = [i_A] + [p] \cdot (1 - [i_A])$	$B = [p]^+$ (24)	$B = [p] \cdot \frac{i_A - \eta_R \cdot y_A - [i_A] \cdot \{i_A - \eta_R \cdot i_A\}}{i_A}$ (26)
<p>+) Der angebotene "Poisson-Verkehr" wird während des Zustands $[i_A]$ blockiert. Das an den Eingängen eines Koppelvielfachs A messbare Angebot A hat deshalb eine "abgeschnittene Poisson-Verteilung". Diese Glättung des Angebots hat zur Folge, dass die gemessenen Verluste mit wachsender Wahrscheinlichkeit $[i_A]$ kleiner als der Rechenwert $B = [p]$ werden können.</p> <p>+) The offered "Poisson-traffic" is blocked during the state $[i_A]$. That offered traffic, which can be counted on the inlets of an A-multiple, therefore has a "truncated Poisson-distribution". This smoothed offered traffic causes that the measured values of loss may be smaller than the computed value $[p]$ with increasing probability $[i_A]$.</p>			

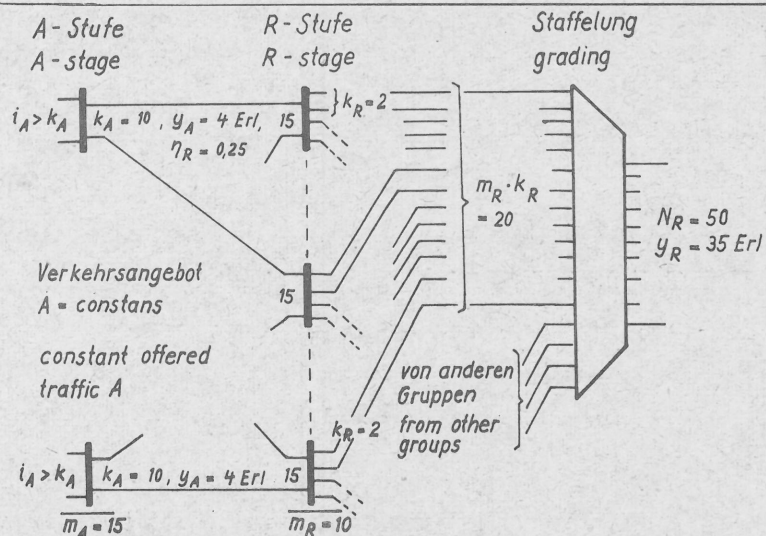
IV. 7 Beispiele für die Auswertung

7.1. In der Praxis wird man für die Auswertung zweckmässigerweise ausgehen von tabellierten Wertepaaren (\sqrt{N}, N) , um Interpolationen zwischen 2 Zeilen einer Tafel oder zwischen 2 Tafeln verschiedener Werte N zu sparen. Falls dies nicht möglich ist, genügt eine lineare Interpolation zwischen den Tabellenwerten.

Wenn die Auswertung eine gebrochene Zahl für p ergibt, muss entweder gerundet oder zwischen zwei Tafeln mit benachbarten Wertepaaren (k_1, N) und (k_2, N) interpoliert werden.

Nachstehend werden in Ziff. 7.2 und 7.3 zwei einfache Beispiele berechnet. Anschliessend werden in Ziff. 7.4 bis 7.8 für verschiedenartige Linksyste Rechenwerte mitgeteilt und verglichen mit den Ergebnissen aus Verkehrstests mit künstlichem Zufallsverkehr.

7.2. Berechnung des Verlusts in einem zweistufigen Linksystem mit Richtungswahl



IV. 7 Examples for the evaluation

7.1. In practice, it will be convenient to start from tabulated pairs of values (\sqrt{N}, N) , in order to save interpolations between 2 lines of a table or between 2 tables of different values N. If this is not possible, a linear interpolation between the table-values will be sufficient.

If the evaluation results in a fractional number for p, it must either be rounded or it must be interpolated between 2 pairs of values (k_1, N) and (k_2, N) of the table.

For the present, two simple examples are calculated in section 7.2. and 7.3. Afterwards, in section 7.4. up to 7.8, calculation-values are indicated for different link-systems, and they are compared to the results of traffic-tests with artificial traffic.

7.2. Calculation of the loss in a two-stage link-system with group selection

Staffelung nur mit den Ausgängen von anderen Link-system-Gruppen, deshalb kein Einfluss auf die Berechnung von p

Die Werte N_R und y_R werden bei der Berechnung der Wahrscheinlichkeit $[p]$ berücksichtigt

Only grading with the outlets of other link-system-groups, therefore no influence on the calculation of p

The values N_R and y_R are taken into account for the calculation of the probability $[p]$

A u s w e r t u n g .

Für die Eingangsblockierung gilt Formel (1) auf Seite 12.

Man erhält die Wahrscheinlichkeit der Eingangsblockierung aus der mPJ-Tafel für (N = k = 10) in Zeile $y_A/k_A = y/N = 0,4$, Spalte 4 oder Spalte 7:

$$[k_A] = 0,5486 \cdot 10^{-2} = 0,5486\%$$

Denselben Wert kann man (etwas weniger genau) aus Fig. 1 b ablesen. Fig. 1 b ist besonders praktisch für nicht-tabellierte Zwischenwerte von y_A/k_A .

Für die Berechnung von p gilt Formel (8) auf Seite 14. Man erhält

$$p = (10-4) \cdot 2 + 0,25 \cdot 4 = 13$$

Die Wahrscheinlichkeit [p] der Abnehmerblockierung erhält man aus der mPJ-Tafel des Wertepaares (N = 50 und k = 13) in der Zeile $y_R/N_R = y/N = 0,7$ in Spalte 4 ("B_k") zu

$$[p] = 0,37487 \cdot 10^{-1}$$

Die Blockierungswahrscheinlichkeit E und die Verlustwahrscheinlichkeit B erhält man mit Formel (21) und (23) auf Seite 20:

$$\begin{aligned} E = B &= [k_A] + [p] \cdot \{1 - [k_A]\} \\ &= 0,5486 \cdot 10^{-2} + 0,37487 \cdot 10^{-1} \cdot \{1 - 0,5486 \cdot 10^{-2}\} \\ &\approx 0,0428 = 4,28\% \\ &===== \end{aligned}$$

Damit erhält man das Verkehrsangebot

$$A_R = \frac{y_R}{1-B} = \frac{35}{0,9572} = 36,57 \text{ Erlang}$$

E v a l u a t i o n .

For the inlet-blocking the formula (1) on page 12 is valid.

One gets the probability of the inlet-blocking from table mPJ for (N = k = 10) in line $y_A/k_A = y/N = 0,4$, column 4 or column 7:

$$[k_A] = 0,5486 \cdot 10^{-2} = 0,5486\%$$

One can read the same value (a little less exact) from fig.1 b. Fig. 1 b is especially practical for non-tabulated intermediate values of y_A/k_A .

For the computation of p, see formula (8) on page 14.

You will find

$$p = (10-4) \cdot 2 + 0,25 \cdot 4 = 13$$

The probability [p] of the route-blocking results from the mPJ-table of the pair (N = 50 and k = 13) in line $y_R/N_R = y/N = 0,7$ in column 4 ("B_k") to

$$[p] = 0,37487 \cdot 10^{-1}$$

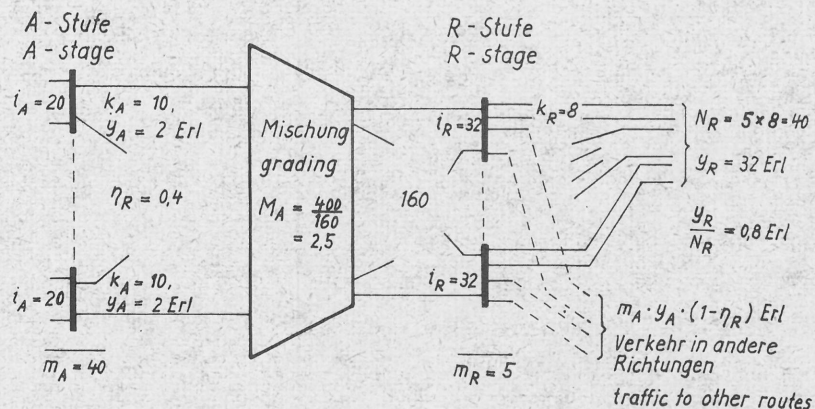
The blocking probability E and the probability of loss B can be figured out by means of formula (21) and (23) on page 20:

$$\begin{aligned} E = B &= [k_A] + [p] \cdot \{1 - [k_A]\} \\ &= 0,5486 \cdot 10^{-2} + 0,37487 \cdot 10^{-1} \cdot \{1 - 0,5486 \cdot 10^{-2}\} \\ &\approx 0,0428 = 4,28\% \\ &===== \end{aligned}$$

Therewith we get the offered traffic

$$A_R = \frac{y_R}{1-B} = \frac{35}{0,9572} = 36,57 \text{ Erlang}$$

7.3. Zweistufiges Linksystm mit Richtungswahl und Mischung zwischen A- und B-Stufe



Die Anrufintensität am Eingang eines Koppelvielfachs A sei abhängig von der Anzahl $(i_A - x_A)$ seiner freien Eingänge.

Auswertung.

Die Eingangsblockierung $[k_A]$ ergibt sich nach Formel (5), Seite 13 aus der mPJ-Tafel für $y = y_A \cdot m_A = 2.40 = 80$ Erlang und $N = m_R \cdot i_R = 160$, sowie mit $k = k_A = 10$ und $y/N = \frac{80}{160} = 0,5$.

$$[k_A] = 0,13012 \cdot 10^{-2} = 0,13012\%$$

Die Abnehmerblockierung:

a) Berechnung des oberen Grenzwerts von p bei Annahme der vorteilhaftesten Absuchmethode gemäss Ziff. 5.2. Nach Formel (11) und (12), Seite 17 erhält man

$$p_1 = (k_A - y_A \cdot m_A) \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot m_A = (10 - 2.2,5) \cdot 8 + 0,4 \cdot 2.2,5 = 42 > N_R$$

Deshalb wird $p_{max} = 40$ für die weitere Auswertung benutzt.

7.3. Two stage link system with group selection and with grading between A- and B-stage

← Trunking scheme see left side!

It is assumed that the call intensity offered to an A-multiple depends on the number $(i_A - x_A)$ of its free inlets.

Evaluation.

The inlet blocking $[k_A]$ is to be found according to eq. (5), page 13 in the mPJ-table with $y = y_A \cdot m_A = 2.40 = 80$ Erlang, with $N = m_R \cdot i_R = 160$, with $k = k_A = 10$ and with $y/N = \frac{80}{160} = 0,5$.

$$[k_A] = 0,13012 \cdot 10^{-2} = 0,13012\%$$

The route blocking.

a) Computation of the upper limit of p, if most advantageous hunting according to section 5.2. is presumed. With eq. (11) and (12), page 17, we get:

$$p_1 = (k_A - y_A \cdot m_A) \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot m_A = (10 - 2.2,5) \cdot 8 + 0,4 \cdot 2.2,5 = 42 > N_R$$

Therefore

$$p_{max} = 40$$

is used for the further evaluation.

$$[p_1] = 0,36813 \cdot 10^{-1} \text{ nach der mPJ-Tafel}$$

mit $N = 40$, mit $y = 32$ und $y/N = 0,8$, Spalte 7

Nun erhält man nach Formel (21), Seite 20, die Blockierungswahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} E_1 &= [k_A] + [p_1] \cdot \{1 - [k_A]\} \\ &= 0,13012 \cdot 10^{-2} + 0,36813 \cdot 10^{-1} \cdot 1 - 0,13012 \cdot 10^{-2} \\ &\approx 0,038 \hat{=} 3,8\% \\ &\quad \text{=====} \end{aligned}$$

Ferner erhält man nach Formel (25), Seite 20, die Verlustwahrscheinlichkeit

$$\begin{aligned} B_1 &= [k_A] \cdot \frac{i_A - k_A}{i_A} + [p_1] \cdot \frac{i_A - \eta_R \cdot y_A - [k_A] \cdot \{i_A - \eta_R \cdot \frac{k_A}{M_A}\}}{i_A} \\ &= 0,13012 \cdot 10^{-2} \cdot \frac{20 - 10}{20} \\ &\quad + 0,36813 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{20 - 0,4 \cdot 2 - 0,13012 \cdot 10^{-2} \cdot \{20 - 0,4 \cdot 2,5\}}{20} \\ &\hat{=} 3,60\% \quad \text{und damit } A = \frac{32}{0,964} = 33,19 \text{ Erlang} \\ &\quad \text{=====} \end{aligned}$$

b) Rechnung mit dem unteren Grenzwert von p für den Fall, dass die vorteilhafteste Absuchmethode gem. Abschnitt 5.2 nicht angewandt werden kann:

Nach Formel (13), Seite 17 ist dann

$$\begin{aligned} p_2 &= (k_A - y_A \cdot M_A) \cdot \frac{m_R}{k_A} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \\ &= (10 - 2 \cdot 2,5) \cdot \frac{5}{10} \cdot 8 + 0,4 \cdot 2 \cdot 2,5 = 22 \end{aligned}$$

und man erhält

$$\begin{aligned} [p_2] &= 0,75592 \cdot 10^{-1} \text{ aus der mPJ-Tafel} \\ \text{mit } N &= 40, \quad k = 22, \quad y = 32 \text{ Erl, } \quad y/N = 0,8 \text{ Erl} \end{aligned}$$

Damit erhält man mit Formel (25), Seite 20, die Blockierungswahrscheinlichkeit aus $[k_A]$ und $[p_2]$ zu

$$\begin{aligned} E_2 &= 0,13 \cdot 10^{-2} + 0,756 \cdot 10^{-1} \cdot 1 - 0,13 \cdot 10^{-2} \\ &\approx 0,0768 \hat{=} 7,68\% \\ &\quad \text{=====} \end{aligned}$$

$$[p_1] = 0,36813 \cdot 10^{-1} \text{ according to the mPJ-table}$$

with $N = 40$, with $y = 32$ and $y/N = 0,8$, column 7

Now the probability of time congestion E is given by eq. (21), page 20

$$\begin{aligned} E_1 &= [k_A] + [p_1] \cdot \{1 - [k_A]\} \\ &\approx 0,038 \hat{=} 3,8\% \\ &\quad \text{=====} \end{aligned}$$

Furthermore the call congestion B is given by eq. (25), page 20

$$\begin{aligned} B_1 &= [k_A] \cdot \frac{i_A - k_A}{i_A} + [p_1] \cdot \frac{i_A - \eta_R \cdot y_A - [k_A] \cdot \{i_A - \eta_R \cdot \frac{k_A}{M_A}\}}{i_A} \\ &\approx 0,0359 \\ &\hat{=} 3,60\% \quad \text{and therewith } A = \frac{32}{0,964} = 33,19 \text{ Erlang} \\ &\quad \text{=====} \end{aligned}$$

b) Computation with the inferior limit of p in case that the most advantageous hunting method according to section 5.2 cannot be applied:

With eq. (13), page 17, we get

$$\begin{aligned} p_2 &= (k_A - y_A \cdot M_A) \cdot \frac{m_R}{k_A} \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A \cdot M_A \\ &= (10 - 2 \cdot 2,5) \cdot \frac{5}{10} \cdot 8 + 0,4 \cdot 2 \cdot 2,5 = 22 \end{aligned}$$

and we get

$$\begin{aligned} [p_2] &= 0,75592 \cdot 10^{-1} \text{ by reading in the mPJ-table} \\ \text{with } N &= 40, \quad k = 22, \quad y = 32 \text{ Erl, } \quad y/N = 0,8 \text{ Erl} \end{aligned}$$

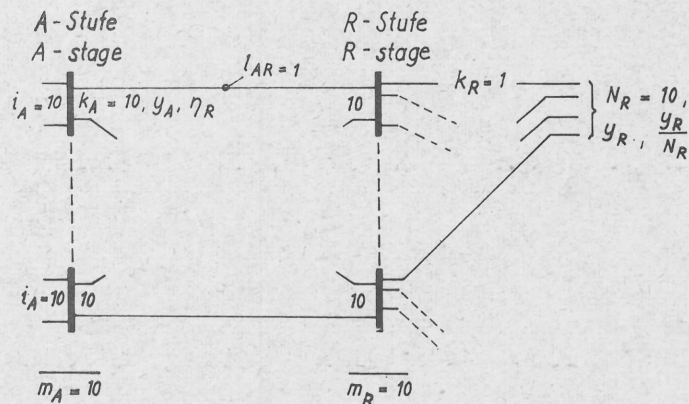
With $[k_A]$ and $[p_2]$ we get the time congestion E by eq. (25) page 20

$$E_2 \approx 0,0768 \hat{=} 7,68\% \\ \text{=====}$$

und die Verlustwahrscheinlichkeit - berechnet wie vorstehend --

$$B_2 = 7,31\% , \text{ damit } A = \frac{32}{0,9269} = 33,03 \text{ Erlang}$$

7.4. Zweistufiges Linksystem mit Richtungswahl, ohne Mischungen



Die Blockierungswahrscheinlichkeit E und die Verlustwahrscheinlichkeit B werden für zwei Verkehrswerte berechnet, welche verglichen werden können mit den Ergebnissen der Verkehrstests und der Rechenmethode von A. Elldin [3].

Es wird angenommen, dass die Anrufintensität am Eingang eines Koppelvielfachs der A-Stufe linear abhängig ist von der Anzahl ($i_A - x_A$) seiner freien Eingänge. Dies entspricht den Verkehrstests und der Rechnung in [3].

Auswertung Nr. 1: (Betriebsdaten siehe rechte Seite →)

Für die Eingangsblockierung gilt Glchg. (7), Seite 13.

Aus Fig. 2 erhält man

$$[i_A] = \left(\frac{y_A}{i_A} \right)^{i_A} = (0,408)^{10} = 0,128 \cdot 10^{-3}$$

and -- computed like above --

$$B_2 = 7,31\% , \text{ and therewith } A = \frac{32}{0,9269} = 33,03 \text{ Erlang}$$

7.4. Two stage link-system with group selection, without gradings

← Trunking scheme see left side !

The time congestion E and the call congestion B will be evaluated for two values of carried traffic, which can be compared with the results of the artificial traffic tests and the computing method of A. Elldin [3].

It is assumed that the call intensity offered to an A-multiple depends linearly on the number ($i_A - x_A$) of its free inlets (according to the method of the artificial traffic tests and the computing method in [3]).

Evaluation No 1:

$$\begin{aligned} \eta_R &= 0,1 & y_R &= 4,08 \text{ Erlang} \\ y_A &= 4,08 \text{ Erlang} & y_R/N_R &= 0,408 \text{ Erlang} \\ y_A/k_A &= 0,408 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

For the inlet blocking eq. (7), page 13, is valid.

In fig. 2 one can read

$$[i_A] = \left(\frac{y_A}{i_A} \right)^{i_A} = (0,408)^{10} = 0,128 \cdot 10^{-3}$$

Für p gilt Glchg. (8), Seite 14

$$p = (k_A - y_A) \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A$$

$$= (10 - 4,08) + 0,1 \cdot 4,08 = 6,328$$

Die Wahrscheinlichkeit [p] der Abnehmerblockierung erhält man für p = 6,328 durch Interpolation zwischen den zwei mFJ-Tafeln (N = 10, k = 6) und (N = 10, k = 7), sowie in jeder dieser Tafeln durch Interpolation von $\frac{y_R}{N_R} = 0,408$ zwischen den Zeilen $\frac{y}{N} = 0,40$ und 0,42. Es wird

$$[p] = 0,175 \cdot 10^{-1}$$

Für die Blockierungswahrscheinlichkeit E gilt Glchg.(22),

Seite 20

$$E = [i_A] + [p] \cdot \{1 - [i_A]\}$$

$$= 0,128 \cdot 10^{-3} + 0,175 \cdot 10^{-1} \cdot (1 - 0,128 \cdot 10^{-3}) \approx 0,176 \cdot 10^{-1} \hat{=} \underline{\underline{1,76\%}}$$

Wir vergleichen dieses Resultat mit den Ergebnissen in A.Elldin's Arbeit (Z37, Seite 236, Tafel 3.3.4).

Elldins Test mit künstlichem Zufallsverkehr ergab bei gleichen Verkehrswerten (y_A, y_R, η_R) $E = 2,22 \pm 0,67\% +)$

+) 95%-Vertrauensintervall

Elldins Rechenmethode HSI ergab für gleiche Anrufintensität α_1 je Eingang, wie sie beim Verkehrstest benutzt wurde, $E = \underline{\underline{2,15\%}}$

Für die Verlustwahrscheinlichkeit B gilt Glchg. (26), Seite 20

$$B = [p] \cdot \frac{i_A - \eta_R \cdot y_A - [i_A] \cdot \{i_A - \eta_R \cdot i_A\}}{i_A}$$

$$= 0,175 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{10 - 0,1 \cdot 4,08 - 0,128 \cdot 10^{-3} \cdot \{10 - 0,1 \cdot 10\}}{10}$$

$$\approx 0,1679 \cdot 10^{-1} \hat{=} \underline{\underline{1,679\%}}$$

For p eq. (8), page 14 is valid

$$p = (k_A - y_A) \cdot k_R + \eta_R \cdot y_A$$

$$= (10 - 4,08) + 0,1 \cdot 4,08 = 6,328$$

The probability [p] has to be calculated for p = 6,328 by interpolation between the mFJ-tables (N = 10, k = 6) and (N = 10, k = 7) as well as in each of these tables for $\frac{y_R}{N_R} = 0,408$ between the lines $\frac{y}{N} = 0,40$ and 0,42 Erlang. We get

$$[p] = 0,175 \cdot 10^{-1}$$

For the time congestion E eq. (22), page 20 is valid

$$E = [i_A] + [p] \cdot \{1 - [i_A]\}$$

$$= 0,128 \cdot 10^{-3} + 0,175 \cdot 10^{-1} \cdot \{1 - 0,128 \cdot 10^{-3}\} \approx 0,176 \cdot 10^{-1} \hat{=} \underline{\underline{1,76\%}}$$

We compare this result with those of A. Elldins study (Z3, page 236, table 3.3.4).

Elldins artificial traffic test resulted in $E = 2,22 \pm 0,67\% +)$ for the same traffic values (y_A, y_R, η_R)

+) 95% - confidence interval

Elldins computation method HSI -- for the same call intensity α_1 per inlet, as it has been used for the test -- resulted in

$$\underline{\underline{E = 2,15\%}}$$

For the call congestion eq. (26), page 20, is valid

$$B = [p] \cdot \frac{i_A - \eta_R \cdot y_A - [i_A] \cdot \{i_A - \eta_R \cdot i_A\}}{i_A}$$

$$= 0,175 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{10 - 0,1 \cdot 4,08 - 0,128 \cdot 10^{-3} \cdot \{10 - 0,1 \cdot 10\}}{10}$$

$$\approx 0,1679 \cdot 10^{-1} \hat{=} \underline{\underline{1,679\%}}$$

Elldins Test mit künstlichem Zufallsverkehr (Z37, Seite 237, Tafel 3.3.5) ergab für gleiche Werte (η_R, y_A, y_R)

$$B = \underline{\underline{1,64 \pm 0,3\%}}^{+)$$

+) 95% -Vertrauensintervall

Elldins Rechenmethode HSI ergab $B = \underline{\underline{1,67\%}}$, wenn gleiche Anrufintensität α_1 vorausgesetzt wurde wie beim Verkehrstest.

Auswertung Nr. 2 :

$$y_A = 7,54 \text{ Erlang} , \quad y_R = 7,54 \text{ Erlang}$$

Derselbe Gang der Auswertung liefert in diesem Fall

$$E = 0,4874 \hat{=} \underline{\underline{48,74\%}}$$

Zum Vergleich A. Elldins Verkehrstest

$$E = \underline{\underline{45,44 \pm 3,14\%}}^{+)$$

+) 95% Vertrauensintervall

Elldins Rechenmethode HSI ergibt für gleiche Anrufintensität α_1 je Eingang wie beim Verkehrstest

$$E = \underline{\underline{48,60\%}}$$

Ferner erhält man

$$B = 0,3964 \hat{=} \underline{\underline{39,64\%}}$$

Elldins Testergebnis ist

$$B = \underline{\underline{39,26 \pm 0,39\%}}^{+)$$

Elldins Rechenverfahren HSI liefert

$$B = \underline{\underline{41,22\%}}$$

+) 95%-Vertrauensintervall

Elldins artificial traffic test (Z37, page 237, table 3.3.5) resulted for the same values (η_R, y_A, y_R) in

$$B = \underline{\underline{1,64 \pm 0,3\%}}^{+)$$

+) 95% -confidence interval

Elldins computation method HSI resulted in $B = \underline{\underline{1,67\%}}$ when the same call intensity α_1 per inlet was presumed, as in the test.

Evaluation No 2 :

$$y_A = 7,54 \text{ Erlang} , \quad y_R = 7,54 \text{ Erlang}$$

The same way of evaluation yields in this case

$$E = 0,4874 \hat{=} \underline{\underline{48,74\%}}$$

We compare with Elldins artificial traffic test

$$E = \underline{\underline{45,44 \pm 3,14\%}}^{+)$$

+) 95%-confidence interval

Elldins computation method HSI yields for the same call intensity α_1 per inlet as used for the test

$$E = \underline{\underline{48,60\%}}$$

Furthermore the evaluation yields

$$B = 0,3964 \hat{=} \underline{\underline{39,64\%}}$$

We compare with Elldins artificial traffic test

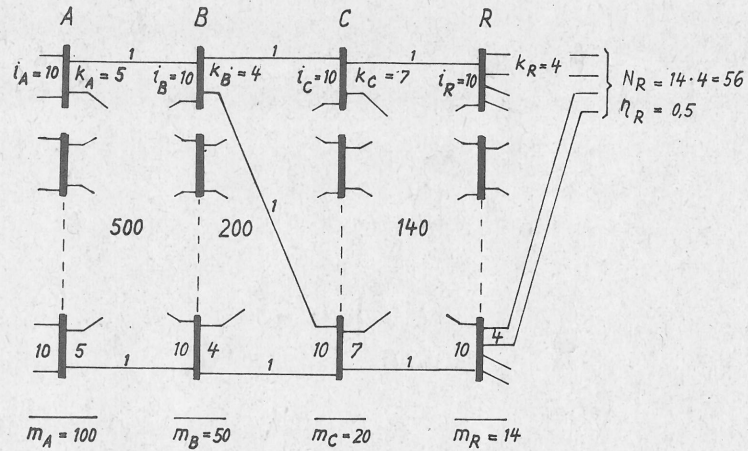
$$B = \underline{\underline{39,26 \pm 0,39\%}}^{+)$$

Elldins computation method yields

$$B = \underline{\underline{41,22\%}}$$

+) 95%-confidence interval

7.5. Vierstufiges Linkssystem mit Richtungswahl



Die drei Verkehrswerte, für welche die Rechnung durchgeführt wird, entsprechen denjenigen, welche sich bei Tests mit künstlichem Zufallsverkehr ergeben haben. Für die Ueberlassung dieser Testergebnisse dankt der Verfasser der Firma Standard Elektrik Lorenz AG., Zuffenhausen.

1) Auswertung und Test Nr. 1:

Es wird angenommen, dass die Rufintensität des Verkehrsangebots an ein Koppelvielfach A linear abhängt von der Anzahl ($i_A - x_A$) seiner freien Eingänge.

Verkehrswerte siehe rechte Seite →

Für die Eingangsblockierung wird Glchg. (3), Seite 12 angewandt

$$[k_A] = (0,1717)^5 \approx 0,15 \cdot 10^{-3} \quad (\text{s. Fig. 2})$$

Nach Glchg. (8), Seite 14, wird

$p \approx 103 > N_R$, für die weitere Rechnung muss also

$p_{\max} = N_R = 56$ benutzt werden.

7.5. Four stage link-system with group selection

Trunking scheme see left side!

The three values of carried traffic, for which the evaluation is done, correspond to those of artificial traffic tests. The author is obliged to the Standard Elektrik Lorenz AG., Zuffenhausen, for the cession of these test results.

1) Evaluation and test No 1:

It is assumed that the call intensity offered to an A-multiple depends linearly on the number ($i_A - x_A$) of its free inlets.

$$\begin{aligned} \eta_R &= 0,5 & y_C &= \frac{y_R}{\eta_R \cdot m_C} = 4,293 \text{ Erlang} \\ y_A &= \frac{y_R}{\eta_R \cdot m_A} = 0,8586 \text{ Erl} & y_R &= 42,93 \text{ Erlang} \\ y_A/k_A &= 0,1717 \text{ Erlang} & y_R/N_R &= 0,767 \text{ Erlang} \\ y_B &= \frac{y_R}{\eta_R \cdot m_B} = 1,717 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

For the inlet blocking eq. (3), page 12 will be applied

$$[k_A] = (0,1717)^5 \approx 0,15 \cdot 10^{-3} \quad (\text{see fig. 2})$$

According eq. (8), page 14, we get

$p \approx 103 > N_R$, therefore

$p_{\max} = N_R = 56$ has to be used for the

further evaluation.

Die Wahrscheinlichkeit der Abnehmerblockierung erhält man zu

$$[P_{\max}] = E_{1,56}(A_0) = 0,10456 \cdot 10^{-1}$$

durch Interpolation zwischen den Werten $y/N = 0,76$ und $0,78$ sowie zwischen zwei mPJ-Tafeln mit $N = 55$ und $N = 60$. Der Wert $E_{1,N}$ wird in Spalte 7 abgelesen.

Die Blockierungswahrscheinlichkeit E gibt Glchg. (21), Seite 20

$$\begin{aligned} E &= [k_A] + [P] \cdot \{1 - [k_A]\} \\ &= 0,15 \cdot 10^{-3} + 0,10456 \cdot 10^{-1} \cdot (1 - 0,15 \cdot 10^{-3}) \\ &\approx 0,106 \cdot 10^{-1} \hat{=} 1,06\% \end{aligned}$$

Für die Verlustwahrscheinlichkeit gilt Glchg. (25), Seite 20

$$\begin{aligned} B &= 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{10-5}{10} + 0,10456 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{10-0,5 \cdot 0,8586 - 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot \{10-0,5 \cdot 5\}}{10} \\ &\approx 0,0100 \hat{=} 1,00\% \end{aligned}$$

Damit erhält man zum Schluss das
=====

Verkehrsangebot

$$A_R = \frac{y_R}{1-B} = \frac{42,93}{0,99} \approx 43,36 \text{ Erlang}$$

Das Testergebnis für gleiche Belastung y_R war

$$B = 1,13 \pm 0,18\% \text{ +)}$$

+) 95% -Vertrauensintervall

2) Auswertung und Test Nr. 2:

Für die gleiche Art angebotenen Verkehrs und mit

$$\begin{aligned} y_A &= 1,055 \text{ Erlang} & y_R &= 52,75 \text{ Erlang} \\ y_B &= 2,110 \text{ Erlang} & y_R/N_R &= 0,942 \text{ Erlang} \\ y_C &= 5,275 \text{ Erlang} & y_A/k_A &= 0,211 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

Mit Hilfe derselben Gleichungen wie in Nr. 1 erhält man

The probability of route blocking gets

$$[P_{\max}] = E_{1,56}(A_0) = 0,10456 \cdot 10^{-1}$$

by interpolation between the values $y/N = 0,76$ and $0,78$ Erlang as well as between two mPJ-tables for $N = 55$ and $N = 60$. The value $E_{1,N}$ may be found in column 7.

For the time congestion E eq. (21), page 20 is valid

$$\begin{aligned} E &= [k_A] + [P] \cdot \{1 - [k_A]\} \\ &= 0,15 \cdot 10^{-3} + 0,10456 \cdot 10^{-1} \cdot (1 - 0,15 \cdot 10^{-3}) \\ &\approx 0,106 \cdot 10^{-1} \hat{=} 1,06\% \end{aligned}$$

For the call congestion eq. (25), page 20 is valid. We get

$$\begin{aligned} B &= 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot \frac{10-5}{10} + 0,10456 \cdot 10^{-1} \cdot \frac{10-0,5 \cdot 0,8586 - 0,15 \cdot 10^{-3} \cdot \{10-0,5 \cdot 5\}}{10} \\ &\approx 0,0100 \hat{=} 1,00\% \end{aligned}$$

=====

Therewith one gets at last the value

of traffic offered

$$A_R = \frac{y_R}{1-B} = 43,36 \text{ Erlang}$$

The artificial traffic test for the same carried load y_R resulted in

$$B = 1,13 \pm 0,18\% \text{ +)}$$

+) 95% -confidence interval

2) Evaluation and test No 2:

For the same type of traffic offered and with

$$\begin{aligned} y_A &= 1,055 \text{ Erlang} & y_R &= 52,75 \text{ Erlang} \\ y_B &= 2,110 \text{ Erlang} & y_R/N_R &= 0,942 \text{ Erlang} \\ y_C &= 5,275 \text{ Erlang} & y_A/k_A &= 0,211 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

By means of the same equations as in No 1 we get

$$[k_A] = 0,418 \cdot 10^{-3}$$

und $p = 52$

Weil $k = 52$ nicht mehr tabelliert ist, rechnet man in diesem Fall ausnahmsweise mit der Formel für $[p]$ auf Seite 19

$$[p] = \frac{E_{1,56}(A_0)}{E_{456-52}(A_0)}$$

Mit der vorgegebenen Belastung pro Abnehmerleitung

$y/N = 0,942$ Erlang erhält man durch Interpolation zwischen zwei Tafeln mit $N = 60$ und $N = 55$ in Spalte 7

$$E_{1,56}(A_0, y/N = 0,942) = 0,2021, \text{ deshalb}$$

$$A_0 = \frac{y_R}{1 - E_{1,56}(A_0)} = \frac{52,75}{1 - 0,2021} = 66,11 \text{ Erlang}$$

Mit Hilfe der Palm'schen Tafeln der Erlang'schen Funktion erhält man

$$E_{456-52}(66,11) = E_{1,4}(66,11) = 0,9404 \text{ und damit}$$

$$[p] = \frac{E_{1,56}(66,11)}{E_{1,4}(66,11)} = \frac{0,2021}{0,9404} = 0,2149$$

Mit $[k_A]$ und $[p]$ erhält man nach Glchg. (21), Seite 20

$$E = 0,2152 \hat{=} 21,52\%$$

und mit Glchg. (25), Seite 20

$$B = 0,2037 \hat{=} 20,37\% \text{ also } A = \frac{52,75}{0,7963} = 66,244 \text{ Erlang}$$

Das Testergebnis für gleiche Belastung y_R war

$$B = 20,40 \pm 1,32\% \text{ +)}$$

+) 95% -Vertrauensintervall

für $A = 66,72$ Erlang

$$[k_A] = 0,418 \cdot 10^{-3}$$

and $p = 52$

Because $k = 52$ has not been tabulated the evaluation in this case exceptionally must be done by means of the equation for $[p]$ on page 19

$$[p] = \frac{E_{1,56}(A_0)}{E_{456-52}(A_0)}$$

With the prescribed load per line $y/N = 0,942$ Erlang and by interpolation between two tables ($N = 60$) and ($N = 55$) in column 7 we get

$$E_{1,56}(A_0, y/N = 0,942) = 0,2021, \text{ therefore}$$

$$A_0 = \frac{y_R}{1 - E_{1,56}(A_0)} = \frac{52,75}{1 - 0,2021} = 66,11 \text{ Erlang}$$

By means of Palms tables of Erlangs function $E_{1,N}(A)$ we get

$$E_{456-52}(66,11) = E_{1,4}(66,11) = 0,9404 \text{ and therewith}$$

$$[p] = \frac{E_{1,56}(66,11)}{E_{1,4}(66,11)} = \frac{0,2021}{0,9404} = 0,2149$$

With $[k_A]$ and $[p]$ we get according to eq.(21), page 20

$$E = 0,2152 \hat{=} 21,52\%$$

and with eq. (25), page 20

$$B = 0,2037 \hat{=} 20,37\% \text{ therefore } A = \frac{52,75}{0,7963} = 66,244 \text{ Erla}$$

The test result in case of the same carried load y_R was

$$B = 20,40 \pm 1,32\% \text{ +)}$$

+) 95% -confidence interval

for $A = 66,72$ Erlang

Das Verkehrsangebot an ein Koppelvielfach A wird als konstant und unabhängig von der Anzahl seiner freien Eingänge angenommen

$$\begin{aligned} \eta_R &= 0,5 & y_C &= 4,76 \text{ Erlang} \\ y_A &= \frac{y_R}{\eta_R \cdot m_A} = 0,952 \text{ Erlang} & y_R &= 47,6 \text{ Erlang} \\ y_A/k_A &= 0,1904 \text{ Erlang} & y_R/N_R &= \frac{47,6}{56} = 0,85 \text{ Erlang} \\ y_B &= 1,904 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

$[k_A]$ wird nach Glchg. (1), Seite 12,
 p " " " (8), Seite 14,
 E " " " (21), Seite 20 berechnet.

Für B = E gilt Glchg. (23), Seite 20.

Das Ergebnis lautet

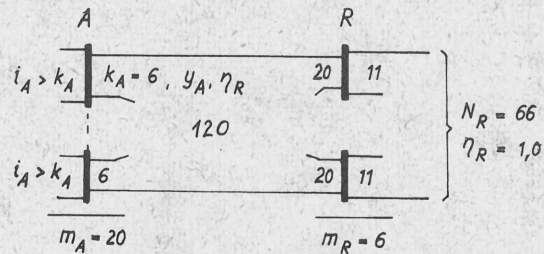
$$E = B = \underline{\underline{4,75\%}}, \text{ also } A_R = \frac{47,6}{0,9525} = 49,98 \text{ Erlang}$$

Das Testergebnis für gleiche Belastung y_R war

$$B = \underline{\underline{4,89 \pm 1,15\% \text{ +)}}} \text{ für } A = 50,0 \text{ Erlang}$$

+) 95% -Vertrauensintervall.

7.6. Zweistufiges Linksystem für Vorwahl (ohne Mischung).



The traffic offered to an A-multiple is assumed to be constant and independent of the number of its free inlets

$$\begin{aligned} \eta_R &= 0,5 & y_C &= 4,76 \text{ Erlang} \\ y_A &= \frac{y_R}{\eta_R \cdot m_A} = 0,952 \text{ Erlang} & y_R &= 47,6 \text{ Erlang} \\ y_A/k_A &= 0,1904 \text{ Erlang} & y_R/N_R &= \frac{47,6}{56} = 0,85 \text{ Erlang} \\ y_B &= 1,904 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

For $[k_A]$ eq. (1) page 12,
 for p eq. (8) page 14,
 for E eq. (21) page 20 is valid.

For B = E eq. (23) page 20 is valid.

We get the result

$$E = B = \underline{\underline{4,75\%}}, \text{ therefore } A_R = \frac{47,6}{0,9525} = 49,98 \text{ Erlang}$$

The test result for the same carried load y_R was

$$B = \underline{\underline{4,89 \pm 1,15\% \text{ +)}}} \text{ for } A = 50,0 \text{ Erlang}$$

+) 95% -confidence interval

7.6. Two stage link-system for preselection (without grading)

Trunking scheme see left side!



Das Verkehrsangebot an ein Koppelvielfach A ist konstant und unabhängig vom Belegungszustand seiner Eingänge. Die Auswertung wird für 2 Verkehrsbelastungen durchgeführt. Die Verkehrstests wurden im Rechenzentrum der TH Stuttgart ausgeführt.

Auswertung Nr. 1 :

Verkehrswerte siehe rechte Seite →

Mit Glchg. (1), Seite 12 wird $[k_A] = 0,0277 = 2,77\%$

Mit Glchg. (8), Seite 14 wird $p = 41,832$

Durch Interpolation zwischen den entsprechenden mPJ-Tafeln erhält man

$$[p] = 0,5675 \cdot 10^{-2}$$

Gemäss Glchg. (21) und (23), Seite 20, erhält man das Ergebnis

$$E = B = 0,0277 + 0,005675 \cdot 0,9723 = 0,0332 = \underline{\underline{3,32\%}}$$

Damit erhält man am Ende der Auswertung das Verkehrsangebot an

das Linksystem $A_R = \frac{48,336}{0,9668} \approx 50,0$ Erlang

Der Verkehrstest mit $A = 50,0$ Erlang ergab für gleiche Be-

lastung y_R $B = \underline{\underline{3,3238 \pm 0,3\%}}$ +)

+) 95% -Vertrauensintervall

Auswertung Nr. 2 :

$$\eta_R = 1,0$$

$$y_R = 60,264 \text{ Erlang}$$

$$y_A = 3,0132 \text{ Erlang}$$

$$y_{R/N_R} = 0,9131 \text{ Erlang}$$

$$y_{A/k_A} = 0,5022 \text{ Erlang}$$

Mit dem gleichen Rechnungsgang der Auswertung wie bei Nr. 1

erhält man folgende Ergebnisse:

The call intensity is assumed to be constant and independent of the number of free inlets. The evaluation is done for two values of carried traffic. The artificial traffic tests have been carried out in the computing center of the Technische Hochschule Stuttgart.

Evaluation No 1 :

$$\eta_R = 1,0$$

$$y_R = 48,336 \text{ Erlang}$$

$$y_A = 2,4168 \text{ Erlang}$$

$$y_{R/N_R} = 0,73263 \text{ Erlang}$$

$$y_{A/k_A} = 0,4028$$

With eq. (1) page 12 we get $[k_A] = 0,0277 = 2,77\%$

With eq. (8) page 14 we get $p = 41,832$

By interpolation between the corresponding mPJ-tables we get

$$[p] = 0,5675 \cdot 10^{-2}$$

According to eq. (21) and (23) page 20 we get the result

$$E = B = 0,0277 + 0,005675 \cdot 0,9723 = 0,0332 = \underline{\underline{3,32\%}}$$

Therewith one gets at last the traffic offered to the link-

system $A_R = \frac{48,336}{0,9668} \approx 50,0$ Erlang

The test with offered traffic $A = 50,0$ Erlang and the same

carried traffic y_R resulted in $B = \underline{\underline{3,328 \pm 0,3\%}}$ +)

+) 95% -confidence interval

Evaluation No 2 :

$$\eta_R = 1,0$$

$$y_R = 60,264 \text{ Erlang}$$

$$y_A = 3,0132 \text{ Erlang}$$

$$y_{R/N_R} = 0,9131 \text{ Erlang}$$

$$y_{A/k_A} = 0,5022 \text{ Erlang}$$

By the same way of evaluation as in No 1 we get the following results:

$$[k_A] = 0,064 \hat{=} 6,4\%$$

$$p = 35,87$$

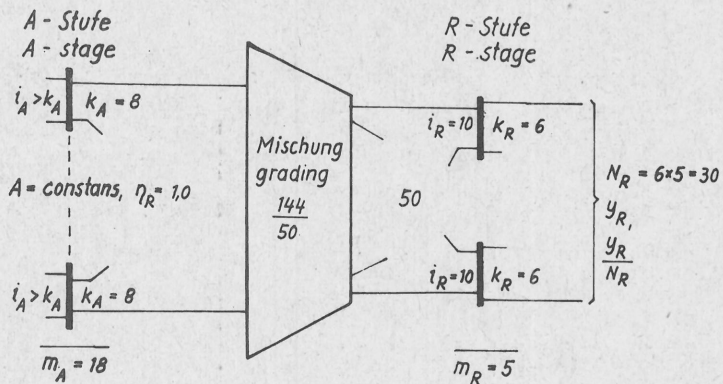
$$[p] = 0,1815 \hat{=} 18,15\%$$

$$B = E = \frac{23,47\%}{\text{-----}}, \text{ also } A = \frac{60,264}{0,7653} = 78,743 \text{ Erlang}$$

Das Ergebnis des Verkehrstests mit $A = 80,0$ Erlang und bei der gleichen Belastung y_R war $B = \frac{24,67 \pm 1,52\%}{\text{-----}}$ +)

+) 95% -Vertrauensintervall

7.7. Zweistufiges Linksystem für Vorwahl mit einer Mischung zwischen A- und R-Stufe



Wegen der angewandten Mischung (unverschränkte Mischung mit Uebergreifen, geordnetes Absuchen) war die Absuchmethode der A-Stufen-Ausgänge nicht optimal im Sinne von Ziff. IV, 5.2, Seite 15,16. Die Auswertung erfolgt für 2 Verkehrswerte. Die Verkehrstests mit künstlichem Zufallsverkehr wurden im Rechenzentrum der TH Stuttgart durchgeführt.

Auswertung Nr. 1: Verkehrswerte siehe rechte Seite →

$$[k_A] = 0,064 \hat{=} 6,4\%$$

$$p = 35,87$$

$$[p] = 0,1815 \hat{=} 18,15\%$$

$$B = E = \frac{23,47\%}{\text{-----}}, \text{ therefore } A = \frac{60,264}{0,7653} = 78,743 \text{ Erlang}$$

The artificial traffic test with $A = 80,0$ Erlang and with the same carried traffic y_R resulted in $B = \frac{24,67 \pm 1,52\%}{\text{-----}}$ +)

+) 95% - confidence interval

7.7. Two stage link-system for preselection and with grading between A- and R-stage

Trunking scheme see left side !

Because of the grading method (straight grading with skipping and sequential hunting) the most advantageous (comp.section IV, 5.2, page 15,16) hunting of the R-multiples by the A-stage outlets could'nt be reached.

The evaluation is done for 2 values of carried traffic.

The tests with artificial random traffic have been carried out in the computing center of the Technische Hochschule Stuttgart.

Evaluation No 1 :

$$M_A = \frac{144}{50}$$

$$\eta_R = 1,0$$

$$y_A = \frac{19,47}{18} = 1,081 \text{ Erlang}$$

$$y_R = 19,47 \text{ Erlang}$$

$$\frac{y_A \cdot m_A}{m_R \cdot i_R} = \frac{19,47}{5 \cdot 10} = 0,3894 \text{ Erlang}$$

$$y_R / N_R = \frac{19,47}{30} = 0,649 \text{ Erl}$$

Für $[k_A]$ gilt Glchg. (5), Seite 13,
für p wurde Glchg. (13), Seite 17 benutzt (unterer Grenzwert)

und für E = B gelten Glchg. (21) und (23), Seite 20.

Ergebnis: Grosser Grenzwert für E = B $\approx 1,272\%$
=====

damit $A_R = \frac{19,47}{0,98728} = 19,72$ Erlang

Der Verkehrstest lieferte $B = 1,17 \pm 0,19\%$ ^{+) für ein}
Verkehrsangebot $A = 19,70$ Erlang

+) 95%-Vertrauensintervall

Auswertung Nr. 2 :

Verkehrswerte siehe rechte Seite \rightarrow

Die Auswertung ergab als hohen Grenzwert (p nach Glchg.(13)!))

$E = B = 23,47\%$, damit $A = \frac{26,25}{0,7653} = 34,30$ Erlang
=====

Der Verkehrstest lieferte

$E = B = 21,17 \pm 1,66\%$ ^{+) bei A = 33,30 Erlang}
===== und $y_R = 26,25$ Erlang

+) 95%-Vertrauensintervall

For $[k_A]$ eq. (5) page 13 is valid,
for p eq. (13) page 17 has been used (inferior limit),
for E = B eq. (21) and (23) page 20 are valid.

Result: Large limit of E = B $\approx 1,272\%$

therewith $A_R = \frac{19,47}{0,98728} = 19,72$ Erlang
=====

Result of the artificial traffic test:

$B = 1,17 \pm 0,19\%$ ^{+) for}
=====

offered traffic A = 19,70 Erlang and the same carried

traffic $y_R = 19,47$ Erlang

+) 95%-confidence interval

Evaluation No 2 :

$M_A = \frac{144}{50}$ $\eta_R = 1,0$
 $y_A = 1,46$ Erlang $y_R = 26,25$ Erlang
 $\frac{y_A \cdot m_A}{m_R \cdot i_R} = \frac{26,25}{5 \cdot 10} = 0,525$ Erlang $y_{R/N_R} = 0,875$ Erlang

Result: Large limit (p with eq. (13)!))

$E = B = 23,47\%$, therewith $A = \frac{26,25}{0,7653} = 34,30$ Erlang
=====

Result of the artificial traffic test

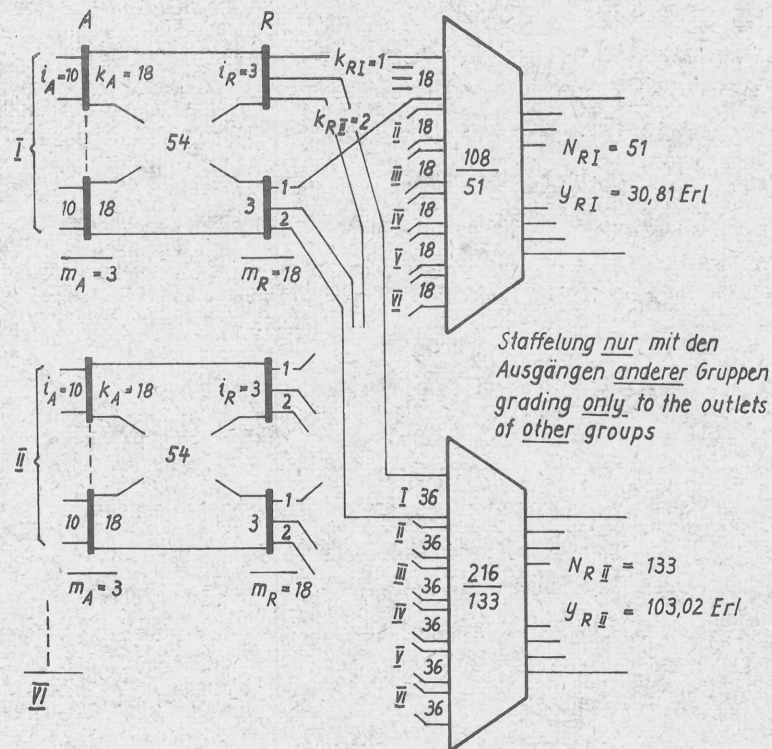
$E = B = 21,17 \pm 1,66\%$ ^{+) for offered}
=====

traffic A = 33,30 Erlang and the same carried

traffic $y_R = 26,25$ Erlang

+) 95%-confidence interval

7.8. Zweistufiges Linksystem mit Richtungswahl



Das Verkehrsangebot an ein Koppelvielfach A ist konstant für $0 \leq x_A < i_A$
 Die Ergebnisse der Rechnung werden mit Verkehrstests auf einer elektronischen Rechanlage verglichen. Der Verfasser dankt der Firma Standard Elektrik Stuttgart für die Ueberlassung dieser Ergebnisse.

Auswertung für Abnehmerbündel Nr. I :
 Verkehrswerte siehe rechte Seite →

7.8. Two stage link-system with group selection

Trunking scheme see left side !

The traffic offered per A-multiple is assumed to have a constant call intensity between $0 \leq x_A < i_A$

The results of the evaluation will also be compared with those of artificial traffic tests. The author is obliged to the Standard Elektrik Stuttgart for the cession of these test results.

Evaluation for route No I :

$$y_A = \frac{y_{RI} + y_{RII}}{3 \cdot 6} = \frac{133,83}{18} = 7,435 \text{ Erlang}$$

$$\eta_{RI} = \frac{30,81}{133,83} = 0,2305$$

$$\frac{y_A}{i_A} = \frac{7,435}{10} = 0,7435 \text{ Erlang}$$

$$N_{RI} = 51 \qquad y_{RI} = 30,81 \text{ Erlang}$$

$$\frac{y_{RI}}{N_{RI}} = \frac{30,81}{51} = 0,6041 \text{ Erlang}$$

Für die Eingangsblockierung gilt Glchg. (6 A), Seite 13

Mit Hilfe von Fig. 1 c oder der mPJ-Tafel ($N = k = 10$) erhält man für $y/N = 0,7435$

$$[i_A] = 0,16215$$

Der Test mit künstlichem Zufallsverkehr ergab $[i_A] \approx 0,16$

Für p gilt Glchg. (8), Seite 14

$$p_I = (k_A - y_A) \cdot k_{RI} + \eta_{RI} \cdot y_A \approx 12,28$$

Durch Interpolation aus den mPJ-Tafeln für ($N = 50, k = 12$), ($N = 55, k = 12$), ($N = 50, k = 13$) und ($N = 55, k = 13$) erhält man für

$$N_{RI} = 51, \frac{y_{RI}}{N_{RI}} = 0,6041 \text{ Erl, } k = 12,28$$

$$[p_I] = 0,0086$$

Nach Glchg. (24), Seite 20, ergibt sich

$$B_I = [p_I] = 0,0086 = \underline{\underline{0,86\%}}, \text{ also } A_I = \frac{y_{RI}}{1-B_I} = \frac{30,81}{0,9914} = 31,077 \text{ Erl}$$

Das Testergebnis war

$$B_I = \underline{\underline{1,1 \pm 0,2\% \text{ } ^+)}} \text{ bei } A_I = 31,15 \text{ Erlang}$$

+) 95% -Vertrauensintervall

Auswertung für Abnehmerbündel Nr. II

$$\begin{aligned} y_A &= 7,435 \text{ Erlang} & N_{RI} &= 133 \\ \eta_{RII} &= \frac{103,02}{133,83} = 0,7698 & y_{RI} &= 103,02 \text{ Erlang} \\ \frac{y_A}{i_A} &= 0,7435 \text{ Erlang} & y_{RI}/N_{RI} &= 0,7746 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

und $[i_A] = 0,1621$

Man erhält

$$\begin{aligned} p_{II} &= 26,851 \\ [p_{II}] &= 0,01182 \end{aligned}$$

For the inlet blocking eq. (6 A) page 13 is valid.

By means of fig. 1 c or of the mPJ-table ($N = k = 10$) we get for $y/N = 0,7435$

$$[i_A] = 0,16215$$

The artificial test resulted in $[i_A] \approx 0,16$

For p eq. (8) page 14 is valid

$$p_I = (k_A - y_A) \cdot k_{RI} + \eta_{RI} \cdot y_A = 12,28$$

By means of interpolation between the mPJ-tables ($N = 50, k = 12$) ($N = 50, k = 13$) and ($N = 55, k = 13$) we get for ($N = 55, k = 12$)

$$N_{RI} = 51, \frac{y_{RI}}{N_{RI}} = 0,6041 \text{ Erl and for } k = 12,28$$

$$[p_I] = 0,0086$$

According to eq. (24) page 20 results

$$B_I = [p_I] = 0,0086 = \underline{\underline{0,86\%}}, \text{ therefore}$$

$$A_I = \frac{y_{RI}}{1-B_I} = \frac{30,81}{0,9914} = 31,077 \text{ Erlang}$$

The artificial traffic test resulted in

$$B_I = \underline{\underline{1,1 \pm 0,2\% \text{ } ^+)}} \text{ for } A_I = 31,15 \text{ Erlang}$$

+) 95%-confidence interval

Evaluation for route No II :

$$\begin{aligned} y_A &= 7,435 \text{ Erlang} & N_{RI} &= 133 \\ \eta_{RII} &= \frac{103,02}{133,83} = 0,7698 & y_{RI} &= 103,02 \text{ Erlang} \\ \frac{y_A}{i_A} &= 0,7435 \text{ Erlang} & y_{RI}/N_{RI} &= 0,7746 \text{ Erlang} \end{aligned}$$

and $[i_A] = 0,1621$

We get

$$\begin{aligned} p_{II} &= 26,851 \\ [p_{II}] &= 0,01182 \end{aligned}$$

$$B_{II} = [p_{II}] = 0,01182 = \underline{\underline{1,182\%}}$$

und damit $A_{II} = \frac{y_{RII}}{1 - B_{II}} = 104,25 \text{ Erlang}$

Der Test mit künstlichem Zufallsverkehr ergab

$$B_{II} = \underline{\underline{1,1 \pm 0,12\% \text{+)}}} \text{ für } A_{II} = 104,17 \text{ Erlang}$$

+) 95% -Vertrauensintervall

B e m e r k u n g :

Wegen der beträchtlichen Eingangsblockierung $[i_A] \approx 16\%$ hätte man annehmen können, dass die Glättung des Verkehrs durch $[i_A]$ einen etwas kleineren Test-Verlust ergeben würde, als der Berechnung von B entspricht.

Dies war nicht der Fall. Die Ursache kann -- abgesehen von der begrenzten Genauigkeit des Näherungsverfahrens -- darin liegen, dass durch die Staffelung der 6 Linksystem-Gruppen (vgl. Gruppierungsplan) von 108 Ausgängen auf 51 bzw. von 216 Ausgängen auf 133 Abnehmerleitungen keine so gleichmäßige Verteilung der Verkehrsbelastung auf dem Abnehmerbündel erreicht wurde, wie dies von der Rechnung vorausgesetzt wird.

$$B_{II} = [p_{II}] = 0,01182 = \underline{\underline{1,182\%}}$$

and therewith $A_{II} = \frac{y_{RII}}{1 - B_{II}} = 104,25 \text{ Erlang}$

The artificial traffic test resulted in

$$B_{II} = \underline{\underline{1,1 \pm 0,12\% \text{+)}}} \text{ for } A_{II} = 104,17 \text{ Erlang}$$

+) 95% -confidence interval

R e m a r k :

Because of the considerable inlet blocking $[i_A] \approx 16\%$ one could have assumed that the smoothing of traffic offered by $[i_A]$ should have resulted in a slightly smaller value of test-loss than the evaluated one. This was not the case.

The reason for this fact might be -- besides of the limited exactness of the approximation method -- the result of the grading between the six groups of link-systems (comp. trunking scheme) from 108 outlets to 51 lines in the route, resp. from 216 outlets to 133, which could not reach a distribution of load in the route as evenly as it is presumed by the computation method.

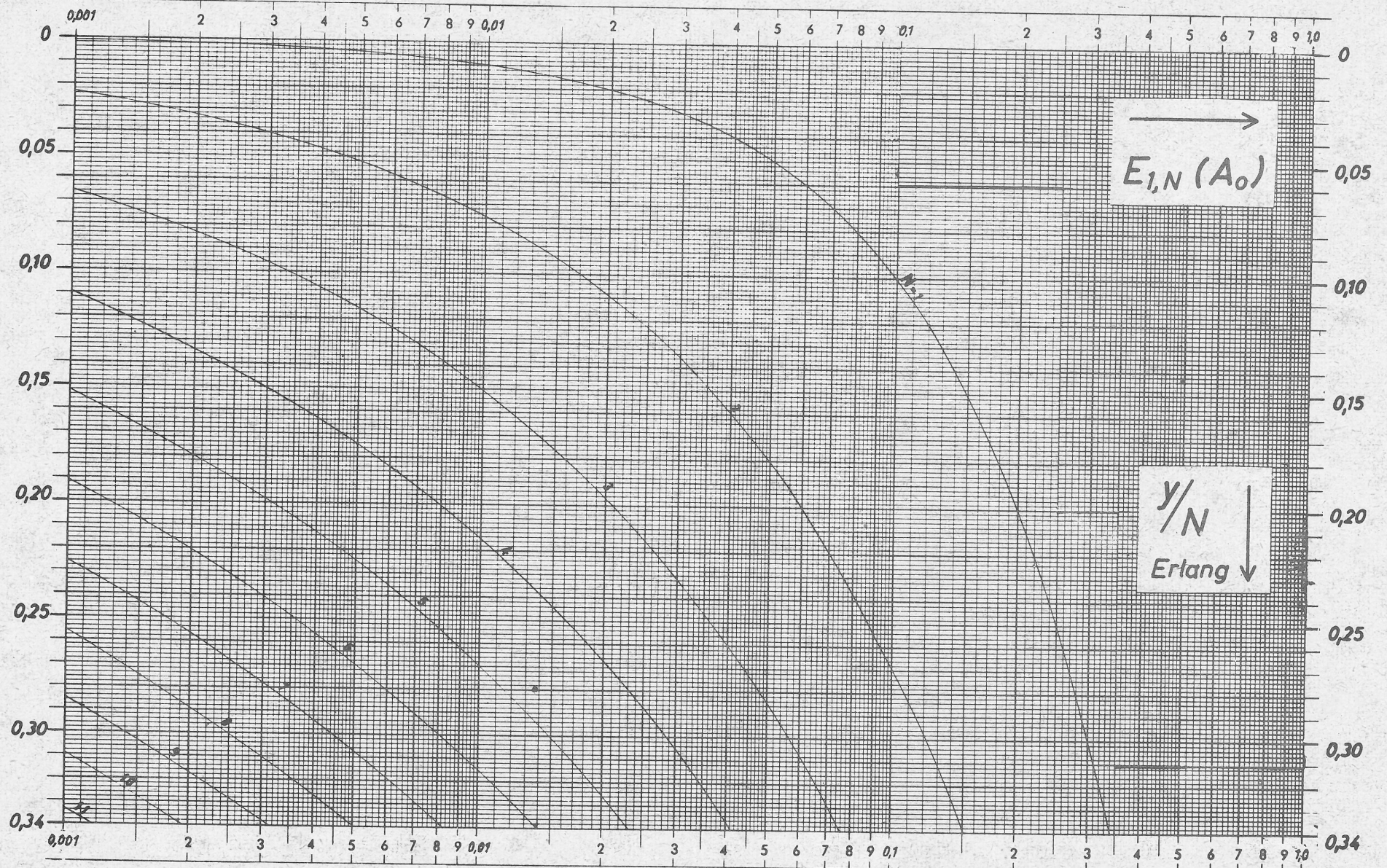


Fig.1a

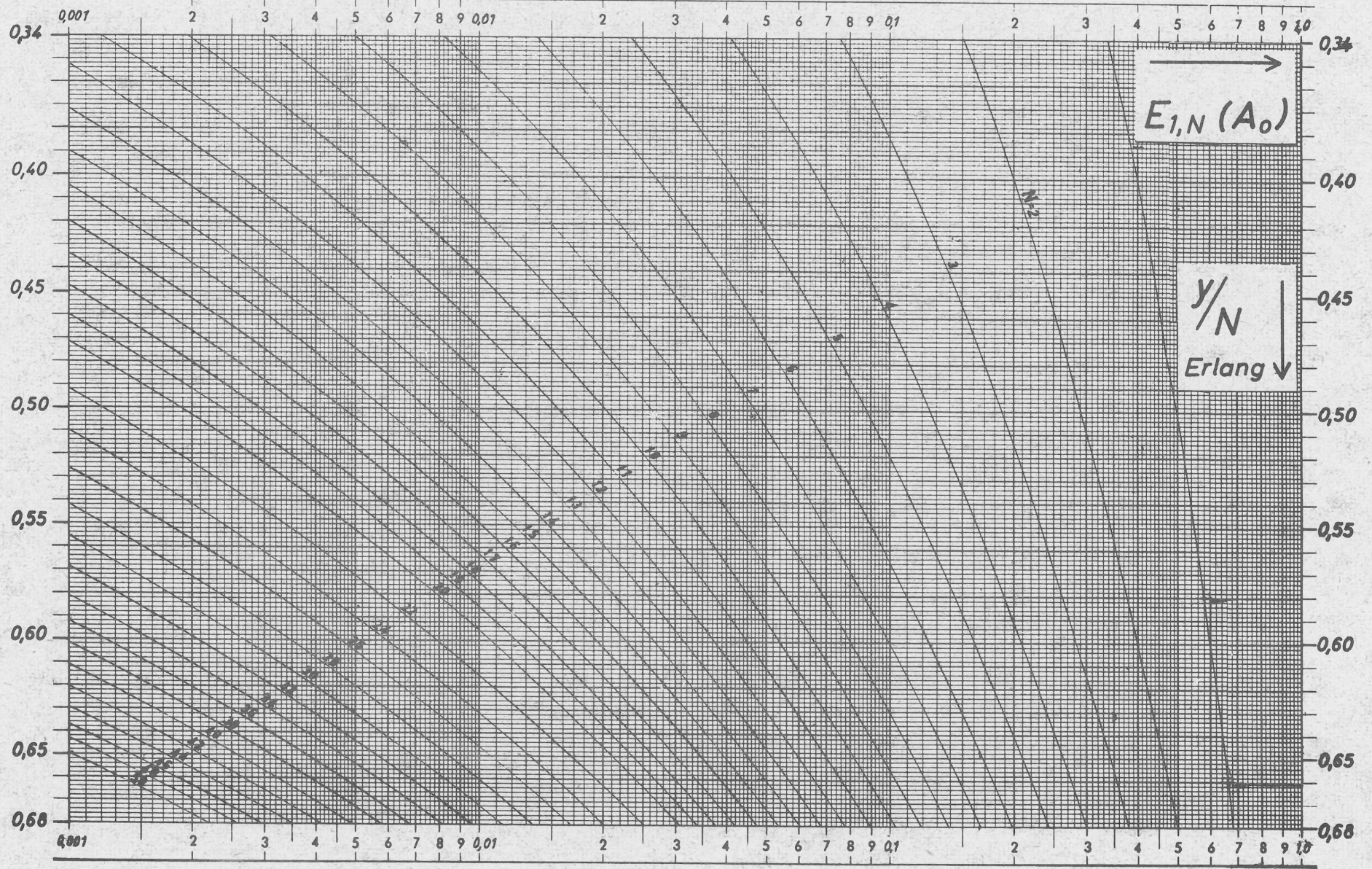


Fig.1b

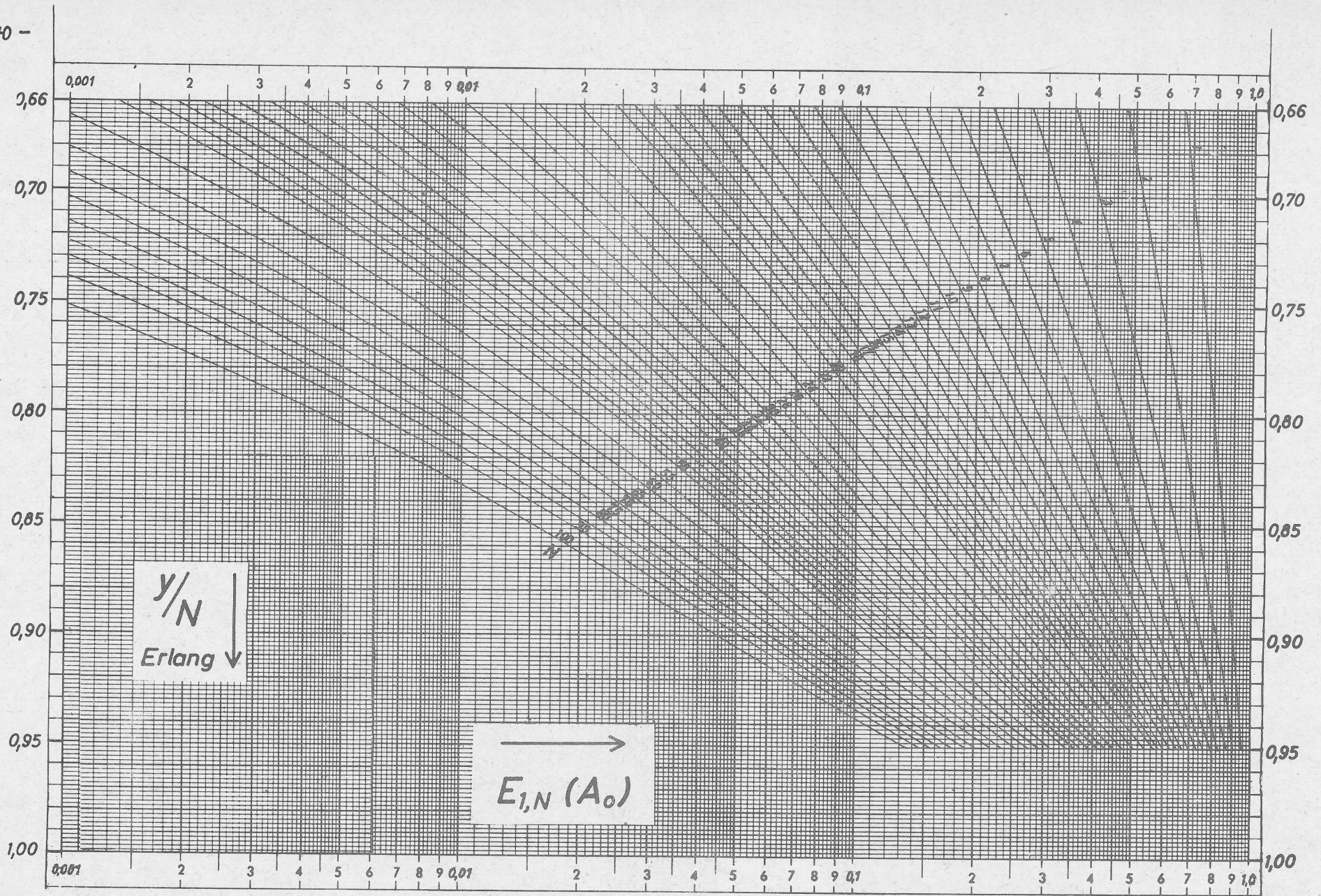
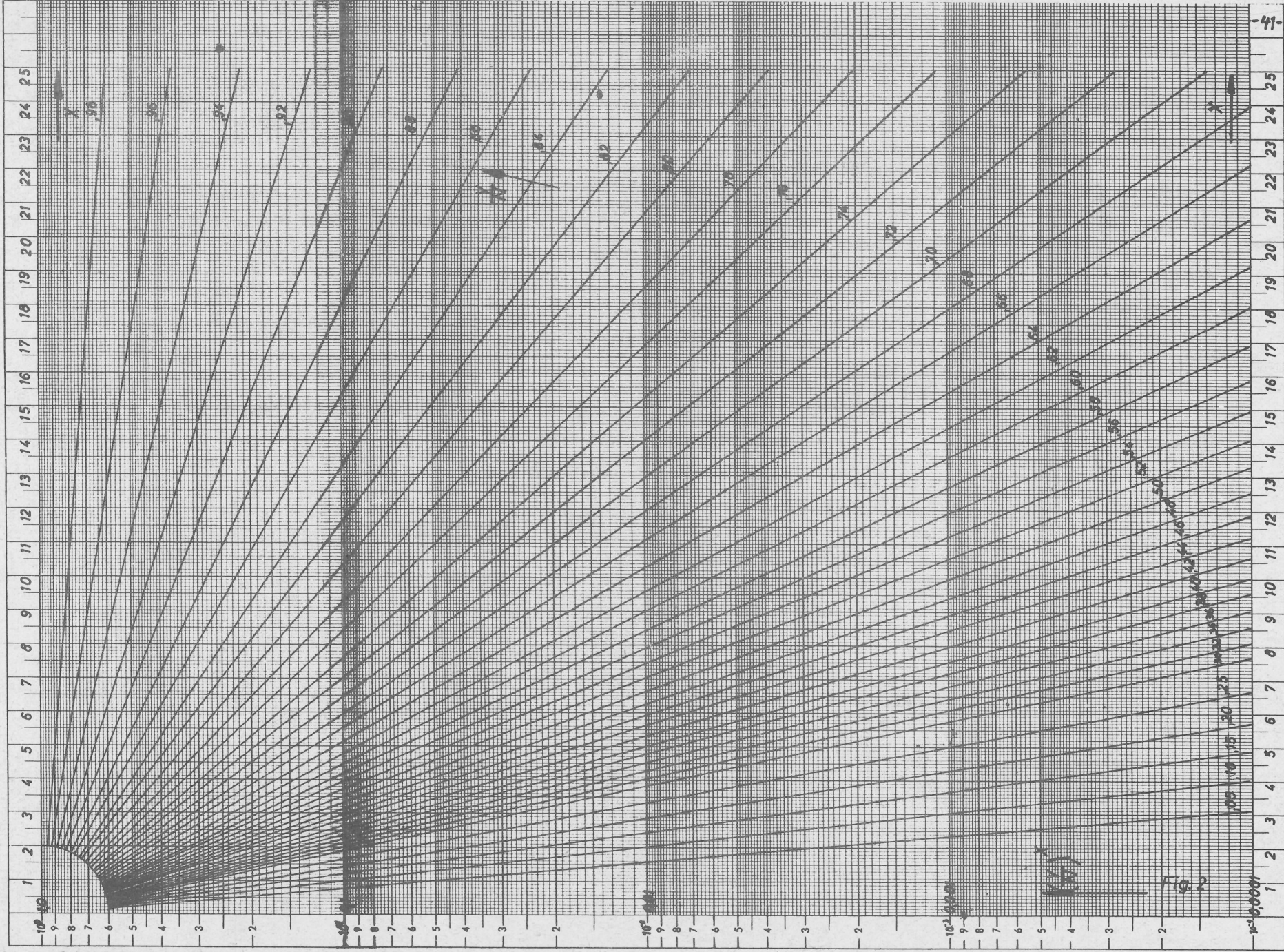


Fig. 1c



Schrifttumsverzeichnis
Bibliography

- [1] N. Bininda und A. Wendt "Die effektive Erreichbarkeit für Abnehmerbündel hinter Zwischenleitungsanordnungen"
Nachrichtentechnische Zeitschrift (NTZ) 1959, Heft 11
- [2] G. Bretschneider "Die Leistungsfähigkeit von zweistufigen Zwischenleitungsanordnungen"
Archiv für Elektrische Uebertragung, 1961, No. 4
- [3] A. Elldin "On the Dependence between the Two Stages in a Link System"
Ericsson Technics 1961, No. 2
- [4] A. Elldin "Further Studies on Gradings with Random Hunting"
Ericsson Technics No. 2, 1957
- [5] C. Jacobaeus "Blocking Computations in Link Systems"
Ericsson Review 1947, No. 3
and
"A Study on Congestion in Link Systems"
Ericsson Technics 1950, No. 48
- [6] A. Lotze "Loss Formula, Artificial Traffic Checks and Quality Standards for Characterizing One Stage Gradings"
3. ITC Paris, Sept. 1961, DOC 28
- [7] A. Lotze "Verluste und Güteermale einstufiger Mischungen"
NTZ 14 (1961) Heft 9
- [8] C. Palm "Nagra följdsatser ur de Erlang'ska formlerna"
Tekn. Medd. från. Kunigl. Telegrafstyrelsen 1943, 1-3
- [9] B. Wallström "Artificial Traffic Trials on a Two Stage Link System. Congestion Theory and Simulated Traffic Studies"
Ericsson Technics 1961, No. 2