Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung

Universität Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

20. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten

Exakte Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten und der charakteristischen Verkehrsgrößen mehrstufiger Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung

von

Wolfgang Lörcher

Institute of Switching and Data Technics

University of Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

20th Report on Studies in Congestion Theory

Exact Calculation of the Probabilities of State and the Characteristic Traffic Values of Multistage Connecting Arrays With Conjugated Selection

by

Wolfgang Lörcher

1973

Abstract

This report deals with the analytical investigation of multistage connecting arrays with conjugated selection (link systems). A new method for the exact calculation of the probabilities of state pattern (denoted as "probabilities of state") is derived. The characteristic traffic values (probability of loss, carried traffic, offered traffic etc.) can therewith be calculated.

Different structures and operation modes are concerned. The traffic types are PCT 1 (Pure Chance Traffic of Type 1) or PCT 2 (Pure Chance Traffic of Type 2) respectively, i.e. arrival rates and termination rates are negative exponentially distributed and time independent.

Based on the Chapman-Kolmogorov Equation the probabilities of state are determined by iterative solution of the linear system of homogeneous equations with the overrelaxation method. The characteristic traffic values are calculated by linear combination of the probabilities of state.

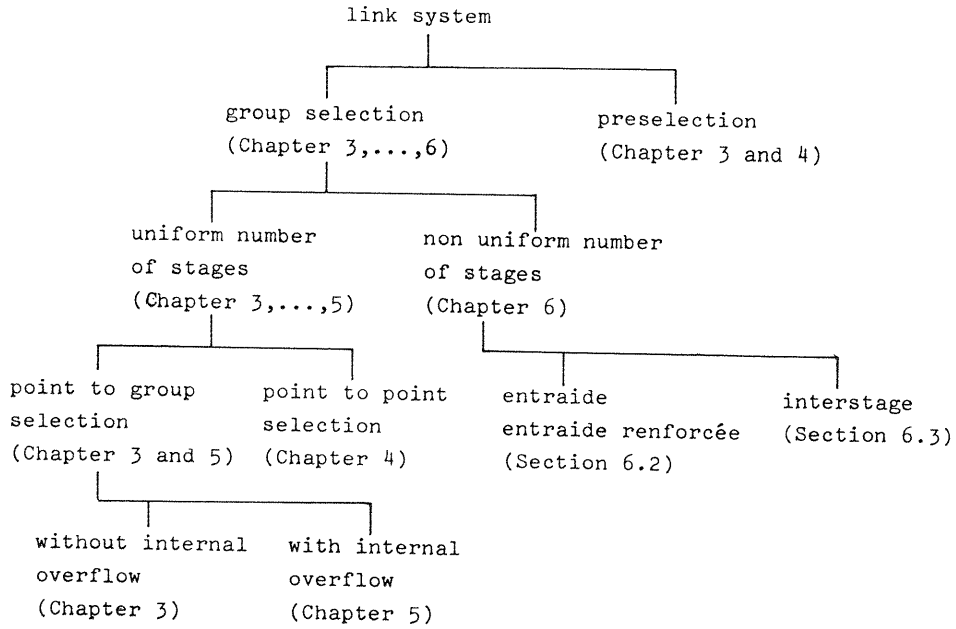
By reason of the very high rank of the system of equations for the probabilities of state this can only be set up and solved by means of programs on a digital computer. Therefore, a formal description of the structure of the system and of the state patterns is developed. This allows to set up the system of equations for the probabilities of state by means of a programmed algorithm. The method allows an exact calculation of the interesting traffic parameters for link systems with an arbitrary number of stages. Caused by the limited storage capacity of digital computers only small link systems can be calculated at the time being.

In the following a brief review of the various chapters will be given.

CHAPTER 1 (pp 23-33)

Introduction

The principle structure of switching systems is explained and an introduction into link systems as important components of modern switching systems is given. Different possible classifications of link systems are discussed. The presentation and discussion of the possibilities of traffic theoretical investigations is followed by a survey of the contents of this report. The following figure illustrates different types and operation modes of link systems:



The number of stages is $s \geq 2$. In Chapter 6 link systems with s=2 stages only are considered.

CHAPTER 2(pp 34-42)

Derivation of the linear system of equation for the probabilities of state

Following to a short consideration of the arrival and termination processes PCT 1 and PCT 2 are defined. For the probabilities of state the linear system of homogeneous equations is derived and formulated such that it can be used simply in the following chapters.

CHAPTER 3 (pp 43-107

The link system with s stages for group selection (point to group selection)

A formal description of the structure including the wiring of the link lines with/without gradings (Section 3.2) as well as of the state patterns (Section 3.3) of the link system is derived. Therewith the program itself is able to set up the system of equations for the probabilities of state (Section 3.4). This can be realized for the following hunting modes:
Sequential hunting with fixed home position, random selection of an idle outlet, random selection of an idle outlet in the multiples of stage 1 and sequential hunting with fixed home position in the multiples of all other stages and also for the following traffic types: PCT 1, PCT 2, clipped PCT 1.

Therewith the characteristic traffic values are determined in Section 3.5. Special cases as e.g. preselection are dealt with in Section 3.6. Examples of some numerical results for link systems with s=3 stages are shown in Section 3.7 -- the probability of loss as a function of the carried traffic per outgoing trunk comparing PCT 1 and PCT 2; (Figure 3.14, page 99) -- the probabilities p(x) ("x trunks occupied") as a function of the offered or carried traffic, respectively, in case of balanced (Figure 3.16, page 101) or unbalanced traffic (Figure 3.19, page 104); -- the dependency of the probability of loss on different wiring modes of the link lines (Figure 3.20, page 105), etc.

CHAPTER 4 (pp 108-131)

The link system with s stages for group selection (point to point selection)

The considerations and results of Chapter 3 dealing with point to group selection were extended to point to point selection. First, the case of one connecting attempt only is considered in Section 4.2, then also the more general case of repeated connecting attempts is solved in Section 4.3. Thus obtaining the analytic transition from point to point selection into point to group selection. In any case the system of equations for the probabilities of state is set up and solved. The characteristic traffic values, mainly the point to point loss, are determined.

CHAPTER 5 (pp 132-175)

The link system with internal overflow

The equations of this chapter are limited to point to group selection, however, regarding the case of internal overflow (first hunted high usage route ⟶ last choice route). Starting from a link system with two stages (Section 5.2) the probabilities of state are derived and calculated for all the hunting modes and traffic types as in Chapter 3 (Section 5.3). The characteristic traffic values are extended also to the probabilities of overflow and a detailed consideration of the various carried traffics by the final route (Section 5.4). Then these first basic considerations for link systems with two stages and with internal overflow according to Section 5.2 are extended to link systems with s stages ($s > 2$) and group selection according to Chapter 3. Thus the system of equations for the probabilities of state in link systems with s stages ($s > 2$) with group selection and with internal overflow is derived in Section 5.5.

Numerical examples are considered in Section 5.6 for link systems with two stages to illustrate the influence of different parameters e.g.: Number of traffic sources (see Fig. 5.5, p.168), unbalanced traffic (see Fig. 5.7, p.170), hunting mode (see Fig. 5.11, p.173) to the characteristic traffic values.

CHAPTER 6 (pp 176-225)

Link systems where the calls are connected not in a uniform way but via different numbers of multiples (depending on the momentary state pattern)

Two types of link system structures are considered, namely, link systems with two stages and entraide (Section 6.2), link systems with two stages and an additional interstage (Section 6.3).
For both types the same basic hunting modes and traffic types are assumed as in Chapter 3. The probabilities of state and the characteristic traffic values are determined according to the principles of Chapter 3: Formal description of the structure and the state pattern, development of an algorithm to set up and solve the system of equations for the probabilities of state, determination of the characteristic traffic values by linear combination of the probabilities of state.

Link systems with entraide (interaide, mutual aide) are considered for two operation modes: Entraide and entraide renforcée.
Numerical examples are given for a link system with entraide in Section 6.4. As an example (Fig. 6.5, p. 224) the probability of loss is shown as a function of the carried traffic for different connecting arrays having the same number of crosspoints:
One stage connecting array with full accessibility, two stage link system, two stage link system with entraide.

CHAPTER 7 (pp 216-227)

Conclusion

This chapter gives a short summary of the main features and boundaries of this new method for the exact calculation of the probabilities of state and of all interesting characteristic traffic values of link systems.

INHALTSVERZEICHNIS

Seite

SCHRIFTTUMSVERZEICHNIS 8

ABKÜRZUNGEN UND KENNGRÖSSEN 16

1. EINLEITUNG 23

1.1 Aufgaben und Struktur eines Nachrichtenvermittlungssystems 23

1.2 Das Linksystem als Baustein eines Nachrichtenvermittlungssystems 24

1.3 Unterscheidungsmerkmale von Linksystemen 24
1.3.1 Unterscheidung nach der Struktur des Linksystems 25
1.3.2 Unterscheidung nach der Realisierung der Koppelvielfache 26
1.3.3 Unterscheidung nach der Betriebsart des Linksystems 26
1.3.4 Unterscheidung nach dem Absuchverfahren für die Ausgänge der einzelnen Koppelvielfache 27
1.3.5 Weitere Unterscheidungsmerkmale 27

1.4 Verkehrstheoretische Untersuchung von Linksystemen 29
1.4.1 Approximationsverfahren 29
1.4.2 Simulation 29
1.4.3 Exakte Berechnung 30

1.5 Übersicht 31

2. HERLEITUNG DES LINEAREN GLEICHUNGSSYSTEMS DER ZUSTANDSWAHRSCHEINLICHKEITEN 34

2.1 Allgemeines 34

2.2 Der Anrufprozeß 35

2.3 Der Endeprozeß 36

2.4 Der Zufallsverkehr 1. und 2. Art 36

2.5 Herleitung des statistischen Gleichgewichts 38
2.5.1 Das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ 38
2.5.2 Die Zustandswahrscheinlichkeit $p(\tilde{x})$ 38
2.5.3 Herleitung des statistischen Gleichgewichts 39
2.5.4 Die einzelnen Übergänge 41

3. DAS LINKSYSTEM MIT s STUFEN FÜR RICHTUNGSWAHL (BÜNDELWAHL) 43

3.1 Vorbemerkung 43

3.2 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung 44
3.2.1 Die Strukturparameter 44
3.2.2 Die Beschreibung der Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν 45

3.3 Die Kennzeichnung der Zustandsmuster 46
3.3.1 Die Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ 46
3.3.1.1 Kennzeichnung des Belegungszustandes der Ausgänge der Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1,s-2]\}$ 47
3.3.1.2 Kennzeichnung des Belegungszustandes der Ausgänge der Stufe s-1 47
3.3.1.3 Kennzeichnung des Belegungszustandes der Ausgänge aller Stufen 48

Seite

3.3.1.4 Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ 49
3.3.1.5 Beispiel eines Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ 49

3.3.2 Die Kennzeichnung der benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ 50

3.3.3 Die Kennzeichnung der benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ 51

3.4 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 51

3.4.1 Voraussetzungen und Begriffe 51

3.4.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 53
3.4.2.1 Ermitteln der benachbart oberen Muster 54
3.4.2.2 Ermitteln der benachbart oberen Zustandsmuster 54
3.4.2.3 Ermitteln der Übergangsrate 56

3.4.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 56
3.4.3.1 Ermitteln der möglichen Übergänge 56
3.4.3.2 Ermitteln der Übergangsrate 58

3.4.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$ 59
3.4.4.1 Bestimmen der belegten Wege durch das Linksystem 59
3.4.4.2 Ermitteln der Übergangsrate 60

3.4.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 60
3.4.5.1 Die benachbart unteren Muster 60
3.4.5.1.1 Bestimmen der benachbart unteren Muster 60
3.4.5.1.2 Bestimmen der oberen Summationsgrenzen $_r\varepsilon_\nu^{(\omega)}$ 61
3.4.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster 62
3.4.5.2.1 Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs 62
3.4.5.2.2 Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs 71
3.4.5.2.3 Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs der Stufe 1; geordnetes Absuchen der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufen 2,...,s 75
3.4.5.3 Ermitteln der Übergangsrate 76

3.4.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 76
3.4.6.1 Zufallsverkehr 2. Art 76
3.4.6.2 Zufallsverkehr 1. Art 77
3.4.6.3 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art 77
3.4.6.4 Gemischter Verkehr 78

3.5 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 78

3.5.1 Die Verlustwahrscheinlichkeit 78

3.5.2 Die Belastung 79

3.5.3 Das Angebot 80

3.6 Sonderfälle 81

3.6.1 Das Linksystem mit s Stufen ohne Mischungen, $1_{\nu,\nu+1}=1$, für Richtungswahl 81
3.6.1.1 Das System und seine Kennzeichnung 81

Seite

3.6.1.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 82
3.6.1.3 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 83
3.6.2 Das Linksystem mit s Stufen und Mischungen zwischen den Stufen für Mischwahl 83
3.6.2.1 Das System und seine Kennzeichnung 83
3.6.2.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 84
3.6.2.2.1 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 85
3.6.2.2.2 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 86
3.6.2.2.3 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$ 86
3.6.2.2.4 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 86
3.6.2.2.5 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 87
3.6.2.3 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 87
3.6.3 Das Linksystem mit s Stufen ohne Mischungen, $1_{\nu,\nu+1}=1$ für Mischwahl 88
3.6.3.1 Das System und seine Kennzeichnung 88
3.6.3.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 88
3.6.3.3 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 89
3.7 Beispiele 89
3.7.1 Rechnungsgang 89
3.7.2 Erläuterungen zur Berechnung 91
3.7.3 Beispiel 94
3.7.4 Ergebnisse 94

4. DAS LINKSYSTEM MIT s STUFEN FÜR RICHTUNGSWAHL (PUNKTWAHL) 108
4.1 Vorbemerkung 108
4.2 Das Linksystem mit s Stufen für Punktwahl und einem Durchschalteversuch 109
4.2.1 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung 109
4.2.2 Die Kennzeichnung der Zustandsmuster 109
4.2.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 110
4.2.3.1 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 110
4.2.3.2 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 110
4.2.3.2.1 Ermitteln der möglichen Übergänge 110
4.2.3.2.2 Ermitteln der Übergangsrate 112
4.2.3.3 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$ 113
4.2.3.4 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 113
4.2.3.4.1 Ermitteln der benachbart unteren Muster 113
4.2.3.4.2 Bestimmen der oberen Summationsgrenzen $\,^{m}_{r}\varepsilon^{(\nu)}_{v}$ 113
4.2.3.4.3 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster 114
4.2.3.4.4 Ermitteln der Übergangsrate 120
4.2.3.5 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 120
4.2.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 121
4.2.4.1 Die Verlustwahrscheinlichkeit 121
4.2.4.2 Die Belastung, das Angebot 123

Seite

4.3 Das Linksystem mit s Stufen für Richtungswahl mit mehreren Durchschalteversuchen 123
4.3.1 Vorbemerkung 123
4.3.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 124
4.3.2.1 Die Übergänge 124
4.3.2.1.1 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 124
4.3.2.1.2 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 126
4.3.2.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 130
4.3.3 Charakteristische Verkehrsgrößen 130

5. DAS LINKSYSTEM MIT SYSTEMINTERNEM ÜBERLAUF 132

5.1 Allgemeines 132
5.2 Das Linksystem mit s = 2 Stufen 133
5.2.1 Schematische Darstellung 133
5.2.2 Das Linksystem, der Verkehr und die Betriebsparameter 134
5.2.2.1 Die Strukturparameter des Linksystems 134
5.2.2.2 Die Beschreibung der Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe 1 135
5.2.2.3 Die Absuchverfahren 135
5.2.2.4 Der Verkehr 136
5.2.3 Die Zustandsmuster 136
5.2.3.1 Das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ 136
5.2.3.2 Die benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ 137
5.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 137
5.3.1 Allgemeines 137
5.3.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 138
5.3.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 140
5.3.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$ 141
5.3.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 141
5.3.5.1 Bestimmen der oberen Summationsgrenze $\,^{m}_{r}\varepsilon_{v}$ 142
5.3.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster 144
5.3.5.2.1 Der Koeffizient $\,^{m}_{r}\eta_{vw}$ 144
5.3.5.2.2 Die benachbart unteren Zustandsmuster 147
5.3.5.3 Ermitteln der Übergangsrate 148
5.3.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 148
5.3.6.1 Zufallsverkehr 2. Art 148
5.3.6.2 Zufallsverkehr 1. Art 149
5.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 149
5.4.1 Die Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeiten 149
5.4.2 Die Belastungen 150
5.4.3 Die Angebote 151
5.4.4 Die Verkehrsreste 152

Seite

5.5 Das Linksystem mit s Stufen 153
5.5.1 Vorbemerkung 153
5.5.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 153
5.5.2.1 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 153
5.5.2.2 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 154
5.5.2.3 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$ 154
5.5.2.4 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 155
5.5.2.4.1 Die oberen Summationsgrenzen $r^{*\varepsilon_v^{(\omega)}}$ 155
5.5.2.4.2 Der Koeffizient $r^{*\eta_v}{}_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}$ 158
5.5.2.5 Das Gleichungssystem 162
5.6 Beispiele 162

6. LINKSYSTEME, BEI DENEN DIE DURCHGESCHALTETEN WEGE ÜBER EINE UNEINHEITLICHE ANZAHL VON KOPPELVIELFACHEN FÜHREN 176

6.1 Vorbemerkung 176
6.2 Das Linksystem mit s = 2 Stufen und Rückschleifen 176
6.2.1 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung 176
6.2.1.1 Die Strukturparameter 176
6.2.1.2 Die Betriebsparameter 178
6.2.1.3 Die Mischungen d,s,z 179
6.2.2 Die Zustandsmuster 179
6.2.2.1 Die Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ 179
6.2.2.2 Die Kennzeichnung der benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ 180
6.2.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 180
6.2.3.1 Voraussetzungen und einige Begriffe 180
6.2.3.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 182
6.2.3.2.1 Ermitteln der benachbart oberen Muster 182
6.2.3.2.2 Ermitteln der benachbart oberen Zustandsmuster 182
6.2.3.2.3 Ermitteln der Übergangsrate 183
6.2.3.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 184
6.2.3.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$ 186
6.2.3.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 187
6.2.3.5.1 Die benachbart unteren Muster 187
6.2.3.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster 189
6.2.3.5.3 Ermitteln der Übergangsrate 199
6.2.3.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 200
6.2.3.6.1 Zufallsverkehr 2. Art 200
6.2.3.6.2 Andere Verkehrsarten 200
6.2.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 200
6.2.4.1 Die Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeiten 201
6.2.4.2 Die Belastungen 201
6.2.4.3 Die Angebote 203
6.3 Das Linksystem mit s = 2 Stufen und einer Zwischenstufe 203
6.3.1 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung 203

Seite

6.3.1.1 Die Strukturparameter 203
6.3.1.2 Die Mischungen 204
6.3.2 Die Zustandsmuster 205
6.3.2.1 Die Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ 205
6.3.2.2 Die Kennzeichnung der benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ 205
6.3.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 206
6.3.3.1 Allgemeines 206
6.3.3.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 206
6.3.3.2.1 Ermitteln der benachbart oberen Muster 206
6.3.3.2.2 Ermitteln der benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ 207
6.3.3.2.3 Ermitteln der Übergangsrate 208
6.3.3.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ 208
6.3.3.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$ 210
6.3.3.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$ 210
6.3.3.5.1 Die benachbart unteren Muster 211
6.3.3.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster 212
6.3.3.5.3 Ermitteln der Übergangsrate 219
6.3.3.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten 220
6.3.3.6.1 Zufallsverkehr 2. Art 220
6.3.3.6.2 Andere Verkehrsarten 220
6.3.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen 221
6.3.4.1 Die Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeiten 221
6.3.4.2 Die Belastungen 221
6.3.4.3 Die Angebote 222
6.4 Beispiele 222

7. ZUSAMMENFASSUNG 226

SCHRIFTTUMSVERZEICHNIS

1. Vermittlungstechnik

/ 1/ Bininda, N.; Hoffmann, E.: Prinzipien mehrstufiger Zwischenleitungsanordnungen der Vermittlungstechnik
NTZ 18 (1965)10, 593-597

/ 2/ Bininda, N.; Hofstetter, H.: Die Umkehrgruppierung, eine Gruppierung für moderne, elektronisch gesteuerte Vermittlungssysteme
NTZ 22(1969)10, 588-596

/ 3/ Bininda, N.; Hofstetter, H.; Gruppierung des Koppelnetzes im System IV
Siemens Inf. Fernsprech-Vermittlungstechnik
6(1970) 1/2, 28-33

/ 4/ Brandstetter, A.; Wahl, H. : Die ESK-Technik in Fernsprech-Vermittlungsanlagen
Siemens Inf. Fernsprech-Vermittlungstechnik
3(1967)4, 193-202

/ 5/ Engel, B.: Entwicklung und Beurteilung von Mischungen in Gruppenwahlstufen
Fernmeldepraxis (Sonderdruck) 1951

/ 6/ Einarsson, K.A.; Håkansson, L.; Lundgreen, E.: Simplified type of grading with skipping
TELE (1961)2, 74-96

/ 7/ Dietrich, G.; Willrett, H.: Struktur und Verkehrsleistung der Koppelanordnung im Fernsprechvermittlungssystem HE 60-L
SEL-Nachrichten 11(1963)3, 114-120

/ 8/ Führer, R.: Landesfernwahl
Band I Grundprobleme 2. Auflage
R. Oldenbourg Verlag München 1959

/ 9/ Führer, R.: Landesfernwahl
Band II Gerätetechnik 3. Auflage
R. Oldenbourg Verlag München, Wien 1968

/10/ Geier, J.; Hain, P.: Das elektronische Fernsprech-Vermittlungssystem EZM 3
Techn. Mitteilungen AEG-Telefunken 58(1968)3, 3-4

/11/ Hase, F.G.;Hoffmann, E.; Wegmann, G.: Gruppierung von Richtungswahlstufen - Prinzipien und ihre Ausführung im System ESK 10000 E
Siemens Inf. Fernsprech-Vermittlungstechnik
4(1968)1, 3-12

/12/ Hagenhaus, L.; Reger, J.: Gruppierung der Teilnehmerwahlstufe im System ESK 10000 E
Siemens Inf. Fernsprech-Vermittlungstechnik
4(1968)2, 71-75

/13/ Hebel, M.: Handbuch für den Selbstwählfernverkehr
Frankh'sche Verlagshandlung Stuttgart 1962

/14/ Helms, R.; Kuntze, W.: Erhöhung der Leistungsfähigkeit unvollkommener Bündel durch homogene Mischungen
Nachrichtentechnik 12(1962)8, 3-4

/15/ Hettwig, E.: Selbstwählfernverkehr 2. Auflage
Siemens & Halske AG Berlin, München 1966

/16/ Joel Jr., A.E.: An experimental switching system using new electronic techniques
BSTJ 37(1958)5, 1091-1124

/17/ Knoblich, G.; Reher, H.W.: Das Koppelnetzwerk, sein Aufbau und seine Leistung im FRK-Amtssystem
TN - Nachrichten (1965)65, 33-42

/18/ Körber, U.: Die Serien-Wegesuche im praktischen Einsatz bei zentralgesteuerten Vermittlungssystemen
NTZ 22(1969)1, 36-40

/19/ Kuhn, B.; Schaefer,W .: Elektronischer Markierer für vierstufige ESK-Koppelanordnungen
Siemens Inf. Fernsprech-Vermittlungstechnik 2
(1966)3, 118-122

/20/ Lotze, A.: Über den Typ der Normmischung
NTZ 18(1965)7, 396-400

/21/ Mehlis, A.: Systemfragen der Crossbar-Schaltertechnik
NTZ 10(1957)8, 403-414

/22/ Merz, G.; Braun, R.: Modell einer vollelektronischen Fernsprechanlage für 200 Teilnehmer
NTZ 14(1961)5, 227-234

/23/ Rall, B.: An experimental telephone switching system using semiconductor crosspoints
NTZ 25(1972)3,133-136

/24/ Rubas, J.: Survey of gradings and interconnecting schemes
The Telecommunication J. of Australia (1965), 120-124

/25/ Schmitt, G.: Einführung in die Vermittlungstechnik
R. Oldenbourg Verlag München, Wien 1965

/26/ Schönemeyer, H.: Das Fernsprechvermittlungssystem HE 60-L
SEL-Nachrichten 11(1963)3, 95-100

/27/ Schönemeyer, H.: Das Leitaderverfahren als Mittel zur Wegesuche in mehrstufigen Koppelanordnungen
SEL-Nachrichten 11(1963)3, 109-113

/28/ Stell, F.K.: Zweckmäßige Gestaltung von Mischungen
Wiss. Z. der Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List" Dresden 12(1965)2, 271-277 und 3, 459-464

/29/ Trautmann, K.: Normmischungen für einstufige Koppelanordnungen der Vermittlungstechnik
NTZ 16(1963)5, 269-276

/30/ - : Vermittlungstechnik und Verkehrstheorie - Begriffe
NTG 0903 Entwurf 1971

2. Mathematik

/31/ Fisz, M.: Wahrscheinlichkeitsrechnung und mathematische Statistik
VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften Berlin 1958

/31.1/ Seite 228
/31.2/ Seite 231
/31.3/ Seite 230
/31.4/ Seite 232

/32/ Gnedenko, B.W.: Lehrbuch der Wahrscheinlichkeitstheorie
Akademie Verlag Berlin 1968

/33/ Sagalowitsch, Ju. L.: O tschisle tipow ekwivalentnych matriz
(Über die Anzahl der Typen äquivalenter Matrizen)
Problemy Peredatschi Informazij, Vypusk 9,
Moskva 1961, 218-229

/34/ Young, D.M.: Iterative solution of large linear systems
Academic Press New York and London 1971

3. Verkehrstheorie

/35/ Akimaru, H.: Optimum design of switching systems
a) 4. ITC London 1964, Doc. 83
b) Rev. Elect. Commun. Lab. 10(1962)7/8,385-401

/36/ Akimaru, H.; Iida, K.: Optimum design of multi-stage switching frames
Rev. Elect. Commun. Lab. 13(1965)3/4, 271-287

/37/ Basharin, G.P.: a) O vyvode sistem uravnenij sostojanija dlja dvuchkaskadnych telefonnych schem s poterjami
Elektrosvjaz' (1960)1, 56-64
b) Derivation of equations of state for two-stage telephone circuits with losses
Telecommunications (1960)1, 79-90

/38/ Basharin, G.P.: Ob analititscheskom opredelenij i metodach vytschislenija verojatnostej poter v kummutazionnych schemach
(Über eine analytische Bestimmung und Berechnungsmethode der Verlustwahrscheinlichkeiten in Vermittlungssystemen)
Problemy Peredatschi Informazij, Vupusk 9,
Moskva 1961

/39/ Basharin, G.P.: Issledovanie kommutazionnych sistem v regime gruppovogo iskanija
(Untersuchung von Schaltsystemen mit Richtungswahl)
Elektrosvjaz', Gesamtausgabe (1963), 58-67

/40/ Basharin, G.P.: On analytical and numerical methods of switching system investigation
6. ITC München 1970, Congress-book, 231/1-231/11

/41/ Bassalygo, L.A.; Grushko, I.I.; Neiman, V.I.: The structure of one-sided connecting networks
6. ITC München 1970, Congress-book, 245/1-245/9

/42/ Bassalygo, L.A.; Grushko, I.I.; Neiman, V.I.: The number of reswitching for a 3-stage connecting network
6. ITC München 1970, Congress-book, 241/1-241/5

/43/ Bazlen, D.: Call congestion in link systems with internal and external traffic
a) 6. ITC München 1970, Congress-book, 244/1-244/7
b) AEÜ 25(1971)9/10, 479-483

/44/ Beneš, V.E.: Mathematical theory of connecting networks and telephone traffic
Academic Press New York, London 1965

/45/ Bininda, N.; Hofstetter, H.: Modelle für die Simulation des Fernsprechverkehrsflusses bei mehrstufigen Koppelanordnungen
NTZ 16(1963)7, 353-357

/46/ Bretschneider, G.: Die Berechnung von Leitungsgruppen für überfließenden Verkehr in Fernsprechwählanlagen
NTZ 9(1956) , 533-540

/47/ Bretschneider,G.: Moderne Erkenntnisse für ein- und zweistufige Koppelanordnungen aufgrund exakter Verlustberechnungen
Siemens Inf. Fernsprech-Vermittlungstechnik 2(1966)2, 83-87

/48/ Bretschneider, G.: Exact loss calculations of gradings
5. ITC New York 1967, Prebook, 162-169

/49/ Bridgford, J.W.: The geometric group concept and its application to the dimensioning of link access systems
4. ITC London 1964, Doc. 13

/50/ Brockmeyer, E.: The simple overflow problem in the theory of telephone traffic
Teleteknik 5(1954), 361-374

/51/ Brockmeyer, E.; Halstrøm, H.; Jensen, A.: The life and works of A.K. Erlang
Acta Polytechnica Scandinavia 1960, Nr. 287

/52/ Canceill, B.; Gutierrez, D.: a) Entraide networks combined with link systems
5. ITC New York 1967, Prebook, 369-377
b) Rücküberlauf in Zwischenleitungsanordnungen
Elektrisches Nachrichtenwesen 43(1967)3,200-207

/53/ Carlsson, S.G.; Elldin, A.: Solving equations of state in telephone traffic theory with digital computers
a) 2. ITC The Hague (1958) paper 19
b) Ericsson Technics 14 (1958)2, 221-244

/54/ Chastang, J.; Grandjean, Ch.: A study of a problem concerning "entraide" traffic
4. ITC London 1964, Doc. 72

/55/ Dartois, J.P.: Lost call cleared systems with unbalanced traffic sources
6. ITC München 1970, Congress-book, 215/1-215/7

/56/ Dietrich, G.; Wagner, H.: Bestimmen der Verkehrsleistung von Verlustsystemen durch künstlichen Fernsprechverkehr
NTZ 16 (1963)6, 289-296

/57/ Elldin, A.: Automatic telephone exchanges based on the link connection principle - switch calculations - general survey
LM Ericsson Stockholm, 3rd Edition, 1969

/58/ Feiner,A.; Kappel, J.G.: A method of deriving efficient switching network configurations
Proc. 1970 Nat. El. Conf., Chicago, Illinois, USA, 818 - 823

/59/ Gambe, E.: Artificial traffic studies on a two-stage link system with waiting
5. ITC New York 1967, Prebook, 351-359

/60/ Hayward Jr., W.S.; Wilkinson, R.I.: Human factors in telephone systems and their influence on traffic theory especially with regard to future facilities
6. ITC München 1970, Congress-book, 431/1-431/10

/61/ Herzog, U.: A general variance theory applied to link systems with alternate routing
5. ITC New York 1967, Prebook, 398-406

/62/ Herzog, U.: Die Bemessung ein- und mehrstufiger Koppelanordnungen der Vermittlungstechnik für angebotenen Überlaufverkehr
5. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart 1968

/63/ Herzog, U.: Die Bemessung von Linksystemen mit alternativer Leitweglenkung nach dem verallgemeinerten RDA-Streuwertverfahren
NTZ 23(1970)3, 143-150

/64/ Herzog, U.; Lotze, A.: a) Das RDA-Verfahren, ein Streuwertverfahren für unvollkommene Bündel
NTZ 19(1966)11, 640-646
b) The RDA-method, a method regarding the variance coefficient for limited access trunk groups
NTZ - CJ 7(1968)2/3, 47-52

/65/ Hieber, L.: Die Berechnung der Wartewahrscheinlichkeit und der mittleren Wartezeit von Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit
11. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart 1970

/66/ Hieber, L.: About multi-stage link systems with queuing
a) 6. ITC München 1970, Congress-book, 233/1-233/7
b) AEÜ 25(1971)9/10, 483-487

/67/ Hieber, L.: On computing the probability of loss of two-stage link systems with preselection
NTZ 24(1971)10, 529-531

/68/ Hofstetter, H.; Rohrbach, W.: Das Verkehrsverhalten der Umkehrgruppierung für Fernsprech-Ortsvermittlungen des Systems IV
Siemens Inf. Fernsprech-Vermittlungstechnik 7(1971)1, 15-21

/69/ Huber, M.; Wagner, W.: Simulation von Nachrichtenvermittlungssystemen in:
Gunzenhäuser, R.: Nicht-numerische Informationsverarbeitung
Springer Verlag Wien, New York 1968, 147-171

/70/ Iversen, V.B.; Nygaard, J.: Investigations of traffic arrival processes based upon extensive traffic measurements
6. ITC München 1970, Congress-book, 534/1-534/7

/71/ Kampe, G.: SIMSCRIPT
Vieweg Verlag Braunschweig 1971

/72/ Kosten, L.: Simulation in traffic theory
6. ITC München 1970, Congress-book, 411/1-411/8

/73/ Kümmerle, K.: a) An analysis of loss approximations for link systems
i) 5.ITC New York 1967, Prebook, 327-336
ii) AEÜ 25(1971)9/10, 466-471
b) Analis priblischennych metodov opredelenija poter v mnogokaskadnych schemach
in: Verojatnostnye sadazi v strukturno - sloschnych sistemach kommutazij
Isdatelstvo "Nauka" Moskva 1969, 76-88

/74/ Kümmerle, K.: Berechnungsverfahren für mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung - Systematik und Analyse
9. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart 1969

/75/ Kümmerle, K.: a) Point to point loss in link systems. Models and calculations methods
6. ITC München, Congress-book, 235/1-235/8
b) Point to point loss in link systems - Model and calculation methods
Transact. IEEE Com-19(1971)3, 261-267

/76/ Le Gall, P.: Les traffics téléphoniques et la sélection conjuguée en téléphonie automatique
Annales des Télécommunications 13(1958)7-12, 186-207, 239-253, 278-300

/77/ Le Gall, P.; Basset, J.P.: Nouveaux éléments de sélection Pentaconta utilisant une entraide renforcée
Commutation & Electronique, No.13,juin 1966,19-32

/78/ Lörcher, W.: a) Exact calculation of the probability of loss for two-stage link systems with preselection and groupselection
6. ITC München 1970, Congress-book, 236/1-236/9
b) Exact calculation of the probability of loss for two-stage link systems with groupselection
AEÜ 25(1971)9/10, 471-476

/79/ Lotze, A.: Das Näherungsverfahren der "Kombinierten Eingangs- und Abnehmerblockierung" (CIRB) zur Berechnung zwei- und mehrstufiger Linksysteme mit Richtungswahl oder Vorwahl
3. Bericht über verkehrstheoretische Untersuchungen, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung , Universität Stuttgart 1963

/80/ Lotze, A.: A traffic variance method for gradings of arbitrary type
a) 4.ITC London 1964, Doc.80
b) Post Off. Telecommun. J. Special Issue: Report of the Proceedings of the Fourth International Teletraffic Congress London 1964, 50

/81/ Lotze, A.: a) Verkehrstheoretische Fragen bei der Gestaltung internationaler Fernwählnetze
NTZ 19(1966)11, 633-639
b) Problems of traffic theory in the design of international direct distance dialling networks
NTZ-CJ 7(1968)2/3, 41-46

/82/ Lotze, A.: a) Optimum link systems
5. ITC New York 1967, Prebook, 242-251
b) Optimalnye mnogokaskadnye kommutazionnye schemy
in: Verojatnostnye sadazi v strukturno - sloschnych sistemach kommutazij
Isdatelstvo "Nauka" Moskva 1969, 49-55

/83/ Lotze, A.: History and development of grading theory
a) 5.ITC New York 1967, Prebook, 148-161
b) AEÜ 25(1971)9/10, 402-410

/84/ Lotze, A.; Schehrer,R.: a) Die streuwertgerechte Bemessung von Leitungsbündeln in Wählnetzen mit Leitweglenkung
NTZ 19(1966)12, 719-724
b) The design of alternate routing systems with regard to the variance coefficient
NTZ-CJ 7(1968)2/3, 52-56

/85/ Nakamura, G.: The number of reswitching for a certain 3-stage connecting network
Electronics and Communication in Japan 50(1967)8, 56-63

/86/ Schehrer, R.: Optimal design of alternate routing systems
5.ITC New York 1967, Prebook, 378-389

/87/ Schehrer, R.: Über die exakte Berechnung von Überlaufsystemen der Wählvermittlungstechnik
10. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart 1969

/88/ Schehrer, R.: Solution of large linear equation systems and application to switching systems
International Seminar on Telecommunications - Dipoli 1970, Insinöörijärjestöjen Koulutuskeskus Helsinki 1970, 34-70 VII

/89/ Schehrer, R.: On the exact calculation of overflow systems
a) 6.ITC München 1970, Congress-book, 147/1-147/9
b) AEÜ 25(1971)9/10, 426-430

/90/ Schehrer, R.: Exact calculation of overflow-systems with one non ideal grading and one ideal grading or full available group
NTZ 24(1971)10,532-534

/91/ Störmer, H.; Behlendorff, E.; Bininda,N.; Bretschneider, G.; Hoffmann, E.; Suchlandt, H.: Verkehrstheorie, Grundlagen für die Bemessung von Nachrichten-Vermittlungsanlagen
R. Oldenbourg Verlag München, Wien 1966

/92/ Syski, R.: Introduction to congestion theory in telephone systems
Oliver and Boyd, Edinburgh and London 1960
/92.1/ Page 113
/92.2/ Page 159
/92.3/ Page 213

/93/ Wallström, B.: Survey of congestion studies in telephone systems with overflow facilities
5. ITC New York 1967, Prebook, 390-397

/94/ Wilkinson, R.I.; (Riordan, J.): Theories for toll traffic engineering in the USA
a) 1. ITC Copenhagen 1955, Doc. 43
b) BSTJ 35(1956)2, 421-514

4. Programmierung

/95/ Blass, Ch.: Exakte Berechnung von Linksystemen mit Rückschleifen
Studienarbeit Nr. 372 am Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Universität Stuttgart, 1971

/96/ Neff, O.: Exakte Berechnung von Linksystemen mit systeminternem Überlauf
Studienarbeit Nr. 336 am Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Universität Stuttgart, 1970

/97/ Woehl, W.: Ermitteln der Zustandsmuster bei Linksystemen mit Rückschleifen
Studienarbeit Nr. 351 am Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Universität Stuttgart, 1970

ABKÜRZUNGEN UND KENNGRÖSSEN

Es werden hier die Bedeutungen der verwendeten Abkürzungen und Kenngrößen angegeben. Dabei beschränkt sich diese Liste jedoch auf die hauptsächliche Charakterisierung. Die sich durch entsprechende Indices ergebenden Modifikationen werden in den einzelnen Kapiteln an den jeweiligen Stellen detailliert erläutert.

Allgemein gilt:
Die Indizierung mit dem Richtungsindex r erfolgt nur bei Richtungswahl (R > 1); bei Mischwahl (R = 1) entfällt dieser Index. Die Indizierung mit dem Stufenindex ν erfolgt nur bei Systemen mit s > 2 Stufen.

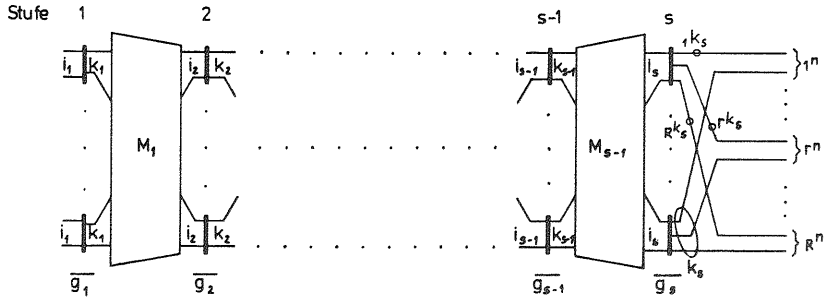
Im Kapitel 6 wird eine zusätzliche Indizierung erforderlich, entsprechend den unterschiedlichen Bedeutungen der Ausgänge "direkt", "geschleift", bzw. "nachgeschaltet" und "zusätzlich" bzw. "Zwischenstufe". Da sich die Bedeutung der Koeffizienten vom Inhalt her gegenüber denen von Kapitel 3 aber nicht wesentlich ändert, werden diese Koeffizienten hier nicht gesondert aufgeführt. Es werden hier nur zusätzliche Größen beschrieben.

Ein Leitgedanke dieser Arbeit ist es, den Beschreibungsaufwand des einzelnen Systemzustands möglichst klein zu halten, um damit den erforderlichen Speicherplatz bei der Berechnung solcher Linksysteme mittels eines Digitalrechners zu beschränken. So wird ein eventuell dadurch komplizierteres Bestimmen der einzelnen Koeffizienten aus diesem Grund in Kauf genommen.

1. Abkürzungen

		erstmals auf Seite
$\{x\}$	Zustand des Linksystems, daß x Leitungen belegt sind; er umfaßt alle Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$	34
$\{\tilde{x}\}$	betrachtetes Zustandsmuster; x belegte Wege im Linksystem	38
$\{\tilde{x}+1\}$	benachbart oberes Zustandsmuster; (x+1) belegte Wege, unterscheidet sich von $\{\tilde{x}\}$ jeweils nur durch eine Belegung	38
$\{\tilde{x}-1\}$	benachbart unteres Zustandsmuster; (x-1) belegte Wege, unterscheidet sich von $\{\tilde{x}\}$ jeweils nur durch eine Belegung	38
(w,v,ν)	Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe ν	46
(v,ν)	Koppelvielfach v der Stufe ν Dabei wird durch (w,v,ν) der bestimmte "betrachtete" Ausgang gekennzeichnet, Für andere Ausgänge werden z.B. die Indices z oder 5 verwendet, entsprechend für andere Koppelvielfache z.B. die Indices y,e usw.	48
$r\|(m,s)$	in Richtung r über das Koppelvielfach (m,s)	110

2. Systemgrößen



		erstmals auf Seite
s	Anzahl der Stufen des Linksystems	25
i_ν	Anzahl der Eingänge je Koppelvielfach der Stufe ν	44
k_ν	Anzahl der Ausgänge je Koppelvielfach der Stufe ν	44
g_ν	Anzahl der Koppelvielfache der Stufe ν	44
r^{k_s}	Anzahl der Ausgänge je Koppelvielfach der Stufe s in Richtung r	45
r^n	Anzahl der Abnehmerleitungen in Richtung r	45
M_ν	Mischungsverhältnis zwischen den Ausgängen der Stufe ν	44
R	Anzahl der Richtungen, d.h. Anzahl der Abnehmerbündel des Linksystems	45
$l_{\nu,\nu+1}$	Anzahl der Linkleitungen von einem Koppelvielfach der Stufe ν zu einem Koppelvielfach der Stufe $\nu+1$	81
k'_1	Anzahl der Ausgänge je Koppelvielfach der Stufe 1	179
$\Theta^{(\nu)}$	Mischungsmatrix der Ausgänge der Stufe ν Das Element $\vartheta^{(\nu)}_{vw}$ dieser Matrix kennzeichnet dabei die Verdrahtung des Ausgangs (w,v,ν)	45
$\phi^{(\nu)}$	Koppelvielfachmatrix der Ausgänge der Stufe ν Das Element $\varphi^{(\nu)}_{vw}$ dieser Matrix gibt an, mit welchem Koppelvielfach der Stufe $\nu+1$ der Ausgang (w,v,ν) verbunden ist.	46

3. Verkehrsgrößen

α	Anrufrate je freie Quelle	35
	r^{α_v} Anrufrate je freie Quelle vom Koppelvielfach (v,1) in Richtung r	53
$\lambda(\tilde{x})$	Anrufrate aller Quellen im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$	35
	r^{λ_v} Anrufrate aller Quellen vom Koppelvielfach (v,1) in Richtung r in $\{\tilde{x}\}$	53
	$r^{\bar{\lambda}_v}$ Anrufrate aller Quellen vom Koppelvielfach (v,1) in Richtung r in $\{\tilde{x}\}$, solange noch mindestens ein Eingang in dieses Koppelvielfach nicht belegt ist	77
λ^*	Anrufrate aller Quellen im benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$	
	$r^{\lambda^*_v}$ Anrufrate aller Quellen vom Koppelvielfach (v,1) in Richtung r in $\{\tilde{x}-1\}$	76
μ	Enderate einer Belegung	36
	r^{μ_v} Enderate einer vom Koppelvielfach (v,1) ausgehenden Belegung in Richtung r	53
	$r^{\mu_{vw}}$ Enderate einer über den Ausgang (w,v,1) führenden Belegung in Richtung r	186
	$r^{\bar{\mu}_{vw}}$ Enderate der Belegung auf Ausgang (w,v,1), falls diese über einen geschleiften Eingang erfolgte	186
h	mittlere Dauer einer Belegung	36
	r^{h_v} mittlere Dauer einer vom Koppelvielfach (v,1) ausgehenden Belegung in Richtung r	53
c_A	Zahl der insgesamt eintreffenden Rufe	121
c^*_A	Zahl der Rufe, die eintreffen, solange noch mindestens eine Abnehmerleitung frei ist	121

		erstmals auf Seite
c_{NF}	Zahl der Rufe, die vom Koppelvielfach der Stufe 1 aus nicht zum markierten Ausgang durchgeschaltet werden können	121
B	Verlust (bzw. Überlaufwahrscheinlichkeit)	
r^{B_v}	Verlustwahrscheinlichkeit je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r	79
B_v	Verlustwahrscheinlichkeit je Koppelvielfach (v,1)	79
r^{B}	Verlustwahrscheinlichkeit in Richtung r	79
B	Gesamtverlustwahrscheinlichkeit	79
B_{p1}, B_{p2}	Punktverlust	121
$r^{B_{v,p1}}$, $r^{B_{v,p2}}$	Punktverlustwahrscheinlichkeit je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r	122
$r^{B_{p1}}$, $r^{B_{p2}}$	Punktverlustwahrscheinlichkeit in Richtung r	122
$r^{B^*_v}$	Überlaufwahrscheinlichkeit je Koppelvielfach (v,1) vom Direktweg (Richtung r) zum Überlaufweg (Richtung R)	149
r^{B^*}	Überlaufwahrscheinlichkeit vom Direktweg (Richtung r) zum Überlaufweg (Richtung R)	149
$R^{\overline{B}}$	Verlustwahrscheinlichkeit des Überlaufweges	150
Y	Belastung	79
r^{Y_v}	Belastung des Koppelvielfachs (v,1) durch Verkehr in Richtung r	79
Y_v	Belastung des Koppelvielfachs (v,1)	80
r^{Y}	Belastung des Abnehmerbündels r	80
Y	Gesamtbelastung	80
$r^{Y^*_v}$	Belastung des Koppelvielfachs (v,1) durch Verkehr in Richtung r	151
r^*Y^*	Belastung des Abnehmerbündels in Richtung r durch Verkehr in Richtung r*	151
$_{\iota,r}{}^{i}Y_v$	Belastung der Eingänge des Koppelvielfachs (v,1) (ι = d,s)	202
A	Angebot	
r^{A_v}	Angebot im Koppelvielfach (v,1) in Richtung r	80
A_v	Angebot im Koppelvielfach (v,1)	80
A^*_v	Leerlaufangebot im Koppelvielfach (v,1)	97
r^{A}	Angebot in Richtung r	80
r^{A^*}	Leerlaufangebot in Richtung r	93
A	Gesamtangebot	80
A^*	Gesamt-Leerlaufangebot	95
$R^{\overline{A}}$	Gesamtangebot an das Letztwegbündel (Richtung R)	152
R	Verkehrsrest	
r^{R^*}	Verkehrsrest,der vom Direktweg (Richtung r) zum Überlaufweg (Richtung R) überläuft	152
$r^{R'}$	Verkehrsrest der Richtung r, der vom Überlaufweg überläuft	152
$p(\tilde{x})$	Zustandsmusterwahrscheinlichkeit, abgekürzt: Zustandswahrscheinlichkeit	38
$p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})$		

			erstmals auf Seite
4. Indices			
ν	$\in [1,s]$	Stufe des Linksystems Bei s = 2 Stufen ist dieser Index meist nicht erforderlich. Er wird deshalb dort weggelassen.	43
v,e,y	$\in [1,g_\nu]$	Koppelvielfach der Stufe ν	41
m	$\in [1,g_s]$	Koppelvielfach der Stufe s	110
w,z,ς	$\in [1,k_\nu]$	Ausgang des Koppelvielfachs der Stufe ν	45
r	$\in [1,R]$	Richtung des Abnehmerbündels Bei Mischwahl entfällt dieser Index.	41
r*	$\in [1,2R)$	"Richtung" des Abnehmerbündels	136
ι	$\in [1,t]$	Durchschalteversuche	125
ι	= d,s,z	Kennzeichnung der Art der Koppelvielfach-Ausgänge	177
$\overline{\kappa},\overline{w},\overline{\varsigma},\overline{z}$	$\in [1,k_{1s}]$	geschleifter Ausgang	181
$\overline{\overline{\kappa}},\overline{\overline{w}},\overline{\overline{r}},\overline{\overline{z}}$	$\in [1,k_{1z}]$	zusätzlicher Ausgang	181
ν, ν'	$\in [1,k'_1]$ $\notin (k_{1d},k_{1d}+k_{1s}]$	Ausgang des Koppelvielfachs (μ,1)	180,187
μ	$\in [1,g_1]$	Koppelvielfach der Stufe 1	180
η	$\in [1,g_z]$	Koppelvielfach der Zwischenstufe	208
5. Kenngrößen			
$\pi(\tilde{x})$		Systemeinfluß beim Durchschalteversuch eines Rufes	39
δ_{iv}		Kronecker - Symbol	50
a. Den Belegungszustand charakterisierende Größen			
$S^{(\nu)}$		Zustandsmatrix der Ausgänge der Stufe ν	47
$s^{(\nu)}_{vw}$		Element der Matrix $S^{(\nu)}$, kennzeichnet den Belegungszustand des Ausgangs (w,v,ν)	47
$s^{(\nu)*}_{vw}$		kennzeichnet den Belegungszustand des Ausgangs (w,v,ν)	48
$s^{(\nu)*}_{v.}$		Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν)	53
$_{\iota}{}^{i}s^{*}_{v.}$		Zahl der belegten Eingänge des Koppelvielfachs (v,1) (ι = d, direkt; ι = s, geschleift)	181
κ_ν		Wert des Elementes $s^{(\nu)}_{vw}$, durch das sich $\{\tilde{x}\}$ und $\{\tilde{x}+1\}$ bzw. $\{\tilde{x}-1\}$ voneinander unterscheiden	48
$r^{u^{(\nu)}_{vz}}$		kennzeichnet den Zustand des Ausgangs (z,v,ν) in Bezug auf die Richtung r	61
	$^{m}r^{u^{(\nu)}_{vz}}$	bei Richtungswahl (Punktwahl)	114
	$r^{*u^{(\nu)}_{vz}}$	bei Richtungswahl mit systeminternem Überlauf	142
r^{γ}		Zahl der freien Ausgänge in Richtung r	112
$^{m}r^{\gamma}$		Zahl der freien Ausgänge in Richtung r im Koppelvielfach (m,s)	112
$r^{\overline{\gamma}}_v$		Zahl der vom Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreichbaren freien Ausgänge in Richtung r in $\{\tilde{x}-1\}$	128
$r^{\mu^*_{vw}}$		kennzeichnet, ob die Belegung des Ausgangs (w,v,1) über geschleiften Eingang erfolgte	186

		erstmals auf Seite
d^{π}_{vw}	kennzeichnet, ob der direkte Ausgang (w,v,1) von einem direkten Eingang des Koppelvielfachs (v,1) aus belegt wurde	190

b. Den Blockierungszustand charakterisierende Größen

ψ_v	Kenngröße, ob am Koppelvielfach (v,1) noch freie Quellen vorhanden sind	54
$\varrho^{(\nu)}_{vw}$	kennzeichnet, ob der Ausgang (w,v,ν) durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν blockiert ist	55
$r^{\tau^{(s-1)}_{vw}}$	kennzeichnet, ob der Ausgang (w,v,s-1) rückwärts blokkiert ist in Richtung r	56
	Bei Richtungswahl mit systeminternem Überlauf:	
	$r^*\tau^{(s-1)}_{vw}$ kennzeichnet, ob der Ausgang (w,v,s-1) rückwärts blockiert ist in Richtung r (Direktweg)	139
	$r\tau^{(s-1)}_{vw}$ kennzeichnet, ob der Ausgang (w,v,s-1) rückwärts blockiert ist in Richtung r (Direktweg) und in Richtung (r+R) (Überlaufweg)	140
	$r\tau^{(s-1)*}_{vw}$ kennzeichnet, ob alle Ausgänge des Koppelvielfachs ($\varphi^{(s-1)}_{vw}$,s) in Richtung r belegt sind	145
$r\omega^{(\nu)}_{vw}$	kennzeichnet, ob der Ausgang (w,v,ν) blockiert ist in Richtung r	57
	Bei Richtungswahl mit systeminternem Überlauf:	
	$r^*\omega^{(\nu)}_{vw}$ blockiert in Richtung r (Direktweg)	142
$r\omega^{(\nu)}_{v.}$	Zahl der blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) in Richtung r	57
	$r^*\omega^{(\nu)}_{v.}$ Zahl der - bezogen auf den Direktweg - blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν)	142
$r\xi^{(\nu)}_{v}$	kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (v,ν) blokkiert ist in Richtung r	57
	$r\xi^{(\nu)*}_{v}$ kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (v,ν) blockiert ist in Richtung r (Direktweg)	143
	$r\xi^{*}_{v}$ kennzeichnet, ob die direkten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) blockiert sind in Richtung r	201
	$r\overline{\xi}_{e}$ kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (e = $s\varphi_{v\varsigma}$,1) blockiert ist in Richtung r	196
$^{m}_{r}\varrho^{(\nu)}_{vw}$	kennzeichnet, ob der Ausgang (w,v,ν) bezogen auf die Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r blockiert ist	111
$^{m}_{r}\varrho^{(\nu)}_{v.}$	Zahl der - bezogen auf die Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s) - in Richtung r blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν)	111
$^{m}_{r}\chi^{(\nu)}_{v}$	kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (v,ν) bezogen auf die Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r blockiert ist	110
	$^{m}_{r}\chi^{(\nu)*}_{e}$ kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (e,ν) bezogen auf die Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r blokkiert ist in $\{\tilde{x}\}$, aber frei in $\{\tilde{x}-1\}$	117

		erstmals auf Seite
$\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma}$	kennzeichnet, ob der in Absuchrichtung vor dem Ausgang w liegende Ausgang ς desselben Koppelvielfachs (v,ν) bezogen auf die Richtung r blockiert ist durch den Ausgang w	67
	$r^{\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma}}$ kennzeichnet, ob der Ausgang (ς,v,ν) durch den Ausgang (w,v,ν) blockiert ist in Richtung r	73
	$^{m}_{r}\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma}$ kennzeichnet, ob der Ausgang (ς,v,ν) durch den Ausgang (w,v,ν) bezogen auf die Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r blockiert ist	118
	$r^*\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma}$ kennzeichnet, ob der Ausgang (ς,v,ν) durch den Ausgang (w,v,ν) blockiert ist in Richtung r (Direktweg)	160
	$s\beta_{vw\nu,\varsigma}$ kennzeichnet, ob der geschleifte Ausgang ς durch den geschleiften Ausgang w desselben Koppelvielfachs (v,1) blockiert ist	193
$\beta^{(\nu)}_{vw}$	kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (v,ν) mindestens einen in Absuchrichtung vor dem Ausgang w liegenden Ausgang ς hat, der durch den Ausgang (w,v,ν) blokkiert ist in Richtung r	67
	$r\beta^{(\nu)}_{vw}$ Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν), die durch den Ausgang (w,v,ν) blockiert sind in Richtung r	73
	$^{m}_{r}\beta^{(\nu)}_{vw}$ Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν), die durch den Ausgang (w,v,ν) bezogen auf die Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r blokkiert sind	117
	$r^*\beta^{(\nu)}_{vw}$ Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν), die durch den Ausgang (w,v,ν) blockiert sind in Richtung r (Direktweg)	146
	$r\beta^{(\nu)*}_{e}$ kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (e,ν) blockiert ist in Richtung r in $\{\tilde{x}\}$, aber frei in $\{\tilde{x}-1\}$	72
	$r^*\beta^{(\nu)'}_{vw}$ kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (v,ν) blockiert ist "in Richtung r+R" in $\{\tilde{x}\}$, aber frei in $\{\tilde{x}-1\}$ oder frei "in Richtung r" in $\{\tilde{x}\}$	146
	$s\beta_{vw\nu}$ kennzeichnet, ob es im Koppelvielfach (v,1) einen geschleiften Ausgang gibt, der in Absuchrichtung vor dem Ausgang w liegt und durch diesen blockiert ist	193
$\sigma^{(\nu)}_{e}$, $r\sigma^{(\nu)}_{e}$, $^{m}_{r}\sigma^{(\nu)}_{e}$	kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (e,ν) mindestens einen in $\{\tilde{x}\}$ in Richtung r bzw. r|(m,s) blockierten Ausgang besitzt, der in $\{\tilde{x}-1\}$ frei ist in Richtung r	66,72, 117
	$\sigma_{vw\nu}$, $r\sigma_{vw\nu}$ kennzeichnet, ob in $\{\tilde{x}-1\}$ ein Durchschalten über den geschleiften Ausgang möglich ist	192, 195
$r\Gamma$	kennzeichnet, ob alle Abnehmerleitungen in Richtung r belegt sind	121

c. Auswahlgrößen

		erstmals auf Seite
$r\eta_{vw}^{(\nu)}$	Zahl der in die Richtung r freien Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) in {x̃-1}	73
$r\eta_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$	Wahrscheinlichkeit, mit der ein Übergang von {x̃-1} nach {x̃} bei Einfall eines Rufes in Richtung r in das Koppelvielfach (v,1) erfolgt	62
$r^*\eta_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$	dieselbe Bedeutung	144
$_m^r\Gamma$	Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r markiert wird	112
$_m^r\pi_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$	Wahrscheinlichkeit, mit der der Übergang von {x̃-1} nach {x̃} bei Einfall eines Rufes in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r stattfindet	115
$_m^r\bar{\pi}_{vw}^{(\nu)}$	Anzahl der in die Richtung r|(m,s) freien Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) in {x̃-1}	118
$_m^r\Gamma^*$	Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r in {x̃-1} markiert wird	120
$_{s,r}\eta_{vw\nu}$	Wahrscheinlichkeit, mit der ein Übergang von {x̃-1} nach {x̃} bei Einfall eines Rufes in Richtung r in das Koppelvielfach (v,1) erfolgt	190
$_{\iota,r}\bar{\eta}_{\mu\nu}$	kennzeichnet, ob das Koppelvielfach (μ,1) mindestens einen Ausgang besitzt, der blockiert ist in Richtung r in {x̃}, aber frei in {x̃-1}	198
E_t, E_t^*	Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ruf im t-ten Durchschalteversuch durchgeschaltet wird in {x̃} bzw. {x̃-1}	124, 126
$\bar{E}_t$, $\bar{E}_t^*$	Wahrscheinlichkeit, mit der ein Ruf bis zum einschließlich t-ten Durchschalteversuch durchgeschaltet wird in {x̃} bzw. {x̃-1}	125, 128
E'_t	bedingte Wahrscheinlichkeit für Markieren bzw. Durchschalten	125

d. Sonstige Größen

$r\varepsilon_v^{(\nu)}$	obere Summationsgrenze beim Übergang von unten	60
$r^*\varepsilon_v^{(\nu)}$	dieselbe Bedeutung	141
$_m^r\varepsilon_v^{(\nu)}$	" " bei Punktwahl	113
$r\bar{\varepsilon}_v$	bei Richtungswahl mit systeminternem Überlauf für den Direktweg	142

1. EINLEITUNG

1.1 Aufgaben und Struktur eines Nachrichtenvermittlungssystems

Ein Nachrichtenvermittlungssystem hat grundsätzlich drei Aufgaben /25/ (Bild 1.1):

- Es muß den von den angeschlossenen Verkehrsquellen (z.B. Fernsprechteilnehmern) erzeugten Verkehr konzentrieren. Diese Konzentration ist möglich, da die einzelnen Verkehrsquellen im allgemeinen nur während eines Bruchteils des Tages in Aktion sind; sie ist nötig, da die Leitungen die höchsten Investitionen erfordern und man deshalb darauf achtet, möglichst gut ausgenutzte, d.h. hoch belastete Leitungsbündel zu erhalten.
  Diese Konzentration erfolgt in den sog. Teilnehmerwahlstufen.
- Es muß den Verkehr verteilen. Diese Aufgabe des Verteilens ist von der Funktion des Systems als Nachrichtenvermittlungssystem her die wichtigste Funktion.
  Dieses Verteilen erfolgt in den sog. Richtungswahlstufen.
- Es muß den Verkehr wieder expandieren. Nachdem die Nachrichten über wenige Leitungen von der einen Vermittlungsstelle zur anderen Vermittlungsstelle übertragen wurden, müssen sie nun in dieser wieder auf die einzelnen Empfänger (z.B. Fernsprechteilnehmer) aufgeteilt werden. Das gleiche Prinzip wird nicht nur bei der Vermittlung von Nachrichten zwischen räumlich entfernten Vermittlungsstellen angewandt, sondern auch dann, wenn Quelle und Empfänger an derselben Vermittlungsstelle angeschlossen sind.
  Die Expansion erfolgt wieder in den Teilnehmerwahlstufen.

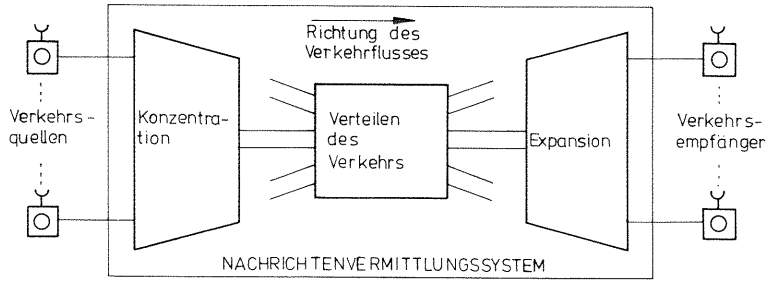


Bild 1.1: Prinzipielle Aufgaben eines Nachrichtenvermittlungssystems

1.2 Das Linksystem als Baustein eines Nachrichtenvermittlungssystems

Für die verschiedenen Aufgaben eines Nachrichtenvermittlungssystems werden in modernen Systemen häufig mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung, kurz auch "Linksysteme" genannt, verwendet. Solche Linksysteme bestehen grundsätzlich aus zwei Teilen (Bild 1.2):

- dem Wegenetzwerk. Dieses Netzwerk setzt sich aus mehreren hintereinander geschalteten Wahlstufen zusammen. Über diese (im allgemeinen) s Wahlstufen wird ein Weg nur dann durchgeschaltet, wenn sichergestellt ist, daß ein solcher durchgehend freier Weg zwischen dem gewünschten Eingang der Stufe 1 und einem geeigneten Ausgang der Stufe s vorhanden ist. Dieses Durchschalten des gesamten Weges erfolgt dann praktisch gleichzeitig.
- dem Steuernetzwerk. Seine Aufgaben sind vielgestaltig. So muß es z.B. die Verbindung des gewünschten Eingangs mit einem geeigneten Ausgang veranlassen und steuern oder nach Beendigung einer Belegung den Abbau des durchgeschalteten Weges bewerkstelligen.

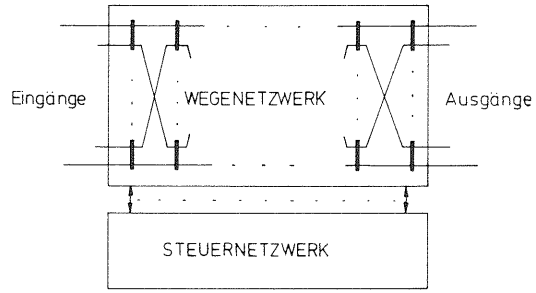


Bild 1.2 Grundsätzlicher Aufbau eines Linksystems

Der Vorteil derartiger Linksysteme verglichen mit einstufigen Koppelanordnungen gleicher Verkehrsleistung liegt einerseits in der Ersparnis an Koppelpunkten im Wegenetzwerk. Andererseits kann eine freizügige Beschaltung der Ausgänge, wie sie bei großen Systemen gewünscht wird, mit solchen vermaschten mehrstufigen Koppelanordnungen am besten realisiert werden. Insgesamt kann mit Linksystemen, bei einem sehr wirtschaftlichen Einsatz von Koppelpunkten, eine praktisch vollkommene Erreichbarkeit aller Ausgänge von einem beliebigen Eingang aus erreicht werden.

1.3 Unterscheidungsmerkmale von Linksystemen

Je nachdem welche Gesichtspunkte bei der Realisierung eines Linksystems besondere Bedeutung haben, ergeben sich die vielfältigsten Bauformen und Betriebsarten für Linksysteme/1/. Einige besonders charakteristische (aber bei weitem nicht alle) Kriterien sind beispielsweise die folgenden:

1.3.1 Unterscheidung nach der Struktur des Linksystems

Verwendung des Linksystems als

- Teilnehmerwahlstufe. Diese bestehen meist aus vielstufigen Linksystemen, um die erforderliche Konzentration möglichst gleichmäßig über mehrere Stufen zu verteilen, siehe z.B. /4, 12, 26, 82/.
- Richtungswahlstufe. Diese Wahlstufen sind ebenso wie die Wahlstufen zum Anschalten von zentralen Registern teilweise aus Linksystemen mit wenigen Stufen (z.B. s = 2 oder 3) realisiert, siehe z.B. /4, 10, 11, 17, 26/.

Verbindung der einzelnen Koppelvielfache zweier benachbarter Stufen eines Linksystems:

Die Koppelvielfache zweier aufeinander folgender Stufen sind durch Zwischenleitungen miteinander verbunden. Dabei kann unterschieden werden:

- Jedes Koppelvielfach einer bestimmten Stufe hat mehr als einen Ausgang zu jedem Koppelvielfach der nächsten Stufe. Dabei kann die Reihenfolge der Verbindung der Ausgänge eines Koppelvielfachs dieser Stufe mit den Eingängen der Koppelvielfache der nachfolgenden Stufe unterschiedlich sein. Ferner ist es möglich, durch eine Mischung, d.h. Vielfachschaltung mehrerer Ausgänge verschiedener Koppelvielfache derselben Stufe, die Zahl der Ausgänge dieser Stufen zu reduzieren auf die kleinere Gesamtzahl der Eingänge der nächsten Stufe. Solche Mischungen werden vor allem bei Linksystemen mit starker Konzentration des Verkehrs eingesetzt /17/, wobei die Mischung selbst unterschiedlichste Struktur aufweisen kann, z.B. homogene Mischung, Mischung mit Staffelung und Übergreifen usw. /5, 6, 14, 20, 24, 25, 28, 29/.
- Jedes Koppelvielfach einer bestimmten Stufe ist über einen Ausgang mit jedem Koppelvielfach der nächsten Stufe verbunden /4, 11/. Auch hier kann diese Verbindung sehr unterschiedlich erfolgen, z.B.
  - geordnet aufgelegt, d.h. jeweils der Ausgang 1 eines Koppelvielfachs der jeweiligen Stufe ist mit dem Koppelvielfach 1 der nachfolgenden Stufe verbunden, usw.
  - zyklisch vertauscht aufgelegt, d.h. der Ausgang 1 des Koppelvielfachs φ der jeweiligen Stufe ist mit dem Koppelvielfach φ der nachfolgenden Stufe verbunden, usw.

- Jedes Koppelvielfach einer bestimmten Stufe ist nur mit einem Teil der Koppelvielfache der nachfolgenden Stufe verbunden. Solche Linksysteme besitzen oft sog. Linkblöcke (Bild 1.3) /4, 11/.

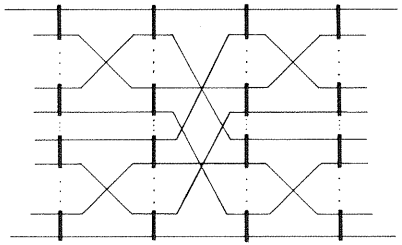


Bild 1.3: Linksystem mit Linkblöcken

1.3.2. Unterscheidung nach der Realisierung der Koppelvielfache

Ältere elektromechanische Systeme besitzen oft Koppelvielfache mit vielen Ausgängen, was durch konstruktive Gesichtspunkte bedingt ist, z.B. finden beim Pentaconta-System Koppelvielfache (Koordinatenschalter-Brücken) mit 52 Ausgängen Verwendung /21/.

Neuere elektromechanische und vollelektronische Systeme sind vorzugsweise aus kleinen Koppelvielfachen aufgebaut, d.h. die Koppelvielfache haben nur wenige Ein- und Ausgänge. Derartige Koppelvielfache erlauben eine flexiblere Gestaltung des Linksystems, je nach den speziellen Anforderungen, z.B. werden beim System ESK 10000 E in der Teilnehmerwahlstufe Koppelvielfache mit 10 Eingängen und 6 Ausgängen verwendet /4, 12/.

1.3.3 Unterscheidung nach der Betriebsart des Linksystems

- Bündelwahl
  Hier kann die Steuerung einen Weg vom betreffenden Eingang zu einem beliebigen freien Ausgang des Linksystems, der zum gewünschten Abnehmerbündel führt, durchschalten / 18/. Führen alle Ausgänge des Linksystems zu einem Abnehmerbündel, so spricht man von "Mischwahl" /13/, sind mehrere Abnehmerbündel vorhanden, spricht man von "Richtungswahl" /11, 25/.

- Punktwahl
  Hier erfolgt das Durchschalten des Weges durch das Linksystem zwischen einem markierten Eingang und einem markierten Ausgang.
  Diese Betriebsart tritt bei zentralgesteuerten Systemen in verstärktem Maß auf /2, 3, 68/.

- Bündelwahl mit systeminternem Überlauf
  Bei dieser Betriebsart versucht die Steuerung zuerst das Durchschalten eines Weges vom festgelegten Eingang zu einem beliebigen freien Ausgang des entsprechenden Abnehmerbündels. Ist entweder keine Leitung dieses Abnehmerbündels mehr frei oder ist das Durchschalten des Weges durch das Linksystem vom betreffenden Eingang zu diesem freien Ausgang nicht möglich wegen innerer Blockierung, dann versucht die Steuerung die Verbindung von diesem Eingang zu einem Ausgang des "Überlaufbündels" durchzuschalten.
  Solche Linksysteme finden bei Vermittlungssystemen mit alternativer Leitweglenkung Anwendung /61, 62, 63/.

- Umschalten bestehender Belegungen (Rearrangement)
  Bei dieser Betriebsart werden notfalls bestehende Wege durch das Linksystem umgeschaltet, falls dadurch das Durchschalten eines weiteren Verbindungswunsches ermöglicht wird /42, 44, 85/.

1.3.4 Unterscheidung nach dem Absuchverfahren für die Ausgänge der einzelnen Koppelvielfache

- Geordnetes Absuchen der Ausgänge von einer festen Nullstellung aus.
  Beim Einfall eines neuen Verbindungswunsches werden hier die Ausgänge der Koppelvielfache jeweils von einem festen Startpunkt (Nullstellung) aus in geordneter Reihenfolge abgesucht und der erste nicht belegte Ausgang,über den die Durchschaltung erfolgen kann, d.h. der erste freie Ausgang wird belegt /19, 27/.

- Geordnetes Absuchen der Ausgänge ohne feste Nullstellung
  Hier startet der Absuchvorgang von einem beliebigen Ausgang des Koppelvielfaches. Von diesem Ausgang aus werden dann die Ausgänge ebenfalls in geordneter Reihenfolge abgesucht. Auch hier wird dann der in Absuchrichtung erste freie Ausgang belegt.

- Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs
  Bei dieser Betriebsart wird jeder freie Ausgang des Koppelvielfachs mit der gleichen Wahrscheinlichkeit belegt /16, 22/.

1.3.5 Weitere Unterscheidungsmerkmale

Neben diesen durch konstruktive oder steuerungstechnische Gegebenheiten bedingten Unterscheidungsmerkmalen führen natürlich die charakteristischen Merkmale des über das Linksystem durchzuschaltenden Verkehrs zu weiteren Kriterien für Unterscheidungsmerkmale von Linksyste-

men. Auch hier sollen nur einige besonders charakteristische Gesichtspunkte betrachtet werden.

- Einsatz des Linksystems in einem Wartesystem
  Ist das Durchschalten eines eintreffenden Rufes im Zeitpunkt des Eintreffens nicht möglich, so kann dieser Ruf z.B. so lange warten, bis er durchgeschaltet werden kann /7, 59, 65, 66/.
- Einsatz des Linksystems in einem Verlustsystem
  Hier wird ein "nicht erfolgreicher Ruf" sofort abgewiesen und geht damit verloren /91/.

Ein anderes Kriterium ist das des Intern-Extern-Verkehrs.

- Bei reinem Externverkehr wird jeweils ein Eingang mit einem Ausgang verbunden, für das Durchschalten einer Verbindung wird somit nur ein Weg durch das Linksystem benötigt (Bild 1.4.a) /1, 74/.
- Bei reinem Internverkehr befinden sich alle Ein- und Ausgänge auf derselben Seite des Linksystems. Zum Durchschalten einer Verbindung müssen also zwei Wege durch das Linksystem aufgebaut werden (Bild 1.4.b) /23, 41/.
  Solche Systeme sind besonders bei sog. Umkehrgruppierungen anzutreffen /2, 3/.

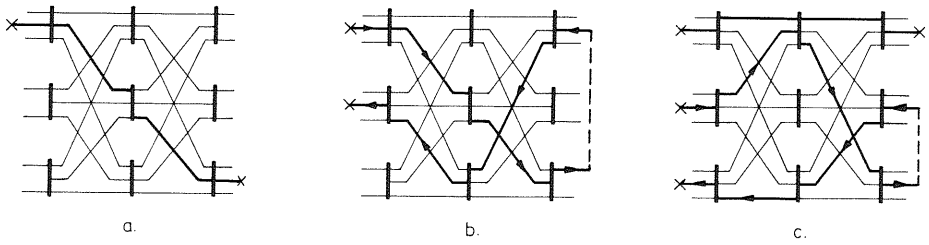


Bild 1.4. a: Linksystem mit Externverbindung
b: Linksystem mit Internverbindung
c: Linksystem mit Intern- und Externverbindung

- Bei gemischtem Intern- und Externverkehr treten sowohl Verbindungen auf, die nur einen Weg durch das Linksystem benötigen, als auch solche, die zwei Wege benötigen (Bild 1.4.c).
  Derartige Linksysteme finden sich besonders häufig in Nebenstellenanlagen. Dort wird der Verkehr innerhalb der Nebenstellenanlage als Internverkehr, der zum öffentlichen Wählvermittlungsnetz führende Verkehr als Externverkehr geführt /43/.

1.4 Verkehrstheoretische Untersuchung von Linksystemen

1.4.1 Approximationsverfahren

Entsprechend der Vielzahl von Einsatzmöglichkeiten von Linksystemen unterschiedlichster Struktur, Betriebsparameter und Verkehrsbedingungen (siehe Abschnitt 1.3) mit teilweise divergierenden Anforderungen, gibt es eine große Zahl von Näherungsverfahren zur Berechnung und Analyse solcher Linksysteme, siehe z.B. /57, 73-75, 79/. Diese Näherungsverfahren gelten meist nur für spezielle Strukturen und Symmetrieannahmen. Nur wenige sind universell anwendbar /74, 79/.

Eine systematische Darstellung, kritische Gegenüberstellung und Verbesserung der wesentlichen Approximationsverfahren für Linksysteme wurde von K. Kümmerle in /73, 74/ gegeben.

Neben der reinen Analyse gegebener Strukturen und Systeme ist die Synthese von Linksystemen von zunehmendem Interesse. Hier ist allerdings das Problem der Synthese des Gesamtsystems (Wege- und Steuernetzwerk) noch nicht gelöst. Bisher sind erst einige Arbeiten zu Problemen der Synthese von Linksystemen bekannt geworden /35,36,58,82/.

1.4.2 Simulation

Weitere Möglichkeiten zur Untersuchung von Linksystemen bietet die Simulation solcher Systeme auf Digitalrechnern. Mittels derartiger Simulationen von konkreten Systemen kann zusätzlich die Güte von Näherungsverfahren an bestimmten Linksystemen überprüft werden. Bei diesen Simulationen werden das System und die Betriebsparameter nachgebildet und dann die interessierenden Verkehrsgrößen mittels Monte-Carlo-Methoden bestimmt /45,56,69,71,72/. Die Simulationen liefern allerdings keine"exakten" Ergebnisse, denn diese Ergebnisse sind mit einer statistischen Unsicherheit behaftet. Das "Vertrauensintervall" wird umso größer, je weniger für die Bestimmung der entsprechenden Größe relevante Ereignisse während der Simulation auftraten. Das bedeutet, daß z.B. besonders bei kleinen Verlusten, d.h.prozentual nur wenige Verbindungswünsche werden abgewiesen, bei konstanter Simulationszeit das Vertrauensintervall für die Verlustwahrscheinlichkeit größer wird. Will man in diesem Fall ein gleiches relatives Vertrauensintervall wie bei größeren Werten des Verlustes, so steigt die erforderliche Simulationszeit überproportional an.

1.4.3 Exakte Berechnung

Mathematisch exakte Verfahren haben den Vorteil, daß die interessierenden Größen exakt berechnet werden können. Da geschlossene analytische Lösungen für allgemeine Systeme nicht in einfacher Form angebbar sind, bedient man sich hier iterativer Methoden. Damit sind die entsprechenden Größen numerisch berechenbar, wobei die Genauigkeitsschranke vorgebbar ist. Die folgenden Ausführungen beziehen sich also auf solche Verfahren, mit denen die interessierenden Größen "exakt", d.h. (im Rahmen der durch die Digitalrechner gesetzten Grenzen) beliebig genau berechnet werden können.

Solche Verfahren wurden bisher nur sehr vereinzelt behandelt /37-40, 47,65,67,73,74/, nicht zuletzt deshalb, weil sie auf Gleichungssysteme von sehr hohem Rang führen und damit nur mit Hilfe von großen Digitalrechnern auswertbar sind. Besonders wichtig sind hier die Arbeiten von G.P. Basharin, der die exakte Berechnung von zweistufigen Linksystemen (ohne Mischungen) für Mischwahl explizit herleitete /37,38/ und Hinweise zur Berechnung von Linksystemen für Richtungswahl gab /39/.

Berücksichtigt man Symmetrieannahmen des Systems und des Verkehrs, so kann, wie ebenfalls von Basharin beim zweistufigen Linksystem gezeigt wurde /36/, der Rang des Gleichungssystems erheblich reduziert werden. Bis jetzt ist aber dieses Problem noch nicht in voller Allgemeinheit gelöst. Es wurden bisher erst Lösungen für Teilprobleme bekannt /33/. Einige Arbeiten beschäftigen sich mit der exakten Berechnung solcher symmetrischer Systeme, z.B. /37,75/.

In dieser Arbeit werden nun Lösungen für die exakte Berechnung von Linksystemen verhältnismäßig allgemeiner, aber technisch sinnvoller Struktur mit einer beliebigen Zahl s von Stufen hergeleitet. Dabei werden sowohl verschiedene Betriebsarten des Linksystems, als auch unterschiedliche Betriebsarten der einzelnen Koppelvielfache betrachtet. Alle Berechnungen beschränken sich auf den Einsatz des Linksystems in einem Verlustsystem. Dabei werden stets zuerst die stationären Zustandswahrscheinlichkeiten des Systems bestimmt und daraus dann die charakteristischen Verkehrsgrößen berechnet.

Der folgende Abschnitt 1.5 gibt eine Übersicht über die einzelnen Kapitel dieser Arbeit.

1.5 Übersicht

In Kapitel 2 wird, ausgehend von der Chapman-Kolmogoroff-Gleichung und den speziellen Anruf- und Endeprozessen,das lineare Gleichungssystem der stationären Zustandswahrscheinlichkeiten des Systems (statistisches Gleichgewicht) hergeleitet. Dabei wird dieses Gleichungssystem so formuliert, daß es an die in den nachfolgenden Kapiteln betrachteten konkreten Fragestellungen angepaßt ist.

In Kapitel 3 wird das Linksystem mit s Stufen ($s \geq 2$) zugrundegelegt. Für dieses Linksystem wird eine vollständige formale Beschreibung des Gleichungssystems hergeleitet. Dieser dort gewählten formal relativ aufwendigen Bezeichnung kommt deshalb große Bedeutung zu, weil es sich bei dem zu lösenden Gleichungssystem in jedem Fall um ein solches von so hohem Rang handelt, daß eine Auswertung "von Hand" unmöglich erscheint. Damit entfällt die Möglichkeit, anhand einer verbalen Beschreibung jeweils die einzelnen Gleichungen für ein konkretes System selbst aufzustellen; diese Aufgabe muß vom Rechner mit übernommen werden. Daraus ergibt sich zwingend die Notwendigkeit für eine formale, auch alle Randzustände des Systems einschließende Beschreibung des Gleichungssystems der Zustandswahrscheinlichkeiten.

Aus dem hohen Rang des Gleichungssystems und dem damit benötigten großen Speicherplatz im Rechner folgt weiter die Forderung, daß die Kennzeichnung der einzelnen Zustände so zu erfolgen hat, daß alle bei der Bestimmung des Gleichungssystems nicht unbedingt notwendigen Kenngrößen weggelassen werden. Auf dieses Problem wird z.B. zu Beginn des Abschnitts 6.2 nochmals eingegangen. Diese Forderung wurde überall beachtet.

Aus den mit Hilfe dieses Gleichungssystems bestimmten Zustandswahrscheinlichkeiten können dann die interessierenden Verkehrsgrößen wie Verlust, Belastung, Angebot, usw. berechnet werden. Die dafür erforderlichen Beziehungen werden hergeleitet.

Es werden die Betriebsarten
- Mischwahl
- Richtungswahl betrachtet.

Während in Kapitel 3 die Betriebsart "Bündelwahl" vorausgesetzt wird, beschäftigt sich das Kapitel 4 mit der Betriebsart "Punktwahl". Dabei wird auch die Frage der mehrfachen Durchschalteversuche behandelt. Da diese beiden Kapitel sehr eng zusammenhängen (Linksysteme für Richtungswahl) werden in Kapitel 4 die formale Beschreibung sowie

die Beziehungen des Kapitels 3 vorausgesetzt und nicht erneut hergeleitet. Vielmehr liegt hier das Hauptaugenmerk der Darstellung auf den Unterschieden, die sich durch die Betriebsart Punktwahl gegenüber Bündelwahl ergeben.

Neben diesen Betriebsarten gewinnt beim Einsatz von Linksystemen in Vermittlungssystemen mit alternativer Leitweglenkung der Betrieb mit systeminternem Überlauf an Bedeutung. Deshalb wird dieser Fall gesondert in Kapitel 5 dargestellt. Dabei wird die Beschreibung des Systems, der Zustandsmuster und die Herleitung des Gleichungssystems weitgehend unabhängig von Kapitel 3 dargestellt; damit kann dieses Kapitel im wesentlichen ohne die genaue Kenntnis des Kapitels 3 betrachtet werden. Weiter wird zur Herleitung zunächst ein Linksystem mit s = 2 Stufen zugrundegelegt, um eine Konzentration der Darstellung auf die in diesem Fall wesentlichen Kennzeichen zu ermöglichen und um die Unterschiede zu den in Kapitel 3 behandelten Betriebsarten deutlich werden zu lassen. Abschließend wird dann unter zusätzlicher Verwendung der Ergebnisse von Kapitel 3 die Lösung für das System mit s Stufen angegeben.

Im Kapitel 6 werden dann Linksysteme untersucht, bei denen die durchgeschalteten Wege über eine uneinheitliche Zahl von Koppelvielfachen führen:

- Linksysteme mit Rückschleifen (entraide bzw. entraide renforcée)
- Linksysteme mit einer "Zwischenstufe".

Für diese Linksysteme werden ebenfalls die charakteristischen Verkehrsgrößen über das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten hergeleitet.

Eine grafische Übersicht über die in den Kapiteln 3,...,6 behandelten Strukturen und Betriebsarten der Linksysteme zeigt Bild 1.5. Nicht berücksichtigt ist in dieser Darstellung die Zahl der Stufen des Linksystems. Sie beträgt in den Kapiteln 3, 4 und 5 jeweils $s \geq 2$; im Kapitel 6 $s = 2$.

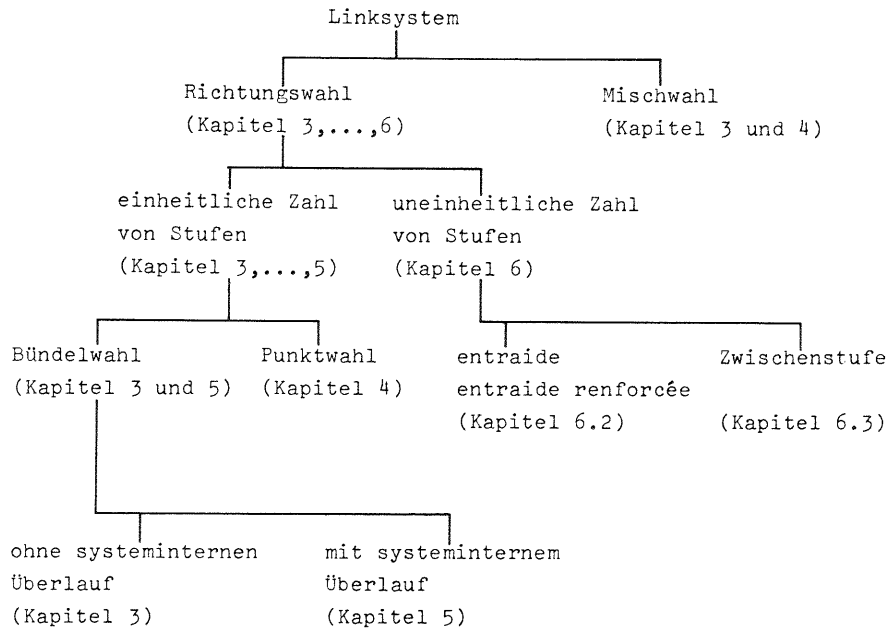


Bild 1.5: Übersicht über die behandelten Strukturen und Betriebsarten von Linksystemen

2. HERLEITUNG DES LINEAREN GLEICHUNGSSYSTEMS DER ZUSTANDSWAHRSCHEINLICHKEITEN

2.1 Allgemeines

Als mathematisches Modell für das Verkehrsgeschehen in einem Vermittlungssystem finden die diskreten stochastischen Prozesse $\{X_t,\ t\in I\}$ /31.1/ Anwendung. Dabei ist X_t die zufällige Veränderliche, die von der Zeit t abhängt. Die Zeit t variiert in der reellen Zahlenmenge I, im allgemeinen also im Intervall $0 \leq t < \infty$.

Sind die Übergangswahrscheinlichkeiten des Verkehrsprozesses dabei nicht von der Vorgeschichte, sondern nur vom jeweiligen Zustand und/oder der Zeit t abhängig, dann ist der Prozess ein Markoffprozeß. Nach /31.2/ ist $\{X_t,\ t\in I\}$ ein Markoffprozeß, falls für $n=1,2,\ldots$, beliebige $t_m \in I$ $(m=0,1,..,n;\ t_0 < t_1 < \ldots < t_n)$ sowie für beliebige ganze Zahlen i,j die Gleichungen

$$P(X_{t_n} = j \,|\, X_{t_{n-1}} = i\ ,\ X_{t_{n-2}} = i_{n-2}\ ,\ \ldots\ ,\ X_{t_0} = i_0) = P(X_{t_n} = j \,|\, X_{t_{n-1}} = i)$$

für alle $i_0,\ldots,i_{n-2}$ gelten.

Aus zahlreichen Messungen in aller Welt ist bekannt, daß die Fernsprechverkehrsprozesse mit guter Näherung die Markoff-Eigenschaft besitzen /60,70/. Dabei sind meßtechnisch besonders einfach die Beginn- und Endeereignisse zu ermitteln. Deshalb wird im folgenden zunächst der Anrufprozeß und dann der Endeprozeß genauer betrachtet. Mit ihrer Hilfe wird dann der Zufallsverkehr 1. und 2. Art definiert. Daran anschließend wird der gesamte Verkehrsprozeß betrachtet und insbesondere das "statistische Gleichgewicht" abgeleitet. Dabei werden die Beziehungen für die einzelnen Übergänge so dargestellt, daß sie in den nachfolgenden Kapiteln zugrunde gelegt werden können und entsprechend den durch das jeweilige System und die Betriebsparameter gegebenen zusätzlichen Bedingungen nur detaillierter formuliert werden müssen.

Dabei bezeichnet der "Zustand {x}", daß x Wege durch das Linksystem belegt sind. Diese Unterscheidung genügt hier jedoch nicht, deshalb wird im Abschnitt 2.5.1 der Begriff "Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$" eingeführt. (Zusätzlich wird dann im Kapitel 3 noch der Begriff "Muster" definiert.)

2.2 Der Anrufprozeß

Erfüllt der Anrufprozeß die Markoffeigenschaft, dann gilt für die Übergangswahrscheinlichkeit vom Zustand j zur Zeit t in den Zustand j+1 zur Zeit $(t+\Delta t)$, d.h. für die Wahrscheinlichkeit, daß während des Zeitintervalls $(t,\ t+\Delta t)$ ein neuer Ruf einfällt

$$P(X_{t+\Delta t} = j+1 \,|\, X_t = j) = \lambda(j;t)\Delta t + o(\Delta t)$$

falls zusätzlich folgende Bedingungen erfüllt sind :

1. In einem kurzen Zeitintervall Δt kann höchstens ein neuer Ruf einfallen.
2. Die Wahrscheinlichkeit dafür, daß mehrere Rufe im Zeitintervall Δt einfallen, sei $o(\Delta t)$.

Dies bedeutet, daß die Anzahl der eintreffenden Rufe proportional zu Δt ist. Der Proportionalitätsfaktor $\lambda(j;t)$ wird als Anrufrate bezeichnet.

Die Anrufrate $\lambda(j;t)$ schwankt bei Fernsprechverkehr normalerweise im Laufe des Tages. Während der Hauptverkehrszeit ist sie jedoch, wie durch zahlreiche Messungen bestätigt wurde, praktisch konstant /60,70/. Die Dimensionierung der Koppelanordnungen und Leitungsbündel erfolgt jedoch gerade für diese Hauptverkehrszeit. Deshalb wird im folgenden nur der Fall

$$\lambda(j;t) = \lambda(j)$$

betrachtet.

Wie weiter aus Messungen in Fernsprechvermittlungsstellen bekannt ist, müssen hier zwei Fälle unterschieden werden. Dabei kann angenommen werden, daß die Verkehrsquellen voneinander unabhängig sind.

a. Die Anzahl q der Verkehrsquellen ist in derselben Größenordnung wie die Leitungszahl n aller Abnehmerbündel der Koppelanordnung (hier des Linksystems).
   In diesem Fall ist die momentane Anrufrate $\lambda(x)$ - im Zustand $\{x\}$ des Systems - proportional zur Zahl der nicht belegten Quellen. Hat jede freie Quelle die Anrufrate α, so ergibt sich

$$\lambda(x) = \alpha\cdot[q - x] \qquad (2.1)$$

   Dieser Bernoulli-Prozeß /92.2/ entspricht der Annahme, daß die Anrufabstände aller freien Quellen je negativ exponentiell verteilt sind mit demselben Mittelwert α^{-1}.

b. Die Anzahl q der Verkehrsquellen ist sehr viel größer als die Leitungszahl aller Abnehmerbündel der Koppelanordnung, d.h. q≫n. Hier hat der Belegungszustand der einzelnen Quelle praktisch keinen Einfluß auf die Anrufrate λ. Es ergibt sich

$$\lambda(x) = \lim_{\substack{q \to \infty \\ \alpha q \to \text{const.}}} \alpha(q-x) = \lambda = \text{const.} \qquad (2.2)$$

In diesem Fall ergibt sich somit der Poisson-Prozeß, die Anrufabstände sind negativ exponentiell verteilt mit dem Mittelwert λ^{-1}.

In vielen Messungen wurde für Fernsprechverkehr bestätigt, daß der Poisson- und der Bernoulli-Prozeß sehr gute Näherungen des tatsächlichen Verkehrsgeschehens /60,70,91/ darstellen und deshalb als mathematische Modelle für den Anrufprozeß gut geeignet sind.

2.3 Der Endeprozeß

Der Endeprozeß kann unter den entsprechenden Annahmen wie der Anrufprozeß definiert werden. Die Enderate $\mu(j;t)$ ist definiert durch

$$P(X_{t+\Delta t} = j-1 \,|\, X_t = j) = \mu(j;t)\Delta t + o(\Delta t)$$

Auch hier wird im folgenden nur der Fall

$$\mu(j;t) = \mu(j)$$

betrachtet.

Aufgrund vieler Messungen /60/ ist sichergestellt, daß die Belegungsdauern im Fernsprechverkehr mit guter Näherung als negativ exponentiell verteilt angenommen werden dürfen. Beträgt die mittlere Dauer einer Belegung h, so ergibt sich die Enderate je Belegung zu

$$\mu = \frac{1}{h} \qquad (2.3)$$

Die gesamte Enderate im Zustand {x} ergibt sich damit zu

$$\bar{\mu}(x) = x \cdot \mu \qquad (2.4)$$

2.4 Der Zufallsverkehr 1. und 2. Art

Mit der in den Abschnitten 2.2 und 2.3 hergeleiteten Anrufrate λ und Enderate μ kann der Zufallsverkehr definiert werden.

a. Zufallsverkehr 1. Art

Die Anrufrate λ ist unabhängig vom Zustand {x} und der Zeit t. Nach (2.2) gilt (Poisson-Prozeß)

$$\lambda = \text{const.} \qquad (2.5.a)$$

Die Enderate μ einer bestehenden Belegung ist unabhängig von der Zeit t. Es gilt (2.3) (neg. exp. verteilte Belegungsdauern)

$$\mu = \frac{1}{h} = \text{const.} \qquad (2.5.b)$$

Die Enderate $\bar{\mu}$ im Zustand {x} wird damit (2.4)

$$\bar{\mu}(x) = x \cdot \mu \qquad (2.5.c)$$

b. Zufallsverkehr 2. Art

Die Anrufrate ist abhängig vom Zustand {x}, aber unabhängig von der Zeit t. Nach (2.1) gilt (Bernoulli-Prozeß)

$$\lambda(x) = \alpha(q-x) \qquad (2.6.a)$$

dabei ist
α die Anrufrate je freier Quelle
q die Anzahl der Quellen
x die Anzahl der belegten Quellen im Zustand {x}.

Für die Enderate μ bzw. $\bar{\mu}(x)$ gelten die Beziehungen (2.3) (2.6.b)

bzw. (2.4) (2.6.c)

c. "Abgeschnittener" Zufallsverkehr 1. Art

Mit abgeschnittenem Zufallsverkehr 1. Art wird öfters gerechnet, wenn das betrachtete Linksystem bereits - in Durchschalterrichtung - hinter anderen Vermittlungseinrichtungen sitzt (vgl. Bild 1.1, Verteilen des Verkehrs) und die Zahl der Eingänge je Koppelvielfach der Stufe 1 gleich oder kleiner als die Zahl der Ausgänge ist.

Hier ist die Anrufrate ebenfalls abhängig vom Zustand {x}, aber unabhängig von der Zeit t. Es gilt

$$\left.\begin{matrix} \lambda = \text{const.} \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls } \bar{x} \begin{cases} < i \\ = i \end{cases} \qquad (2.7.a)$$

mit
i die Anzahl der Eingänge des Koppelvielfachs der Stufe 1 (vgl. Abschnitt 3.2.1)
$\bar{x}$ die Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs der Stufe 1 ($o \leq \bar{x} \leq x$).

Für die Enderate gelten die Beziehungen (2.3) (2.7.b)

bzw. (2.4) (2.7.c)

2.5 Herleitung des statistischen Gleichgewichts

2.5.1 Das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$

Betrachten wir jetzt den durch das Einfallen und Enden von Belegungen bestimmten Gesamtprozeß, so können wir ihn durch die Zustände $\{x\}$, in denen sich das System zur Zeit t jeweils befindet, beschreiben.

Da in unserem Fall das zugrunde gelegte System (Linksystem) einen Einfluß auf die Beschreibung des einzelnen Belegungszustandes hat, betrachten wir im folgenden nur noch die Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ zur Beschreibung eines bestimmten Belegungszustandes.

Jedes Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ hat x Belegungen. Zwei Zustandsmuster $\{\tilde{x}_1\}$ und $\{\tilde{x}_2\}$ mit jeweils x Belegungen unterscheiden sich jedoch darin, daß die zum Durchschalten der Belegungen benutzten Wege durch das Linksystem über andere Koppelvielfache, Eingänge oder Ausgänge führen. Somit wird jedes Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ durch eine andere Kombination von x belegten Wegen durch das Linksystem gekennzeichnet (formale Beschreibung des Zustandsmusters siehe Abschnitt 3.3).

Dementsprechend werden die Zustandsmuster, aus denen das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ während des Zeitintervalls $(t, t+\Delta t)$ entstehen kann oder in die es übergehen kann, mit $\{\tilde{x}+1\}$ bzw. $\{\tilde{x}-1\}$ als "benachbarte Zustandsmuster" bezeichnet.

2.5.2 Die Zustandswahrscheinlichkeit $p(\tilde{x})$

Wie in den Abschnitten 2.2 und 2.3 ausgeführt, interessieren wir uns im folgenden nur für den Fall, daß sowohl Anruf- als auch Enderate zeitunabhängig sind. Damit werden auch die Übergangswahrscheinlichkeiten zeitunabhängig. Der Markoffprozeß geht damit in einen homogenen (zeithomogenen) Markoffprozeß über /31.3,32,92.1/.

Für einen solchen zeit-homogenen Markoffprozeß mit einer endlichen Zahl von Zuständen (Zustandsmustern) kann gezeigt werden, daß eine Grenzverteilung der Zustandswahrscheinlichkeiten für $t \to \infty$ existiert /31.4,92.3/:

Es sei $p(i; \tilde{x},t)$ die Wahrscheinlichkeit, daß das System vom Zustandsmuster $\{i\}$ zur Zeit $t = 0$ in das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ zur Zeit t übergegangen ist. Dann ist

$$\lim_{t \to \infty} p(i;\tilde{x},t) = p(\tilde{x}) \qquad (2.8)$$

Dieser Grenzwert $p(\tilde{x})$ stellt die absolute Zustandswahrscheinlichkeit dar, sodaß gilt

$$\sum_{\tilde{x}} p(\tilde{x}) = 1 \qquad (2.9)$$

mit

$\sum_{\tilde{x}}$ Summe über alle Zustandsmuster des Systems.

Die Wahrscheinlichkeit $p(\tilde{x})$ wird normalerweise als stationäre Zustandswahrscheinlichkeit oder kurz als Zustandswahrscheinlichkeit bezeichnet. Im folgenden wird - einer verkürzten Ausdrucksweise wegen - dieser Begriff "Zustandswahrscheinlichkeit" und nicht der genauere Begriff "Zustandsmusterwahrscheinlichkeit" verwendet.

2.5.3 Herleitung des statistischen Gleichgewichts

Mit den Voraussetzungen über den Anruf- und Endeprozeß kann, unter Berücksichtigung des vorangehenden Abschnitts, die Gleichung des "statistischen Gleichgewichts" /51/ hergeleitet werden.

Das System befinde sich zur Zeit $(t+\Delta t)$ im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$. Dann kann $\{\tilde{x}\}$ während $(t, t+\Delta t)$ auf eine der folgenden drei, sich gegenseitig ausschließende Arten entstanden sein.

1. Das System befindet sich zur Zeit t im Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ und es fällt ein erfolgreicher Ruf im Zeitintervall $(t, t+\Delta t)$ ein.
   Die Übergangswahrscheinlichkeit ergibt sich damit zu
   $\lambda(\tilde{x}-1)\,\Delta t\;\pi(\tilde{x}-1) + o(\Delta t)$
   mit
   $\lambda(\tilde{x}-1)$ nach (2.1) bzw. (2.2)
   $\pi(\tilde{x}-1)$ kennzeichnet den Systemeinfluß auf die Übergangswahrscheinlichkeit, d.h. durch $\pi(\tilde{x}-1)$ wird berücksichtigt, ob der einfallende Ruf ein erfolgreicher Ruf ist, also ob ein Durchschalten dieses Rufes zu einer Abnehmerleitung erfolgt.

Im allgemeinen Fall gibt es zu dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mehrere benachbarte Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$, weshalb sich für diesen Übergang ergibt

$$\sum_{\tilde{x}-1} p(\tilde{x}-1;t)\,\pi(\tilde{x}-1)\,\lambda(\tilde{x}-1)\,\Delta t + o(\Delta t) \qquad (2.10)$$

mit

$\sum_{\tilde{x}-1}$ Summe über alle zu $\{\tilde{x}\}$ benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$

2. Das System befindet sich zur Zeit t im Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und es endet die eine $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}\}$ unterscheidende Belegung im Zeitintervall $(t, t+\Delta t)$. Damit ergibt sich hier die Übergangswahrscheinlichkeit zu

   $\mu \cdot \Delta t + o(\Delta t)$

   mit

   μ nach (2.3)

   Auch hier gibt es im allgemeinen Fall mehrere zu $\{\tilde{x}\}$ benachbarte Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$, sodaß für diesen Übergang gilt

$$\sum_{\tilde{x}+1} p(\tilde{x}+1;t) \cdot \mu \cdot \Delta t + o(\Delta t) \qquad (2.11)$$

3. Das System ändert seinen Zustand während des Zeitintervalls $(t, t+\Delta t)$ nicht, es bleibt also im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$. Diese Übergangswahrscheinlichkeit wird

   $\{1 - [\lambda(\tilde{x}) \cdot \pi(\tilde{x}) + x \cdot \mu]\} \cdot \Delta t + o(\Delta t)$

   mit

   $\lambda(\tilde{x})$ nach (2.1) bzw. (2.2)

   μ nach (2.3)

   Für diesen Übergang gilt damit

$$p(\tilde{x};t) \cdot \{1 - [\lambda(\tilde{x}) \cdot \pi(\tilde{x}) + x \cdot \mu]\} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \qquad (2.12)$$

Damit ergibt sich mit (2.10), (2.11) und (2.12) für das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mit $0 < x < x_{max}$:

$$\begin{aligned} p(\tilde{x};t+\Delta t) = {} & \sum_{\tilde{x}+1} p(\tilde{x}+1;t) \mu \Delta t + \sum_{\tilde{x}-1} p(\tilde{x}-1;t) \cdot \lambda(\tilde{x}-1) \cdot \pi(\tilde{x}-1) \cdot \Delta t \\ & + p(\tilde{x};t) \cdot \{1 - [\lambda(\tilde{x}) \cdot \pi(\tilde{x}) + x\mu]\} \cdot \Delta t + o(\Delta t) \end{aligned} \qquad (2.13)$$

Für $\Delta t \to 0$ ergibt sich damit aus (2.13) :

$$\lim_{\Delta t \to 0} \frac{p(\tilde{x};t+\Delta t) - p(\tilde{x};t)}{\Delta t} = \frac{d}{dt} p(\tilde{x};t) = \sum_{\tilde{x}+1} p(\tilde{x}+1;t) \cdot \mu + \sum_{\tilde{x}-1} p(\tilde{x}-1;t) \cdot \lambda(\tilde{x}-1) \cdot \pi(\tilde{x}-1) - p(\tilde{x};t) \cdot [\lambda(\tilde{x}) \cdot \pi(\tilde{x}) + x \cdot \mu]$$

Im stationären Fall $t \to \infty$ (vgl. Abschnitt 2.5.2) ergibt sich damit das Statistische Gleichgewicht für die Zustandswahrscheinlichkeiten $p(\tilde{x})$ als ein lineares homogenes Gleichungssystem:

$$\sum_{\tilde{x}+1} p(\tilde{x}+1) \cdot \mu + \sum_{\tilde{x}-1} p(\tilde{x}-1) \cdot \lambda(\tilde{x}-1) \cdot \pi(\tilde{x}-1) - p(\tilde{x}) \cdot [\lambda(\tilde{x}) \cdot \pi(\tilde{x}) + x\mu] = 0 \qquad (2.14)$$

Dies gilt für alle Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mit $0 \leq x \leq x_{max}$.

Für das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mit $x = 0$ entfällt der Term $\sum_{\tilde{x}-1} p(\tilde{x}-1) \cdot \lambda(\tilde{x}-1) \cdot \pi(\tilde{x}-1)$, entsprechend entfällt für alle Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mit $x = x_{max}$ der Term $\sum_{\tilde{x}+1} p(\tilde{x}+1) \cdot \mu$.

Normiert wird dieses Gleichungssystem durch die Bedingung

$$\sum_{\tilde{x}} p(\tilde{x}) = 1 \qquad (2.9)$$

2.5.4 Die einzelnen Übergänge

In den anschließenden Kapiteln wird (2.14) zerlegt in die einzelnen Übergänge, und diese werden entsprechend den durch die jeweilige Struktur des Linksystems sowie die Betriebs- und Verkehrsparameter gegebenen Bedingungen detailliert bestimmt.

Dabei wird die Abhängigkeit vom Zustandsmuster noch weiter unterteilt, indem die Anrufrate und die Enderate Funktionen von
- Koppelvielfach $v, v \in [1, g_1]$ der Stufe 1
- Richtung r, $r \in [1, R]$

werden. Durch diese Annahme unterschiedlicher Anruf- und Enderaten kann die Abhängigkeit der charakteristischen Verkehrsgrößen gegenüber "schiefem Angebot" detailliert ermittelt werden:

- Unterschiedliche Anrufrate
  - für die verschiedenen Abnehmerrichtungen. Dies ist beispielsweise im öffentlichen Fernsprechnetz der Fall bei Orts- bzw. Fernverkehr.
  - für die einzelnen Koppelvielfache der Stufe 1. Damit kann der Einfluß von "Vielsprechern", d.h. Verkehrsquellen mit hoher Anrufrate, und "Wenigsprechern", d.h. Vekehrsquellen mit niedriger Anrufrate, berücksichtigt werden.
- Unterschiedliche Enderate
  - für die verschiedenen Abnehmerrichtungen. Damit kann der Einfluß unterschiedlicher mittlerer Belegungsdauern z.B. von Verbindungen im Orts- bzw. Fernverkehr des öffentlichen Fernsprechnetzes untersucht werden.
  - für die einzelnen Koppelvielfache der Stufe 1. Hierdurch ist es möglich, den Einfluß unterschiedlicher mittlerer Belegungsdauern in Abhängigkeit von den unterschiedlichen Verkehrsquellen genauer zu untersuchen.

Dabei wird stets vorausgesetzt, daß alle an einem Koppelvielfach der Stufe 1 angeschlossenen Verkehrsquellen gleichartiges Verhalten aufweisen. Der Fall "unterschiedliche Verkehrsquellen an demselben Koppelvielfach" /55/ kann jedoch ebenfalls behandelt werden, nur ist in diesem Fall eine weitere Indizierung der Verkehrsquellen innerhalb des Koppelvielfachs der Stufe 1 erforderlich.

Es werden folgende Begriffe und Bezeichnungen verwendet, wobei jeweils die rechten Seiten der Beziehungen (2.15),...,(2.18) im einzelnen detailliert bestimmt und hergeleitet werden.

1. Übergang "von oben" : $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Übergangsrate für alle Übergänge von benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$:

$$\sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \sum_{\tilde{x}+1} p(\tilde{x}+1)\,\mu \qquad (2.15)$$

Das benachbart obere Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ unterscheidet sich also vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ nur in einem zusätzlich durch das Linksystem durchgeschalteten Weg.

2. Übergang "nach oben" : $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

Übergangsrate für alle Übergänge vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$:

$$\{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} = p(\tilde{x}) \cdot \lambda(\tilde{x}) \cdot \pi(\tilde{x}) \qquad (2.16)$$

3. Übergang "nach unten" : $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$

Übergangsrate für alle Übergänge vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$:

$$\{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} = p(\tilde{x}) \cdot x \cdot \mu \qquad (2.17)$$

Das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ unterscheidet sich also vom benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ nur durch einen in $\{\tilde{x}\}$ zusätzlich durchgeschalteten Weg durch das Linksystem.

4. Übergang "von unten" : $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Übergangsrate von allen benachbart unteren Zustandsmustern $\{\tilde{x}-1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$:

$$\sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \sum_{\tilde{x}-1} p(\tilde{x}-1) \cdot \lambda(\tilde{x}-1) \cdot \pi(\tilde{x}-1) \qquad (2.18)$$

3. DAS LINKSYSTEM MIT s STUFEN FÜR RICHTUNGSWAHL (BÜNDELWAHL)

3.1 Vorbemerkung

Die Herleitung des Gleichungssystems der Zustandswahrscheinlichkeiten erfolgt in diesem Kapitel 3 für das Linksystem mit s Stufen als Richtungswahlstufe mit B ü n d e l w a h l . Dabei können zwischen den Ausgängen der Stufen $\{\nu | \nu \in [1, s-1]\}$ Mischungen beliebigen Typs vorgesehen sein.

Ausgehend von der formalen Beschreibung der Struktur des Linksystems, sowie seines Belegungszustandes, wird das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten aufgestellt. Daraus werden dann die charakteristischen Verkehrsgrößen berechnet. Im Anschluß daran werden Sonderfälle behandelt :
- Richtungswahl ohne Mischungen
- Mischwahl mit bzw. ohne Mischungen.

Mit der angewandten formalen Beschreibung der Struktur des Linksystems, seines Belegungszustandes, sowie der Behandlung der Betriebsparameter, lassen sich die Einflüsse der verschiedenen Bedingungen (modellhaft an kleinen Linksystemen) exakt bestimmen:
- Unterschiedliche Anrufraten
- Unterschiedliche Enderaten.

  Durch die Annahme unterschiedlicher Anruf- und Enderaten kann die Abhängigkeit der charakteristischen Verkehrsgrößen gegenüber "schiefem Angebot" (ungleiche ${}_r\lambda_v$ und/oder ${}_r\mu_v$) detailliert ermittelt werden.

- Verschiedene Mischungstypen
- Verteilung der Konzentration bzw. Expansion des Verkehrs auf die einzelnen Stufen beim Betrieb des Linksystems als Teilnehmerwahlstufe bzw. Richtungswahlstufe
- Geordnet oder zyklisch vertauscht aufgelegte Zwischenleitungen
- Absuchmodus der Ausgänge eines Koppelvielfachs, z.B. geordnetes Absuchen von einer festen Nullstellung aus oder zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs
- u.a. .

Das Linksystem als Richtungswahlstufe mit P u n k t w a h l wird in Kapitel 4 betrachtet. Dabei wird dort auch der Fall "mehrfache Durchschalteversuche" untersucht und so der Übergang von Punktwahl zu Bündelwahl hergestellt.

3.2 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung

3.2.1 Die Strukturparameter

Für die allgemeine Betrachtung in diesem Kapitel wird das in Bild 3.1 dargestellte Linksystem zugrundegelegt.

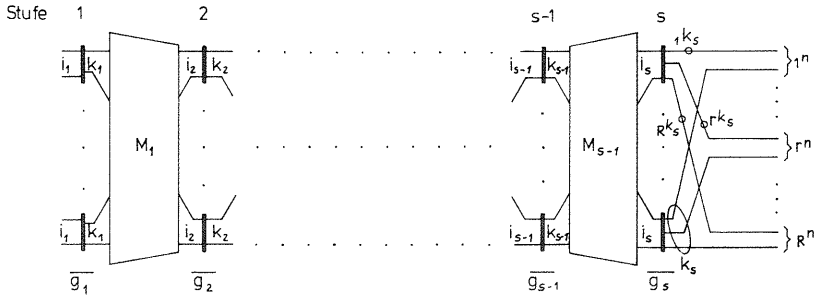


Bild 3.1 : Linksystem mit s Stufen

Das Linksystem hat folgende Strukturparameter:

$s \geq 2$ Stufen

$i_\nu \gtrless k_\nu \quad \nu \in [1, s]$

$g_\nu k_\nu \geq g_{\nu+1} i_{\nu+1}, \quad \nu \in [1, s-1]$

Dabei gilt

> falls zwischen Stufe ν und Stufe $\nu+1$ eine Mischung vorgesehen ist. Das Mischungsverhältnis M_ν ergibt sich dann zu

$$M_\nu = \frac{g_\nu k_\nu}{g_{\nu+1} i_{\nu+1}}$$

Es ist eine beliebig vorgebbare Mischung möglich. Dieser Fall tritt besonders in Teilnehmerwahlstufen auf, wo eine Konzentration des Verkehrs verteilt auf mehrere Stufen erfolgen soll.

Es gilt

= falls keine Mischung zwischen Stufe ν und Stufe $\nu+1$ vorgesehen ist. Hier ist $M_\nu = 1$. Ist ferner $k_\nu = g_{\nu+1}$, dann ergibt sich $g_\nu = i_{\nu+1}$, d.h. jedes Koppelvielfach der Stufe ν ist mit jedem Koppelvielfach der Stufe $\nu+1$ durch genau eine Zwischenleitung verbunden. Der Fall $k_\nu < g_{\nu+1}$ ist u.a. bei Systemen mit Linkblöcken (Bild 1.3) gegeben.

Derartige Strukturen sind besonders bei Richtungswahlstufen gebräuchlich.

$$\left.\begin{aligned} r^{k_s} &\geq 1 \\ r^n &= g_s \cdot r^{k_s} \end{aligned}\right\} \quad r \in [1,R]$$

Die Zahl der Leitungen der Abnehmerbündel in die verschiedenen Richtungen kann unterschiedlich sein. Von allen Koppelvielfachen der Stufe s führt jedoch je die gleiche Zahl von Abnehmerleitungen in eine bestimmte Richtung.

Mischung der Ausgänge verschiedener Linkblöcke auf dasselbe Abnehmerbündel wird hier nicht betrachtet. Dieser Fall wurde in /78/ behandelt, wobei dort, der größeren Übersichtlichkeit wegen, nur Linksysteme mit s = 2 Stufen betrachtet wurden; durch eine Kombination mit der hier dargestellten Beschreibung des Linksystems mit s Stufen können auch Linksysteme mit s Stufen und einer Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe s berechnet werden.

3.2.2 Die Beschreibung der Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν

Die formale Beschreibung der Mischung zwischen den Ausgängen einer Stufe ν, $\nu \in [1, s-1]$ erfolgt für alle Stufen in gleicher Weise. Deshalb genügt es hier, eine allgemeine Stufe ν zu betrachten (Bild 3.2).

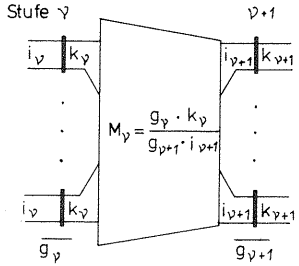


Bild 3.2: Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν

Zur Beschreibung der Mischung wird folgende Kennzeichnung der Ausgänge der Stufe ν und der Eingänge der Stufe $\nu+1$ eingeführt:

a. Man kennzeichnet jeden Ausgang eines Koppelvielfachs der Stufe ν durch zwei Indices:
   - Erster Index : Nummer des Koppelvielfachs v der Stufe ν, $v \in [1, g_\nu]$
   - Zweiter Index: Nummer des Ausgangs w eines Koppelvielfachs, $w \in [1, k_\nu]$

   Durch eine (g_ν x k_ν) dimensionale "Mischungsmatrix" $\Theta^{(\nu)}$ ist dann jeder Ausgang eines Koppelvielfachs der Stufe ν eindeutig kennzeichenbar.

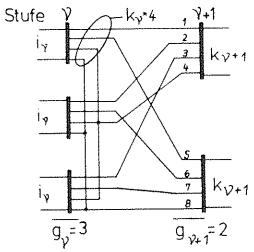
b. Ferner numeriert man die Eingänge aller Koppelvielfache der Stufe $\nu+1$ durch von 1 bis $g_{\nu+1} \cdot i_{\nu+1}$, wobei der
erste Eingang des ersten Koppelvielfachs der Stufe $\nu+1$ die Nummer 1
zweite " " " " " " " " 2
.....
$i_{\nu+1}$-te " " $g_{\nu+1}$-ten " " " " $g_{\nu+1} \cdot i_{\nu+1}$
erhält.

Dann charakterisiert das Element $\vartheta_{vw}^{(\nu)}$ den Ausgang (w,v,ν). Der numerische Wert von $\vartheta_{vw}^{(\nu)}$ gibt an, mit welchem Eingang der Stufe $\nu+1$ dieser Ausgang verbunden ist.

Aus dieser Mischungsmatrix $\Theta^{(\nu)}$ kann eine weitere ebenfalls $(g_\nu \times k_\nu)$-dimensionale "Koppelvielfachmatrix" $\phi^{(\nu)}$ abgeleitet werden. Ein Element der Matrix ist dabei

$$\varphi_{vw}^{(\nu)} = \left(\frac{\vartheta_{vw}^{(\nu)} - 1}{i_{\nu+1}} + 1 \right)_{\text{ganzzahlig abgerundet}} \qquad (3.1)$$

Der Wert des Elements $\varphi_{vw}^{(\nu)}$ gibt somit an, mit welchem Koppelvielfach der Stufe $\nu+1$ der Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe ν (Ausgang (w,v,ν)) verbunden ist.
Bild 3.3 zeigt ein Beispiel für eine Mischung und deren formale Beschreibung durch $\Theta^{(\nu)}$ bzw. $\phi^{(\nu)}$.



Ausgang w = 1 2 3 4 Koppelvielfach

Mischungsmatrix $\Theta^{(\nu)} =$
$\begin{Vmatrix} 1 & 5 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 4 & 8 \\ 3 & 7 & 4 & 8 \end{Vmatrix}$ v = 1, 2, 3

Koppelvielfachmatrix $\phi^{(\nu)} =$
$\begin{Vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix}$

Bild 3.3: Beispiel einer Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν und deren Beschreibung

3.3 Die Kennzeichnung der Zustandsmuster

3.3.1 Die Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$

Bei einer bestimmten Zahl x belegter Ein- und Ausgänge des Systems führen x Wege durch das Linksystem; in jeder Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1,s]\}$ sind also x Ausgänge belegt.

Um ein Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ eindeutig zu kennzeichnen, müssen alle x Wege, die gemeinsam dieses Zustandsmuster bilden, eindeutig charakterisiert werden. Dazu werden wieder die Ausgänge der Koppelvielfache herangezogen. Für jede Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1, s-1]\}$ wird dabei eine "Zustandsmatrix" $S^{(\nu)}$ definiert, mit der Dimension $(g_\nu \times k_\nu)$. Das Element $s_{vw}^{(\nu)}$ kennzeichnet dabei den Belegungszustand des Ausgangs (w,v,ν).

Da der Fall: Mischung zwischen den Ausgängen v e r s c h i e d e n e r Linksystemgruppen (Linkblöcke) auf d a s s e l b e Abnehmerbündel nicht betrachtet wird, genügen im folgenden zur eindeutigen Kennzeichnung eines Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in einem Linksystem mit s Stufen (s-1) Zustandsmatrizen.
Die Bedeutung dieser (s-1) Zustandsmatrizen geht aus dem folgenden Abschnitt hervor.

3.3.1.1 Kennzeichnung des Belegungszustandes der Ausgänge der Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1, s-2]\}$

Die Zustandsmatrix $S^{(\nu)}$ kennzeichnet den Belegungzustand aller Ausgänge der Koppelvielfache der Stufe ν. Es sei

$s_{vw}^{(\nu)} = 0$ falls der Ausgang (w,v,ν) nicht belegt ist
$= w_{\nu+1}$ falls der Ausgang (w,v,ν) belegt ist; dabei gibt $w_{\nu+1}$ die Nummer des Ausgangs des Koppelvielfachs $\varphi_{vw}^{(\nu)}$ der Stufe $\nu+1$ an, mit dem dieser Ausgang der Stufe ν zusammengeschaltet ist. (3.2)
(Das Koppelvielfach $\varphi_{vw}^{(\nu)}$ der Stufe $\nu+1$ liegt durch die Koppelvielfachmatrix $\phi^{(\nu)}$ fest, vgl. Abschnitt 3.2.2)

Damit ist es möglich, mit Hilfe der Koppelvielfachmatrizen und der Zustandsmatrizen einen Weg vom Koppelvielfach der Stufe 1 bis zu einem Ausgang eines Koppelvielfachs der Stufe s-1 eindeutig festzulegen. Der Belegungszustand dieses Ausgangs der Stufe (s-1) ist damit jedoch noch nicht beschrieben.

3.3.1.2 Kennzeichnung des Belegungszustandes der Ausgänge der Stufe s-1

Zur hinreichenden Festlegung eines Weges durch das Linksystem ist noch die Angabe der Richtungsnummer $\{r \mid r \in [1,R]\}$ des Abnehmerbündels erforderlich, zu welchem der jeweilige Weg durch das Linksystem führt. Deshalb wird

$s_{vw}^{(s-1)} = 0$ falls der Ausgang $(w,v,s-1)$ nicht belegt ist
$= r$ falls der Ausgang $(w,v,s-1)$ belegt ist und zu einer Leitung des Abnehmerbündels in Richtung r führt, d.h. vom Ausgang $(w,v,s-1)$ ist eine Verbindung zu einem der $_rk_s$ Ausgänge des Koppelvielfachs $(\varphi_{vw}^{(s-1)}, s)$ hergestellt. (3.3)

3.3.1.3 Kennzeichnung des Belegungszustandes der Ausgänge aller Stufen

Führt man eine Größe κ_ν folgendermaßen ein

$$\begin{aligned} \kappa_\nu &= w_{\nu+1} \quad \text{falls } \nu \in [1,s-2] \\ &= r \quad \text{falls } \nu = s-1 \end{aligned} \tag{3.4}$$

dann kann die Kennzeichnung des Zustandes der Ausgänge der Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1,s-1]\}$ nach (3.2) und 3.3) zusammengefaßt werden in

$$\begin{aligned} s_{vw}^{(\nu)} &= 0 \quad \text{falls der Ausgang } (w,v,\nu) \text{ nicht belegt ist} \\ &= \kappa_\nu \quad \text{falls der Ausgang } (w,v,\nu) \text{ belegt ist.} \end{aligned} \tag{3.5}$$

Bei der Bestimmung der Übergangskoeffizienten in der Gleichung der Zustandswahrscheinlichkeiten genügt es manchmal, beim Belegungszustand eines Ausgangs nur zu unterscheiden zwischen "nicht belegt" und "belegt". Dadurch vereinfacht sich dort (Abschnitt 3.4) die Schreibweise. Für diesen Fall werden aus den Zustandsmatrizen $S^{(\nu)}$ nach (3.5) nachfolgend weitere Matrizen $S^{(\nu)*}$ definiert. Es ist

$$\begin{aligned} s_{vw}^{(\nu)*} &= 0 \quad \text{falls der Ausgang } (w,v,\nu) \text{ nicht belegt ist} \\ &= 1 \quad \text{falls der Ausgang } (w,v,\nu) \text{ belegt ist.} \end{aligned} \tag{3.6}$$

Während der Zustand "belegt" durch die Elemente der Zustandsmatrizen $S^{(\nu)}$ hinreichend genau charakterisiert wird, ist es erforderlich, beim Zustand "nicht belegt" eines Ausgangs weiter zu unterteilen. Es können drei unterschiedliche Situationen "nicht belegt" bestehen.

Der Ausgang (w,v,ν) ist

- "frei in Richtung r", d.h. von dem betreffenden Ausgang (w,v,ν) ist mindestens ein Weg über die restlichen Stufen $\nu+1,\ldots,s$ zu einer Abnehmerleitung in Richtung r durchschaltbar.
- "blockiert durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν", d.h. der Ausgang (w,v,ν) ist mindestens mit einem anderen Ausgang (w',v',ν) vielfachgeschaltet, und dieser weitere Ausgang (w',v',ν) ist belegt.
- "rückwärts blockiert (in Richtung r)", d.h. alle Ausgänge des Koppelvielfachs ($\varphi_{vw}^{(\nu)}$, $\nu+1$) sind entweder belegt oder durch Mischung blockiert oder ebenfalls rückwärts blockiert (in Richtung r). In der Stufe s-1 bedeutet "rückwärts blockiert in Richtung r", daß alle Ausgänge jenes Koppelvielfachs der Stufe s in Richtung r, das von dem betrachteten Ausgang der Stufe s-1 erreicht wird, belegt sind.

Diese drei Unterscheidungen innerhalb des Zustandes "nicht belegt" sind somit richtungsabhängig. Wollte man sie ebenfalls in der Zustandsmatrix berücksichtigen, dann würde sich der Beschreibungsaufwand und damit der Umfang der zur Zustandskennzeichnung erforderlichen Information, d.h. auch der erforderliche Speicherplatz im Rechner, wesentlich erhöhen.

Deshalb werden diese drei Unterscheidungen im folgenden bei der Bestimmung der Übergangskoeffizienten durch geeignet definierte Faktoren (zweiwertige Variable) berücksichtigt. Diese Faktoren haben somit den Wert 0 oder 1 und können aus den Zustandsmatrizen in Verbindung mit den Mischungs- bzw. Koppelvielfachmatrizen bestimmt werden.

3.3.1.4 Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$

Das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist somit durch die Zustandsmatrizen

$$[S^{(1)}, S^{(2)}, \ldots, S^{(s-1)}] \tag{3.7}$$

eindeutig bestimmt.

3.3.1.5 Beispiel eines Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$

Anhand des Beispiels in Bild 3.4 soll für ein Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ eines Linksystems mit s = 4 Stufen die Kennzeichnung angegeben werden. In diesem Fall werden somit s-1 = 3 Zustandsmatrizen

$S^{(1)}$ mit der Dimension $(g_1 \times k_1) = (3 \times 6)$
$S^{(2)}$ " " " $(g_2 \times k_2) = (3 \times 4)$
$S^{(3)}$ " " " $(g_3 \times k_3) = (2 \times 4)$ benötigt.

Mischungsmatrizen:

$$\Theta^{(1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 5 & 9 & 4 & 8 & 12 \\ 2 & 6 & 10 & 4 & 8 & 12 \\ 3 & 7 & 11 & 4 & 8 & 12 \end{Vmatrix} \quad \Theta^{(2)} = \begin{Vmatrix} 1 & 5 & 4 & 8 \\ 2 & 6 & 4 & 8 \\ 3 & 7 & 4 & 8 \end{Vmatrix} \quad \Theta^{(3)} = \begin{Vmatrix} 1 & 4 & 3 & 6 \\ 2 & 5 & 3 & 6 \end{Vmatrix}$$

Koppelvielfachmatrizen:

$$\Phi^{(1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 & 3 \end{Vmatrix} \quad \Phi^{(2)} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix} \quad \Phi^{(3)} = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix}$$

Zustandsmatrizen:

$$S^{(1)} = \begin{Vmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 & 3 & 0 & 4 \end{Vmatrix} \quad S^{(2)} = \begin{Vmatrix} 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 4 \end{Vmatrix} \quad S^{(3)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 2 & 2 \end{Vmatrix}$$

$$S^{(1)*} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \quad S^{(2)*} = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{Vmatrix} \quad S^{(3)*} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{Vmatrix}$$

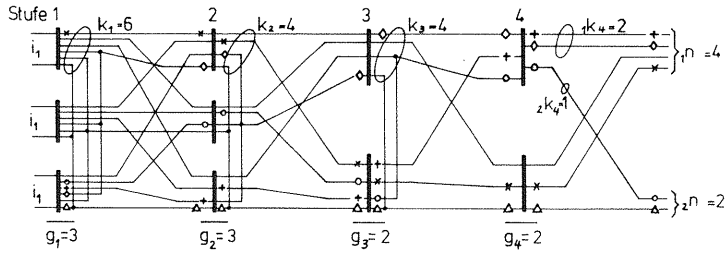


Bild 3.4: Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ eines Linksystems mit s= 4 Stufen

Beispiele für die unterschiedliche Situation der nicht belegten Ausgänge:

Ausgang (2,1,1) ist frei in Richtung 1
rückwärts blockiert in Richtung 2

Ausgang (3,2,2) ist blockiert durch die Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe 2

3.3.2 Die Kennzeichnung der benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$

Ein benachbart oberes Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ unterscheidet sich von einem bestimmten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ dadurch, daß zusätzlich zu den x Wegen durch das Linksystem beim Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ noch e i n weiterer (x+1)-ter Weg durch das Linksystem durchgeschaltet ist.

Damit unterscheiden sich die einzelnen Zustandsmatrizen $S^{(\nu)}$ von $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}\}$ jeweils nur in einem Element, denn in jeder Stufe ist nur ein zusätzlicher Ausgang belegt.

Zur formalen Beschreibung führt man das Kronecker-Symbol ein

$$\delta_{xy} = 1 \text{ falls } x = y \qquad = 0 \text{ falls } x \neq y \tag{3.8}$$

Damit erhält man die Zustandsmatrix der Stufe ν von $\{\tilde{x}+1\}$ zu

$\| s_{ij}^{(\nu)} + \kappa_\nu \delta_{iv}^{(\nu)} \delta_{jw}^{(\nu)} \|$

mit κ_ν nach (3.4)

Diese Matrix $\| s_{ij}^{(\nu)} + \kappa_\nu \delta_{iv}^{(\nu)} \delta_{jw}^{(\nu)} \|$ unterscheidet sich von der Matrix $\| s_{ij}^{(\nu)} \|$ nur im Element s_{vw}. Dieses Element weist hier (bei $\{\tilde{x}+1\}$) einen um κ_ν höheren Wert auf; ist

- $\nu < s-1$ dann gibt sein Wert an, mit welchem Ausgang $\kappa_\nu = w_{\nu+1}$ des Koppelvielfachs $(\varphi_{vw}^{(\nu)}, \nu+1)$ der Ausgang (w,ν,ν) zusammengeschaltet ist
- $\nu = s-1$ dann gibt sein Wert an, in welche Richtung $\kappa_\nu = r$ dieser Weg führt.

Alle anderen Elemente der Matrix bleiben ungeändert.

Damit wird der neu hinzugekommene Weg in gleicher Weise wie alle anderen Wege des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ beschrieben; die Einheitlichkeit der Darstellung bleibt gewahrt.

Das Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ wird damit durch die Zustandsmatrizen

$$\| s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \| , \ldots , \| s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \| \tag{3.9}$$

eindeutig gekennzeichnet.

3.3.3 Die Kennzeichnung der benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$

Das benachbart untere Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ unterscheidet sich vom bestimmten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ dadurch, daß einer der x Wege von $\{\tilde{x}\}$ abgebaut wurde, also nur noch (x-1) Wege existieren.

Entsprechend der Kennzeichnung des benachbart oberen Zustandsmusters $\{\tilde{x}+1\}$ kann damit auch das benachbart untere Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ durch folgende (s-1) Zustandsmatrizen gekennzeichnet werden:

$$\| s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \| , \ldots , \| s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \| \tag{3.10}$$

Die Zustandsmatrizen unterscheiden sich von denen, die das bestimmte Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ kennzeichnen, genau dadurch, daß ein bestimmter Weg abgebaut worden ist.

3.4 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

3.4.1 Voraussetzungen und Begriffe

Ausgehend von der in Kapitel 2 abgeleiteten allgemeinen Form des Gleichungssystems der Zustandswahrscheinlichkeiten wird hier das Gleichungssystem so formuliert, daß es alle Randzustände mit enthält. Damit kann vom Rechner jede Gleichung selbst aufgestellt werden; vgl. Abschnitt 1.5. Dabei werden die durch die jeweilige Struktur des Linksystems sowie die durch die Betriebs- und Verkehrsparameter gegebenen Bedingungen berücksichtigt.

Für ein bestimmtes, beliebig ausgewähltes Zustandsmuster "das betrachtete Zustandsmuster" $\{\tilde{x}\}$ werden dazu alle möglichen Übergänge betrachtet. Es wird zuerst der allgemeinere Fall, d.h. Zufallsverkehr 2. Art (2.6) zugrundegelegt. Zufallsverkehr 1. Art (2.5) wird in Abschnitt 3.4.6.2 betrachtet.

Wie in Abschnitt 1.3.4 gezeigt wurde, sind verschiedene Verfahren für das Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs möglich:

-(a)- Absuchen der Ausgänge des Koppelvielfachs in geordneter Reihenfolge von fester Nullstellung aus.
Dies ist der am häufigsten realisierte Absuchmodus /19,27/.

-(b)- Absuchen der Ausgänge des Koppelvielfachs in geordneter Reihenfolge ohne feste Nullstellung.
Dies gilt, falls das Absuchen der Ausgänge mittels Zähler ohne feste Nullstellung durchgeführt wird.

-(c)- Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs.
Diese Auswahl tritt z.B. bei /16,22/ auf.

Daneben sind noch Kombinationen dieser drei Absuchverfahren möglich,z.B.

-(d)- Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs der ersten Stufe zufallsmäßig; Absuchen der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufen 2,...,s in geordneter Reihenfolge von fester Nullstellung aus.
Diese Methode wird manchmal bei Simulationen angewandt, siehe z.B. /74/, um eine gleichmäßige Belastung der Zwischenleitungen zu erzielen, ohne daß die zur Simulation benötigte Zeit stark ansteigt.

Im folgenden werden deshalb verschiedene Absuchverfahren betrachtet. Neben dem wichtigsten Verfahren (a) werden auch noch die Verfahren (c) und (d) behandelt.

Beim Absuchmodus (b) hängt das Zustandsmuster, das durch eine neue Belegung entsteht, jeweils von der zuletzt durchgeschalteten Belegung ab, denn das Absuchen beginnt bei der in der vorangegangenen Belegung benutzten Suchstellung. Um diesen Absuchmodus exakt zu beschreiben, muß deshalb jedes Zustandsmuster noch weiter unterteilt werden. Dies könnte beispielsweise durch je einen weiteren g_ν-dimensionalen "Startvektor" für die Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1,s-1]\}$ geschehen. Dabei würde jedes Element des Vektors die Nummer jenes Ausgangs eines Koppelvielfachs der Stufe ν angeben, über den jeweils zuletzt ein Weg durchgeschaltet wurde. Mit den Matrizen $\phi^{(\nu)}$ und $S^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-1]$ könnte dann der jeweilige Startpunkt für jedes Koppelvielfach jeder Stufe bestimmt werden. Diese weitere Unterteilung des Zustandsmusters wird im folgenden jedoch nicht weiter betrachtet, da dieser Absuchmodus (b) näherungsweise durch den Absuchmodus (c) nachgebildet wird und eine numerische Auswertung des Absuchverfahrens (b) wegen dieser weiteren Erhöhung der Zahl der Zustandsmuster praktisch nicht mehr möglich ist.

Es sei

$r\alpha_v$ die Anrufrate in Richtung r einer freien Quelle, die mit dem Koppelvielfach (v,1) verbunden ist.

$$s_{v\cdot}^{(\nu)*} = \sum_{w_\nu=1}^{k_\nu} s_{vw}^{(\nu)*}$$ die Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) (3.11)

$$r\lambda_v = r\alpha_v (i_1 - s_{v\cdot}^{(1)*}) \qquad (3.12)$$

die Anrufrate in Richtung r im Koppelvielfach (v,1) im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$. Dabei ist i_1 die Zahl der Eingänge des Koppelvielfachs (v,1) und damit auch gleich der Zahl der an dieses Koppelvielfach angeschlossenen Quellen.

$$r\mu_v = \frac{1}{rh_v} \qquad (3.13)$$

die Enderate jeder Belegung in Richtung r, die von einer an das Koppelvielfach (v,1) angeschlossenen Quelle ausgeht.

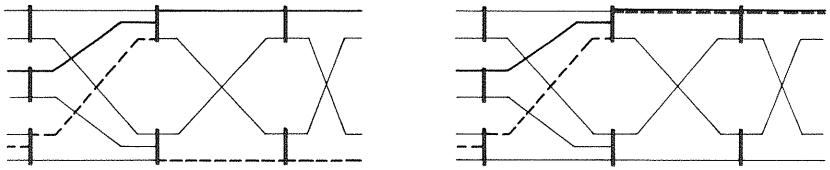
3.4.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Zu dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ müssen hier alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ ermittelt, sowie deren individuelle Übergangskoeffizienten bestimmt werden. Dazu werden formal alle Muster, die nur in einem Element jeder Zustandsmatrix einen höheren Wert aufweisen als die Zustandsmatrizen des betrachteten Zustandsmusters, ermittelt. Da nicht alle diese Muster auch realisierbare Zustandsmuster sind, werden sie im folgenden nur "benachbart obere Muster" genannt. Alle diejenigen benachbart oberen Muster, die keine benachbart oberen Zustandsmuster sind, werden durch geeignete Koeffizienten ausgeschlossen,und für die verbleibenden (tatsächlich) benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ wird jeweils der Übergangskoeffizient festgelegt.

In Bild 3.5 sind zwei Beispiele von solchen nicht realisierbaren benachbart oberen Mustern dargestellt.

Das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ sei durch die Zustandsmatrizen

$$S^{(1)} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix} \quad \text{und} \quad S^{(2)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix}$$ gekennzeichnet.



a. Muster, gekennzeichnet durch $S^{(1)} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{Vmatrix}$, $S^{(2)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 2 \end{Vmatrix}$

b. Muster gekennzeichnet durch $S^{(1)} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{Vmatrix}$, $S^{(2)} = \begin{Vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix}$

Bild 3.5: Beispiele von nicht realisierbaren benachbart oberen Mustern
a. Belegte Teilabschnitte, die keinen durchgehenden Weg darstellen
b. Doppelbelegung einer Zwischenleitung

3.4.2.1 Ermitteln der benachbart oberen Muster

Das betrachtete Zustandsmuster ist nach Abschnitt 3.3.1.4 durch die Zustandsmatrizen $\{S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)}\}$ nach (3.7) festgelegt, das benachbart obere Muster ergibt sich daraus nach Abschnitt 3.3.2 durch die Zustandsmatrizen $\{\|s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|\}$ nach (3.9).

Alle benachbart oberen Muster ergeben sich damit zu

$$\sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \{\|s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|\} \qquad (3.14)$$

mit

κ_ν nach (3.4); δ_{iv} nach (3.8).

3.4.2.2 Ermitteln der benachbart oberen Zustandsmuster

Damit ein benachbart oberes Muster zu einem benachbart oberen Zustandsmuster wird, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist noch mindestens eine am Koppelvielfach (v,1) angeschlossene Quelle nicht belegt.
  Dazu wird die Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) bestimmt. Sie ist gleich der Zahl der belegten Quellen.

$$\left.\begin{matrix} \psi_v = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s_{v\cdot}^{(1)*} \begin{cases} < i_1 \\ = i_1 \end{cases} \qquad (3.15)$$

  mit $s_{v\cdot}^{(1)*}$ nach (3.11)

  Im Fall $i_1 > k_1$ (Konzentration in der Stufe 1) ist diese Bedingung stets erfüllt, d.h. $\psi_v = 1$, nur bei Expansion in der Stufe 1 $i_1 < k_1$ bzw. $i_1 = k_1$ kann $\psi_v = 0$ werden.

- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang (w,v,ν) nicht belegt. Durch die Multiplikation mit dem Faktor $(1-s_{vw}^{(\nu)*})$ werden alle diejenigen benachbart oberen Muster ausgeschlossen, bei denen im betrachteten Zustandsmuster der betrachtete Ausgang (w,v,ν) schon belegt war. Dies gilt für alle Stufen $\{\nu \mid \nu \in [1,s-1]\}$, deshalb

$$\prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - s_{vw}^{(\nu)*}) \qquad (3.16)$$

- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang (w,v,ν) nicht durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν blockiert.
  Der Ausgang (w,v,ν) ist durch Mischung blockiert, falls ein anderer Ausgang (z,y,ν), der mit diesem Ausgang gevielfacht ist, belegt ist. Nach Abschnitt 3.2.2 sind zwei Ausgänge (w,v) und (z,y) der Stufe ν dann gevielfacht, falls ihre Elemente der Mischungsmatrix $\Theta^{(\nu)}$ denselben Wert aufweisen, d.h. falls $\vartheta_{vw}^{(\nu)} = \vartheta_{yz}^{(\nu)}$ ist. Damit ist der Ausgang (w,v,ν) dann durch Mischung blockiert, falls $\varrho_{vw}^{(\nu)} = 1$ ist.

$$\varrho_{vw}^{(\nu)} = \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq v}}^{g_\nu} \sum_{z=1}^{k_\nu} s_{yz}^{(\nu)*} \cdot \delta_{\vartheta_{vw}^{(\nu)}, \vartheta_{yz}^{(\nu)}} \qquad (3.17)$$

  Bemerkung: $y \neq v$ deshalb, da eine Mischung zwischen den Ausgängen des gleichen Koppelvielfachs technisch unsinnig ist und deshalb nirgends auftritt.

  Die Forderung lautet: nicht durch Mischung blockiert, deshalb werden durch $(1-\varrho_{vw}^{(\nu)})$ alle die benachbart oberen Muster ausgeschlossen, bei denen im betrachteten Zustandsmuster der betrachtete Ausgang (w,v,ν) durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν blokkiert ist. Dies gilt wieder für alle Stufen $\{\nu \mid \nu \in [1,s-1]\}$, deshalb

$$\prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - \varrho_{vw}^{(\nu)}) \qquad (3.18)$$

- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang (w,v,s-1) nicht rückwärts blockiert in Richtung r.
  Der Ausgang (w,v,s-1) führt in das Koppelvielfach $(\varphi_{vw}^{(s-1)}, s)$, vgl. Abschnitt 3.2.2. Sind alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ belegt, dann ist der Ausgang (w,v,s-1) rückwärts blockiert.
  Mittels der Zustandsmatrix $S^{(s-1)}$ ist festgelegt, in welche Richtung r ein Ausgang der Stufe s-1 belegt ist. Nach Abschnitt 3.2.2 führen zwei Ausgänge (w,v) und (z,y) der Stufe s-1 dann in das gleiche Koppelvielfach der Stufe s, falls ihre Elemente in der Koppel-

vielfachmatrix $\phi^{(s-1)}$ denselben Wert aufweisen, d.h. falls $\varphi_{vw}^{(s-1)} = \varphi_{yz}^{(s-1)}$.
Der Ausgang (w,v,s-1) ist dann rückwärts blockiert in Richtung r, falls ${}_r\tau_{vw}^{(s-1)} = 1$ ist.

$$ {}_r\tau_{vw}^{(s-1)} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{y=1}^{g_{s-1}} \sum_{z=1}^{k_{s-1}} \delta_{s_{yz}^{(s-1)},r}\ \delta_{\varphi_{yz}^{(s-1)},\varphi_{vw}^{(s-1)}} \begin{cases} = {}_rk_s \\ < {}_rk_s \end{cases} \qquad (3.19) $$

Durch $(1 - {}_r\tau_{vw}^{(s-1)})$ werden alle die benachbart oberen Muster ausgeschlossen, bei denen im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ der betrachtete Ausgang (w,v,s-1) rückwärts blockiert ist in Richtung r.

Faßt man die einzelnen Bedingungen zusammen, so erhält man aus (3.15), (3.16), (3.18) und (3.19) den gesuchten Faktor zu

$$ \psi_v \prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - g_{vw}^{(\nu)})(1 - {}_r\tau_{vw}^{(s-1)}) \qquad (3.20) $$

3.4.2.3 Ermitteln der Übergangsrate

Aus (2.15) erhält man dann mit (3.14) und (3.20) die Übergangsrate von allen benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ zum betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ zu:

$$ \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = $$

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \right\|, \ldots, \left\| s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \right\| \right) \cdot \qquad (3.21) $$

$$ \cdot \prod_{\nu=1}^{s-1} \left[(1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - g_{vw}^{(\nu)}) \right] (1 - {}_r\tau_{vw}^{(s-1)}) \cdot \psi_v \cdot {}_r\mu_v $$

mit

${}_r\mu_v$ nach (3.13); κ_ν nach (3.4)

3.4.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

Hier müssen nicht die benachbart oberen Zustandsmuster im einzelnen bestimmt werden. Es genügt, die Übergangskoeffizienten zu ermitteln, mit denen das betrachtete Zustandsmuster in seine benachbart oberen Zustandsmuster übergehen kann.

3.4.3.1 Ermitteln der möglichen Übergänge

Für jedes Koppelvielfach $\{v \mid v \in [1, g_1]\}$ der Stufe 1 müssen zwei Bedingungen erfüllt sein, damit von diesem Koppelvielfach (v,1) aus ein neuer zusätzlicher Weg durch das Linksystem zu einer Abnehmerleitung in Richtung r durchgeschaltet werden kann:

① Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist noch mindestens eine am Koppelvielfach (v,1) angeschlossene Quelle nicht belegt.
Diese Bedingung kann hier gleich in der Anrufrate ${}_r\lambda_v$ in Richtung r aller am Koppelvielfach (v,1) angeschlossenen Quellen berücksichtigt werden.
Nach (3.12) ist

$$ {}_r\lambda_v = {}_r\alpha_v (i_1 - s_{v.}^{(1)*}) $$

Sind alle Quellen belegt, dann ist ${}_r\lambda_v = 0$.

② Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist noch mindestens ein Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) frei in Richtung r.
Um diese Bedingung zu erfüllen, muß in allen Koppelvielfachen (v,ν) entlang eines gedachten Weges durch das Linksystem die Forderung: "mindestens ein Ausgang im Koppelvielfach (v,ν) frei in Richtung r" erfüllt sein.
Deshalb wird zunächst ein Koppelvielfach (v,ν), $\nu \in [1, s-1]$ genauer betrachtet.
Ein Koppelvielfach (v,ν) ist blockiert in Richtung r, falls alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs (v,ν) entweder belegt sind oder in Richtung r blockiert sind.

$$ {}_r\xi_v^{(\nu)} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s_{v.}^{(\nu)*} + {}_r\omega_{v.}^{(\nu)} \begin{cases} = k_\nu \\ < k_\nu \end{cases} \qquad (3.22) $$

Dabei ist
$s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11) die Zahl der belegten Ausgänge und
${}_r\omega_{v.}^{(\nu)}$ nach (3.23) die Zahl der in Richtung r blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$. Es ist

$$ {}_r\omega_{v.}^{(\nu)} = \sum_{w=1}^{k_\nu} {}_r\omega_{vw}^{(\nu)} \qquad (3.23) $$

Dabei kennzeichnet ${}_r\omega_{vw}^{(\nu)} = 1$, daß der Ausgang (w,v,ν) in Richtung r blockiert ist.
Ein Ausgang (w,v,ν) ist dann blockiert in Richtung r, falls er
① nicht belegt ist; dann ist

$$ (1 - s_{vw}^{(\nu)*}) = 1 $$

und außerdem
② entweder dieser Ausgang durch die Mischung zwischen den Ausgängen seiner eigenen Stufe ν blockiert ist; dann ist nach (3.17)

$$ g_{vw}^{(\nu)} = 1 $$

oder dieser Ausgang nicht durch Mischung zwischen den Ausgängen

der Stufe ν blockiert ist, d.h. $(1 - \varsigma_{vw}^{(\nu)}) = 1$, wohl aber rückwärts blockiert (in Richtung r) ist (vgl. Abschnitt 3.3.13, Seite 48). Hier ist zu unterscheiden zwischen der Stufe s-1 und den restlichen Stufen $\{\nu \mid \nu \in [1,s-2]\}$:

a. $\nu = s-1$

Nach Abschnitt 3.4.2.2 ist ein Ausgang der Stufe s-1 rückwärts blockiert in Richtung r falls ${}_r\tau_{vw}^{(s-1)} = 1$ ist (3.19).

b. $\nu \in [1,s-2]$

In diesem Fall ist ein Ausgang der Stufe ν rückwärts blokkiert (in Richtung r), falls alle Ausgänge des von ihm erreichten Koppelvielfachs $(\varphi_{vw}^{(\nu)}, \nu+1)$ belegt oder blockiert in Richtung r sind, d.h. ${}_r\xi_{\varphi_{vw}^{(\nu)}}^{(\nu+1)} = 1$ (3.22).

Damit ergibt sich die Blockierungskennzeichnung ${}_r\omega_{vw}^{(\nu)}$ zu

a. $\nu = s-1$

$$ {}_r\omega_{vw}^{(s-1)} = (1 - s_{vw}^{(s-1)*})[\varsigma_{vw}^{(s-1)} + (1 - \varsigma_{vw}^{(s-1)}) \cdot {}_r\tau_{vw}^{(s-1)}] \qquad (3.24) $$

b. $\nu \in [1,s-2]$

$$ {}_r\omega_{vw}^{(\nu)} = (1 - s_{vw}^{(\nu)*})[\varsigma_{vw}^{(\nu)} + (1 - \varsigma_{vw}^{(\nu)}) \cdot {}_r\xi_{\varphi_{vw}^{(\nu)}}^{(\nu+1)}] \qquad (3.25) $$

Die Bedingung ② lautete: mindestens ein Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) frei in Richtung r. Durch den Term

$$ (1 - {}_r\xi_v^{(1)}) \qquad (3.26) $$

wird das Koppelvielfach (v,1) bei der Übergangsrate $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$ nur berücksichtigt, wenn diese Bedingung erfüllt ist (Übergangsrate siehe Abschnitt 3.4.3.2).

Dies gilt für alle g_1 Koppelvielfache der Stufe 1 und für alle R Richtungen. Deshalb ergibt sich durch Summation

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} (1 - {}_r\xi_v^{(1)}) \cdot {}_r\lambda_v \qquad (3.27) $$

mit

${}_r\lambda_v$ nach (3.12); ${}_r\xi_v^{(1)}$ nach (3.22)

3.4.3.2 Ermitteln der Übergangsrate

Aus (2.16) erhält man dann mit (3.27) die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ zu

$$ \{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} = p(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} (1 - {}_r\xi_v^{(1)}) \cdot {}_r\lambda_v \qquad (3.28) $$

3.4.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$

Das betrachtete Zustandsmuster geht durch das Enden einer Belegung in ein benachbart unteres Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ über. Auch hier können die Übergangskoeffizienten aus dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ bestimmt werden. Dazu ist es erforderlich, die im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ belegten Wege durch das Linksystem festzustellen, um die für diese Koeffizienten benötigten Informationen

- Koppelvielfach (v,1), von dem die Belegung herrührt
- Richtung r des Abnehmerbündels, zu dem die Belegung durch das Linksystem durchgeschaltet ist

zu erhalten.

3.4.4.1 Bestimmen der belegten Wege durch das Linksystem

Beginnend mit einem belegten Ausgang (w,v,1) läßt sich der weitere Weg durch das Linksystem anhand der Koppelvielfach- und der Zustandsmatrizen ermitteln.
Das Element $\varphi_{vw}^{(1)}$ der Koppelvielfachmatrix gibt an, mit welchem Koppelvielfach der Stufe 2 der Ausgang (w,v,1) verbunden ist. Das Element $s_{vw}^{(1)}$ der Zustandsmatrix gibt an, mit welchem Ausgang des Koppelvielfachs $(\varphi_{vw}^{(1)},2)$ der Ausgang (w,v,1) zusammengeschaltet ist. Dies kann durch die Stufen 1 bis s-2 in gleicher Weise fortgesetzt werden. So erhält man den Weg vom Ausgang (w,v,1) zum Ausgang (w,v,s-1). Das Element $s_{vw}^{(s-1)}$ der Zustandsmatrix $S^{(s-1)}$ kennzeichnet bereits die Richtung r, in die die Belegung führt. Damit sind die den Weg kennzeichnenden Informationen, d.h. das Koppelvielfach (v,1) und die Richtung r, ermittelt.

Für die rechnerische Auswertung muß nun ein Koeffizient definiert werden, der nur dann den Wert 1 ergibt, falls ein vom Ausgang (w,v,1) aus belegter Weg durch das Linksystem in allen Wegabschnitten richtig beschrieben wird. Sonst muß er den Wert 0 aufweisen. Dazu bildet man

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{w_2=1}^{k_2} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} $$

mit

κ_ν nach (3.4)

Es müssen alle Wege durch das Linksystem betrachtet werden, deshalb ist eine weitere Summation über alle Koppelvielfache der Stufe 1 und deren Ausgänge erforderlich. Man erhält somit

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \qquad (3.29) $$

3.4.4.2 Ermitteln der Übergangsrate

Aus (2.17) erhält man dann mit (3.29) die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ zu

$$\{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} = p(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot {}_r\mu_v \qquad (3.30)$$

3.4.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}\text{-}1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Zu dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ müssen alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ sowie deren individuelle Übergangskoeffizienten nach $\{\tilde{x}\}$ ermittelt werden.
Dazu werden entsprechend zu Abschnitt 3.4.2 zuerst formal alle Muster, die nur in einem Element jeder Zustandsmatrix einen niedrigeren Wert aufweisen, als "benachbart untere Muster" bestimmt. Alle diejenigen der benachbart unteren Muster, die keine benachbart unteren Zustandsmuster sind, werden durch geeignet definierte Koeffizienten (zweiwertige Variable) ausgeschlossen. Schließlich werden für die benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ deren Übergangskoeffizienten bestimmt.

Auf die Tatsache, daß nicht alle Zustandsmuster, die durch das Enden einer Belegung aus dem betrachteten Zustandsmuster entstehen können, im Sinne dieses Abschnitts (Übergang von unten) benachbart untere Zustandsmuster sein müssen, wird im folgenden noch näher eingegangen.

3.4.5.1 Die benachbart unteren Muster

3.4.5.1.1 Bestimmen der benachbart unteren Muster

Das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist bestimmt durch die Zustandsmatrizen $\{S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)}\}$ nach (3.7). Ein benachbart unteres Muster ergibt sich daraus nach Abschnitt 3.3.3 durch die Zustandsmatrizen
$\{\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|\}$ nach (3.10)
Damit erhält man alle benachbart unteren Muster durch

$$\sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(s-1)}} \{\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|\} \qquad (3.31)$$

mit κ_ν nach (3.4)

Die oberen Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)} \leq k_\nu$, $\nu \in [1,s\text{-}1]$ werden eingeführt, um solche Muster auszuschließen, die für einen Übergang "von unten" apriori nicht in Frage kommen, auch dann, wenn diese Muster Zustandsmuster sind. Diese Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$ hängen ab vom Absuchmodus der Ausgänge eines Koppelvielfachs, vgl. Bemerkungen zu Beginn des Abschnitts 3.4.1.

3.4.5.1.2 Bestimmen der oberen Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$

Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

Es wird hier das Absuchverfahren (a) nach Abschnitt 3.4.1 vorausgesetzt: Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs in geordneter Reihenfolge von fester Nullstellung aus.

Damit wird bei diesem Absuchmodus stets der in Absuchrichtung erste freie Ausgang des Koppelvielfachs belegt. Um die obere Summationsgrenze für dieses Absuchverfahren (a) zu bestimmen, wird folgender Fall zugrunde gelegt:

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ seien im Koppelvielfach (v,ν) die in Absuchrichtung ersten w' Ausgänge belegt oder blockiert (in Richtung r). Der Ausgang w'+1 sei der in Absuchrichtung erste freie Ausgang dieses Koppelvielfachs in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$.

Damit nun ein benachbart unteres Zustandsmuster beim Durchschalten eines neuen Weges über das Koppelvielfach (v,ν) in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ übergeht, muß dieses Durchschalten auf jeden Fall über einen in $\{\tilde{x}\}$ belegten Ausgang, also einen der ersten w' Ausgänge, erfolgen; denn, würde erst der Ausgang w'+1 belegt, dann entstünde ein anderes als das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$. Deshalb kann für "geordnetes Absuchen" diese obere Schranke auf ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)} = w'$ gesetzt werden.
Der jeweilige Wert von ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$ kann nun formal bestimmt werden. Es ergibt sich

$${}_r\varepsilon_v^{(\nu)} = \inf\left(\varepsilon^* \,\middle|\, \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_r u_{vz}^{(\nu)} < \varepsilon^*+1 \quad , \varepsilon^* \in [0, k_\nu]\right) \qquad (3.32)$$

mit

$${}_r u_{vz}^{(\nu)} = s_{vz}^{(\nu)*} + {}_r\omega_{vz}^{(\nu)} \quad \text{falls} \quad z \in [1, k_\nu]$$

$$= 0 \quad \text{falls} \quad z = k_\nu + 1$$

mit
$s_{vz}^{(\nu)*}$ nach (3.6); ${}_r\omega_{vz}^{(\nu)}$ nach (3.24) bzw. (3.25).

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs

Hier wird das Absuchverfahren (c) nach Abschnitt 3.4.1 vorausgesetzt. Da hier einer der freien Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) zufallsmäßig ausgewählt wird, können beim Einfall eines Rufes in Richtung r im benachbart unteren Muster alle in die Richtung r freien Ausgänge dieses Koppelvielfachs ausgewählt werden.

Damit wird hier

$$ {}_r\varepsilon_\nu^{(\nu)} = k_\nu \qquad (3.33) $$

3.4.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster

Ein benachbart unteres Muster ist unter folgenden Bedingungen ein benachbart unteres Zustandsmuster:

-(a)- Die bei dem benachbart unteren Muster geänderten Elemente der Zustandsmatrizen $S^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-1]$ bilden im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ einen durchgehend belegten Weg.

Wie in Abschnitt 3.4.4.1 gezeigt wurde, beschreiben nur dann die geänderten Elemente aller Zustandsmatrizen (je ein Element pro Zustandsmatrix) einen belegten Weg im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$, wenn

$$ \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{S^{(\nu)}_{\nu w}, k_\nu} = 1 \qquad (3.34) $$

ist.

Durch diesen Faktor (3.34) wird diese erste Bedingung (a) erfüllt.

-(b)- Soll in dem benachbart unteren Muster ein weiterer Ruf vom Koppelvielfach (v,1) aus durchgeschaltet werden können, der das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ erzeugt, so muß dies genau entlang des in der Bedingung (a) ermittelten Weges möglich sein.

Nur in diesem Fall ist das benachbart untere Muster ein benachbart unteres Zustandsmuster, welches in das betrachtete Zustandsmuster übergehen kann. Dabei gebe der Koeffizient $r^{\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}}$ an, mit welcher Wahrscheinlichkeit dieser Übergang stattfindet. Beim Bestimmen dieses Koeffizienten muß wieder zwischen den verschiedenen Absuchverfahren unterschieden werden.

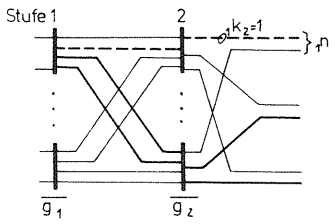
3.4.5.2.1 Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

Es wird hier das Absuchverfahren (a) nach Abschnitt 3.4.1 vorausgesetzt. Die oben formulierte Bedingung (b) lautet hier:

Damit das benachbart untere Muster bei Einfall eines Rufes in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ übergeht, muß jeweils der zu belegende betrachtete Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe $\{\nu | \nu \in [1,s-1]\}$ der in Absuchrichtung erste freie Ausgang in Richtung r in diesem Koppelvielfach sein.

Da hier eine Vielzahl von auszuschließenden Möglichkeiten zu berücksichtigen ist, soll zunächst die Problemstellung anhand einiger Beispiele erläutert werden.

a. Bild 3.6 zeigt ein Beispiel für ein Linksystem mit s = 2 Stufen, bei dem die Koppelvielfache der Stufe 1 und 2 mit je zwei Zwischenleitungen verbunden sind.



$S^{(1)} = \left\| \begin{matrix} 0 & 1 & r & r \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{matrix} \right\|$

——— nicht belegt

——— belegt in andere Richtungen $r \in [2,R]$

– – – belegt in Richtung 1

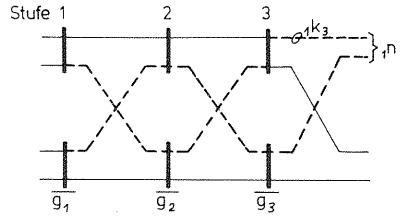
Bild 3.6: Zustandsmuster bei einem Linksystem mit s = 2 Stufen

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang (1,1,1) in Richtung 1 blockiert. In jenem benachbart unteren Muster, das durch

$S^{(1)} = \left\| \begin{matrix} 0 & 0 & r & r \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{matrix} \right\|$ gekennzeichnet ist und das durch Enden der Belegung auf dem Ausgang (2,1,1) aus dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ entstanden ist, ist der Ausgang (1,1,1) ebenso frei in Richtung 1 wie der Ausgang (2,1,1). Fällt nun in das Koppelvielfach (1,1) ein Ruf in Richtung 1 ein, so wird, wegen des geordneten Absuchens, mit Sicherheit der Ausgang (1,1,1) belegt, und es entsteht ein anderes Zustandsmuster $\{\tilde{x}'\}$, gekennzeichnet durch $S^{(1)} = \left\| \begin{matrix} 1 & 0 & r & r \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \end{matrix} \right\|$.

Damit ist dieses benachbart untere Muster kein benachbart unteres Zustandsmuster, das bei Einfall dieses Rufes in das Koppelvielfach (1,1) in Richtung 1 in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ übergehen würde. Dieses Muster ist deshalb auszuschließen.

b. Bei einem Linksystem mit s = 3 Stufen sei der in Bild 3.7 dargestellte Belegungszustand das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$.



$S^{(1)} = \left\| \begin{matrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{matrix} \right\|$

$S^{(2)} = \left\| \begin{matrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{matrix} \right\|$

——— nicht belegt

– – – belegt in Richtung 1

Bild 3.7: Zustandsmuster bei einem Linksystem mit s=3 Stufen

Im benachbart unteren Muster, gekennzeichnet durch

$S^{(1)} = \begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 0 \end{Vmatrix}$, $S^{(2)} = \begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix}$, sind sowohl der in $\{\tilde{x}\}$ belegte Ausgang (2,1,1), als auch der dort in Richtung 1 blockierte Ausgang (1,1,1) frei in Richtung 1.
Damit geht dieses Muster bei Einfall eines Rufes in das Koppelvielfach (1,1) in Richtung 1 in das Zustandsmuster $\{\tilde{x}'\}$, gekennzeichnet durch $S^{(1)} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 0 \end{Vmatrix}$, $S^{(2)} = \begin{Vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix}$ über.

Dieses benachbart untere Muster ist also ebenfalls kein benachbart unteres Zustandsmuster, das in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ übergehen würde. Es ist deshalb ebenfalls auszuschließen.

c. Bei Mischungen ist außerdem zum Beispiel zu berücksichtigen, ob ein in $\{\tilde{x}\}$ durch die Mischung blockierter Ausgang eines Koppelvielfachs der Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-1]\}$, der vom Koppelvielfach (v,1) aus erreichbar ist, in einem bestimmten benachbart unteren Muster ebenfalls noch blockiert oder ob er nunmehr in die Richtung r frei ist. Bild 3.8 zeigt ein Beispiel hierfür.

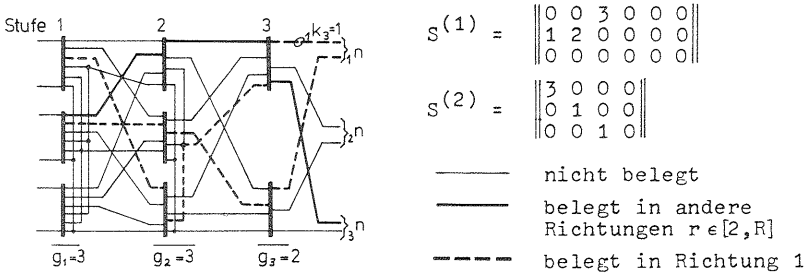


Bild 3.8: Zustandsmuster bei einem Linksystem mit s = 3 Stufen und Mischungen zwischen den Stufen

Im benachbart unteren Muster $\left\{ \begin{Vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix} \right\}$ ist z.B. der Ausgang (3,1,2) nicht mehr durch die Mischung blockiert, sondern frei in Richtung 1. Damit ist dieses Muster ebenfalls kein benachbart unteres Zustandsmuster, welches bei Einfall eines Rufes in das Koppelvielfach (1,1) in Richtung 1 in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ übergehen würde. Dieses Muster geht bei Einfall eines solchen Rufes in das Zustandsmuster $\left\{ \begin{Vmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} 3 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{Vmatrix} \right\}$ über und ist deshalb auszuschließen.

Bestimmen des Koeffizienten $r\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}$

Im folgenden wird für die einzelnen Stufen $\{\nu \mid \nu \in [1,s-1]\}$ des Linksystems jeweils ein "Testausgang ς" betrachtet. Dabei werden zwei Fälle unterschieden:

A. Ausgang ς und Ausgang w sind Ausgänge unterschiedlicher Koppelvielfache e bzw. v. Es werden dabei stets nur solche Koppelvielfache (e,ν), $\nu \in [2,s-1]$ betrachtet, die vom Koppelvielfach (v,1) aus im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ über nicht belegte Wegeabschnitte erreichbar sind.

B. Ausgang ς und Ausgang w sind Ausgänge desselben Koppelvielfachs v.

Für den Testausgang ς werden die Bedingungen ermittelt, die erfüllt sein müssen, damit dieser Ausgang ς vom Zustand "blockiert(in Richtung r)" im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in den Zustand "frei in Richtung r" im benachbart unteren Muster übergeht. Daraus wird dann ein geeigneter Koeffizient für den jeweils betrachteten Ausgang (w,v,ν) abgeleitet.

Beginnend mit der Stufe s-1 wird über die allgemeine Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$ schließlich der Koeffizient für den Weg vom Ausgang (w,v,1) bis zur Abnehmerleitung in Richtung r ermittelt.

Die Stufe s-1

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach ($e \neq v$, s-1), der betrachtete Ausgang w ist im Koppelvielfach (v, s-1).
Damit hier eine Beeinflussung im obigen Sinn auftritt, muß der Ausgang $(\varsigma,e,s-1)$ folgende Bedingungen erfüllen:

-(a)- Die Ausgänge $(\varsigma,e,s-1)$ und $(w,v,s-1)$ führen in das gleiche Koppelvielfach der Stufe s, d.h. $\varphi_{e\varsigma}^{(s-1)} = \varphi_{vw}^{(s-1)}$.

Da eine Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe s, die zum gleichen Abnehmerbündel in Richtung r gehören, nicht vorgesehen ist, kann nur dann eine Beeinflussung des Zustandes des Ausgangs $(\varsigma,e,s-1)$ beim Übergang vom betrachteten Zustandsmuster in das benachbart untere Muster durch Enden der Belegung auf dem Ausgang $(w,v,s-1)$ auftreten, falls beide Ausgänge $(\varsigma,e,s-1)$ und $(w,v,s-1)$ in das gleiche Koppelvielfach der Stufe s führen, vgl. Beispiel c. und Bild 3.8 auf Seite 64.

-(b)- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang $(\varsigma,e,s-1)$ so blockiert in Richtung r, daß er im benachbart unteren

Muster frei ist in Richtung r. Dies ist der Fall, wenn der Ausgang $(\varsigma,e,s-1)$
- nicht belegt ist
- entweder durch den Ausgang $(w,v,s-1)$ über die Mischung zwischen den Stufen s-1 und s blockiert ist
  oder nicht durch die Mischung zwischen den Stufen s-1 und s blockiert ist, dafür aber
  - rückwärts blockiert ist in Richtung r.
    Durch eine der oberen Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$, $\nu\in[1,s-2]$ ist bereits die Forderung berücksichtigt, daß alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs (e,s-1) entweder belegt oder blockiert durch Mischung oder rückwärts blockiert sind. Diese Forderung muß deshalb nicht gesondert berücksichtigt werden.

Es müssen hier alle Ausgänge des Koppelvielfachs (e,s-1) geprüft werden. Damit ergibt sich der Koeffizient $\sigma_e^{(s-1)} = 1$, falls es in diesem Koppelvielfach (e,s-1) mindestens einen Ausgang ς gibt, der im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ blockiert in Richtung r ist, aber frei im benachbart unteren Muster.

Es ist (3.35)

$$\left.\begin{matrix}\sigma_e^{(s-1)} = 1\\ = 0\end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_{s-1}} (1 - s_{e\varsigma}^{(s-1)*})\left[\delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(s-1)},\varphi_{vw}^{(s-1)}} + (1 - s_{e\varsigma}^{(s-1)})\,\delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(s-1)},\varphi_{vw}^{(s-1)}}\right] \left\{\begin{matrix}>0\\=0\end{matrix}\right.$$

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,s-1).

Damit eine Beeinflussung im obigen Sinn auftritt, muß der Ausgang $(\varsigma,v,s-1)$ folgenden Bedingungen genügen:

-(a)- Der Ausgang ς liegt in Absuchrichtung vor dem Ausgang w.

Nur in diesem Fall kann es passieren, daß in dem benachbart unteren Muster beim Durchschalten einer neuen Verbindung über das Koppelvielfach (v,s-1) diese nicht über den Ausgang w, sondern über den Ausgang ς erfolgt; vgl. die Beispiele auf den Seiten 63 und 64.

Daraus folgt, daß alle in Absuchrichtungvor dem Ausgang w liegenden Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1) betrachtet werden müssen.

-(b)- Die Ausgänge ς und w führen in das gleiche Koppelvielfach der Stufe s, d.h. $\varphi_{v\varsigma}^{(s-1)} = \varphi_{vw}^{(s-1)}$.

Auch hier gilt die bei A. (a) gegebene Begründung; vgl. Beispiel a., Bild 3.6 auf Seite 63.

-(c)- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang ς so blockiert in Richtung r, daß er im benachbart unteren Muster frei in Richtung r ist. Dazu muß der Ausgang $(\varsigma,v,s-1)$
- nicht belegt sein
- nicht durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe s-1 blockiert sein
- rückwärts blockiert sein in Richtung r.
  Diese Forderung "rückwärts blockiert in Richtung r" ist bereits durch die beiden ersten Forderungen dieser Bedingung (c) sowie die Bestimmung der oberen Summationsgrenze ${}_r\varepsilon_v^{(s-1)}$ nach (3.32) berücksichtigt. Diese Summationsgrenze ist nämlich nur dann ${}_r\varepsilon_v^{(s-1)} \geq \varsigma$, falls alle Ausgänge $1,\ldots,\varsigma$ belegt oder blockiert durch Mischung oder rückwärts blockiert sind. Damit muß diese Forderung hier nicht mehr explizit aufgestellt werden.

Mit diesen Forderungen (a), (b) und (c) ergibt sich ein Faktor $\beta_{vw,\varsigma}^{(s-1)} = 1$, falls der in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegende Ausgang ς des Koppelvielfachs (v,s-1) beim Enden der Belegung auf dem Ausgang (w,v,s-1) vom Zustand rückwärts blokkiert in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in den Zustand frei in Richtung r im benachbart unteren Muster übergeht.

$$\beta_{vw,\varsigma}^{(s-1)} = (1 - s_{v\varsigma}^{(s-1)*})(1 - s_{v\varsigma}^{(s-1)})\,\delta_{\varphi_{v\varsigma}^{(s-1)},\varphi_{vw}^{(s-1)}} \qquad (3.36)$$

Der gesuchte Koeffizient $\beta_{vw}^{(s-1)}$, der alle Ausgänge ς, die in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegen, berücksichtigt, ergibt sich damit zu

$$\left.\begin{matrix}\beta_{vw}^{(s-1)} = 1\\ = 0\end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{w-1} \beta_{vw,\varsigma}^{(s-1)} \left\{\begin{matrix}>0\\=0\end{matrix}\right. \qquad (3.37)$$

Es ist $\beta_{vw}^{(s-1)} = 1$, falls mindestens ein Ausgang ς im Koppelvielfach (v,s-1) diese drei Bedingungen (a), (b) und (c) erfüllt.

Die Stufe $\{\nu \mid \nu\in[2,s-2]\}$

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach $(e \neq v,\nu)$; der betrachtete Ausgang w im Koppelvielfach (v,ν).
Eine entsprechende Beeinflussung dieses Testausgangs (ς,e,ν) durch den Ausgang (w,v,ν) tritt nur auf, falls der Ausgang (ς,e,ν) folgende Bedingungen erfüllt:

-(a)- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang (ς,e,ν) so blockiert (in Richtung r), daß er im benachbart unteren Muster frei ist in Richtung r. Diese Bedingung ist die gleiche wie die Bedingung (b) im Fall A. für die Stufe s-1, sie bedingt jedoch etwas andere Forderungen, nämlich: Der Ausgang (ς,e,ν)

- ist nicht belegt und
- entweder durch den Ausgang (w,v,ν) über die Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν blockiert

oder nicht durch die Mischung zwischen Stufe ν und $\nu+1$ blockiert, dafür aber

- rückwärts blockiert in Richtung r.
  Diese Forderung ist bereits durch die beiden vorher genannten Bedingungen sowie durch eine der oberen Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu')}$, $\nu' \in [1,\nu-1]$ geprüft. Sie muß deshalb hier nicht mehr explizit formuliert werden.
- führt entweder in das gleiche Koppelvielfach der Stufe $\nu+1$, wie der betrachtete Ausgang, d.h. $\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)} = \varphi_{vw}^{(\nu)}$.
  Die Forderung, daß alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs $(\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)} = \varphi_{vw}^{(\nu)}, \nu+1)$ belegt, blockiert durch Mischung oder rückwärts blockiert (in Richtung r) sind, ist ebenfalls durch eine der oberen Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu')}$, $\nu' \in [1,\nu-1]$ schon geprüft.

oder in ein anderes Koppelvielfach der Stufe $\nu+1$, d.h. $\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)} \neq \varphi_{vw}^{(\nu)}$.
Dann müssen weitere Bedingungen erfüllt sein; Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ sind alle Ausgänge des Koppelvielfachs $(\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}, \nu+1)$

- entweder belegt
  oder blockiert durch Mischung
  oder rückwärts blockiert (in Richtung r).
  Diese Forderung ist wieder bereits durch eine der oberen Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu')}$, $\nu' \in [1,\nu-1]$ geprüft.
- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ hat das vom Ausgang (ς, e,ν) erreichte Koppelvielfach $(\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}, \nu+1)$ mindestens einen Ausgang, der so in Richtung r blockiert ist, daß er im benachbart unteren Muster frei ist in Richtung r.

Diese Forderung für einen Ausgang des Koppelvielfachs der Stufe $\nu+1$ ist identisch mit der hier zu bestimmenden Bedingung (a) für den Ausgang (ς,e,ν). Faßt man diese Forderung durch einen Faktor $\sigma_{\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}}^{(\nu+1)} = \sigma_e^{(\nu+1)}$ zusammen, so ist dieser Faktor nach (3.35) für die Stufe $\nu+1 = s-1$ bekannt; damit kann $\sigma_e^{(s-2)}$ mit Hilfe dieser Bedingung (a) nach (3.38) bestimmt werden. Daraus kann dann $\sigma_e^{(s-3)}$ bestimmt werden, usf. bis $\sigma_e^{(2)}$.

Hier müssen alle Ausgänge des Koppelvielfachs (e,ν) geprüft werden. Damit ergibt sich der Koeffizient $\sigma_e^{(\nu)} = 1$, falls es in diesem Koppelvielfach (e,ν) mindestens einen Ausgang ς gibt, der die Bedingung (a) erfüllt. Es ist

$$\left.\begin{matrix}\sigma_e^{(\nu)} = 1\\ = 0\end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_\nu} (1-s_{e\varsigma}^{(\nu)*})\left[\delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)},\varphi_{vw}^{(\nu)}} + (1-s_{e\varsigma}^{(\nu)})\left[\delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)},\varphi_{vw}^{(\nu)}} + (1-\delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)},\varphi_{vw}^{(\nu)}})\,\sigma_e^{(\nu+1)}\right]\right] \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (3.38)$$

mit

$$\sigma_e^{(\nu+1)} = \sigma_{\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}}^{(\nu+1)}$$

Diese Gleichung (3.38) stellt eine rekursive Definition von $\sigma_e^{(\nu)} = f(\sigma_e^{(\nu+1)})$ dar. Mit ihr ist, ausgehend von $\sigma_e^{(s-1)}$ nach (3.35), $\sigma_e^{(\nu)}$ für jedes $\nu \in [2,s-2]$ bestimmbar.

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,ν).

Damit eine entsprechende Beeinflussung des Testausgangs ς durch den Ausgang w auftritt, muß der Testausgang ς folgende Bedingungen erfüllen:

-(a)- Bedingung (a)
-(b)- Bedingung (c) } von Fall B. der Stufe s-1 (Seite 66 und 67)

Dabei ist hier s-1 durch ν zu ersetzen.

-(c)- Entweder: Der Ausgang ς führt in das gleiche Koppelvielfach der Stufe $\nu+1$ wie der betrachtete Ausgang w, d.h. $\varphi_{v\varsigma}^{(\nu)} = \varphi_{vw}^{(\nu)}$.
Die weitere Forderung: Alle Ausgänge des Koppelvielfachs $(\varphi_{v\varsigma}^{(\nu)}, \nu+1)$ belegt oder durch Mischung blockiert oder rückwärts blockiert (in Richtung r) ist in der oberen Summationsgrenze ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$ enthalten.

Oder: Der Ausgang ς führt in ein anderes Koppelvielfach der

Stufe $\nu+1$ wie der betrachtete Ausgang w, d.h. $\varphi^{(\nu)}_{\nu\varsigma} \neq \varphi^{(\nu)}_{\nu w}$

Dann muß für dieses Koppelvielfach $(\varphi^{(\nu)}_{\nu\varsigma}, \nu+1)$ eine weitere Bedingung erfüllt sein:

- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ besitzt das vom Ausgang (ς,v,ν) aus erreichte Koppelvielfach $(\varphi^{(\nu)}_{\nu\varsigma},\nu+1)$ mindestens einen Ausgang, der blockiert ist (in Richtung r) und frei in Richtung r im benachbart unteren Muster.
  Diese Forderung stimmt aber mit dem bei A. betrachteten Fall überein, d.h. durch den Koeffizienten $G^{(\nu+1)}_{\varphi^{(\nu)}_{\nu\varsigma}} = G^{(\nu+1)}_{e}$ nach (3.38) bzw. (3.35) wird diese Bedingung berücksichtigt. Weist dieser Faktor den Wert 1 auf, dann ist diese Bedingung erfüllt.

Faßt man diese drei Bedingungen (a), (b) und (c) zu einem Faktor $\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma}$ zusammen, dessen Wert = 1 wird, falls der in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegende Ausgang ς des Koppelvielfachs (v,ν) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ rückwärts blockiert ist (in Richtung r), aber frei in Richtung r im benachbart unteren Muster, so ergibt sich

$$\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma} = (1 - s^{(\nu)*}_{v\varsigma})(1 - s^{(\nu)}_{v\varsigma})\left[\delta_{\varphi^{(\nu)}_{v\varsigma},\,\varphi^{(\nu)}_{vw}} + (1 - \delta_{\varphi^{(\nu)}_{v\varsigma},\,\varphi^{(\nu)}_{vw}})\cdot G^{(\nu+1)}_{e}\right] \tag{3.39}$$

mit

$$G^{(\nu+1)}_{e} = G^{(\nu+1)}_{\varphi^{(\nu)}_{v\varsigma}}$$

Daraus erhält man den gesuchten Faktor $\beta^{(\nu)}_{vw}$, der alle in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegenden Ausgänge ς berücksichtigt zu

$$\left.\begin{aligned}\beta^{(\nu)}_{vw} &= 1\\ &= 0\end{aligned}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{w-1} \beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma} \begin{cases} >0\\ =0\end{cases} \tag{3.40}$$

Die Stufe 1

Hier werden nur solche Ausgänge ς untersucht, die
- im gleichen Koppelvielfach (v,1) liegen wie der betrachtete Ausgang w
- in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegen.

Dieser Fall unterscheidet sich nicht vom Fall B. für die Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$. Damit kann hier der Koeffizient $\beta^{(1)}_{vw}$ ebenfalls nach (3.40) und $\beta^{(1)}_{vw,\varsigma}$ nach (3.39) bestimmt werden.
Die Gleichungen (3.39) und (3.40) gelten somit für $\nu \in [1,s-2]$.

Der Koeffizient $r\eta_{v_1w_1\cdots w_{s-1}}$

Besteht im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ein durchgeschalteter Weg von einem Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) über die Ausgänge w der Koppelvielfache (v,ν), $\nu \in [2,s-1]$ in Richtung r, dann gibt es ein benachbart unteres Muster, in dem dieser Weg abgebaut ist. Mit Hilfe der für die Stufen 1,...,s-1 ermittelten Koeffizienten kann nun ausgehend vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ermittelt werden, ob bei einem Rufeinfall in Richtung r in das Koppelvielfach (v,1) in diesem benachbart unteren Muster der ursprüngliche Weg wieder durchgeschaltet wird. In diesem Fall entsteht wieder das betrachtete Zustandsmuster. Damit ist das benachbart untere Muster ein benachbart unteres Zustandsmuster. Die Bedingung lautet nun:

$$1 - \beta^{(\nu)}_{vw} = 1 \qquad \text{für} \quad \nu \in [1,s-1] \tag{3.41}$$

Daraus ergibt sich

$$r\eta_{v_1w_1\cdots w_{s-1}} = \prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - \beta^{(\nu)}_{vw}) \tag{3.42}$$

mit

$\beta^{(\nu)}_{vw}$ nach (3.40) für $\nu \in [1,s-2]$ und nach (3.37) für $\nu = s-1$.

Der Koeffizient $r\eta_{v_1w_1\cdots w_{s-1}}$ hat den Wert 1, falls das benachbart untere Muster ein benachbart unteres Zustandsmuster ist.

3.4.5.2.2 Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs

Es wird hier die Betriebsart (c) nach Abschnitt 3.4.1 vorausgesetzt. Während es bei geordnetem Absuchen der Ausgänge der Koppelvielfache jeweils nur einen möglichen Weg durch das Linksystem gibt und damit eindeutig bestimmbar ist, ob der betrachtete Weg (Bedingung (a) von Abschnitt 3.4.5.2) durchgeschaltet wird oder nicht, sind hier im allgemeinen mehrere Wege möglich. Der Koeffizient der Bedingung (b) von Abschnitt 3.4.5.2 gibt hier also an, mit welcher Wahrscheinlichkeit gerade der betrachtete Weg durchgeschaltet wird. Dazu muß ermittelt werden, wieviel Ausgänge im Koppelvielfach v der Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1,s-1]\}$
- frei in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ sind
- blockiert (in Richtung r) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ und frei in Richtung r im benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ sind.

Da hier $r\varepsilon^{(\nu)}_{v} = k_\nu$ nach (3.33) ist, entfallen die in Abschnitt 3.4.5.2.1 durch $r\varepsilon^{(\nu)}_{v} \leq k_\nu$ gegebenen Vereinfachungen.

Die Stufe s-1

Die verbalen Bedingungen gelten hier in gleicher Weise wie bei geordnetem Absuchen (Abschnitt 3.4.5.2.1). Dabei muß hier allerdings gegebenenfalls für den Testausgang ς explizit ermittelt werden, ob er rückwärts blockiert ist in Richtung r.

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach ($e \neq v$, s-1), der betrachtete Ausgang w ist im Koppelvielfach (v,s-1).

Nach (3.19) ist der Ausgang (ς,e,s-1) rückwärts blockiert in Richtung r, falls ${}_r\tau_{e\varsigma}^{(s-1)} = 1$ ist. Berücksichtigt man die Bedingung (a) nach Abschnitt 3.4.5.2.1, Stufe s-1, Fall A, d.h. $\varphi_{e\varsigma}^{(s-1)} = \varphi_{vw}^{(s-1)}$, dann wird ${}_r\tau_{e\varsigma}^{(s-1)} = {}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$.
Fügt man diesen Koeffizienten ${}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$ in die Gleichung (3.35) ein, berücksichtigt man also explizit, daß der Ausgang (ς,e,s-1) rückwärts blockiert ist in Richtung r, dann ergibt sich

$$ {}_r\sigma_e^{(s-1)} \left\{ \begin{matrix} =1 \\ =0 \end{matrix} \right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_{s-1}} (1 - s_{e\varsigma}^{(s-1)*}) \left[\delta_{\vartheta_{e\varsigma}^{(s-1)}, \vartheta_{vw}^{(s-1)}} + (1 - \varsigma_{e\varsigma}^{(s-1)}) \delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(s-1)}, \varphi_{vw}^{(s-1)}} \cdot {}_r\tau_{vw}^{(s-1)} \right] \left\{ \begin{matrix} >0 \\ =0 \end{matrix} \right. \qquad (3.43) $$

Dabei ist ${}_r\sigma_e^{(s-1)} = 1$, wenn das Koppelvielfach (e,s-1) mindestens einen Ausgang ς hat, der blockiert ist in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ und frei in Richtung r im benachbart unteren Muster $\{\tilde{x}-1\}$.

Zusätzlich muß hier noch bestimmt werden, ob das Koppelvielfach (e,s-1) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ noch Ausgänge besitzt, die frei sind in die Richtung r. Dies kann nach (3.22) durch ${}_r\xi_e^{(s-1)}$ erfolgen; es ist $(1 - {}_r\xi_e^{(s-1)}) = 1$, falls das Koppelvielfach (e,s-1) noch mindestens einen freien Ausgang in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ hat.

Es sei ${}_r\beta_e^{(s-1)*} = 1$, falls das Koppelvielfach (e,s-1) blockiert ist in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster, aber frei in Richtung r im benachbart unteren Muster. Damit ist

$$ {}_r\beta_e^{(s-1)*} = {}_r\xi_e^{(s-1)} \cdot {}_r\sigma_e^{(s-1)} \qquad (3.44) $$

mit
${}_r\xi_e^{(s-1)}$ nach (3.22); ${}_r\sigma_e^{(s-1)}$ nach (3.43).
Hat also das Koppelvielfach im benachbart unteren Muster noch mindestens einen Ausgang, der frei ist in Richtung r, dann wird

$$ (1 - {}_r\xi_e^{(s-1)}) + {}_r\beta_e^{(s-1)*} = 1 . $$

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,s-1).

Genügte es hier im Fall A. zu ermitteln, ob das Koppelvielfach (e,s-1) im benachbart unteren Muster mindestens einen freien Ausgang in Richtung r hat, so muß hier ermittelt werden, wieviel Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1) im benachbart unteren Muster frei sind in Richtung r.

Damit entfällt die Bedingung (a) nach Abschnitt 3.4.5.2.1, Stufe s-1, Fall B., die Bedingungen (b) und (c) gelten jedoch unverändert, wobei hier allerdings die Forderung rückwärts blockiert explizit ausgedrückt werden muß; dies geschieht durch ${}_r\tau_{v\varsigma}^{(s-1)} = {}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.19).
Damit ergibt sich ${}_r\beta_{vw,\varsigma}^{(s-1)} = 1$, falls der Ausgang ($\varsigma$,v,s-1) durch den Ausgang (w,v,s-1) blockiert ist.

$$ {}_r\beta_{vw,\varsigma}^{(s-1)} = (1 - s_{v\varsigma}^{(s-1)*})(1 - \varsigma_{v\varsigma}^{(s-1)}) \delta_{\varphi_{v\varsigma}^{(s-1)}, \varphi_{vw}^{(s-1)}} \cdot {}_r\tau_{vw}^{(s-1)} \qquad (3.45) $$

Daraus erhält man die Zahl aller durch den Ausgang (w,v,s-1) in Richtung r blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1) zu

$$ {}_r\beta_{vw}^{(s-1)} = \sum_{\varsigma=1}^{k_{s-1}} {}_r\beta_{vw,\varsigma}^{(s-1)} \qquad (3.46) $$

Im benachbart unteren Muster verfügt das Koppelvielfach (v,s-1) über

$$ {}_r\eta_{vw}^{(s-1)} = k_{s-1} - s_{v.}^{(s-1)*} - {}_r\omega_{v.}^{(s-1)} + 1 + {}_r\beta_{vw}^{(s-1)} \qquad (3.47) $$

freie Ausgänge in Richtung r.

Die Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach ($e \neq v, \nu$); der betrachtete Ausgang w im Koppelvielfach (v,ν).

Es gelten hier wiederum die gleichen Bedingungen wie in Abschnitt 3.4.5.2.1 für die Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$, wobei die dort gegebenen Vereinfachungen entfallen. So muß jetzt durch ${}_r\xi_v^{(\nu+1)}$ nach (3.22) berücksichtigt werden, ob das Koppelvielfach ($v, \nu+1$) noch freie Ausgänge in Richtung r hat; dies muß ebenso für das Koppelvielfach ($\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}, \nu+1$) erfolgen.

Das Koppelvielfach (e,ν) hat mindestens einen Ausgang, der durch den Ausgang (w,v,ν) blockiert ist, falls ${}_r\sigma_e^{(\nu)}$ ist.

$$ {}_r\sigma_e^{(\nu)} \left\{ \begin{matrix} =1 \\ =0 \end{matrix} \right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_\nu} (1 - s_{e\varsigma}^{(\nu)*}) \left[\delta_{\vartheta_{e\varsigma}^{(\nu)}, \vartheta_{vw}^{(\nu)}} + (1 - \varsigma_{e\varsigma}^{(\nu)}) \left[\delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}, \varphi_{vw}^{(\nu)}} \cdot {}_r\xi_v^{(\nu+1)} + (1 - \delta_{\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}, \varphi_{vw}^{(\nu)}}) {}_r\beta_e^{(\nu+1)*} \right] \right] \left\{ \begin{matrix} >0 \\ =0 \end{matrix} \right. $$

(3.48)

mit

$${}_r\beta_e^{(\nu+1)*} = {}_r\beta^{(\nu+1)*}_{\varphi^{(\nu)}_{e\varsigma}} \qquad \text{nach (3.44) mit } s-1 \neq \nu$$

$${}_r\xi_v^{(\nu+1)} = {}_r\xi^{(\nu+1)}_{\varphi^{(\nu)}_{vw}} \qquad \text{nach (3.22)}$$

Ausgehend von ${}_rG_e^{(s-1)}$ nach (3.43) kann damit ${}_rG_e^{(s-2)}$ nach (3.48) bestimmt werden; daraus können dann rekursiv nach (3.48) alle restlichen ${}_rG_e^{(\nu)}$ für $\nu \in [2,s-3]$ berechnet werden.

Im benachbart unteren Muster hat das Koppelvielfach (e,ν) noch mindestens einen freien Ausgang in Richtung r, falls

$(1 - {}_r\xi_e^{(\nu)}) + {}_r\beta_e^{(\nu)*} = 1$ ist.

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,ν)

Hier muß ebenso wie beim Koppelvielfach v der Stufe s-1 die Anzahl der in die Richtung r freien Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) im benachbart unteren Muster bestimmt werden.

Es gelten wiederum die gleichen Bedingungen wie in Abschnitt 3.4.5.2.1, Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$, Fall B., allerdings ohne die dort durch die oberen Summationsgrenzen ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$ gegebenen Vereinfachungen; die Bedingung (a) entfällt wieder. Es müssen alle Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) betrachtet werden.

Es ist ${}_r\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma} = 1$ falls der Ausgang (ς, v,ν) durch den Ausgang (w,v,ν) blockiert ist.

$${}_r\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma} = (1 - s^{(\nu)*}_{v\varsigma})(1 - \xi^{(\nu)}_{v\varsigma})[\delta_{\varphi^{(\nu)}_{v\varsigma},\varphi^{(\nu)}_{vw}} \cdot {}_r\xi_v^{(\nu+1)} + (1 - \delta_{\varphi^{(\nu)}_{v\varsigma},\varphi^{(\nu)}_{vw}}) \cdot {}_r\beta_e^{(\nu+1)*}] \qquad (3.49)$$

mit

$${}_r\beta_e^{(\nu+1)*} = {}_r\beta^{(\nu+1)*}_{\varphi^{(\nu)}_{v\varsigma}} \qquad \text{nach (3.44) mit } s-1 \neq \nu$$

$${}_r\xi_v^{(\nu+1)} = {}_r\xi^{(\nu+1)}_{\varphi^{(\nu)}_{v\varsigma}} = {}_r\xi^{(\nu+1)}_{\varphi^{(\nu)}_{vw}} \qquad \text{nach (3.22)}$$

Die Zahl der durch den Ausgang (w,v,ν) blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) ergibt sich aus (3.46) für $s-1 \neq \nu$ zu

$${}_r\beta^{(\nu)}_{vw} = \sum_{\varsigma=1}^{k_\nu} {}_r\beta^{(\nu)}_{vw,\varsigma} \qquad (3.50)$$

Das Koppelvielfach (v,ν) besitzt damit im benachbart unteren Muster

$${}_r\eta^{(\nu)}_{vw} = k_\nu - s^{(\nu)*}_{v.} - {}_r\omega^{(\nu)}_{v.} + 1 + {}_r\beta^{(\nu)}_{vw} \qquad (3.51)$$

freie Ausgänge in Richtung r.

Die Stufe 1

In gleicher Weise wie in Abschnitt 3.4.5.2.1, Stufe 1, müssen auch hier nur die Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) betrachtet werden.

Auch hier gilt ${}_r\beta^{(1)}_{vw}$ nach (3.50) und ${}_r\beta^{(1)}_{vw,\varsigma}$ nach (3.49), sowie ${}_r\eta^{(1)}_{vw}$ nach (3.51).

Damit gelten die Beziehungen (3.49), (3.50) und (3.51) für die Stufen $\nu \in [1,s-2]$.

Der Koeffizient ${}_r\eta_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$

Bei der zufallsmäßigen Auswahl eines freien Weges wird in jedem Koppelvielfach entlang des Weges zufallsmäßig einer der freien Ausgänge ausgewählt. Damit kann der Koeffizient ${}_r\eta_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$ durch Multiplikation der Koeffizienten ${}_r\eta^{(\nu)}_{vw}$ nach (3.47) bzw. (3.51) bestimmt werden.

Es ist

$${}_r\eta_{v_1w_1\cdots w_{s-1}} = \left[\prod_{\nu=1}^{s-1} {}_r\eta^{(\nu)}_{vw}\right]^{-1}$$

mit

${}_r\eta^{(\nu)}_{vw}$ nach (3.51) für $\nu \in [1,s-2]$

(3.47) für $\nu = s-1$ ergibt sich

$${}_r\eta_{v_1w_1\cdots w_{s-1}} = \left[\prod_{\nu=1}^{s-1} (k_\nu - s^{(\nu)*}_{v.} - {}_r\omega^{(\nu)}_{v.} + 1 + {}_r\beta^{(\nu)}_{vw})\right]^{-1} \qquad (3.52)$$

mit

$s^{(\nu)*}_{v.}$ nach (3.11); ${}_r\omega^{(\nu)}_{v.}$ nach (3.23); ${}_r\beta^{(\nu)}_{vw}$ nach (3.50) für $\nu \in [1,s-2]$ und nach (3.46) für $\nu = s-1$.

3.4.5.2.3 Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs der Stufe 1; geordnetes Absuchen der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufen 2,..,s

Es wird hier die Betriebsart (d) nach Abschnitt 3.4.1 vorausgesetzt. Diese Betriebsart kann mit Hilfe der in den vorhergehenden Abschnitten hergeleiteten Beziehungen behandelt werden. Es gelten für die Stufen

$\nu \in [2,s-1]$ die Beziehungen nach Abschnitt 3.4.5.2.1

$\nu = 1$ die Beziehungen nach Abschnitt 3.4.5.2.2

Der Koeffizient ${}_r\eta_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$ wird damit

$$ {}_r\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \frac{\prod_{\nu=2}^{s-1} (1 - \beta_{vw}^{(\nu)})}{k_1 - s_{v.}^{(1)*} - {}_r\omega_{v.}^{(1)} + 1 + {}_r\beta_{vw}^{(1)}} \qquad (3.53) $$

mit

$\beta_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.40) für $\nu \in [2, s-2]$; nach (3.37) für $\nu = s-1$

${}_r\beta_{vw}^{(1)}$ nach (3.50); $s_{v.}^{(1)*}$ nach (3.11); ${}_r\omega_{v.}^{(1)}$ nach (3.23).

3.4.5.3 Ermitteln der Übergangsrate

Aus (2.18) erhält man dann mit (3.31), (3.34) und (3.42) bzw. (3.52) oder (3.53) die Übergangsrate von allen benachbart unteren Zustandsmustern $\{\tilde{x}-1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ als

$$ \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \qquad (3.54) $$

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{q_1} \sum_{w_1=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|) \cdot $$

$$ \cdot \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot {}_r\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} \cdot {}_r\lambda_v^* $$

mit

$$ {}_r\lambda_v^* = {}_r\alpha_v (i_1 - s_{v.}^{(1)*} + 1) \qquad (3.55) $$

Anrufrate im Koppelvielfach v in Richtung r im benachbart unteren Zustandsmuster, entsprechend (3.12)

κ_ν nach (3.4)

${}_r\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ nach (3.42) geordnetes Absuchen der Ausgänge
(3.52) zufallsmäßige Auswahl
(3.53) " " " eines Ausgangs des Koppelvielfachs der Stufe 1; geordnetes Absuchen der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufen 2,...,s.

3.4.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

3.4.6.1 Zufallsverkehr 2. Art

Aus den in den Abschnitten 3.4.2 bis 3.4.5 ermittelten Übergangsraten (3.21), (3.28), (3.30) und (3.54) ergibt sich nach (2.14) und (2.9) das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten zu:

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{q_1} \Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p(\|s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|) \prod_{\nu=1}^{s-1} [(1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - s_{vw}^{(\nu)})] (1 - {}_r\tau_{vw}^{(s-1)}) \psi_v \, {}_r\mu_v $$

$$ + \sum_{w_1=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|) \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot {}_r\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} \cdot {}_r\lambda_v^* \Bigg] $$

$$ - p(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{q_1} \Big[(1 - {}_r\varepsilon_v^{(1)}) \, {}_r\lambda_v + \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \, {}_r\mu_v \Big] = 0 \qquad (3.56) $$

mit

κ_ν	nach (3.4)	${}_r\mu_v$	nach (3.13)	$s_{vw}^{(\nu)*}$	nach (3.6)
$\varrho_{vw}^{(\nu)}$	nach (3.17)	${}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$	nach (3.19)	ψ_v	nach (3.15)
${}_r\varepsilon_v^{(1)}$	nach (3.22)	${}_r\lambda_v$	nach (3.12)	${}_r\lambda_v^*$	nach (3.55)

${}_r\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ nach (3.42) falls Betriebsart (a) nach Abschnitt 3.4.1
(3.52) " " (c) " " "
(3.53) " " (d) " " "

${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$ nach (3.32) falls Betriebsart (a)
(3.33) " " (c)

normiert durch die Bedingung

$$ \sum_{\tilde{x}} p(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)}\|) = 1 \qquad (3.57) $$

3.4.6.2 Zufallsverkehr 1. Art

Bei Zufallsverkehr 1. Art ist die Anrufrate konstant und unabhängig vom momentanen Belegungszustand. Deshalb gilt hier das Gleichungssystem (3.56) und (3.57) mit

$$ {}_r\lambda_v = {}_r\lambda_v^* = \text{const.} = \lambda(r,v) \neq \lambda(\tilde{x}) $$
$$ \psi_v = 1 \qquad (3.58) $$

3.4.6.3 Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art

Bei abgeschnittenem Zufallsverkehr 1. Art gilt nach (2.7.a) für die Anrufrate

$$ {}_r\lambda_v = {}_r\bar{\lambda}_v \cdot \psi_v \qquad (3.58.1) $$

mit

${}_r\bar{\lambda}_v = \lambda(r,v) \neq \lambda(\tilde{x})$ ψ_v nach (3.15)

und für

$$ {}_r\lambda_v^* = {}_r\bar{\lambda}_v \qquad (3.58.2) $$

Damit gilt in diesem Fall das Gleichungssystem (3.56) und (3.57) mit diesen Anrufraten.

3.4.6.4 Gemischter Verkehr

Wird dem Linksystem koppelvielfachweise unterschiedlich Zufallsverkehr 1. und 2. Art, möglicherweise auch abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art angeboten, dann gilt das Gleichungssystem (3.56) und (3.57) unverändert. Es muß lediglich für das jeweilige Koppelvielfach (v,1) ${}_r\lambda_v$ und ${}_r\lambda_v^*$ entsprechend den Beziehungen

	${}_r\lambda_v$	${}_r\lambda_v^*$
Zufallsverkehr 1. Art	(3.58)	
" " 2. Art	(3.12)	(3.55)
Abgeschnittener ZV. 1. Art	(3.58.1)	(3.58.2)

bestimmt werden, je nachdem, welche Eigenschaft der diesem Koppelvielfach angebotene Verkehr hat.

3.5 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Mit den durch das Gleichungssystem (3.56) und (3.57) ermittelten Zustandswahrscheinlichkeiten können mit Hilfe der vorgegebenen Verkehrsparameter

${}_r\alpha_v$: Anrufrate je freier Quelle des Koppelvielfachs v der Stufe 1 in Richtung r (Zufallsverkehr 2. Art), bzw.

${}_r\lambda_v$: Anrufrate je Koppelvielfach v der Stufe 1 in Richtung r (Zufallsverkehr 1. Art)

${}_r\mu_v$: Enderate je Belegung des Koppelvielfachs v der Stufe 1 in Richtung r

die charakteristischen Verkehrsgrößen (Verlust, Belastung, Angebot) bestimmt werden.

3.5.1 Die Verlustwahrscheinlichkeit

Die Verlustwahrscheinlichkeit ist definiert als Wahrscheinlichkeit, daß ein Belegungsversuch abgewiesen wird /30/. Sie ist gleich der relativen Anrufblockierung /30/, d.h. dem Verhältnis der blockierten Anrufe zur Gesamtzahl der angebotenen Anrufe.

Damit ergibt sich die Verlustwahrscheinlichkeit je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r zu

$$ {}_rB_v = \frac{\text{Zahl der im Koppelvielfach (v,1) in Richtung r abgewiesenen Rufe}}{\text{Zahl der im Koppelvielfach (v,1) in Richtung r eingetroffenen Rufe}} $$

$$ = \frac{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \cdot {}_r\xi_v^{(1)} \cdot {}_r\lambda_v \right]}{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \cdot {}_r\lambda_v \right]} \qquad (3.59) $$

wobei

$\sum_{\tilde{x}}$ alle Zustandsmuster des Systems enthält

${}_r\xi_v^{(1)}$ nach (3.22)

${}_r\lambda_v$ nach (3.12) für Zufallsverkehr 2. Art
(3.58) für Zufallsverkehr 1. Art, abgeschnittenem Zufallsverkehr 1. Art und gemischtem Verkehr

Entsprechend erhält man die Verlustwahrscheinlichkeit in Richtung r zu

$$ {}_rB = \frac{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{v=1}^{g_1} {}_r\xi_v^{(1)} \cdot {}_r\lambda_v \right]}{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{v=1}^{g_1} {}_r\lambda_v \right]} \qquad (3.60) $$

Die Verlustwahrscheinlichkeit je Koppelvielfach (v,1) ergibt sich als

$$ B_v = \frac{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{r=1}^{R} {}_r\xi_v^{(1)} \cdot {}_r\lambda_v \right]}{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{r=1}^{R} {}_r\lambda_v \right]} \qquad (3.61) $$

Die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit ergibt sich dann als

$$ B = \frac{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} {}_r\xi_v^{(1)} \cdot {}_r\lambda_v \right]}{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} {}_r\lambda_v \right]} \qquad (3.62) $$

3.5.2 Die Belastung

Die Belastung (Verkehrswert) ist definiert als die mittlere Anzahl gleichzeitig bestehender Belegungen /30/ :

$$ Y = \sum_{\tilde{x}} x \cdot p(\tilde{x}) $$

Damit ergibt sich die Belastung je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r zu

$$ {}_rY_v = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} d_{S(\nu)w_\nu, \kappa_\nu} \right] \qquad (3.63) $$

mit

κ_ν nach (3.4)

Entsprechend erhält man die Belastung je Richtung r zu

$$ {}_rY = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{v_{s-1}=1}^{g_{s-1}} \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \delta_{s_{vw}^{(s-1)},r}] \qquad (3.64) $$

Die Belastung je Koppelvielfach (v,1) ergibt sich zu

$$ Y_v = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)})\, s_{v.}^{(1)*}] \qquad (3.65) $$

mit

$s_{v.}^{(1)*}$ nach (3.11)

Die Gesamtbelastung des Linksystems ist gegeben durch

$$ Y = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{v=1}^{g_1} s_{v.}^{(1)*}] \qquad (3.66) $$

3.5.3 Das Angebot

Das Angebot ist definiert als Verkehrswert,der aufträte, wenn alle Belegungsversuche erfolgreich wären /30/.

Damit ergibt sich für das Angebot je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r

$$ {}_rA_v = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \frac{r\lambda_v}{r\mu_v}] \qquad (3.67) $$

mit

${}_r\lambda_v$ nach (3.12) für Zufallsverkehr 2. Art
nach (3.58) für Zufallsverkehr 1. Art, abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art und für gemischten Verkehr

${}_r\mu_v$ nach (3.13)

Entsprechend ergibt sich das Angebot in Richtung r

$$ {}_rA = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{v=1}^{g_1} \frac{r\lambda_v}{r\mu_v}] = \sum_{v=1}^{g_1} {}_rA_v \qquad (3.68) $$

Das Angebot je Koppelvielfach (v,1) erhält man als

$$ A_v = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{r=1}^{R} \frac{r\lambda_v}{r\mu_v}] = \sum_{r=1}^{R} {}_rA_v \qquad (3.69) $$

Das Gesamtangebot ist gegeben durch

$$ A = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} \frac{r\lambda_v}{r\mu_v}] = \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} {}_rA_v \qquad (3.70) $$

3.6 Sonderfälle

3.6.1 Das Linksystem mit s Stufen ohne Mischungen, ${}_1\tau_{\nu,\nu+1}=1$, für Richtungswahl

3.6.1.1 Das System und seine Kennzeichnung

Sind keine Mischungen vorgesehen und wird ein voll vermaschtes System zugrundegelegt (keine Linkblöcke), d.h. die Zahl der Ausgänge der Stufe ν, $\nu \in [1,s-1]$ ist gleich der Anzahl der Eingänge der Stufe $\nu+1$, so ergibt sich das in Bild 3.9 dargestellte System.

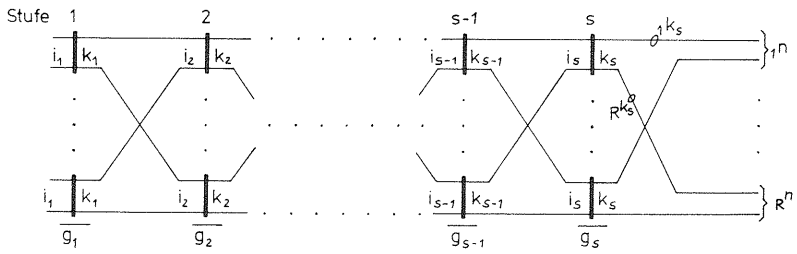


Bild 3.9: Linksystem mit s Stufen ohne Mischungen

Das System habe folgende Strukturparameter:

$s \geq 2$ Stufen

Bei Linksystemen mit s = 2 Stufen wird nur noch die Matrix $S^{(1)} = S^{(s-1)}$ zur Kennzeichnung des Zustandsmusters benötigt.

$$ \left.\begin{aligned} g_\nu \cdot k_\nu &= g_{\nu+1} \cdot i_{\nu+1} \\ k_\nu &= g_{\nu+1} \end{aligned}\right\} \quad \nu \in [1,s-1] $$

$$ \left.\begin{aligned} {}_rk_s &\geq 1 \\ {}_rn &= g_s \cdot {}_rk_s \end{aligned}\right\} \quad r \in [1,R] $$

d.h. ${}_1\tau_{\nu,\nu+1} = 1$ zwei Koppelvielfache benachbarter Stufen sind jeweils durch eine Zwischenleitung miteinander verbunden.

Hier werden die Mischungsmatrizen $\Theta^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-1]$ nicht mehr benötigt. Die Elemente der Koppelvielfachmatrizen $\phi^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-1]$ können analytisch bestimmt werden. Es werden im wesentlichen zwei verschiedene Arten der Verdrahtung angewendet:

a. Zwischenleitungen geordnet aufgelegt

In diesem Fall ist der Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe ν mit dem Koppelvielfach w der Stufe $\nu+1$ verbunden.

Damit wird $\varphi_{vw}^{(\nu)}$:

$$ \varphi_{vw}^{(\nu)} = w_\nu \neq f(v_\nu) \qquad (3.71) $$

b. Zwischenleitungen zyklisch vertauscht aufgelegt
Dabei ist jeweils der Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe ν mit dem Koppelvielfach $(v+w-1)_{\mathrm{mod}\ g_{\nu+1}}$ der Stufe $\nu+1$ verbunden.
Es ist somit

$$\varphi_{vw}^{(\nu)} = (v+w-1)_{\mathrm{mod}\ g_{\nu+1}} \tag{3.72}$$

3.6.1.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

Durch den Wegfall der Mischungen ergeben sich Vereinfachungen bei der Bestimmung der Koeffizienten. So ist hier eine Blockierung durch Mischung nicht mehr möglich, damit wird aus (3.17)

$$\varsigma_{vw}^{(\nu)} = 0 \quad \text{für} \quad \nu \in [1, s-1] \tag{3.73}$$

Dadurch vereinfacht sich die Bestimmung der Koeffizienten

$r\omega_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.24) und (3.25)
$\sigma_e^{(\nu)}$ nach (3.35) und (3.38)
$\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)}$ nach (3.36) und (3.39)
$r\sigma_e^{(\nu)}$ nach (3.43) und (3.48)
$r\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)}$ nach (3.45) und (3.49)

Damit ergibt sich das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten zu

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{g_1}\Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_1}\cdots\sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p\left(\|s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 d_{iv}^{(1)} d_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} d_{iv}^{(s-1)} d_{jw}^{(s-1)}\|\right)\prod_{\nu=1}^{s-1}(1-s_{vw}^{(\nu)*})(1-r\tau_{vw}^{(s-1)})\psi_v\, r(\mu_v$$

$$+\sum_{w_1=1}^{r\varepsilon_v^{(1)}}\cdots\sum_{w_{s-1}=1}^{r\varepsilon_v^{(s-1)}} p\left(\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 d_{iv}^{(1)} d_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} d_{iv}^{(s-1)} d_{jw}^{(s-1)}\|\right)\prod_{\nu=1}^{s-1}\delta_{s_{vw}^{(\nu)},\kappa_\nu}\, r\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}\, r\lambda_v^*\Bigg]$$

$$- p\left(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)}\|\right)\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{g_1}\left[(1-r\varsigma_v^{(1)})\, r\lambda_v + \sum_{w_1=1}^{k_1}\cdots\sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}}\prod_{\nu=1}^{s-1}\delta_{s_{vw}^{(\nu)},\kappa_\nu}\, r\mu_v\right] = 0 \tag{3.74}$$

mit

κ_ν nach (3.4) $r\mu_v$ nach (3.13) $s_{vw}^{(\nu)*}$ nach (3.6)
$r\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.19) ψ_v nach (3.15) $r\varsigma_v^{(1)}$ nach (3.22)
$r\lambda_v$ nach (3.12) $r\lambda_v^*$ nach (3.55)

$r\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ nach (3.42) falls Betriebsart (a) nach Abschnitt 3.4.1
(3.52) (c)
(3.53) (d)

normiert durch

$$\sum_{\tilde{x}} p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)}) = 1 \tag{3.75}$$

3.6.1.3 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Die charakteristischen Verkehrsgrößen berechnen sich nach den in Abschnitt 3.5 abgeleiteten Beziehungen unter Berücksichtigung der hier angegebenen Modifikationen aus den nach (3.74) und (3.75) berechneten Zustandswahrscheinlichkeiten.

3.6.2 Das Linksystem mit s Stufen und Mischungen zwischen den Stufen für Mischwahl

3.6.2.1 Das System und seine Kennzeichnung

Mischwahl bedeutet den Sonderfall von Richtungswahl für R = 1; damit ergibt sich das Linksystem nach Bild 3.10:

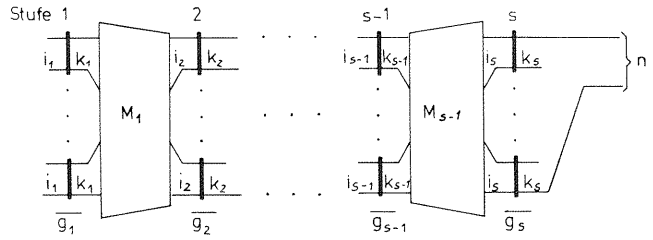


Bild 3.10: Linksystem mit s Stufen für Mischwahl

Das System hat die gleichen Strukturparameter wie das in Abschnitt 3.2.1 beschriebene System für Richtungswahl mit dem Unterschied:

$$n = g_s \cdot k_s$$

Das System hat nur ein Abnehmerbündel.

Durch R = 1 vereinfacht sich die Beschreibung der Zustandsmuster. Eine explizite Kennzeichnung der Belegung der Ausgänge der Stufe s-1 ist nicht mehr erforderlich; die Matrix $S^{(s-1)}$ kann somit bei der Beschreibung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ entfallen. Dies wird dadurch möglich, daß zwischen den Ausgängen eines Koppelvielfachs der Stufe s nicht mehr unterschieden werden muß, da alle Ausgänge der Stufe s zu demselben Abnehmerbündel führen.

Deshalb genügt es, wenn wie bei Richtungswahl die Matrix $S^{(s-2)}$ die Nummern der belegten Ausgänge der Koppelvielfache der Stufe s-1 enthält; Mit den Koppelvielfachmatrizen $\phi^{(s-2)}$ und $\phi^{(s-1)}$ kann dann ermittelt werden, zu welchem Koppelvielfach der Stufe s der über den jeweiligen Ausgang der Stufe s-2 durchgeschaltete Weg führt. Diese

Ersparnis an zu speichernder Information zur Kennzeichnung der einzelnen Zustandsmuster führt allerdings zu einem etwas erhöhten Aufwand bei der Bestimmung der benachbarten Zustandsmuster.

Die Bedeutung der Matrizen $S^{(1)},\ldots,S^{(s-3)}$ bleibt ebenfalls unverändert.

Eine Ausnahme stellt das Linksystem mit s = 2 Stufen dar. Hier genügt zur Kennzeichnung der Zustandsmuster eine Matrix $S^{(1)}$, deren Elemente s_{ij} nur der Werte 0 und 1 fähig sind. Dieses System wurde für den Sonderfall: keine Mischung, $g_1 = i_2$ und $k_1 = g_2$ sowie Zufallsverkehr 1. Art von G.P. Basharin gelöst /37/; mit Mischungen, sowie Zufallsverkehr 1. oder 2. Art wurde eine Lösung in /78/ angegeben.

3.6.2.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

Es wird hier nur der allgemeinere Fall s ≥ 3 Stufen betrachtet; s = 2 siehe /37,78/, wobei für abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art (nach 3.4.6.3) bzw. gemischten Verkehr (nach 3.4.6.4) die Anrufraten noch entsprechend modifiziert werden müssen.

Da die Anzahl der Abnehmerbündel R = 1 ist, entfällt der Index r. Damit wird die Anrufrate λ_v aus (3.12)

$$\lambda_v = \alpha_v (i_1 - s_{v.}^{(1)*}) \tag{3.76}$$

und die Enderate μ_v aus (3.13)

$$\mu_v = \frac{1}{h_v} \tag{3.77}$$

Zur Bestimmung der benachbart oberen und unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ aus dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ wird auch der Belegungszustand der einzelnen Ausgänge der Koppelvielfache der Stufe s-1 benötigt. Zunächst ist durch die Matrizen $S^{(1)},\ldots,S^{(s-2)}$ nur der Belegungszustand der Ausgänge der Stufen 1,...,s-2 im betrachteten Zustandsmuster gekennzeichnet. Der Belegungszustand der Ausgänge der Stufe s-1 wird nun aus der Matrix $S^{(s-2)}$ abgeleitet: ist $s_{vw}^{(s-2)} > 0$, so gibt der Wert des Elementes $s_{vw}^{(s-2)}$ an, mit welchem Ausgang $s_{vw}^{(s-2)}$ des Koppelvielfachs $(\varphi_{vw}^{(s-2)}, s\text{-}1)$ der Ausgang (w,v,s-2) verbunden ist. Dieser Ausgang der Stufe s-1 ist damit belegt. Es ist

$$s_{vw}^{(s-1)*} = \sum_{y=1}^{g_{s-2}} \sum_{z=1}^{k_{s-2}} \delta_{s_{yz}^{(s-2)},w} \cdot \delta_{\varphi_{yz}^{(s-2)},v} \tag{3.78}$$

Damit ist $s_{vw}^{(s-1)*}$ = 1, falls der Ausgang (w,v,s-1) belegt ist
= 0, falls dieser Ausgang nicht belegt ist.

Weiter ergeben sich gegenüber Richtungswahl die im folgenden näher beschriebenen Änderungen.

3.6.2.2.1 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Um zu bestimmen, ob der Ausgang (w,v,s-1) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe s-1 blokkiert ist, gibt es zwei Möglichkeiten:

— direkt aus den Belegungszuständen der Ausgänge der Stufe s-2

$$\varsigma_{vw}^{(s-1)} = \varsigma_{\varphi_{vw}^{(s-1)},w}^{(s-1)} = \sum_{y=1}^{g_{s-2}} \sum_{z=1}^{k_{s-2}} (1 - \delta_{vy}^{(s-2)} \delta_{wz}^{(s-2)}) \cdot s_{yz}^{(s-2)*} \cdot \delta_{\varphi_{yz}^{(s-1)},s_{yz}^{(s-2)},\varphi_{vw}^{(s-1)},w} \tag{3.79}$$

— mit Hilfe von $s_{vw}^{(s-1)*}$ nach (3.78)

In diesem Fall ergibt sich $\varsigma_{vw}^{(s-1)}$ in gleicher Weise wie bei Richtungswahl nach (3.17) zu

$$\varsigma_{vw}^{(s-1)} = \sum_{\substack{y=1 \\ y\neq v}}^{g_{s-1}} \sum_{z=1}^{k_{s-1}} s_{yz}^{(s-1)*} \cdot \delta_{\varphi_{yz}^{(s-1)},\varphi_{vw}^{(s-1)}} \tag{3.80}$$

Die Bestimmung der Werte $\varsigma_{vw}^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-2]$ nach (3.17) bleibt unverändert.

Ganz entsprechend kann für den Ausgang (w,v,s-1) bestimmt werden, ob er rückwärts blockiert ist

- aus den Belegungszuständen der Ausgänge der Stufe s-2

$$\tau_{vw}^{(s-1)} = \tau_{\varphi_{vw}^{(s-1)}}^{(s-1)} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{y=1}^{g_{s-2}} \sum_{z=1}^{k_{s-2}} s_{yz}^{(s-2)*} \cdot \delta_{\varphi_{yz}^{(s-1)},s_{yz}^{(s-2)},\varphi_{vw}^{(s-1)},w} \left\{\begin{matrix} = k_s \\ < k_s \end{matrix}\right. \tag{3.81}$$

- mit Hilfe von $s_{vw}^{(s-1)*}$ nach (3.78)

Hier wird $\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.19) bestimmt, es ist

$$\tau_{vw}^{(s-1)} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{y=1}^{g_{s-1}} \sum_{z=1}^{k_{s-1}} s_{yz}^{(s-1)*} \cdot \delta_{\varphi_{yz}^{(s-1)},\varphi_{vw}^{(s-1)}} \left\{\begin{matrix} = k_s \\ < k_s \end{matrix}\right. \tag{3.82}$$

Durch $(1 - \varsigma_{vw}^{(s-1)})$ bzw. $(1 - \tau_{vw}^{(s-1)})$ werden somit alle diejenigen Muster ausgeschlossen, bei denen im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ der Ausgang (w,v,s-1) durch Mischung bzw. rückwärts blockiert ist.

Damit ergibt sich die Übergangsrate für den Übergang "von oben" nach (2.15) bzw. (3.21) zu

$$\sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \tag{3.83}$$

$$\sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p\left(\left\|s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\right\|, \ldots, \left\|s_{ij}^{(s-2)} + \kappa_{s-2} \delta_{iv}^{(s-2)} \delta_{jw}^{(s-2)}\right\|\right) \prod_{\nu=1}^{s-1} \left[(1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - \varsigma_{vw}^{(\nu)})\right] (1 - \tau_{vw}^{(s-1)}) \cdot \psi_v \cdot \mu_v$$

mit

κ_ν nach (3.4)
ψ_v nach (3.15)
μ_v nach (3.77)
$\varsigma_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.17) für $\nu \in [1,s-2]$, (3.80) für $\nu = s-1$
$s_{vw}^{(\nu)*}$ nach (3.6) für $\nu \in [1,s-2]$, (3.78) für $\nu = s-1$
$\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.82)

3.6.2.2.2 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \rightarrow \{\tilde{x}+1\}$

Beim Übergang "nach oben" ergibt sich keine wesentliche Änderung gegenüber der in Abschnitt 3.4.3 hergeleiteten Übergangsrate. Die Übergangsrate wird damit nach (2.16) bzw. (3.28)

$$\{\tilde{x}\} \rightarrow \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} = p(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-2)}\|) \sum_{v_1=1}^{q_1} (1 - \xi_v^{(1)}) \cdot \lambda_v \qquad (3.84)$$

mit

λ_v nach (3.76)

$\xi_v^{(1)}$ nach (3.22)

3.6.2.2.3 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \rightarrow \{\tilde{x}-1\}$

Hier ergibt sich aus Abschnitt 3.4.4 mit den oben getroffenen Einschränkungen für Mischwahl die Übergangsrate zu

$$\{\tilde{x}\} \rightarrow \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} = p(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-2)}\|) \sum_{v_1=1}^{q_1} s_{v.}^{(1)*} \cdot \mu_v \qquad (3.85)$$

mit

$s_{v.}^{(1)*}$ nach (3.11)

Die wesentliche Vereinfachung gegenüber (3.30) ergibt sich hier aus der Tatsache, daß es nicht mehr erforderlich ist, den Weg durch das gesamte Linksystem zu ermitteln, da alle Belegungen zu demselben Abnehmerbündel führen. Deshalb genügt es hier, die Anzahl der belegten Ausgänge einer Stufe, z.B. also der ersten Stufe, zu ermitteln.

3.6.2.2.4 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \rightarrow \{\tilde{x}\}$

Mit den Gleichungen (2.18) sowie (3.31) und (3.42) bzw. (3.52) oder (3.53) kann die Übergangsrate in diesem Fall, in analoger Weise wie in Abschnitt 3.4.5 hergeleitet, bestimmt werden. Dabei sind die Einschränkungen für Mischwahl zu berücksichtigen. Es ist

$$\sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} \rightarrow \{\tilde{x}\} = \qquad (3.86)$$

$$\sum_{v_1=1}^{q_1} \sum_{w_1=1}^{\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-2)} - \kappa_{s-2} \delta_{iv}^{(s-2)} \delta_{jw}^{(s-2)}\|) \prod_{\nu=1}^{s-2} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot \eta_{v, w_1 \cdots w_{s-1}} \cdot \lambda_v^*$$

mit

$$\lambda_v^* = \alpha_v (i_1 - s_{v.}^{(1)*} + 1) \text{ analog zu (3.55)} \qquad (3.87)$$

$\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ nach (3.42) oder (3.52) bzw. (3.53), wobei die Einschränkungen für Mischwahl zu berücksichtigen sind.

3.6.2.2.5 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

Mit den in den Abschnitten 3.6.2.2.1 bis 4 hergeleiteten Übergangskoeffizienten (3.83), (3.84), (3.85) und (3.86) ergibt sich das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten nach (2.14) und (2.9) bzw. (3.56) und (3.57) zu (3.88)

$$\sum_{v_1=1}^{q_1} \Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p(\|s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-2)} + \kappa_{s-2} \delta_{iv}^{(s-2)} \delta_{jw}^{(s-2)}\|) \prod_{\nu=1}^{s-1} [(1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - \xi_{vw}^{(\nu)})](1 - \tau_{vw}^{(s-1)}) \cdot \psi_v \cdot \mu_v$$

$$+ \sum_{w_1=1}^{\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-2)} - \kappa_{s-2} \delta_{iv}^{(s-2)} \delta_{jw}^{(s-2)}\|) \prod_{\nu=1}^{s-2} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot \eta_{v, w_1 \cdots w_{s-1}} \cdot \lambda_v^* \Bigg]$$

$$- p(\|s_{ij}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-2)}\|) \sum_{v_1=1}^{q_1} \left[(1 - \xi_v^{(1)}) \cdot \lambda_v + s_{v.}^{(1)*} \cdot \mu_v \right] = 0$$

mit den bei den Beziehungen (3.83),...,(3.86) angegebenen Bedeutungen der einzelnen Koeffizienten.

normiert durch die Bedingung

$$\sum_{\tilde{x}} p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) = 1 \qquad (3.89)$$

3.6.2.3 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Entsprechend den Definitionen in Abschnitt 3.5 ergibt sich aus den nach 3.6.2.2.5 bestimmten Zustandswahrscheinlichkeiten der Verlust B_v je Koppelvielfach (v,1) zu

$$B_v = \frac{\sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) \, \xi_v^{(1)} \lambda_v]}{\sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) \, \lambda_v]} \qquad (3.90)$$

und der Gesamtverlust zu

$$B = \frac{\sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) \sum_{v=1}^{q_1} \xi_v^{(1)} \lambda_v]}{\sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) \sum_{v=1}^{q_1} \lambda_v]} \qquad (3.91)$$

mit

$\xi_v^{(1)}$ nach (3.22) und λ_v nach (3.76)

Ferner wird die Belastung Y_v eines Koppelvielfachs (v,1)

$$Y_v = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) \cdot s_{v.}^{(1)*}] \qquad (3.92)$$

mit

$s_{v.}^{(1)*}$ nach (3.11)

und die Gesamtbelastung Y des Systems

$$Y = \sum_{\tilde{x}} [p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) \sum_{v=1}^{q_1} s_{v.}^{(1)*}] \qquad (3.93)$$

Das Angebot A_v je Koppelvielfach (v,1) kann bestimmt werden als

$$A_v = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) \frac{\lambda_v}{\mu_v} \right] \tag{3.94}$$

und das Gesamtangebot A als

$$A = \sum_{v=1}^{g_1} A_v \tag{3.95}$$

3.6.3 Das Linksystem mit s Stufen ohne Mischungen, $1_{\nu,\nu+1}=1$, für Mischwahl

3.6.3.1 Das System und seine Kennzeichnung

Mit der Einschränkung $1_{\nu,\nu+1}=1$ wird ein häufig verwendeter Sonderfall betrachtet. Es sind somit keine Linkblöcke vorhanden, sondern ein voll vermaschtes System (Bild 3.11).

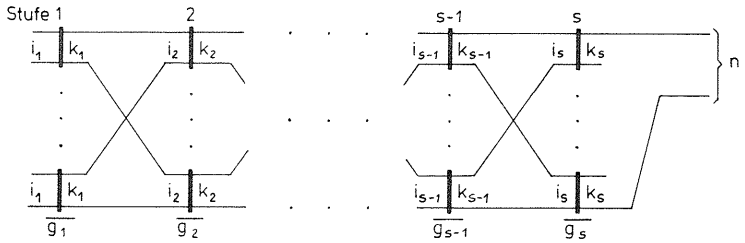


Bild 3.11: Linksystem mit s Stufen ohne Mischungen für Mischwahl

Das System hat die gleichen Strukturparameter wie das in Abschnitt 3.6.1.1 beschriebene System für Richtungswahl. Es bestehen jedoch folgende Unterschiede:

$n = g_s \cdot k_s$ das System hat nur ein Abnehmerbündel

$s \geq 3$ Stufen

Derartige Linksysteme mit s = 2 Stufen wurden in /37,78/ berechnet.

Wie in Abschnitt 3.6.1.1 ebenfalls gezeigt wurde, können die Mischungsmatrizen $\Theta^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-1]$ entfallen, da keine Mischungen vorhanden sind. Die Elemente der Koppelvielfachmatrizen $\phi^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-1]$ können analytisch bestimmt werden; die beiden wichtigsten Sonderfälle wurden ebenfalls in Abschnitt 3.6.1.1 angegeben.

3.6.3.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

Mit den in Abschnitt 3.6.1.2 angegebenen Vereinfachungen durch den Wegfall der Mischungen und den in Abschnitt 3.6.2 hergeleiteten Besonderheiten für Mischwahl ergibt sich aus (3.74) und (3.75) das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten zu

$$\sum_{v_1=1}^{g_1} \Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p(\| s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \|, \ldots, \| s_{ij}^{(s-2)} + \kappa_{s-2} \delta_{iv}^{(s-2)} \delta_{jw}^{(s-2)} \|) \prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - \tau_{vw}^{(s-1)}) \psi_v \mu_v$$

$$+ \sum_{w_1=1}^{\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\| s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \|, \ldots, \| s_{ij}^{(s-2)} - \kappa_{s-2} \delta_{iv}^{(s-2)} \delta_{jw}^{(s-2)} \|) \prod_{\nu=1}^{s-2} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}} \lambda_v^* \Bigg]$$

$$- p(\| s_{ij}^{(1)} \|, \ldots, \| s_{ij}^{(s-2)} \|) \sum_{v_1=1}^{g_1} \left[(1 - \xi_v^{(1)}) \lambda_v + s_{v.}^{(1)*} \mu_v \right] = 0 \tag{3.96}$$

mit

κ_ν	nach (3.4)	$\tau_{vw}^{(s-1)}$	nach (3.82)	$\xi_v^{(1)}$	nach (3.22)
ψ_v	nach (3.15)	λ_v	nach (3.76)	$s_{v.}^{(1)*}$	nach (3.11)
μ_v	nach (3.77)	λ_v^*	nach (3.87)		

$s_{vw}^{(\nu)*}$ nach (3.6) für $\nu \in [1,s-2]$, (3.78) für $\nu = s-1$

$\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ nach (3.42) oder (3.52) oder (3.53), wobei die Vereinfachungen durch Mischwahl und Wegfall der Mischungen zu berücksichtigen sind.

normiert durch die Bedingung

$$\sum_{\tilde{x}} p(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-2)}) = 1 \tag{3.97}$$

3.6.3.3 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Die charakteristischen Verkehrsgrößen werden nach den in Abschnitt 3.6.2.3 hergeleiteten Beziehungen bestimmt.

3.7 Beispiele

3.7.1 Rechnungsgang

In den vorhergehenden Abschnitten dieses Kapitels wurde das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten hergeleitet und gezeigt, wie mit den daraus berechneten Zustandswahrscheinlichkeiten die charakteristischen Verkehrsgrößen berechnet werden können.

Hier wird die praktische Durchführung dieser Berechnung dargestellt. Dazu wird das Problem in mehrere Einzelschritte zerlegt:

1. Ermitteln aller erlaubten (im jeweiligen Linksystem technisch möglichen) Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ und speichern derselben in einer geordneten dichten Liste.

   Dabei werden folgende Bedingungen berücksichtigt:
   - Strukturparameter
     Zahl der Stufen des Linksystems s
     Zahl der Koppelvielfache q_ν, $\nu \in [1,s]$
     Zahl der Ein- und Ausgänge jedes Koppelvielfachs der Stufe ν, k_ν
     Verdrahtung der Ausgänge der Stufe ν $\Theta^{(\nu)}$, $\phi^{(\nu)}$
     Zahl der Ausgänge jedes Koppelvielfachs der Stufe s in Richtung r $_r k_s$, $r \in [1,R]$
   - Belegungszustand
     Zahl der belegten Eingänge eines Koppelvielfachs ist gleich der Zahl der belegten Ausgänge dieses Koppelvielfachs
     Alle von Eingängen der Stufe 1 zu Ausgängen der Stufe s durchgeschalteten Wege benutzen verschiedene Ein- und Ausgänge in allen Koppelvielfachen entlang des Weges durch das Linksystem (keine Doppelbelegungen).

2. Ermitteln der benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ zu jedem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ sowie der jeweiligen Übergangskoeffizienten "von/nach oben und von/nach unten".

   Damit ist das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten (3.56) und (3.57) aufgestellt.

3. Lösen des Gleichungssystems
   Das Gleichungssystem wird iterativ gelöst und zwar mittels des Überrelaxationsverfahrens /34, 53, 88/.

   Dieses Verfahren ist besonders zweckmäßig bei dünn besetzten Gleichungssystemen von hohem Rang, wie sie hier gegeben sind. Dabei können entweder das ganze Gleichungssystem oder nur die jeweiligen Näherungen der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(\tilde{x})$ gespeichert werden. Im letzteren Fall müssen allerdings bei jedem Iterationsschritt alle Koeffizienten der einzelnen Gleichungen sowie die jeweils benachbarten Zustandsmuster neu bestimmt werden, was eine hohe Rechenzeit zur Folge hat. Im allgemeinen kann man damit (in gewissen Grenzen) Speicherplatz und Rechenzeit gegeneinander austauschen.
   Bei kleinen Linksystemen wird deshalb, um Rechenzeit zu sparen, zuerst das Gleichungssystem aufgestellt, dieses abgespeichert und dann gelöst.

   Bei der Anwendung eines iterativen Verfahrens muß eine Anfangsnäherung vorgegeben werden. Als Anfangsnäherung wurde einheitlich eine Gleichwahrscheinlichkeit aller Zustandsmuster angenommen.

4. Berechnen der charakteristischen Verkehrsgrößen
   Aus den in Schritt 3 berechneten Zustandswahrscheinlichkeiten $p(\tilde{x})$ werden die charakteristischen Verkehrsgrößen (Verlust, Belastung, Angebot, usw.) nach den in Abschnitt 3.5 hergeleiteten Beziehungen berechnet.

Diese vier Schritte wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit und des verfügbaren Speicherplatzes in folgenden drei (FORTRAN-) Programmen realisiert.

Programm 1: Ermitteln der erlaubten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$
Dies ist für ein bestimmtes Linksystem nur einmal erforderlich. Als Daten werden alle $\{\tilde{x}\}$ in Form einer geordneten Liste ausgegeben; diese wird im zweiten Programm als Eingabe verwendet.

Programm 2: Aufstellen des Gleichungssystems der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(\tilde{x})$.
Dies erfolgt jeweils für die im Programm 1 ermittelten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ und für bestimmte vorgegebene Anruf- und Enderaten.
Als Ergebnis wird das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten ausgegeben.

Programm 3: Lösen des Gleichungssystems der Zustandswahrscheinlichkeiten, Berechnen der charakteristischen Verkehrsgrößen.
Hier wird das mit dem Programm 2 aufgestellte Gleichungssystem iterativ gelöst, und mit den so berechneten Zustandswahrscheinlichkeiten $p(\tilde{x})$ werden die charakteristischen Verkehrsgrößen berechnet.

3.7.2 Erläuterungen zur Berechnung

Konvergenz: Beim Relaxationsverfahren wird die Zahl der zum Erreichen einer bestimmten Genauigkeit (vgl. nachfolgenden Abschnitt) benötigten Iterationsschritte (IT) stark von der Wahl des Relaxationsfaktors (REL) beeinflußt. Da bis heute noch keine allgemeine, praktisch anwendbare Theorie für die Wahl eines optimalen Relaxationsfaktors bekannt ist, muß hierbei auf Erfahrungswerte zurückgegriffen werden. Der optimale Relaxationsfaktor hängt dabei sowohl von der Größe des Linksystems (Zahl der möglichen Zustands-

muster = Rang des Gleichungssystems), als auch vom angebotenen Verkehr ab. In /53,88/ wurde für einstufige Koppelanordnungen gezeigt, daß die Abhängigkeit vom Verkehr relativ schwach ist, während der Rang des Gleichungssystems einen wesentlichen Einfluß hat. Deshalb wurde hier der Relaxationsfaktor für ein bestimmtes Linksystem ebenfalls einheitlich festgelegt, so für das in Abschnitt 3.7.3 untersuchte System: REL = 1,3. Diese Annahme lieferte im allgemeinen gute Ergebnisse, d.h. die Zahl der benötigten Iterationsschritte war klein und ungefähr konstant bei unterschiedlichen Anruf- und Enderaten.

Genauere Untersuchungen zeigten jedoch, daß besonders bei stark unsymmetrischer Belastung des Linksystems die Zahl der benötigten Iterationsschritte (IT) größer wird und sich der optimale Relaxationsfaktor REL_{opt} zu höheren Werten hin verschiebt (Bild 3.12). Dabei ist jedoch zu beachten, daß die Zahl der benötigten Iterationsschritte für einen Wert $REL > REL_{opt}$ wesentlich schneller ansteigt, als für Werte $REL < REL_{opt}$. Aus diesem Grund wurde bei diesem Linksystem am Wert REL = 1,3 für alle Berechnungen festgehalten.

Genauigkeitsschranke: Neben dem Relaxationsfaktor bestimmt hauptsächlich die vorgegebene Genauigkeitsschranke die zur Berechnung benötigte Anzahl von Iterationsschritten. Diese Genauigkeitsschranke kann auf verschiedene Arten festgelegt werden /53/. Hier wurde folgende Schranke gewählt

$$\sum_{\tilde{x}} |p_i(\tilde{x}) - p_{i-1}(\tilde{x})| = EPS2$$

Dabei kennzeichnet i den i-ten Iterationsschritt; EPS2 stellt die vorgegebene Schranke dar. Im allgemeinen wurde $EPS2 = 10^{-9}$ festgelegt, dadurch sind die einzelnen Zustandswahrscheinlichkeiten auf absolut $< 10^{-9}$ genau.

Rechenzeiten: Die Berechnungen wurden für das in Bild 3.13 dargestellte Linksystem mit s = 3 Stufen auf dem Digitalrechner TR 4 durchgeführt. Dabei benötigte das Programm 1 ca. 2 min. Das Programm 2 benötigte zum Aufstellen des Gleichungssystems ca. 1,5 min. Ungefähr die gleiche Zeit benötigte das Programm 3 zum Lösen des Gleichungssystems und Berechnen der charakteristischen Verkehrsgrößen. Dabei waren etwa 20 bis 25 Iterationsschritte erforderlich, um die geforderte Genauigkeit zu erhalten.

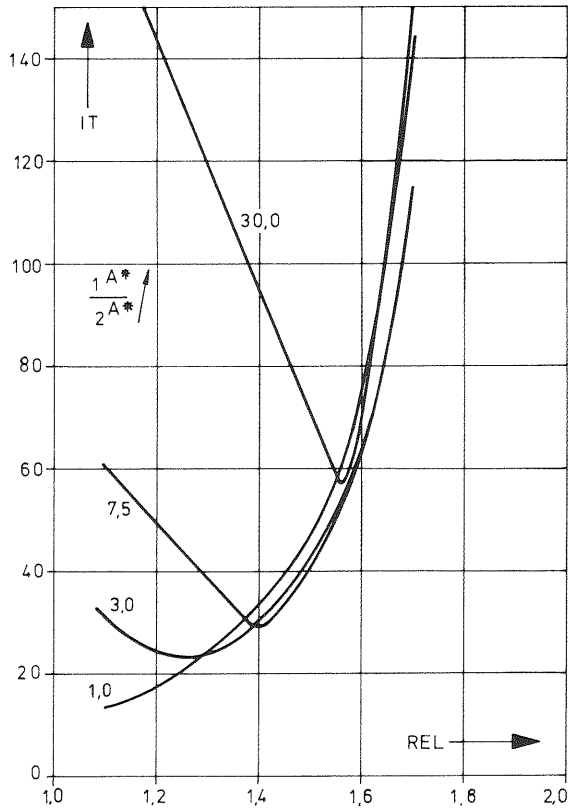
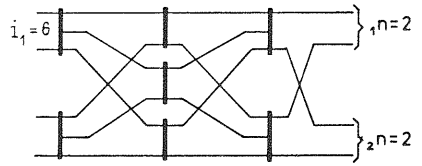


Bild 3.12: Anzahl der Iterationszyklen IT als Funktion des Relaxationsfaktors REL bei schiefer Last
Parameter: Verhältnis der Leerlaufangebote $\frac{1A^*}{2A^*}$
mit $rA^* = \sum_{v=1}^{g_1} \frac{r\alpha_v}{r\mu_v} \cdot i_1 \quad , r = 1,2$
Vorgegebene Genauigkeitsschranke: $EPS2 = 10^{-9}$
System



Absuchmodus:
Geordnet von fester Nullstellung

3.7.3 Beispiel

Es wurde ein Linksystem mit s = 3 Stufen (Bild 3.13) untersucht. Dabei wurde der Einfluß folgender Parameter ermittelt:
- Auflegungsart der Zwischenleitungen zwischen Stufe 1 und 2 / 2 und 3
- Zahl der Verkehrsquellen je Koppelvielfach der Stufe 1
- Unterschiedliche Anruf- und/oder Enderaten (Schiefes Angebot).

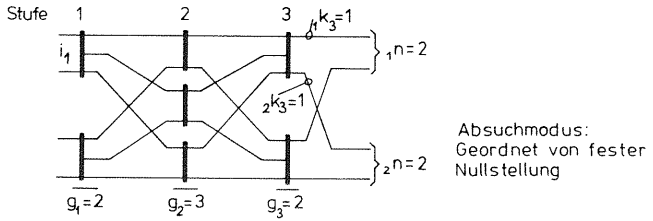


Bild 3.13: Linksystem für Richtungswahl

Bei diesem Linksystem gibt es 817 mögliche Zustandsmuster ($i_1 \geq k_1$).

Die wichtigsten Ergebnisse sind in den Bildern 3.14 bis 3.22 dargestellt.

3.7.4 Ergebnisse

Bild 3.14 zeigt die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit B als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung $_rY/_rn$ bei gleichverteiltem Angebot. Dabei bedeutet "gleichverteiltes Angebot", daß die Anrufraten $_r\lambda_v$ bzw. $_r\alpha_v$ und die Enderaten $_r\mu_v$ (r=1,2; v=1,2) jeweils gleich groß für alle Koppelvielfache v der Stufe 1 und Richtungen r der Abnehmerbündel sind. Weiter sind damit die Verlustwahrscheinlichkeit $_rB_v$ für den im Koppelvielfach v der Stufe 1 in Richtung r einfallenden Verkehr, die Verlustwahrscheinlichkeit B_v für den im Koppelvielfach v der Stufe 1 einfallenden Verkehr und die Verlustwahrscheinlichkeit $_rB$ für den in Richtung r einfallenden Verkehr gleich groß und gleich dem Gesamtverlust B.

Parameter ist dabei die Zahl der an ein Koppelvielfach der Stufe 1 angeschlossenen Verkehrsquellen i_1. Das Diagramm zeigt somit auch, wie mit steigender Zahl von Verkehrsquellen - bei konstanter Belastung der Abnehmerleitungen - der Verlust ansteigt.

Bild 3.15 zeigt die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit B ($=_rB_v =_rB=B_v$ mit r=1,2 (Richtung der Abnehmerbündel) und v=1,2 (Koppelvielfach der Stufe 1)) als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art ($i_1 < \infty$).

Parameter ist dabei wieder die Zahl der an ein Koppelvielfach der Stufe 1 angeschlossenen Verkehrsquellen i_1. Das Leerlaufangebot A^* ist dabei definiert als das Angebot, welches erzeugt wird, wenn alle Verkehrsquellen frei sind, d.h.

$$A^* = \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} \frac{_r\alpha_v \cdot i_1}{_r\mu_v}$$

Das Bild zeigt, wie bei konstantem Leerlaufangebot der Verlust B mit der Anzahl der Verkehrsquellen ansteigt.

Bild 3.16 zeigt die Wahrscheinlichkeit p(x) für den Zustand "x Wege durch das Linksystem belegt" in Abhängigkeit von der Belastung je Abnehmerleitung $_rY/_rn$ bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 1. Art.

Diese Zustandswahrscheinlichkeiten p(x) werden aus den durch das Gleichungssystem (3.56) und (3.57) berechneten Zustands(muster)-wahrscheinlichkeiten $p(\tilde{x})$ berechnet. Es ist

$$p(x) = \sum_{\tilde{x}} p(\tilde{x}) \cdot \delta_{x, s_{\cdot\cdot}^{(1)*}}$$

mit

$$s_{\cdot\cdot}^{(1)*} = \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{k_1} s_{vw}^{(1)*} \qquad x \in [0, \mathrm{Min}[g_v(\mathrm{Min}[i_v, k_v])]]$$

($\in [0,4]$ für das System nach Bild 3.13)

Für $_rY/_rn$ = 0, d.h. für das leere System ist p(0) = 1 und p(>0) = 0. Mit steigender Belastung fällt p(0), während die Wahrscheinlichkeiten p(>0) alle zunächst ansteigen und dann teilweise bei höheren Werten von $_rY/_rn$ ebenfalls abfallen. So ist bei einer Belastung $_rY/_rn$= 0,5: $p(0) \approx p(4) \approx 2/9 \cdot p(2)$, $p(1) \approx p(3) \approx 2/3 \cdot p(2)$, und die Wahrscheinlichkeit n/2 Abnehmerleitungen belegt p(2) beträgt 0,36.

Wurden in den Diagrammen 3.14,...,3.16 einige Ergebnisse für gleichverteiltes Angebot dargestellt, so werden in den folgenden Diagrammen zwei Fälle von schiefem Angebot bei Zufallsverkehr 2. Art betrachtet.

Zunächst ist das Leerlaufangebot in Richtung 2 konstant, d.h.

$$_2A^* = \sum_{v=1}^{g_1} \frac{_2\alpha_v \cdot i_1}{_2\mu_v} = \mathrm{const.}$$

Dabei ist $_2\alpha_1 = _2\alpha_2$ und $_2\mu_1 = _2\mu_2$. Ferner wird hierbei $_1\alpha_1 / _1\mu_1 = _1\alpha_2 / _1\mu_2$ und $_1\mu_1 = _1\mu_2 = _2\mu_1$ vorausgesetzt, d.h. die "Schiefe"des Angebots bezieht sich nur auf die beiden Richtungen der Abnehmerbündel, nicht jedoch auf die Koppelvielfache der Stufe 1.

Im Einzelnen werden die folgenden Größen jeweils als Funktion des

Leerlaufangebotes A^* (bei schiefem Angebot - ${}_2A^* = \text{const.}$ -) für Zufallsverkehr 2. Art mit $i_1 = 6$ Verkehrsquellen je Koppelvielfach der Stufe 1 dargestellt:

Bild 3.17 zeigt die Belastung je Leitung ${}_rY/{}_rn$ des Abnehmerbündels in Richtung r (r=1,2).

Während die Belastung je Leitung in Richtung 1 ${}_1Y/{}_1n$ mit steigendem Leerlaufangebot A^* ansteigt, fällt ${}_2Y/{}_2n$ schwach ab. Dies rührt daher, daß durch den Anstieg der Belastung in Richtung 1 die Verkehrsquellen länger belegt sind und damit das tatsächliche Angebot in Richtung 2 ebenfalls leicht abfällt.

Bild 3.18 zeigt die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit B sowie die Verlustwahrscheinlichkeiten ${}_rB$ für den Verkehr in Richtung r (r=1,2).

Beim Leerlaufangebot $A^* = {}_2A^*$ ist ${}_1A^* = 0$ und damit auch ${}_1B = 0$ und ${}_2B = B$. Mit steigendem Leerlaufangebot A^* steigt ${}_1B$. Die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_1B$ ist jedoch zunächst sehr klein, so daß ${}_1Y/{}_1n$ (Bild 3.17) zunächst fast linear ansteigt. Sind ${}_1A^* = {}_2A^* = A^*/2$, so wird die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_1B = {}_2B = B$.

Die Verlustwahrscheinlichkeit für den Verkehr in Richtung 2 wird durch die Zunahme des Verkehrs in Richtung 1 wenig beeinflußt. Sie nimmt jedoch geringfügig ab und steigt erst bei hohen Angebotswerten wieder an. Das Minimum von ${}_2B$ ist bei $A^* \approx 2{,}4$ Erl mit ${}_2B = 3{,}983\%$. Danach steigt ${}_2B$ leicht an, so ist ${}_2B(A^* = 2{,}8 \text{ Erl}) = 3{,}993\%$. Der Verlust ${}_2B$ wird im wesentlichen durch die Belegung des Abnehmerbündels ${}_2n$ bestimmt, d.h. er ist praktisch gleich dem Verlust eines vollkommenen Bündels mit n = 2 Leitungen.

Die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit B nimmt zunächst ab und steigt dann an. Der Abfall von B rührt daher, daß bei sehr kleinen Belastungen des Abnehmerbündels in Richtung 1 der Verkehr in Richtung 1 fast ungehemmt fließt (${}_1B \ll {}_2B$)und dadurch die Verlustwahrscheinlichkeit B für den Gesamtverkehr (in Richtung 1 und in Richtung 2) kleiner wird als die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_2B$. Da für $A^* = {}_2A^*$ der Verlust $B = {}_2B$ ist, muß mit steigendem Leerlaufangebot A^* der Verlust B ein Minimum aufweisen.

Diese Aussage bezüglich der Verläufe von B, ${}_1B$ und ${}_2B$ gilt, solange der Verlust in Richtung 2 nicht schon durch die Eingangsblockierung bestimmt wird.

Bild 3.19 zeigt schließlich wieder die Wahrscheinlichkeiten für den Zustand "x ($x \in [0,4]$) Wege belegt" p(x).

Bild 3.20 zeigt den Einfluß der Auflegungsart der Zwischenleitungen zwischen Stufe 1 und 2 bzw. zwischen Stufe 2 und 3 auf die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_2B$ für den Verkehr in Richtung 2 (${}_2A^* = 0{,}4$ Erl = const.). Dazu ist mit Δ_2B der Unterschied zwischen der Verlustwahrscheinlichkeit ${}_2B(G/V)$, ${}_2B(V/V)$ und ${}_2B(V/G)$ und der Verlustwahrscheinlichkeit ${}_2B(G/G)$ aufgetragen. Dabei bedeutet

G: Geordnet aufgelegte Zwischenleitungen, d.h.
Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe ν ist mit dem Koppelvielfach w der Stufe $\nu+1$ verdrahtet (3.71).

V: Zyklisch vertauscht aufgelegte Zwischenleitungen , d.h.
Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe ν ist mit dem Koppelvielfach $(v+w-1)_{\text{mod } g_{\nu+1}}$ der Stufe $\nu+1$ verdrahtet (3.72).

Da die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_2B(G/G)$ (siehe Bild 3.18) mit ca. 4% ≈ const. ist, wurde hier auf eine Normierung bei der Darstellung verzichtet. Es zeigt sich, daß bei diesem Linksystem im betrachteten Bereich

- die Unterschiede relativ gering sind (<10%), d.h.
$$\frac{{}_2B(V/G) - {}_2B(G/G)}{{}_2B(G/G)} < 0{,}1$$
- die Verdrahtung G/G den niedrigsten und die Verdrahtung V/G den höchsten Verlust ergibt.

Aus den Berechnungen ergab sich ferner, daß die Verlusterhöhung für den Verkehr in Richtung 1 Δ_1B noch kleiner ist. So ist ${}_1B(V/G) - {}_1B(G/G) < 6 \cdot 10^{-4}$ im ganzen Bereich; das gleiche gilt für ${}_1B(V/V) - {}_1B(G/G)$, während ${}_1B(G/V) - {}_1B(G/G) < 2 \cdot 10^{-5}$ ist.

Der zweite untersuchte Fall von schiefem Angebot setzt voraus, daß das Leerlaufangebot im Koppelvielfach 1 der Stufe 1 konstant ist, d.h.

$$A_1^* = \sum_{r=1}^{R} \frac{{}_r\alpha_1 \cdot i_1}{{}_r\mu_1} = \text{const.}$$

wobei ${}_1\alpha_1 = {}_2\alpha_1$ und ${}_1\mu_1 = {}_2\mu_1$ ist. Weiter wird angenommen, daß ${}_1\alpha_2/{}_1\mu_2 = {}_2\alpha_2/{}_2\mu_2$ und ${}_1\mu_2 = {}_2\mu_2 = {}_1\mu_1$ ist, d.h. die "Schiefe" des Angebotes bezieht sich nur auf die Koppelvielfache der Stufe 1, nicht jedoch auf die Richtungen der Abnehmerbündel. Deshalb sind hier die Ergebnisse wieder als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung ${}_rY/{}_rn$ (r=1,2) dargestellt.

Bild 3.21 zeigt die Belastung Y_v der Koppelvielfache v (v=1,2) der Stufe 1.

Die Belastung des Koppelvielfachs 2 steigt linear an. Dagegen nimmt die Belastung des Koppelvielfachs 1 schwach ab. Diese Ab-

nahme erfolgt nicht linear, sondern wird mit steigender Belastung der Abnehmerleitungen etwas größer.

Bild 3.22 zeigt den Verlust B_v für den im Koppelvielfach v (v=1,2) der Stufe 1 angebotenen Verkehr.
Bemerkenswert ist hierbei, daß der Unterschied zwischen den beiden Koppelvielfachen relativ gering ist. Die beiden Kurven besitzen zwei Schnittpunkte. Der erste Schnittpunkt ist bei ${}_rY/_n$ = 0,1803 Erl, hier ist $A_1^* = A_2^*$. Bei kleineren Belastungen hat der vom Koppelvielfach 2 der Stufe 1 aus angebotene Verkehr einen höheren Verlust, $B_2 > B_1$.

Der zweite Schnittpunkt liegt bei ${}_rY/_n \approx 0{,}385$ Erl. Bis zu diesem Schnittpunkt verhält sich das Linksystem praktisch wie ein vollkommen erreichbares Bündel, d.h. der Verlust wird fast ausschließlich von der Abnehmerblockierung verursacht. Deshalb unterscheiden sich die beiden Kurven in dem Bereich zwischen den beiden Schnittpunkten kaum.

Oberhalb des zweiten Schnittpunktes wirkt sich dann die Eingangsblockierung im Koppelvielfach der Stufe 1 aus. Deshalb ist hier der Verlust für den im Koppelvielfach 2 angebotenen Verkehr $B_2 > B_1$, da bei höherer Belastung im Koppelvielfach 2 der Stufe 1 die Wahrscheinlichkeit "alle k_1 Ausgänge belegt" größer ist (siehe auch Bild 3.21).

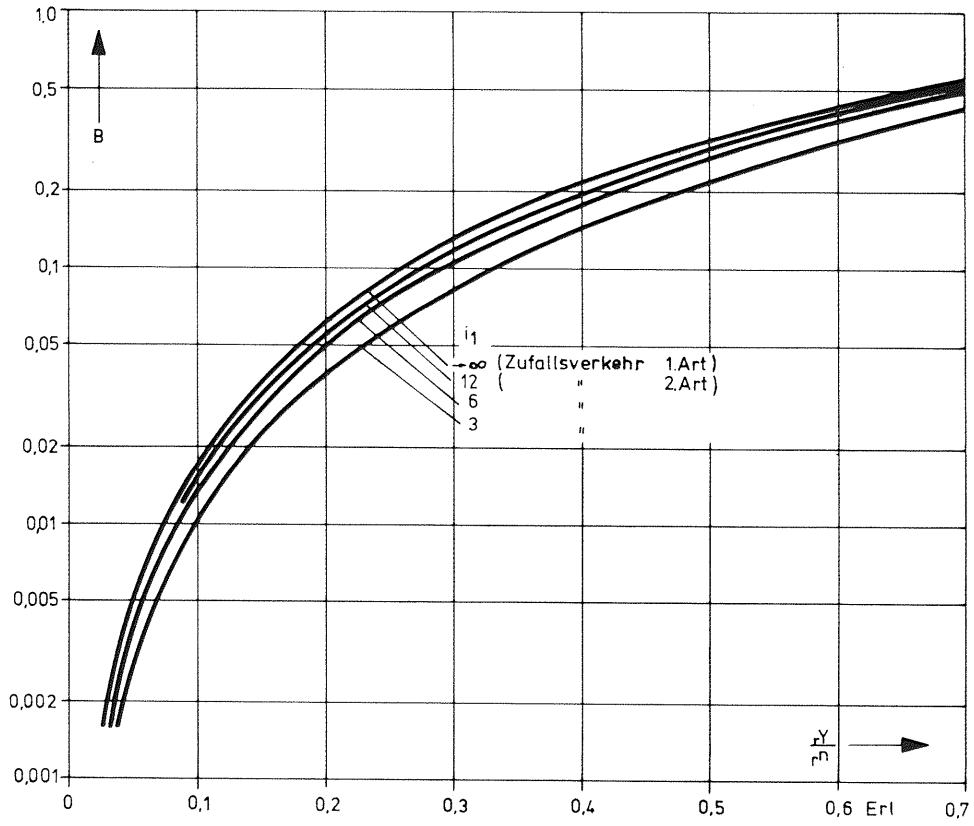
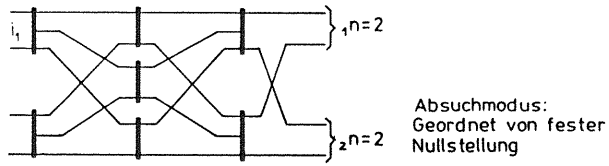


Bild 3.14: Gesamtverlust B als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung ${}_rY/_rn$ bei gleichverteiltem Angebot
Parameter: Zahl der Quellen (Eingänge) i_1 je Koppelvielfach der Stufe 1

System



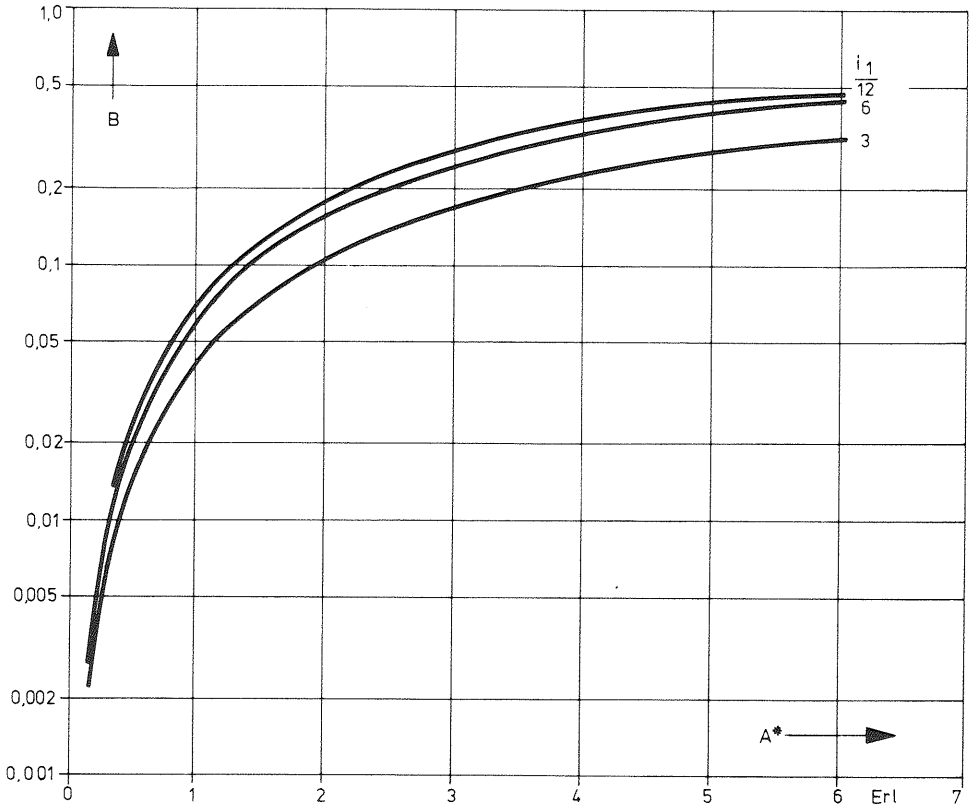
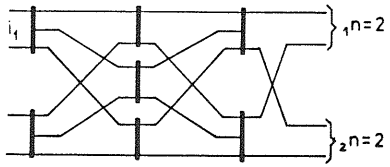


Bild 3.15: Gesamtverlust B als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei Zufallsverkehr 2. Art und gleichverteiltem Angebot (Leerlaufangebot $A^* = \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} \frac{r\alpha_v \cdot i_1}{r\mu_v}$)

Parameter: Zahl der Quellen (Eingänge) i_1 je Koppelvielfach der Stufe 1

System



Absuchmodus:
Geordnet von fester Nullstellung

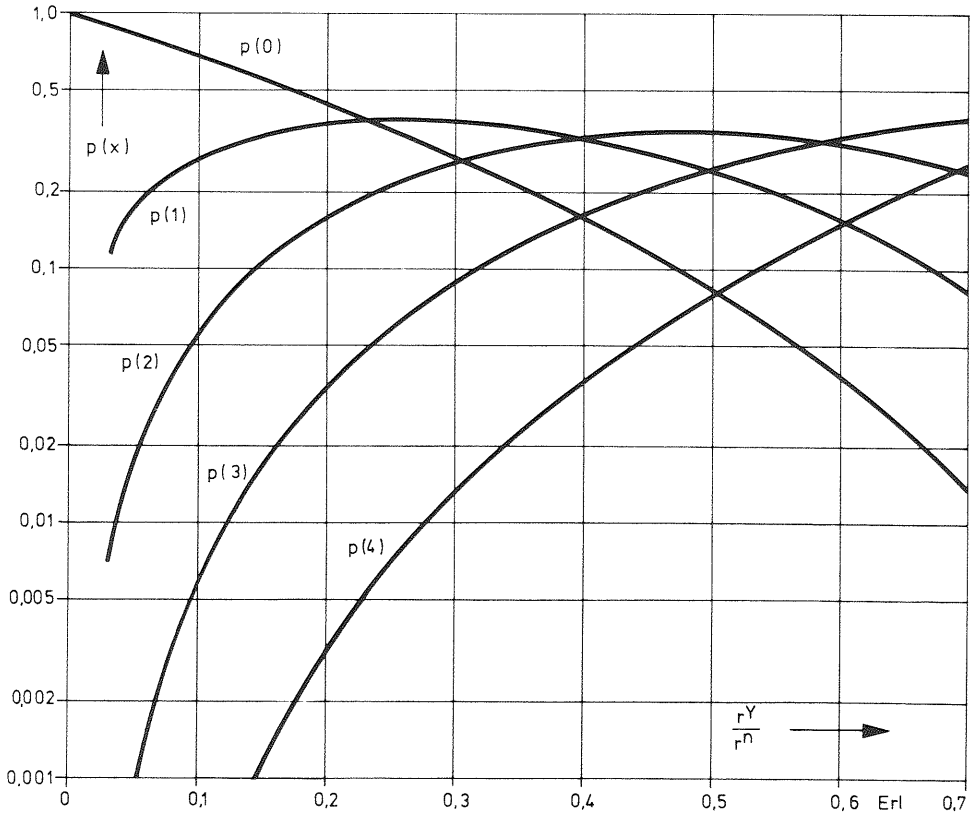
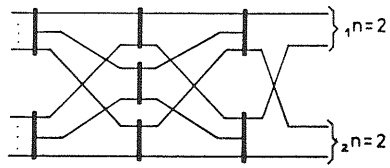


Bild 3.16: Zustandswahrscheinlichkeiten p(x) (x Leitungen belegt, x = 0, 1,...,4) als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung in Richtung r (r = 1,2) bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 1. Art

System



Absuchmodus:
Geordnet von fester Nullstellung

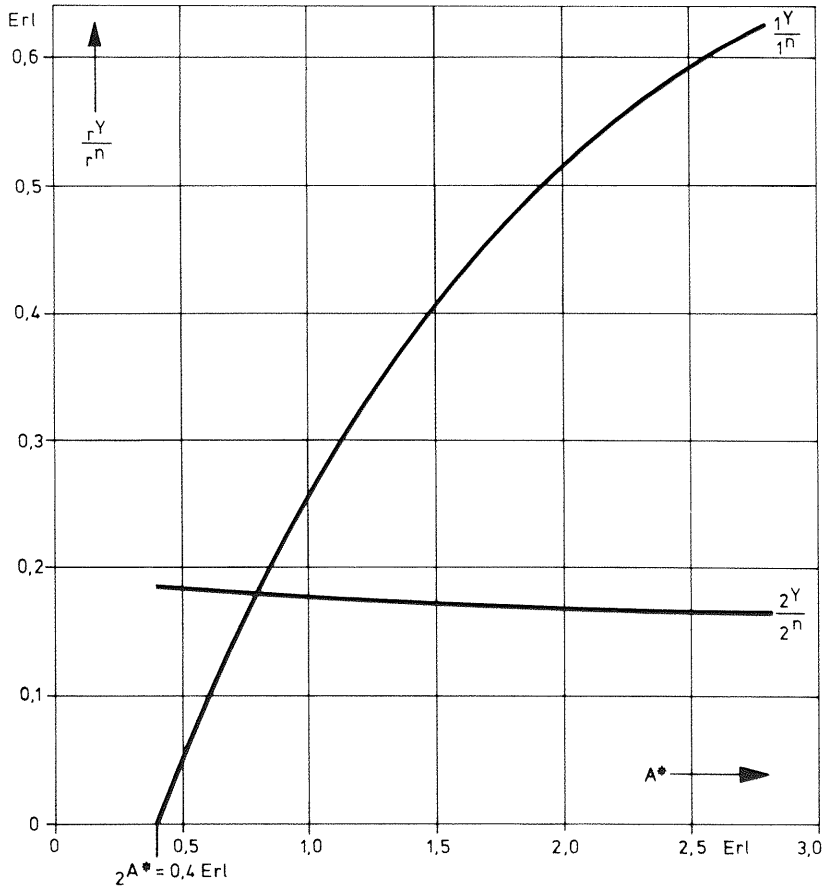
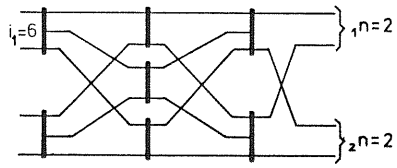


Bild 3.17: Belastung je Abnehmerleitung in Richtung r $_rY/_rn$ (r=1,2) als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art
Parameter: Leerlaufangebot in Richtung $_2A^*$ = 0,4 Erl = const.

System



Absuchmodus:
Geordnet von fester Nullstellung

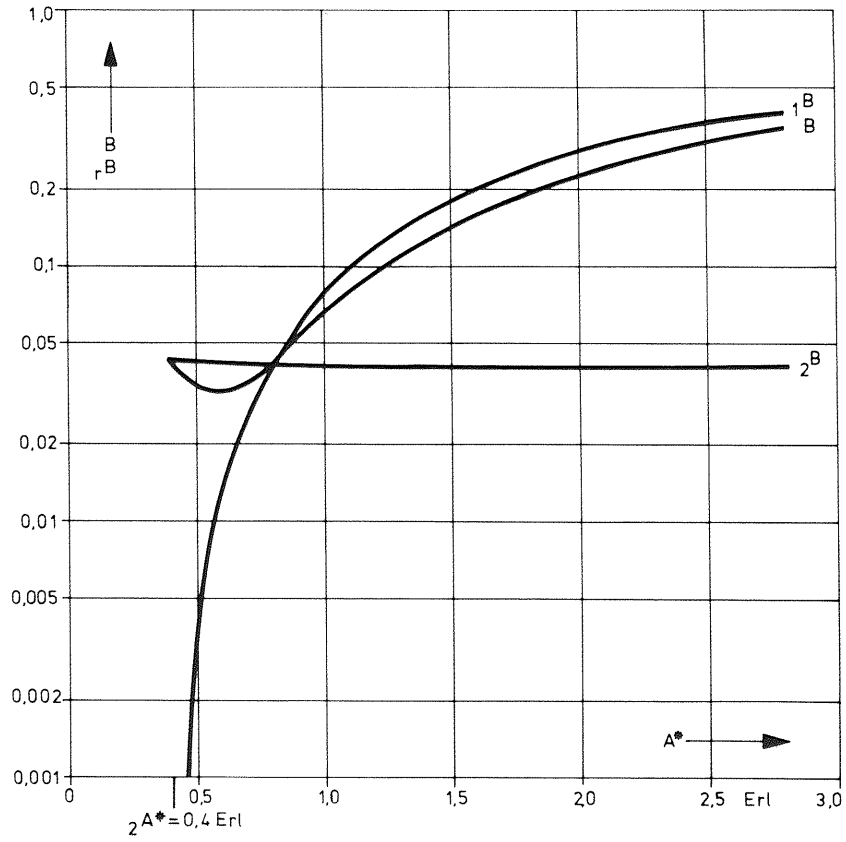
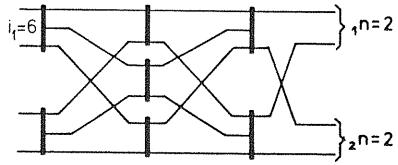


Bild 3.18: Verlustwahrscheinlichkeiten B und $_rB$ als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art
B : Gesamtverlustwahrscheinlichkeit
$_rB$: Verlustwahrscheinlichkeit für den in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr
Parameter: Leerlaufangebot in Richtung 2 $_2A^*$ = 0,4 Erl = const.

System



Absuchmodus:
Geordnet von fester Nullstellung

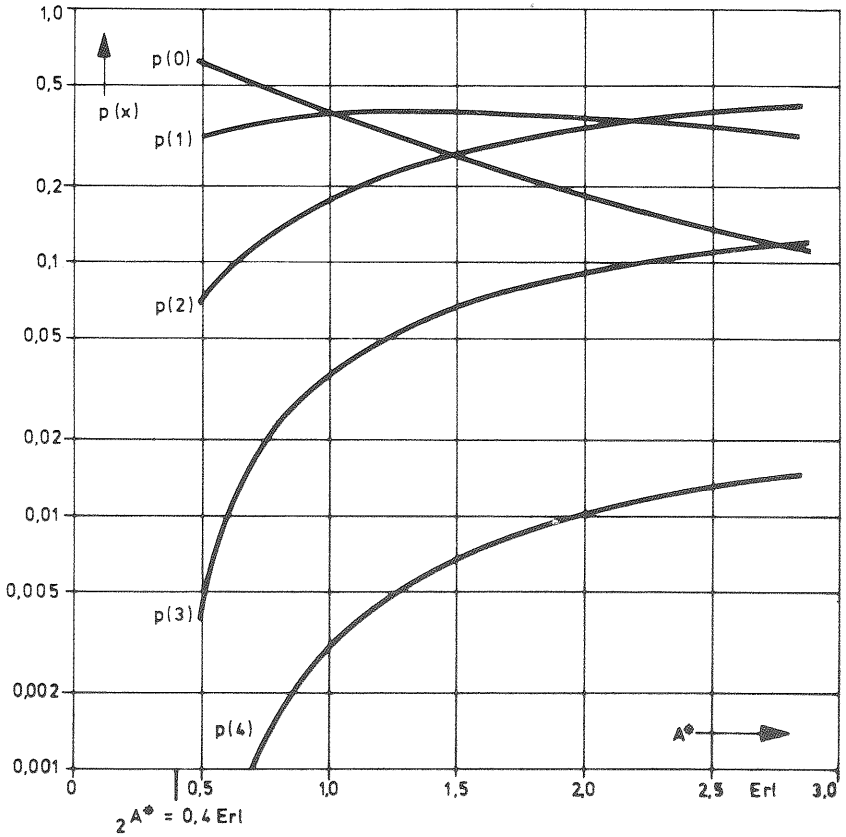
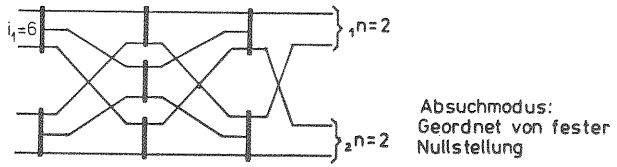


Bild 3.19: Zustandswahrscheinlichkeiten p(x) (x Leitungen belegt, x = 0,1,...,4) als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art
Parameter: Leerlaufangebot in Richtung 2 $_2A^* = 0{,}4$ Erl = const.
System



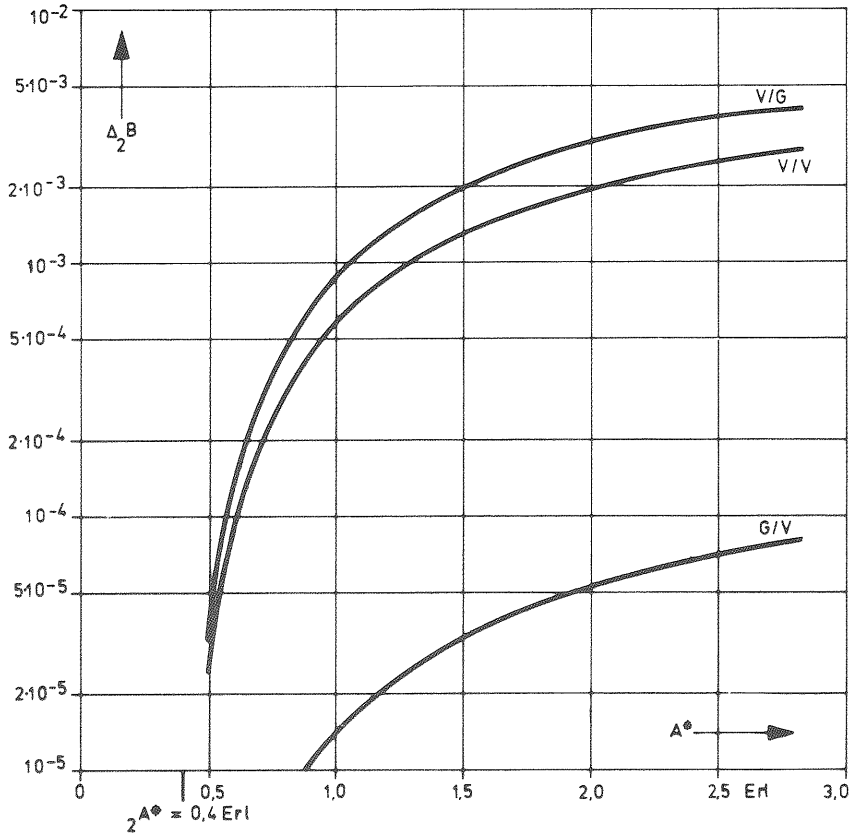
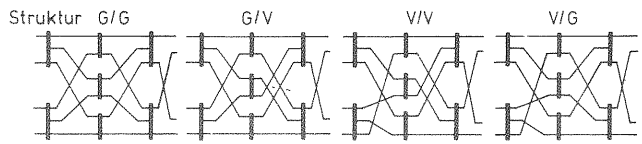


Bild 3.20: Erhöhung Δ_2B der Verlustwahrscheinlichkeit für den in Richtung 2 angebotenen Verkehr als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art $\quad \Delta_2B = {}_2B(\ /\ ) - {}_2B(G/G)$
Parameter: Leerlaufangebot in Richtung 2 $_2A^* = 0{,}4$ Erl
Auflegungsart der Zwischenleitungen zwischen Stufe 1 und 2 / 2 und 3
G/G geordnet/geordnet
G/V " / zyklisch vertauscht
V/V zyklisch vertauscht/zyklisch vertauscht
V/G " " / geordnet



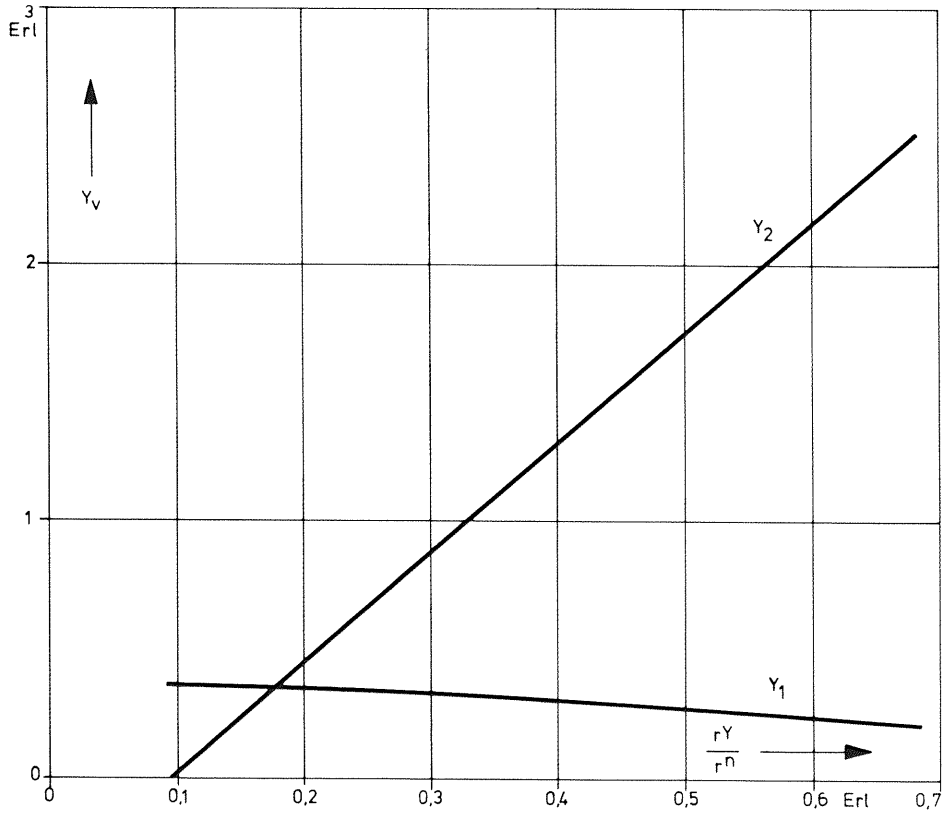
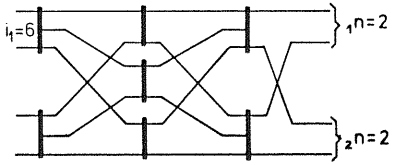


Bild 3.21: Belastung je Koppelvielfach Y_v (v=1,2) der Stufe 1 als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung ${}_rY/_rn$ (r=1,2) bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art
Parameter: Leerlaufangebot im Koppelvielfach 1 der Stufe 1 A_1^* = 0,4 Erl = const.
System



Absuchmodus:
Geordnet von fester Nullstellung

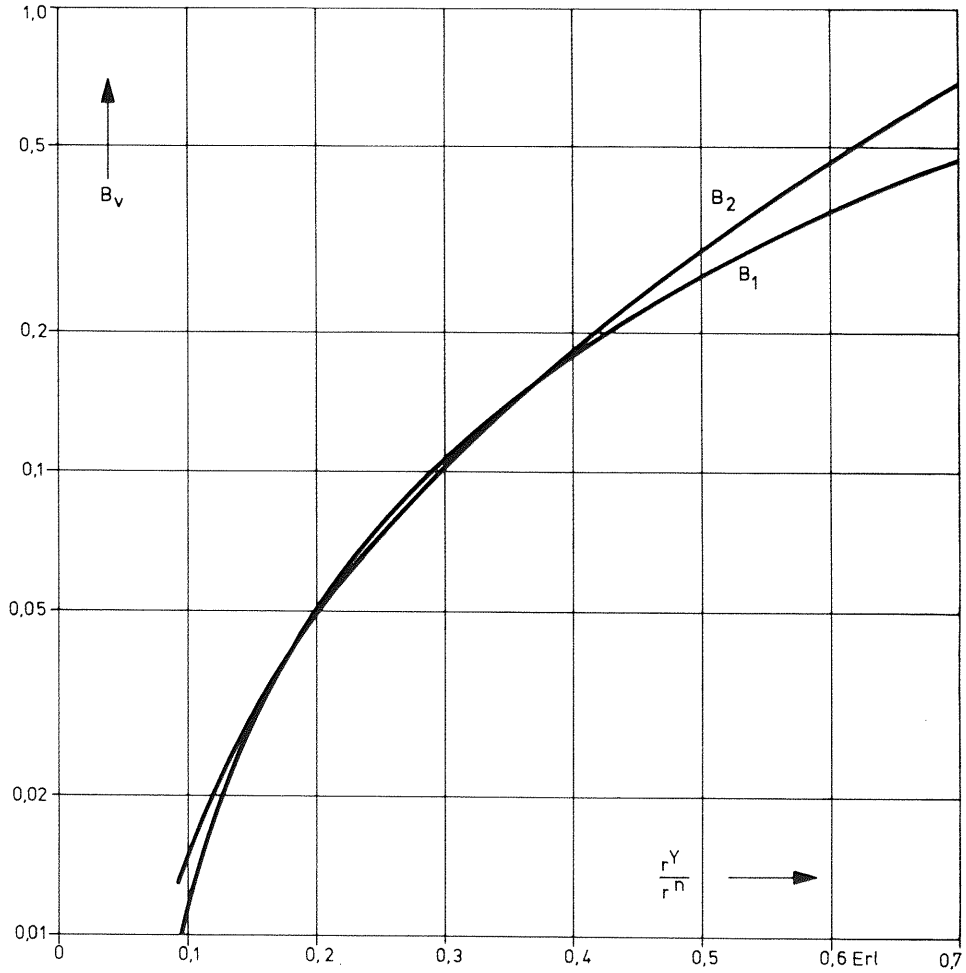
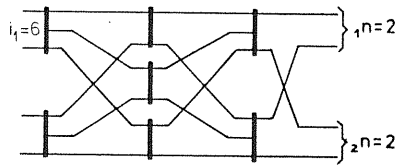


Bild 3.22: Verlustwahrscheinlichkeit B_v für den im Koppelvielfach v (v=1,2) der Stufe 1 angebotenen Verkehr als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung ${}_rY/_rn$ (r=1,2) bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art
Parameter: Leerlaufangebot im Koppelvielfach 1 der Stufe 1 A_1^* = 0,4 Erl = const.
System



Absuchmodus:
Geordnet von fester Nullstellung

4. DAS LINKSYSTEM MIT s STUFEN FÜR RICHTUNGSWAHL (PUNKTWAHL)

4.1 Vorbemerkung

In Kapitel 3 wurde das Linksystem als Richtungswahlstufe mit B ü n d e l w a h l betrachtet. Es wurde die formale Beschreibung angegeben, das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten hergeleitet und die charakteristischen Verkehrsgrößen für diese Betriebsart bestimmt.

Hier wird die Betriebsart P u n k t w a h l zugrundegelegt, d.h. bei Einfall eines Rufes in Richtung r in einem Koppelvielfach der Stufe 1, wird einer der freien Ausgänge dieses Abnehmerbündels in Richtung r ausgewählt und markiert. Dann erfolgt der Durchschalteversuch vom bestimmten Eingang des Linksystems zu dem markierten Ausgang in Richtung r. Neben den anderen charakteristischen Verkehrsgrößen interessiert hier besonders der sog. Punkt-Punkt-Verlust, kurz auch Punktverlust genannt, der auftritt, falls kein Durchschalten vom bestimmten Eingang zum markierten Ausgang möglich ist.

Es werden zwei Fälle unterschieden:

- ein Durchschalteversuch
  Hier tritt Verlust auf, falls das Durchschalten vom bestimmten markierten Eingang zum beliebig ausgewählten markierten Ausgang nicht möglich ist.
- zwei (oder mehrere) Durchschalteversuche
  Konnte beim ersten Durchschalteversuch kein Weg vom bestimmten markierten Eingang zum ausgewählten markierten Ausgang durchgeschaltet werden, dann wird hier noch ein weiterer der freien Ausgänge in Richtung r ausgewählt und markiert; in einem zweiten Durchschalteversuch wird dann versucht, zu diesem Ausgang durchzuschalten.

  Ist die Anzahl der Durchschalteversuche nicht begrenzt, d.h. ist sie gleich der Zahl der jeweils freien Ausgänge in Richtung r, dann geht die Punktwahl in die Bündelwahl über.

Die in Kapitel 3 abgeleiteten Forderungen und Beziehungen werden hier vorausgesetzt und nur entsprechend den durch die Punktwahl gegebenen Bedingungen erweitert, abgeändert oder ergänzt. Dabei wird ebenfalls zuerst das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten aufgestellt. Mit den daraus berechneten Zustandswahrscheinlichkeiten können dann die charakteristischen Verkehrsgrößen bestimmt werden.

4.2 Das Linksystem mit s Stufen für Punktwahl und einem Durchschalteversuch

4.2.1 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung

Es wird das Linksystem für Richtungswahl nach Bild 3.1 zugrundegelegt. Die in Abschnitt 3.2.1 angegebenen Strukturparameter gelten auch hier, die formale Beschreibung von Abschnitt 3.2.2 wird unverändert übernommen.

Es werden nur Linksysteme mit $s \geq 3$ Stufen betrachtet, da die Betriebsart "Punktwahl" bei Linksystemen mit $s = 2$ Stufen technisch nicht sinnvoll ist und deshalb nicht angewendet wird.

4.2.2 Die Kennzeichnung der Zustandsmuster

Da hier im Gegensatz zur Bündelwahl der Belegungszustand des einzelnen Ausgangs der Stufe s im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ bekannt sein muß, wäre es zweckmäßig, eine Matrix $S^{(s)}$ zur Kennzeichnung des Belegungszustandes der Ausgänge der Stufe s zusätzlich einzuführen. Um die zu speichernde Information für das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ jedoch möglichst klein zu halten, wird auf diese Kennzeichnung verzichtet.

Eine weitere Möglichkeit wäre das Abändern der Zustandsmatrix $S^{(s-1)}$. Bisher gibt das Element $s_{vw}^{(s-1)}$ an, in welche Richtung der Ausgang (w,v,s-1) gegebenenfalls belegt ist. Würde man nun aber für $s_{vw}^{(s-1)}$ auch die Beziehung (3.2) anwenden, dann wäre über die Elemente von $S^{(s-1)}$ ebenfalls eindeutig festgelegt, welche Ausgänge der Stufe s belegt sind. Diese Kennzeichnung würde jedoch den Umfang der zu speichernden Information für das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ auch erhöhen, da im allgemeinen $k_s > R$ ist.

Da eine Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe s nicht vorgesehen ist, ist es auch möglich, die Kennzeichnung der Ausgänge der Stufe s-1 durch $S^{(s-1)}$ nach (3.3) unverändert zu übernehmen. Dies ist deshalb möglich, da über die Zustandsmatrix $S^{(s-1)}$ nach (3.3) und die Koppelvielfachmatrix $\phi^{(s-1)}$ eindeutig bestimmt werden kann, wieviel freie Ausgänge in die Richtung r das Koppelvielfach (v,s), $v \in [1, g_s]$ im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ noch besitzt und ob dieses Koppelvielfach (v,s) von einem Koppelvielfach (v,s-1) aus noch erreichbar ist.

Diese mit minimalem Aufwand auskommende Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$ wird im folgenden verwendet. Dabei ist allerdings nachteilig, daß das Bestimmen der Übergangskoeffizienten von und zu den

benachbarten Zustandsmustern aufwendiger wird.

Damit können im folgenden die in Abschnitt 3.3 hergeleiteten Beziehungen zur Kennzeichnung der Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$, $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ unverändert übernommen werden.

4.2.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

4.2.3.1 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Die Übergangsrate von allen benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ zum betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ergibt sich hier ebenfalls nach (3.21), denn für diesen Übergang ist es ohne Bedeutung, wie das Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ entstanden ist.

4.2.3.2 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

4.2.3.2.1 Ermitteln der möglichen Übergänge

Damit im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ bei Einfall eines Rufes in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r ein Übergang nach oben, d.h. ein Übergang in ein benachbart oberes Zustandsmuster, möglich ist, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein (vgl. Abschnitt 3.4.3.1):

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$
- ist noch mindestens eine am Koppelvielfach 1 angeschlossene Quelle frei
  $r\lambda_v$ nach (3.12) bzw. (3.58)
- hat das Koppelvielfach (v,1) noch mindestens einen Ausgang, über den ein Weg zu dem markierten Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r durchgeschaltet werden kann.

  Diese Bedingung unterscheidet sich von der bei Bündelwahl und muß deshalb neu hergeleitet werden. Damit diese Bedingung erfüllt ist, muß in allen Koppelvielfachen (v,ν) entlang eines gedachten Weges durch das Linksystem die Forderung: "mindestens ein Ausgang im Koppelvielfach (v,ν) frei in Richtung r über das Koppelvielfach (m,s)" erfüllt sein. Deshalb wird zunächst das Koppelvielfach (v,ν), $\nu \in [1,s-1]$ genauer betrachtet.

  Bemerkung: Die Bedingung "... in Richtung r über das Koppelvielfach (m,s)" wird im folgenden in abgekürzter Form als "...in Richtung r | (m,s)" geschrieben.

  Ein Koppelvielfach (v,ν) ist blockiert in Richtung r|(m,s), d.h. ${}^{m}_{r}\chi^{(\nu)}_{v} = 1$, falls alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs (v,ν) entweder belegt oder blockiert (in Richtung r|(m,s)) sind.

$$\left.\begin{matrix} {}^{m}_{r}\chi^{(\nu)}_{v} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s^{(\nu)*}_{v.} + {}^{m}_{r}\Omega^{(\nu)}_{v.} \begin{cases} = k_\nu \\ < k_\nu \end{cases} \tag{4.1}$$

mit

$s^{(\nu)*}_{v.}$ nach (3.11)

Die Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν), die im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ blockiert sind (in Richtung r|(m,s)) ergibt sich zu:

$$ {}^{m}_{r}\Omega^{(\nu)}_{v.} = \sum_{w=1}^{k_\nu} {}^{m}_{r}\Omega^{(\nu)}_{vw} \tag{4.2}$$

Dabei kennzeichnet ${}^{m}_{r}\Omega^{(\nu)}_{vw} = 1$, daß der Ausgang (w,v,ν) blockiert ist (in Richtung r|(m,s)). Dies ist der Fall, falls der Ausgang (w,v,ν)
- nicht belegt ist; dann ist nach (3.6): $(1 - s^{(\nu)*}_{vw}) = 1$
- entweder durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν blockiert ist; dann ist nach (3.17): $\varrho^{(\nu)}_{vw} = 1$
  oder dieser Ausgang nicht durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν blockiert ist, d.h. $(1 - \varrho^{(\nu)}_{vw}) = 1$,
  aber rückwärts blockiert ist in Richtung r|(m,s).

Es sind zwei Fälle zu unterscheiden:

a. $\nu = s-1$

Ein Ausgang der Stufe (s-1) ist rückwärts blockiert in Richtung r|(m,s), falls er
- entweder in das "markierte" Koppelvielfach (m,s) führt
  und rückwärts blockiert ist in Richtung r
  oder nicht in dieses Koppelvielfach (m,s) führt.

  Ist eine dieser Bedingungen erfüllt, dann wird

$$\delta_{\varphi^{(s-1)}_{vw},m} \cdot {}_{r}\tau^{(s-1)}_{vw} + (1 - \delta_{\varphi^{(s-1)}_{vw},m}) = 1$$

mit

${}_{r}\tau^{(s-1)}_{vw}$ nach (3.19)

Damit wird

$$ {}^{m}_{r}\Omega^{(s-1)}_{vw} = (1 - s^{(s-1)*}_{vw})\left[\varrho^{(s-1)}_{vw} + (1 - \varrho^{(s-1)}_{vw})\left[1 - \delta_{\varphi^{(s-1)}_{vw},m}(1 - {}_{r}\tau^{(s-1)}_{vw})\right]\right] \tag{4.3}$$

b. $\nu \in [1,s-2]$

Ein Ausgang der Stufe ν ist rückwärts blockiert (in Richtung r|(m,s)) falls alle Ausgänge des von ihm erreichten Koppelvielfachs ($\varphi^{(\nu)}_{vw}$, ν+1) belegt oder blockiert (in Richtung r|(m,s)) sind, d.h. falls ${}^{m}_{r}\chi^{(\nu+1)}_{v} = 1$ ist nach (4.1).

Damit wird

$$ {}^{m}_{r}\Omega^{(\nu)}_{vw} = (1 - s^{(\nu)*}_{vw})\left[\varrho^{(\nu)}_{vw} + (1 - \varrho^{(\nu)}_{vw}) {}^{m}_{r}\chi^{(\nu+1)}_{v}\right] \tag{4.4}$$

mit
$${}^{m}_{r}\chi^{(\nu+1)}_{v} = {}^{m}_{r}\lambda^{(\nu+1)}_{\varphi(\nu)_{vw}} \quad \text{nach (4.1)}$$

Damit wird $(1 - {}^{m}_{r}\chi^{(1)}_{v}) = 1$, falls vom Koppelvielfach (v,1) aus noch mindestens ein Weg über das Koppelvielfach (m,s) in Richtung r durchschaltbar ist.

Diese Bedingungen gelten für alle Koppelvielfache $\{v|v\in[1,g_1]\}$ der Stufe 1, für alle Koppelvielfache $\{m|m\in[1,g_s]\}$ der Stufe s und für alle Richtungen $\{r|r\in[1,R]\}$. Deshalb ergibt sich durch Summation

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{g_1}\sum_{m=1}^{g_s}(1-{}^{m}_{r}\chi^{(1)}_{v})\cdot {}_{r}\lambda_{v} \qquad (4.5)$$

mit

${}_{r}\lambda_{v}$ nach (3.12) bzw. (3.58) und ${}^{m}_{r}\chi^{(1)}_{v}$ nach (4.1)

4.2.3.2.2 Ermitteln der Übergangsrate

Zum Ermitteln der Übergangsrate muß noch bestimmt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein freier Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r markiert wird.

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ sind noch ${}_{r}\gamma$ Ausgänge frei in Richtung r

$${}_{r}\gamma = g_s\cdot {}_{r}k_s - \sum_{y=1}^{g_{s-1}}\sum_{z=1}^{k_{s-1}}\delta_{S^{(s-1)}_{yz},r} \qquad (4.6)$$

Von diesen ${}_{r}\gamma$ in die Richtung r freien Abnehmerleitungen sind ${}^{m}_{r}\gamma$ Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s)

$${}^{m}_{r}\gamma = {}_{r}k_s - \sum_{y=1}^{g_{s-1}}\sum_{z=1}^{k_{s-1}}\delta_{S^{(s-1)}_{yz},r}\cdot\delta_{\varphi(s-1),m} \qquad (4.7)$$

Aus allen freien Abnehmerleitungen in Richtung r wird eine ausgewählt und markiert. Damit wird mit der Wahrscheinlichkeit ${}^{m}_{r}\Gamma$ ein freier Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) markiert. Es ist

$${}^{m}_{r}\Gamma = \left.\begin{cases}\dfrac{{}^{m}_{r}\gamma}{{}_{r}\gamma}\\ 0\end{cases}\right\}\ \text{falls}\ {}_{r}\gamma\ \begin{cases}>0\\ =0\end{cases} \qquad (4.8)$$

Damit wird bei Einfall eines Rufes in Richtung r in das Koppelvielfach (v,1) mit der Wahrscheinlichkeit

$$(1 - {}^{m}_{r}\chi^{(1)}_{v})\cdot {}^{m}_{r}\Gamma$$

ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) markiert und ein Weg durch das Linksystem vom Koppelvielfach (v,1) zum Koppelvielfach (m,s) durchgeschaltet.

Die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ kann damit bestimmt werden. Entsprechend (3.28) ergibt sich die Übergangsrate nach (2.16) mit (4.5) und (4.8) zu

$$\{\tilde{x}\}\longrightarrow\sum_{\tilde{x}+1}\{\tilde{x}+1\} = p(\|s^{(1)}_{ij}\|,\ldots,\|s^{(s-1)}_{ij}\|)\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{g_1}\sum_{m=1}^{g_s}(1-{}^{m}_{r}\chi^{(1)}_{v})\cdot {}^{m}_{r}\Gamma\cdot {}_{r}\lambda_{v} \qquad (4.9)$$

mit

${}^{m}_{r}\chi^{(1)}_{v}$ nach (4.1) ${}_{r}\lambda_{v}$ nach (3.12) bzw. (3.58)

${}^{m}_{r}\Gamma$ nach (4.8)

4.2.3.3 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\}\longrightarrow\{\tilde{x}-1\}$

Für den Übergang nach unten, der durch das Enden einer bestehenden Belegung verursacht wird, spielt es keine Rolle, wie das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ entstand. Deshalb gilt hier der in Abschnitt 3.4.4 abgeleitete Ausdruck (3.30) unverändert.

4.2.3.4 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\}\longrightarrow\{\tilde{x}\}$

4.2.3.4.1 Ermitteln der benachbart unteren Muster

Mit der in Abschnitt 3.3.3 angegebenen Kennzeichnung der benachbart unteren Muster erhält man alle benachbart unteren Muster durch

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{m=1}^{g_s}\sum_{v_1=1}^{g_1}\sum_{w_1=1}^{{}^{m}_{r}\varepsilon^{(1)}_{v}}\cdots\sum_{w_{s-1}=1}^{{}^{m}_{r}\varepsilon^{(s-1)}_{v}}\{\|s^{(1)}_{ij}-\kappa_1\delta^{(1)}_{iv}\delta^{(1)}_{jw}\|,\ldots,\|s^{(s-1)}_{ij}-\kappa_{s-1}\delta^{(s-1)}_{iv}\delta^{(s-1)}_{jw}\|\} \qquad (4.10)$$

mit

κ_ν nach (3.4)

Dabei werden die oberen Summationsgrenzen ${}^{m}_{r}\varepsilon^{(\nu)}_{v} \le k_\nu$, $\nu\in[1,s-1]$ gegenüber ${}_{r}\varepsilon^{(\nu)}_{v}$ in Abschnitt 3.4.5 modifiziert.

4.2.3.4.2 Bestimmen der oberen Summationsgrenzen ${}^{m}_{r}\varepsilon^{(\nu)}_{v}$

Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

Im Abschnitt 3.4.5.1.2 wurde ${}_{r}\varepsilon^{(\nu)}_{v}$ für diese Betriebsart so bestimmt, daß es im betrachteten Zustandsmuster die Grenze angibt, bis zu welcher (in Absuchrichtung) alle Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν)

-(a)- entweder belegt

-(b)- oder blockiert (in Richtung r) sind

und der Ausgang ${}_{r}\varepsilon^{(\nu)}_{v}+1$ der in Absuchrichtung erste freie Ausgang

des Koppelvielfachs (v,ν) in Richtung r ist.

Im benachbart unteren Muster genügte es dann, die Ausgänge $[1, {}_r\varepsilon_v^{(\nu)}]$ des Koppelvielfachs (v,ν) näher zu betrachten, denn beim Belegen eines Ausgangs $[{}_r\varepsilon_v^{(\nu)}+1, k_\nu]$ des Koppelvielfachs (v,ν) entsteht mit Sicherheit ein anderes Zustandsmuster als das betrachtete; ein Übergang in das betrachtete Zustandsmuster ist über diese Ausgänge also nicht möglich.

Hier muß die Bedingung (b): "blockiert (in Richtung r)" modifiziert werden. Da ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r markiert ist, lautet die Bedingung (b) hier:
-(b)- oder blockiert (in Richtung r|(m,s)).

Der Ausgang ${}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)}+1$ ist somit der erste in Absuchrichtung freie Ausgang des Koppelvielfachs (v,ν) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in Richtung r|(m,s). Bedingt durch das geordnete Absuchen der Ausgänge ist damit ein Übergang vom benachbart unteren Muster in das betrachtete Zustandsmuster prinzipiell nur auf einem der Ausgänge $[1, {}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)}]$ möglich.
Formal ergibt sich damit ${}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)}$ analog zu (3.32) als

$$ {}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)} = \inf\left(\varepsilon^* \Big| \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_r^m u_{vz}^{(\nu)} < \varepsilon^*+1 \,,\ \varepsilon^* \in [0, k_\nu]\right) \qquad (4.11) $$

mit

$$ {}_r^m u_{vz}^{(\nu)} = s_{vz}^{(\nu)*} + {}_r^m\Omega_{vz}^{(\nu)} \quad \text{falls } z \in [1, k_\nu] $$

$$ = 0 \quad \text{falls } z = k_\nu+1 $$

mit

$s_{vz}^{(\nu)*}$ nach (3.6) und ${}_r^m\Omega_{vz}^{(\nu)}$ nach (4.3) bzw. (4.4)

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs

Wird aus den freien Ausgängen des Koppelvielfachs einer zufallsmäßig ausgewählt, dann ergibt sich (analog zu (3.33))

$$ {}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)} = k_\nu \qquad (4.12) $$

4.2.3.4.3 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster

Damit ein benachbart unteres Muster zu einem benachbart unteren Zustandsmuster wird, müssen auch hier die Bedingungen (a) und (b) aus Abschnitt 3.4.5.2 erfüllt sein:

-(a)- Die bei dem benachbart unteren Muster geänderten Elemente der Zustandsmatrizen $S^{(\nu)}$, $\nu \in [1,s-1]$ bilden im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ einen belegten Weg in Richtung r.

$\prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{S_{vw}^{(\nu)}, k_\nu}$ nach (3.34)

Zusätzlich ist hier zu fordern, daß dieser Weg über das Koppelvielfach (m,s) führt. Damit ergibt sich

$$ \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{S_{vw}^{(\nu)}, k_\nu} \cdot \delta_{\varphi_{vw}^{(s-1)}, m} \qquad (4.13) $$

-(b)- Das Durchschalten eines neuen Rufes vom Koppelvielfach (v,1) in Richtung r im benachbart unteren Muster muß genau entlang des in (a) ermittelten Weges möglich sein.

Entsprechend den durch die Betriebsart "Punktwahl" gegebenen, gegenüber der "Bündelwahl" modifizierten Bedingungen wird hier ein Koeffizient ${}_r^m\pi_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ definiert. Dieser Koeffizient gibt an, ob bzw. mit welcher Wahrscheinlichkeit dieser Übergang stattfindet. Er hängt, wie der Koeffizient ${}_r\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ bei Bündelwahl, wieder vom Absuchmodus ab.

Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

Die Bedingung (b) läßt sich hier in die folgenden drei Forderungen aufspalten. Es gibt im Koppelvielfach (v,ν), $\nu \in [1,s-1]$ keinen Ausgang, der

- in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegt
- blockiert in Richtung r|(m,s) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist
- frei in Richtung r|(m,s) im benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ ist.

Würde es einen solchen Ausgang im Koppelvielfach (v,ν) geben, dann wäre das benachbart untere Muster kein benachbart unteres Zustandsmuster, denn bei Einfall eines Rufes in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r im benachbart unteren Muster würde nicht der im betrachteten Zustandsmuster zusätzlich durchgeschaltete Weg aufgebaut, sondern es würde ein Weg über diesen Ausgang durchgeschaltet.

Im Abschnitt 3.4.5.2.1 wurde für diesen Absuchmodus im einzelnen gezeigt, daß zum Bestimmen des Koeffizienten ${}_r\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ die Forderung "blockiert in Richtung r" nicht explizit berücksichtigt werden muß, da sie schon in ${}_r\varepsilon_v^{(\nu)}$ enthalten ist.

Zum Ableiten des Koeffizienten ${}_r^m\pi_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ geht man nun gleichfalls nach Abschnitt 3.4.5.2.1 vor. Berücksichtigt man dabei die modifizierten Bedingungen "blockiert in Richtung r|(m,s)" sowie ${}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)}$, so zeigt es sich, daß die Forderung "blockiert in Richtung r|(m,s)" ebenfalls nicht explizit berücksichtigt werden muß, da sie bereits in ${}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)}$ enthalten ist.

Damit gelten hier die für diesen Absuchmodus in Abschnitt 3.4.5.2.1 hergeleiteten Beziehungen (3.35),...,(3.42). Der Einheitlichkeit wegen (vgl. nächster Abschnitt) wird allerdings der Koeffizient $r\eta_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$ ersetzt durch den Koeffizienten ${}^{m}_{r}\pi_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$. Damit geht (3.42) über in

$$ {}^{m}_{r}\pi_{v_1w_1\ldots w_{s-1}} = \prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - \beta^{(\nu)}_{vw}) \qquad (4.14) $$

mit

$\beta^{(\nu)}_{vw}$ nach (3.40) bzw. (3.37)

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs

Im Gegensatz zu geordnetem Absuchen sind hier im allgemeinen mehrere Wege möglich, auf denen ein Ruf vom Koppelvielfach (v,1) zum markierten Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) durchgeschaltet werden kann. Der Koeffizient ${}^{m}_{r}\pi_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$ gibt hier also an, mit welcher Wahrscheinlichkeit gerade der betrachtete Weg durchgeschaltet wird. Dazu muß ermittelt werden, wieviel Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν), $\nu\in[1,s-1]$

- frei sind in Richtung r|(m,s) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$
- blockiert sind (in Richtung r|(m,s)) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$und
- frei sind in Richtung r|(m,s)) im benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$.

Es wird damit hier, wie in Abschnitt 3.4.5.2.2 verfahren: Mit Hilfe eines Testausgangs ς werden Bedingungen formuliert und Beziehungen abgeleitet, aus denen dann der Koeffizient ${}^{m}_{r}\pi_{v_1w_1\ldots w_{s-1}}$ bestimmt werden kann. Die dort ermittelten Beziehungen werden soweit als möglich übernommen, entsprechend abgeändert und ergänzt.

Die Stufe s-1 (vgl. Abschnitt 3.4.5.2.2, Seite 72)

Hier muß für den Testausgang ς explizit ermittelt werden, ob er blokkiert ist in Richtung r|(m,s).

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach (e ≠ v,s-1), der betrachtete Ausgang w ist im Koppelvielfach (v,s-1)

Nach (3.43) ist ${}_{r}\mathfrak{G}^{(s-1)}_{e} = 1$, falls das Koppelvielfach (e,s-1) mindestens einen Ausgang hat, der blockiert ist in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ und frei in Richtung r im benachbart unteren Muster. Diese Beziehung gilt auch hier. Dabei tritt die Bedingung "blockiert in Richtung r|(m,s)" hier nicht explizit in Erscheinung. Sie ist jedoch enthalten, da

$$ \varphi^{(s-1)}_{vw} = m \qquad (4.15) $$

ist, d.h. das Koppelvielfach $(\varphi^{(s-1)}_{vw},s)$ ist markiert, denn nur in diesem Fall kann das benachbart untere Muster in das betrachtete Zustandsmuster übergehen.

Zusätzlich muß hier bestimmt werden, ob das Koppelvielfach (e,s-1) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ noch Ausgänge besitzt, die frei sind in Richtung r|(m,s). Dies kann durch ${}^{m}_{r}\chi^{(s-1)}_{e}$ nach (4.1) erfolgen. Es ist $(1 - {}^{m}_{r}\chi^{(s-1)}_{e}) = 1$, falls das Koppelvielfach (e,s-1) noch mindestens einen freien Ausgang in Richtung r|(m,s) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ hat.

Es sei ${}^{m}_{r}\chi^{(s-1)*}_{e} = 1$, falls das Koppelvielfach (e,s-1) blockiert ist in Richtung r|(m,s) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$, aber frei in Richtung r|(m,s) im benachbart unteren Muster. Damit ist

$$ {}^{m}_{r}\chi^{(s-1)*}_{e} = {}^{m}_{r}\chi^{(s-1)}_{e} \cdot {}^{m}_{r}\mathfrak{G}^{(s-1)}_{e} \qquad (4.16) $$

mit

${}^{m}_{r}\chi^{(s-1)}_{e}$ nach (4.1); ${}^{m}_{r}\mathfrak{G}^{(s-1)}_{e} = {}_{r}\mathfrak{G}^{(s-1)}_{e}$ nach (3.43); m nach (4.15)

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,s-1)

Hier muß ermittelt werden, wieviel Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1) im benachbart unteren Muster frei in Richtung r|(m,s) sind. Es ist hier ebenfalls ${}_{r}\beta^{(s-1)}_{vw,\varsigma} = 1$ nach (3.45), falls der Ausgang $(\varsigma,v,s-1)$ durch den Ausgang (w,v,s-1) blockiert ist. Entsprechend ergibt sich die Zahl der durch den Ausgang (w,v,s-1) blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1) ebenfalls zu ${}_{r}\beta^{(s-1)}_{vw}$ nach (3.46).

Damit kann die Anzahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1) bestimmt werden, die im benachbart unteren Muster frei sind in Richtung r|(m,s). Es ist

$$ {}^{m}_{r}\overline{\pi}^{(s-1)}_{vw} = k_{s-1} - s^{(s-1)*}_{v.} - {}^{m}_{r}\Omega^{(s-1)}_{v.} + 1 + {}^{m}_{r}\beta^{(s-1)}_{vw} \qquad (4.17) $$

mit

$s^{(s-1)*}_{v.}$ nach (3.11); ${}^{m}_{r}\Omega^{(s-1)}_{v.}$ nach (4.2); m nach (4.15)

${}^{m}_{r}\beta^{(s-1)}_{vw} = {}_{r}\beta^{(s-1)}_{vw}$ nach (3.46).

Die Stufe $\{\nu|\nu\in[2,s-2]\}$ (vgl. Abschnitt 3.4.5.2.2, Seite 73)

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach (e ≠ v,ν), der betrachtete Ausgang w ist im Koppelvielfach (v,ν).

Es gelten hier die gleichen Bedingungen wie in Abschnitt 3.4.5.2.2 für die Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$, wobei allerdings statt "frei in Richtung r" die Bedingung "frei in Richtung r|(m,s)" zu berücksichtigen ist. Damit ergibt sich jetzt ${}^{m}_{r}G_{e}^{(\nu)}$ zu:

$$ {}^{m}_{r}G_{e}^{(\nu)} \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases} \Bigg\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_\nu} (1 - s_{e\varsigma}^{(\nu)*})[\delta_{\varphi(\nu)_{e\varsigma}, \varphi(\nu)_{vw}} + (1 - g_{e\varsigma}^{(\nu)})[\delta_{\varphi(\nu)_{e\varsigma}, \varphi(\nu)_{vw}} \cdot {}^{m}_{r}\chi_{v}^{(\nu+1)} + $$

$$ + (1 - \delta_{\varphi(\nu)_{e\varsigma}, \varphi(\nu)_{vw}}) \cdot {}^{m}_{r}\chi_{e}^{(\nu+1)*}] \quad \begin{cases} > 0 \\ = 0 \end{cases} \qquad (4.18) $$

mit

$s_{e\varsigma}^{(\nu)*}$ nach (3.6); ${}^{m}_{r}\chi_{v}^{(\nu+1)} = {}^{m}_{r}\chi_{\varphi(\nu)_{vw}}^{(\nu+1)}$ nach (4.1)

$g_{e\varsigma}^{(\nu)}$ nach (3.17); ${}^{m}_{r}\chi_{e}^{(\nu+1)*} = {}^{m}_{r}\chi_{\varphi(\nu)_{e\varsigma}}^{(\nu+1)*}$ nach (4.16) mit s-1 # ν

m nach (4.15)

Ausgehend von ${}^{m}_{r}G_{e}^{(s-1)}$ nach (3.43) und daraus ${}^{m}_{r}\chi_{e}^{(s-1)*}$ nach (4.16), können damit die restlichen ${}^{m}_{r}G_{e}^{(\nu)}$, $\nu \in [2,s-2]$ rekursiv nach (4.18) berechnet werden.

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,ν).

Der Ausgang ς ist durch den Ausgang w des gleichen Koppelvielfachs (v,ν) blockiert in Richtung r|(m,s), falls ${}^{m}_{r}\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)} = 1$ ist. Es ist

$$ {}^{m}_{r}\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)} = (1 - s_{v\varsigma}^{(\nu)*})(1 - g_{v\varsigma}^{(\nu)})[\delta_{\varphi(\nu)_{v\varsigma}, \varphi(\nu)_{vw}} \cdot {}^{m}_{r}\chi_{v}^{(\nu+1)} + (1 - \delta_{\varphi(\nu)_{v\varsigma}, \varphi(\nu)_{vw}}) \cdot {}^{m}_{r}\chi_{e}^{(\nu+1)*}] \qquad (4.19) $$

mit

${}^{m}_{r}\chi_{e}^{(\nu+1)*} = {}^{m}_{r}\chi_{\varphi(\nu)_{v\varsigma}}^{(\nu+1)*}$ nach (4.16) mit s-1 # ν

${}^{m}_{r}\chi_{v}^{(\nu+1)} = {}^{m}_{r}\chi_{\varphi(\nu)_{v\varsigma}}^{(\nu+1)} = {}^{m}_{r}\chi_{\varphi(\nu)_{vw}}^{(\nu+1)}$ nach (4.1)

Damit sind ${}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(\nu)}$ Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) blockiert in Richtung r|(m,s):

$$ {}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(\nu)} = \sum_{\varsigma=1}^{k_\nu} {}^{m}_{r}\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)} \qquad (4.20) $$

Das Koppelvielfach (v,ν) hat somit im benachbart unteren Muster noch ${}^{m}_{r}\bar{\pi}_{vw}^{(\nu)}$ Ausgänge, die frei sind in Richtung r|(m,s):

$$ {}^{m}_{r}\bar{\pi}_{vw}^{(\nu)} = k_\nu - s_{v.}^{(\nu)*} - {}^{m}_{r}\Omega_{v.}^{(\nu)} + 1 + {}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(\nu)} \qquad (4.21) $$

mit

$s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11); ${}^{m}_{r}\Omega_{v.}^{(\nu)}$ nach (4.2); ${}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(\nu)}$ nach (4.20)

m nach (4.15)

Die Stufe 1 (vgl. Abschnitt 3.4.5.2.2, Seite 75)

Hier müssen nur die Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) betrachtet werden. Für sie gelten die soeben für die Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$, Fall B. hergeleiteten Beziehungen.

Damit gelten die Beziehungen (4.19),...,(4.21) für die Stufen $\{\nu \mid \nu \in [1,s-2]\}$.

Der Koeffizient ${}^{m}_{r}\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}$

Da in jedem Koppelvielfach entlang des Weges durch das Linksystem zufallsmäßig ein freier Ausgang ausgewählt wird, ergibt sich der Koeffizient nach:

$$ {}^{m}_{r}\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \left[\prod_{\nu=1}^{s-1} {}^{m}_{r}\bar{\pi}_{vw}^{(\nu)} \right]^{-1} $$

mit

${}^{m}_{r}\bar{\pi}_{vw}^{(\nu)}$ nach (4.17) für ν = s-1

(4.21) für $\nu \in [1,s-2]$

Setzt man die Beziehungen für ${}^{m}_{r}\bar{\pi}_{vw}^{(\nu)}$ ein, dann erhält man

$$ {}^{m}_{r}\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \left[\prod_{\nu=1}^{s-1} (k_\nu - s_{v.}^{(\nu)*} - {}^{m}_{r}\Omega_{v.}^{(\nu)} + 1 + {}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(\nu)}) \right]^{-1} \qquad (4.22) $$

mit

$s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11); ${}^{m}_{r}\Omega_{v.}^{(\nu)}$ nach (4.2); ${}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.46) für ν = s-1

(4.20) für $\nu \in [1,s-2]$

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs der Stufe 1; geordnetes Absuchen der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufen 2,...,s

Hier gelten für die Stufen

$\nu \in [2,s-1]$ die Beziehungen für geordnetes Absuchen

ν = 1 " " für zufallsmäßige Auswahl

Damit wird der Koeffizient

$$ {}^{m}_{r}\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \frac{\prod_{\nu=2}^{s-1} (1 - \beta_{vw}^{(\nu)})}{k_1 - s_{v.}^{(1)*} - {}^{m}_{r}\Omega_{v.}^{(1)} + 1 + {}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(1)}} \qquad (4.23) $$

mit

$s_{v.}^{(1)*}$ nach (3.11); ${}^{m}_{r}\Omega_{v.}^{(1)}$ nach (4.2); ${}^{m}_{r}\beta_{vw}^{(1)}$ nach (4.20)

$\beta_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.40) für $\nu \in [2,s-2]$

(3.37) für ν = s-1

4.2.3.4.4 Ermitteln der Übergangsrate

Es muß jetzt noch ermittelt werden, mit welcher Wahrscheinlichkeit der im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ gegenüber dem benachbart unteren Muster zusätzlich belegte Ausgang des Koppelvielfachs $(m = \varphi_{vw}^{(s-1)}, s)$ in Richtung r markiert wird.

Im benachbart unteren Muster gibt es $({}_r\gamma+1)$ freie Abnehmerleitungen in Richtung r; $({}_r^m\gamma+1)$ davon sind Ausgänge des Koppelvielfachs (m,s). Damit wird ein in die Richtung r freier Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) mit der Wahrscheinlichkeit ${}_r^m\Gamma^*$ markiert. Es ist

$$ {}_r^m\Gamma^* = \frac{{}_r^m\gamma + 1}{{}_r\gamma + 1} \qquad (4.24) $$

mit

${}_r\gamma$ nach (4.6) und ${}_r^m\gamma$ nach (4.7)

Ferner ergibt sich die Anrufrate ${}_r\lambda_v^*$ im benachbart unteren Muster nach (3.55) bzw. (3.58)

Aus (2.18) bzw. (3.54) kann mit (4.13) und (4.14) bzw. (4.22) oder (4.23) die Übergangsrate von allen benachbart unteren Zustandsmustern $\{\tilde{x}-1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ angegeben werden:

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{m=1}^{g_s} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{{}_r^m\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{{}_r^m\varepsilon_v^{(s-1)}} p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \right\|, \ldots, \left\| s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \right\|\right) \cdot $$

$$ \cdot \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot \delta_{\varphi_{vw}^{(s-1)}, m} \cdot {}_r^m\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} \cdot {}_r^m\Gamma^* \cdot {}_r\lambda_v^* $$

(4.25)

mit

${}_r^m\Gamma^*$	nach (4.24)	${}_r^m\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}$	nach (4.14)	falls Betriebsart nach Abschnitt 3.4.1	(a)
${}_r\lambda_v^*$	nach (3.55) bzw. (3.58)		(4.22)	" "	(c)
${}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)}$	nach (4.11) bzw. (4.12)		(4.23)	" "	(d)

4.2.3.5 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

Aus den in den Abschnitten 4.2.3.1 bis 4.2.3.4 ermittelten Übergangsraten (3.21), (4.9), (3.30) und (4.25) ergibt sich nach (2.14) und (2.9) das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten zu (4.26)

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \right\|, \ldots, \left\| s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \right\|\right) \prod_{\nu=1}^{s-1} \left[(1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - {}_r\varrho_{vw}^{(\nu)}) \right] (1 - {}_r\tau_{vw}^{(s-1)}) \cdot \psi_v \cdot {}_r\mu_v $$

$$ + \sum_{m=1}^{g_s} \sum_{w_1=1}^{{}_r^m\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{{}_r^m\varepsilon_v^{(s-1)}} p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \right\|, \ldots, \left\| s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \right\|\right) \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot \delta_{\varphi_{vw}^{(s-1)}, m} \cdot {}_r^m\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} \cdot $$

$$ \cdot {}_r^m\Gamma^* \cdot {}_r\lambda_v^* \Bigg] - p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} \right\|, \ldots, \left\| s_{ij}^{(s-1)} \right\|\right) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \Bigg[\sum_{m=1}^{g_s} (1 - {}_r^m\chi_v^{(1)}) \cdot {}_r^m\Gamma \cdot {}_r\lambda_v + \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot {}_r\mu_v \Bigg] = 0 $$

mit

κ_ν	nach (3.4)	${}_r\mu_v$	nach (3.13)	$s_{vw}^{(\nu)*}$	nach (3.6)
$\varrho_{vw}^{(\nu)}$	nach (3.17)	${}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$	nach (3.19)	ψ_v	nach (3.15)
${}_r^m\chi_v^{(1)}$	nach (4.1)	${}_r^m\Gamma$	nach (4.8)	${}_r^m\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}$	nach (4.14) oder (4.22) oder (4.23)
${}_r\lambda_v$	nach (3.12) bzw. (3.58)	${}_r^m\Gamma^*$	nach (4.24)		
${}_r\lambda_v^*$	nach (3.55) bzw. (3.58)			${}_r^m\varepsilon_v^{(\nu)}$	nach (4.11) oder (4.12)

normiert durch die Bedingung

$$ \sum_{\tilde{x}} p(s^{(1)}, \ldots, s^{(s-1)}) = 1 \qquad (4.27) $$

4.2.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Wie es im Abschnitt 3.5 angegeben wurde, können die charakteristischen Verkehrsgrößen aus den nach (4.26) und (4.27) berechneten Zustandswahrscheinlichkeiten und den vorgegebenen Verkehrsparametern ${}_r\alpha_v$ (bzw. ${}_r\lambda_v$) und ${}_r\mu_v$ bestimmt werden.

Besonders wichtig ist dabei hier der Punkt-Punkt-Verlust, kurz auch Punktverlust genannt.

4.2.4.1 Die Verlustwahrscheinlichkeit

Nach /75/ kann der Punktverlust B_p auf zwei Arten definiert werden.

Es sei

c_{NF} = Zahl der Rufe, die vom Koppelvielfach der Stufe 1 aus nicht zum markierten Ausgang durchgeschaltet werden können

c_A^* = Zahl der Rufe, die eintreffen, solange noch mindestens eine Abnehmerleitung frei ist

c_A = Zahl der insgesamt eintreffenden Rufe

Dann ist

$$ B_{p1} = \frac{c_{NF}}{c_A^*} \quad \text{(1. Definition)}; \qquad B_{p2} = \frac{c_{NF}}{c_A} \quad \text{(2. Definition)} $$

Damit beim betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ein Verlustruf in Richtung r infolge Punktwahl auftritt, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

- Es muß noch mindestens ein Ausgang des Linksystems in Richtung r frei sein.

  Es sei ${}_r\Gamma = 1$, falls alle Abnehmerleitungen in Richtung r belegt sind.

$$ {}_r\Gamma \left\{ \begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix} \right\} \text{falls } {}_r\gamma \left\{ \begin{matrix} = 0 \\ > 0 \end{matrix} \right. \qquad (4.28) $$

  mit

  ${}_r\gamma$ nach (4.6)

- Im Koppelvielfach (v,1) muß
  - ein Ruf in Richtung r einfallen;
    dies geschieht mit ${}_r\lambda_v$ nach (3.12) für Zufallsverkehr 2. Art
    (3.58) für Zufallsverkehr 1. Art, abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art oder gemischten Verkehr
  - der eingefallene Ruf nicht zur markierten Abnehmerleitung in Richtung r durchgeschaltet werden können.
    Mit der Wahrscheinlichkeit ${}^m_r\Gamma$ nach (4.8) befindet sich der markierte Ausgang im Koppelvielfach (m,s). Ist ${}^m_r\chi^{(1)}_v = 1$, dann ist das Koppelvielfach (v,1) blockiert in Richtung r|(m,s).

    Damit ist der eingefallene Ruf mit der Wahrscheinlichkeit
    $${}^m_r\Gamma \cdot {}^m_r\chi^{(1)}_v$$
    ein Verlustruf.

Mit diesen Bedingungen und den obigen Definitionen kann der Punktverlust bestimmt werden.

Definition 1:

Punktverlust ${}_rB_{v,p1}$ des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r

$$ {}_rB_{v,p1} = \frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\sum_{m=1}^{q_s} {}^m_r\chi^{(1)}_v \cdot {}^m_r\Gamma \cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\cdot(1-{}_r\Gamma)\cdot {}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.29)$$

Punktverlust ${}_rB_{p1}$ in Richtung r

$$ {}_rB_{p1} = \frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\sum_{v=1}^{q_1}\sum_{m=1}^{q_s} {}^m_r\chi^{(1)}_v \cdot {}^m_r\Gamma \cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\cdot(1-{}_r\Gamma)\sum_{v=1}^{q_1} {}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.30)$$

Definition 2:

Punktverlust ${}_rB_{v,p2}$ des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r

$$ {}_rB_{v,p2} = \frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\sum_{m=1}^{q_s} {}^m_r\chi^{(1)}_v \cdot {}^m_r\Gamma \cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\cdot {}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.31)$$

Punktverlust ${}_rB_{p2}$ in Richtung r

$$ {}_rB_{p2} = \frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\sum_{v=1}^{q_1}\sum_{m=1}^{q_s} {}^m_r\chi^{(1)}_v \cdot {}^m_r\Gamma \cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\sum_{v=1}^{q_1} {}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.32)$$

Die weiteren Punktverlustgrößen B_{vp1}, B_{vp2}, B_{p1} und B_{p2} werden entsprechend bestimmt.

Im folgenden werden nur die Verlustwahrscheinlichkeiten ${}_rB_v$ und B explizit angegeben, die weiteren werden in analoger Weise bestimmt.

$$ {}_rB_v = \frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\cdot\left({}_r\Gamma+\sum_{m=1}^{q_s} {}^m_r\chi^{(1)}_v \cdot {}^m_r\Gamma\right)\cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\cdot {}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.33)$$

Die Gesamtverlustwahrscheinlichkeit B ergibt sich zu

$$ B = \frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\sum_{r=1}^{R}\left(\sum_{v=1}^{q_1}\sum_{m=1}^{q_s} {}^m_r\chi^{(1)}_v \cdot {}^m_r\Gamma + {}_r\Gamma\right)\cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\dots,S^{(s-1)})\sum_{r=1}^{R}\sum_{v=1}^{q_1} {}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.34)$$

4.2.4.2 Die Belastung, das Angebot

Mit den in den Abschnitten 3.5.2 und 3.5.3 angegebenen Beziehungen können die Belastungen und die Angebote berechnet werden.

4.3 Das Linksystem mit s Stufen für Richtungswahl mit mehreren Durchschalteversuchen

4.3.1 Vorbemerkung

Systeme mit Punktwahl haben besonders bei Linksystemen mit starker Konzentration, wie sie z.B. bei Teilnehmerwahlstufen üblich ist, den Nachteil des sehr viel höheren Verlustes, als bei der Betriebsart Punkt - Bündelwahl (Kapitel 3) unter sonst gleichen Bedingungen.

Aus diesem Grunde führt man bei solchen Systemen mit Punkt-Punktwahl oft /2,3,68/ eine weitere Modifikation ein, mittels derer die Abnehmerleitungen besser ausgenutzt werden können bzw. - damit gleichbedeutend - der Verlust verkleinert wird und damit mehr dem Verlust bei Punkt - Bündelwahl angenähert wird.

Die Steuerung führt nacheinander mehrere Durchschalteversuche zu jeweils anderen markierten Ausgängen durch, falls der jeweils vorhergehende Durchschalteversuch nicht erfolgreich war. Dabei wird der markierte Ausgang bei jedem Versuch von der Steuerung unter den verbleibenden freien Ausgängen, d.h. unter den in den vorhergehenden Versuchen noch nicht markierten Ausgängen, ausgewählt. Die Anzahl der Versuche begrenzt man meistens, z.B. auf maximal vier Versuche /68/.

Sind vom betrachteten Koppelvielfach (v,1) aus z.B. $n_1>0$ von insgesamt n freien Ausgängen in Richtung r erreichbar, dann ist beim Versuch $(n-n_1+1)$ mit Sicherheit ein erreichbarer Ausgang markiert. Daraus folgt, daß bei einer unbegrenzten Anzahl von Durchschaltever-

suchen, d.h. bei jeweils mindestens
$(n-n_1+1)$ Durchschalteversuchen falls $n_1 > 0$ und
einem Durchschalteversuch falls $n_1 = 0$ ist,
der Verlust dieses Systems in den Bündelverlust bei Richtungswahl (Kapitel 3) übergeht.

Es wird dasselbe System wie in Abschnitt 4.2 betrachtet, die formale Beschreibung des Systems sowie die Kennzeichnung der Zustände wird ebenfalls unverändert übernommen. Mit Hilfe von modifizierten Übergangskoeffizienten wird wieder das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten hergeleitet. Mit den daraus ermittelten Zustandswahrscheinlichkeiten können dann wiederum die charakteristischen Verkehrsgrößen, vor allem also der Punktverlust, bestimmt werden.

4.3.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

4.3.2.1 Die Übergänge

Bei den folgenden zwei Übergängen wirkt sich diese Änderung der Betriebsart nicht aus. Beim
- Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$
- Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$,

denn bei diesen beiden Übergängen hängen die Übergangsraten nur von den in den benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ bzw. in dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ bestehenden Belegungen ab.

Für diese beiden Übergänge gelten somit die Beziehungen (3.21) bzw. (3.30). Es müssen also nur noch die beiden Übergänge "nach oben" und "von unten" genauer betrachtet werden.

4.3.2.1.1 Der Übergang "nach oben" : $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

1. Durchschalteversuch: Hier gilt der in Abschnitt 4.2.3.2.2 ermittelte Koeffizient E_1

$$E_1 = \sum_{m=1}^{q_s} (1 - {}_m^r\chi_v^{(1)}) \cdot {}_m^r\Gamma \quad = \frac{1}{r\gamma} \sum_{m=1}^{q_s} (1 - {}_m^r\chi_v^{(1)}) \cdot {}_m^r\gamma \qquad (4.35)$$

E_1 gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ein Ausgang in Richtung r im Koppelvielfach (m,s) markiert (${}_m^r\Gamma$) und ein in das betrachtete Koppelvielfach (v,1) einfallender Ruf in Richtung r zu diesem markierten Ausgang im Koppelvielfach (m,s) durchgeschaltet $(1 - {}_m^r\chi_v^{(1)})$ wird. Da hier alle Übergänge nach oben ermittelt werden, muß über m summiert werden.

2. Durchschalteversuch: Zu einem zweiten Durchschalteversuch kommt es nur, falls
   - im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mindestens 2 Ausgänge frei sind in Richtung r, d.h. ${}_r\gamma \geq 2$
   - im ersten Versuch ein freier Ausgang markiert wurde, der vom betrachteten Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreicht wurde, d.h. ${}_r\gamma \geq {}_m^r\gamma + 1$

   Für diesen zweiten Durchschalteversuch bleibt damit die Zahl der erreichbaren Abnehmerleitungen konstant:
   $\sum_{m=1}^{q_s} (1 - {}_m^r\chi_v^{(1)}) \cdot {}_m^r\gamma$
   dagegen verringert sich die Zahl der vom Koppelvielfach (v,1) aus <u>nicht</u> erreichbaren freien Abnehmerleitungen um eine, d.h. die Gesamtzahl der markierbaren Ausgänge beträgt jetzt nur noch:
   ${}_r\gamma - 1$.
   In diesem zweiten Versuch wird damit mit der Wahrscheinlichkeit E_2' eine erreichbare freie Abnehmerleitung markiert:

$$E_2' = \frac{1}{{}_r\gamma - 1} \sum_{m=1}^{q_s} (1 - {}_m^r\chi_v^{(1)}) \cdot {}_m^r\gamma \quad = E_1 \cdot \frac{{}_r\gamma}{{}_r\gamma - 1} \qquad (4.36)$$

   Damit wird die Wahrscheinlichkeit, daß eine bestimmte Abnehmerleitung erst im zweiten Versuch markiert wird

$$E_2 = (1 - E_1) \cdot E_1 \cdot \frac{{}_r\gamma}{{}_r\gamma - 1} \quad \text{falls } {}_r\gamma \geq 2 \text{ und } {}_r\gamma \geq {}_m^r\gamma + 1$$
$$= 0 \quad \text{sonst} \qquad (4.37)$$

   Mit der Wahrscheinlichkeit $\bar{E}_2$ wird entweder im ersten oder im zweiten Versuch eine vom Koppelvielfach (v,1) aus erreichbare Abnehmerleitung markiert, d.h. $\bar{E}_2$ ist der gesuchte Koeffizient für den Übergang nach oben bei zwei Durchschalteversuchen:

$$\bar{E}_2 = E_1 + E_2 = E_1 \left[1 + (1 - E_1) \frac{{}_r\gamma}{{}_r\gamma - 1}\right] \quad \text{falls } {}_r\gamma \geq 2 \text{ und } {}_r\gamma \geq {}_m^r\gamma + 1$$
$$= E_1 \quad \text{sonst} \qquad (4.38)$$

t. Durchschalteversuch: Erst in diesem (allgemeinen) t. Versuch wird mit der Wahrscheinlichkeit E_t eine geeignete Abnehmerleitung markiert:

$$E_t(v,r) = (1 - \bar{E}_{t-1}) \cdot E_1 \cdot \frac{{}_r\gamma}{{}_r\gamma - t + 1} = (1 - (1 - \ldots) E_1 \frac{{}_r\gamma}{{}_r\gamma - t + 2}) \cdot E_1 \frac{{}_r\gamma}{{}_r\gamma - t + 1} \quad \begin{matrix}\text{falls } {}_r\gamma \geq t \\ \text{und } {}_r\gamma \geq {}_m^r\gamma + t - 1\end{matrix}$$
$$= 0 \quad \text{sonst} \qquad (4.39)$$

   Der gesuchte Koeffizient $\bar{E}_t(v,r)$, d.h. die Wahrscheinlichkeit, daß in einem der ersten t Durchschalteversuche eine geeignete Abnehmerleitung markiert wurde, ergibt sich zu

$$\bar{E}_t(v,r) = \sum_{l=1}^{t} E_l(v,r) \qquad (4.40)$$

Damit ergibt sich die Übergangsrate zu

$$p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\sum_{r=1}^{R}\sum_{v=1}^{q_r}\overline{E}_t(v,r)\cdot {}_r\lambda_v \qquad (4.41)$$

mit

${}_r\lambda_v$ nach (3.12) für Zufallsverkehr 2. Art
(3.58) für Zufallsverkehr 1. Art, abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art und gemischten Verkehr

4.3.2.1.2 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

1. Durchschalteversuch: Ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) in Richtung r wird mit der Wahrscheinlichkeit ${}^{m}_{r}\Gamma^{*}$ nach (4.24) markiert. Der Koeffizient

$$\pi = {}^{m}_{r}\pi_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} \qquad (4.42)$$

mit

${}^{m}_{r}\pi_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ nach (4.14) für geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs (Betriebsart (a))
(4.22) für zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs (Betriebsart (c))
(4.23) für zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs der Stufe 1; geordnetes Absuchen der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufen 2,...,s (Betriebsart (d))

gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit gerade jener Weg, durch den sich das benachbart untere Muster vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ unterscheidet, durchgeschaltet wird.

Damit ergibt sich die Wahrscheinlichkeit E_1^* dafür, daß bei Einfall eines Rufes in Richtung r in das Koppelvielfach (v,1) im benachbart unteren Muster

- ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) markiert wird und
- das Durchschalten der Verbindung vom Koppelvielfach (v,1) zum Koppelvielfach (m,s) längs des durch die Ausgänge (w,v,ν), $\nu \in [1,s-1]$ gekennzeichneten Weges erfolgt

zu

$$E_1^* = {}^{m}_{r}\Gamma^{*}\cdot\pi \qquad (4.43)$$

2. Durchschalteversuch: Zu einem zweiten Versuch kommt es nur, falls
   a. im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mindestens ein Ausgang eines Koppelvielfachs ($\overline{m} \neq m,s$) frei ist in Richtung r, d.h. falls ${}_r\tau > {}^{m}_{r}\tau \geq 0$.
   b. im ersten Versuch ein Ausgang des Linksystems markiert wurde, der vom betrachteten Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreichbar ist.

Es muß somit die Anzahl der vom Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreichbaren Ausgänge des Linksystems in Richtung r im benachbart unteren Muster $\{\tilde{x}-1\}$ bestimmt werden. Dabei genügt es die Ausgänge der Koppelvielfache ($\overline{m} \neq m,s$) in Richtung r zu betrachten; die Ausgänge in Richtung $r|(m,s)$ werden vom Koppelvielfach (v,1) aus erreicht, denn der $\{\tilde{x}\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ unterscheidende belegte Weg führt vom Koppelvielfach (v,1) in Richtung $r|(m,s)$.

Dazu wird wie in Abschnitt 3.4.5.2 verfahren : Mit Hilfe eines Testausgangs ς werden Beziehungen ermittelt mit denen dann die Zahl der vom Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreichbaren Ausgänge in Richtung r im Muster $\{\tilde{x}-1\}$ bestimmt werden.

Die Stufe s-1

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach ($e \neq v,s-1$), der betrachtete Ausgang w ist im Koppelvielfach (v,s-1).

Das Koppelvielfach (e,s-1) ist blockiert in Richtung $r|(\overline{m},s)$, d.h. ${}^{\overline{m}}_{r}\chi_e^{(s-1)} = 1$ nach (4.1), falls alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs entweder belegt oder blockiert in Richtung $r|(\overline{m},s)$ sind :

$$\left.\begin{matrix} {}^{\overline{m}}_{r}\chi_e^{(s-1)} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s_{e.}^{(s-1)*} + {}^{\overline{m}}_{r}\Omega_{e.}^{(s-1)} \begin{cases} = k_{s-1} \\ < k_{s-1} \end{cases}$$

mit

$s_{e.}^{(s-1)*}$ nach (3.11)

${}^{\overline{m}}_{r}\Omega_{e.}^{(s-1)}$ nach (4.2) wobei $m \neq \overline{m}$, $v \neq e$, $w \neq \varsigma$

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,s-1).

Das Koppelvielfach (v,s-1) ist blockiert in Richtung $r|(\overline{m},s)$, d.h. ${}^{\overline{m}}_{r}\chi_v^{(s-1)} = 1$ nach (4.1), falls alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs entweder belegt oder blockiert in Richtung $r|(\overline{m},s)$ sind.

Dabei ist in (4.1), (3.11) und (4.3) m durch $\overline{m}$ und w durch ς zu ersetzen.

Die Stufe $\nu \in [1,s-2]$

A. Der Testausgang ς ist im Koppelvielfach ($e \neq v,\nu$), der betrachtete Ausgang w ist im Koppelvielfach (v,ν).

Auch hier wird ${}^{\overline{m}}_{r}\chi_e^{(\nu)} = 1$, falls alle Ausgänge dieses Koppelvielfachs entweder belegt oder blockiert in Richtung $r|(\overline{m},s)$ sind

$$\left.\begin{matrix} {}^{\overline{m}}_{r}\chi_e^{(\nu)} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s_{e.}^{(\nu)*} + {}^{\overline{m}}_{r}\Omega_{e.}^{(\nu)} \begin{cases} = k_{\nu} \\ < k_{\nu} \end{cases}$$

mit
$s_{e.}^{(\nu)*}$ nach (3.11) und ${}_{\bar{m}}\Omega_{re}^{(\nu)}$ nach (4.2)
wobei m # $\bar{m}$, v # e, w # ς und ${}_{\bar{m}}\Omega_{re\varsigma}^{(\nu)}$ nach (4.44)

Beim Bestimmen von ${}_{\bar{m}}\Omega_{re\varsigma}^{(\nu)}$ muß zusätzlich zu den bei (4.4) enthaltenen Bedingungen noch berücksichtigt werden, daß der Ausgang (ς,e,ν) mit dem Ausgang (w,v,ν) gemischt sein kann. In diesem Fall ist dann der Ausgang (ς,e,ν) im Muster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ nicht mehr durch Mischung blockiert.

$$ {}_{\bar{m}}\Omega_{re\varsigma}^{(\nu)} = (1 - s_{e\varsigma}^{(\nu)*})\left[\varsigma_{e\varsigma}^{(\nu)} - \delta_{\varphi_{vw}^{(\nu)},\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}} + (1 - \varsigma_{e\varsigma}^{(\nu)} + \delta_{\varphi_{vw}^{(\nu)},\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}}) \cdot {}_{\bar{m}}\chi_{r\,\varphi_{e\varsigma}^{(\nu)}}^{(\nu+1)}\right] \qquad (4.44) $$

B. Der Testausgang ς und der betrachtete Ausgang w liegen im gleichen Koppelvielfach (v,ν).

Auch in diesem Fall wird ${}_{\bar{m}}\chi_{rv}^{(\nu)} = 1$, falls alle Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) entweder belegt oder blockiert in Richtung r|($\bar{m}$,s) sind. Dabei wird ${}_{\bar{m}}\chi_{rv}^{(\nu)}$ gegenüber (4.1) modifiziert. Es ist

$$ {}_{\bar{m}}\chi_{r\,v}^{(\nu)} \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases} \text{falls } s_{v.}^{(\nu)*} - 1 + {}_{\bar{m}}\Omega_{r\,v.}^{(\nu)} \begin{cases} = k_\nu \\ < k_\nu \end{cases} \qquad (4.45) $$

Die Zahl der im Muster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) ist $s_{v.}^{(\nu)*} - 1$, mit $s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11).

Die Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν) die im Muster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ blockiert sind in Richtung r|($\bar{m}$,s) ist

$$ {}_{\bar{m}}\Omega_{r\,v.}^{(\nu)} = \sum_{\substack{\varsigma=1 \\ \varsigma \neq w}}^{k_\nu} {}_{\bar{m}}\Omega_{rv\varsigma}^{(\nu)} + s_{vw}^{(\nu)*} \cdot {}_{\bar{m}}\chi_{r\,\varphi_{vw}^{(\nu)}}^{(\nu+1)} \qquad (4.46) $$

mit
${}_{\bar{m}}\Omega_{rv\varsigma}^{(\nu)}$ nach (4.4) wobei m # $\bar{m}$, w # ς
Es ist $s_{vw}^{(\nu)*} \cdot {}_{\bar{m}}\chi_{r\,\varphi_{vw}^{(\nu)}}^{(\nu+1)} = 1$, falls das vom betrachteten Ausgang (w,v,ν) erreichte Koppelvielfach ($\varphi_{vw}^{(\nu)}$,ν+1) im Muster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ blockiert ist in Richtung r|($\bar{m}$,s).

Damit ergibt sich die Zahl der vom Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreichbaren freien Ausgänge des Linksystems in Richtung r im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ zu

$$ {}_r\bar{\gamma}_v = \sum_{\bar{m}=1}^{g_s} {}_{\bar{m}}\gamma_r \cdot {}_{\bar{m}}\chi_{r\,v}^{(1)} \qquad (4.47) $$

mit $\bar{m} \neq m$
${}_{\bar{m}}\gamma_r$ nach (4.7) wobei m # $\bar{m}$ und ${}_m\chi_{rv}^{(1)}$ nach (4.45)

Mit der Wahrscheinlichkeit $E_2^{*'}$ wurde im ersten Versuch ein freier Ausgang des Linksystems markiert, der vom Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreicht wurde :

$$ E_2^{*'} = \frac{r\bar{\gamma}_v}{r\gamma + 1} \qquad (4.48) $$

Mit der Wahrscheinlichkeit $E_2^{*''}$ wird jetzt ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) markiert :

$$ E_2^{*''} = \frac{{}_m\gamma_r + 1}{r\gamma} \qquad (4.49) $$

Damit erfolgt im zweiten Versuch das Durchschalten vom Koppelvielfach (v,1) zu einem Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) entlang des gewünschten Weges mit der Wahrscheinlichkeit

$$ E_2^* \begin{cases} = E_2^{*'} \cdot E_2^{*''} \cdot \pi \\ = 0 \end{cases} \text{falls } r\gamma \begin{cases} \geq 1 \\ < 1 \end{cases} \qquad (4.50) $$

Mit der Wahrscheinlichkeit $\bar{E}_2^*$ kommt die Verbindung im ersten oder im zweiten Versuch zustande

$$ \bar{E}_2^* = E_1^* + E_2^* \qquad (4.51) $$

Werden maximal t Durchschalteversuche durchgeführt, so erfolgt das Durchschalten längs des gewünschten Weges im t-ten Versuch mit der Wahrscheinlichkeit

$$ E_t^* \begin{cases} = E_t^{*'} \cdot E_t^{*''} \cdot \pi \\ = 0 \end{cases} \text{falls } r\gamma \begin{cases} \geq t\text{-}1 \\ < t\text{-}1 \end{cases} \qquad (4.52) $$

Dabei ist $E_t^{*'}$ die Wahrscheinlichkeit, daß in den ersten t-1 Versuchen nur solche freie Ausgänge in Richtung r markiert wurden, die vom Koppelvielfach (v,1) aus nicht erreichbar sind. Es ist

$$ E_t^{*'} = \prod_{\ell=0}^{t-2} \frac{r\bar{\gamma}_v - \ell}{r\gamma + 1 - \ell} \qquad (4.53) $$

und $E_t^{*''}$ die Wahrscheinlichkeit, daß jetzt ein Ausgang des Koppelvielfachs (m,s) markiert wird.

$$ E_t^{*''} = \frac{{}_m\gamma_r + 1}{r\gamma + 1 - (t-1)} \qquad (4.54) $$

In einem der ersten t Versuche wird die Verbindung entlang des gewünschten Weges durchgeschaltet mit

$$ \bar{E}_t^*(m,v,r) = \sum_{\ell=1}^{t} E_\ell^* \qquad (4.55) $$

Damit ergibt sich für die Übergangsrate

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{m=1}^{g_s} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|, \ldots, \|s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)}\|) \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)},\kappa_\nu} $$

$$ \cdot \delta_{\varphi_{vw}^{(s-1)},m} \cdot \bar{E}_t^*(m,v,r) \cdot {}_r\lambda_v^* \qquad (4.56) $$

mit

${}^{m}_{r}\varepsilon_{v}^{(\nu)}$ nach (4.11) oder (4.12)

$\bar{E}_t^*$ nach (4.55)

${}_r\lambda_v^*$ nach (3.55) für Zufallsverkehr 2. Art
nach (3.58) für Zufallsverkehr 1. Art, abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art, gemischten Verkehr

4.3.2.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten ergibt sich hier aus (3.21) nach Abschnitt 3.4.2 für den Übergang "von oben"

(4.41) 4.3.2.1.1 "nach oben"

(3.30) 3.4.4 "nach unten"

(4.56) 4.3.2.1.2 "von unten"

zu

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{q_1}\Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_1}\cdots\sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p(\|s_{ij}^{(1)}+\kappa_1\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|,\ldots,\|s_{ij}^{(s-1)}+\kappa_{s-1}\delta_{iv}^{(s-1)}\delta_{jw}^{(s-1)}\|)\prod_{\nu=1}^{s-1}[(1-s_{vw}^{(\nu)*})(1-g_{vw}^{(\nu)})](1-{}_r\tau_{vw}^{(s-1)})\,\psi_v\,{}_r\mu_v$$

$$+\sum_{m=1}^{q_s}\sum_{w_1=1}^{{}^{m}_{r}\varepsilon_v^{(1)}}\cdots\sum_{w_{s-1}=1}^{{}^{m}_{r}\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\|s_{ij}^{(1)}-\kappa_1\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|,\ldots,\|s_{ij}^{(s-1)}-\kappa_{s-1}\delta_{iv}^{(s-1)}\delta_{jw}^{(s-1)}\|)\prod_{\nu=1}^{s-1}\delta_{s_{vw}^{(\nu)},\kappa_\nu}\cdot\delta_{i_{vw}^{(s-1)},m}\cdot\bar{E}_t^*(m,v,r)\cdot{}_r\lambda_v^*\Bigg]$$

$$-\,p(\|s_{ij}^{(1)}\|,\ldots,\|s_{ij}^{(s-1)}\|)\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{q_1}\Big[\bar{E}_t(v,r)\cdot{}_r\lambda_v+\sum_{w_1=1}^{k_1}\cdots\sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}}\prod_{\nu=1}^{s-1}\delta_{s_{vw}^{(\nu)},\kappa_\nu}\,{}_r\mu_v\Big]=0 \qquad (4.57)$$

mit

κ_ν	nach (3.4)	${}_r\mu_v$	nach (3.13)	$s_{vw}^{(\nu)*}$	nach (3.6)
$s_{vw}^{(\nu)}$	nach (3.17)	${}_r\lambda_v$	nach (3.12) bzw.(3.58)	ψ_v	nach (3.15)
$\bar{E}_t^*(m,v,r)$	nach (4.55)	${}_r\lambda_v^*$	nach (3.55) bzw.(3.58)	${}^{m}_{r}\varepsilon_v^{(\nu)}$	nach (4.11) oder (4.12)
$\bar{E}_t(v,r)$	nach (4.40)	${}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$	nach (3.19)		

normiert durch die Bedingung

$$\sum_{\tilde{x}} p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)}) = 1 \qquad (4.58)$$

4.3.3 Charakteristische Verkehrsgrößen

Der Punktverlust ergibt sich hier nach (4.29) und (4.30) bzw. (4.31) und (4.32) aus Abschnitt 4.2.4, wobei zu berücksichtigen ist, wieviel Versuche zugelassen wurden.

Damit wird, falls t Durchschalteversuche unternommen werden, der Punktverlust ${}_rB_{v,p1}$ des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r (entspr. (4.29))

$${}_rB_{v,p1}=\frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\cdot(1-\bar{E}_t)\cdot(1-{}_r\Gamma)\cdot{}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\cdot(1-{}_r\Gamma)\cdot{}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.59)$$

entsprechend muß ${}_rB_{v,p2}$ nach (4.31) modifiziert werden

Punktverlust ${}_rB_{p1}$ in Richtung r (entspr. (4.30))

$${}_rB_{p1}=\frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\sum_{v=1}^{q_1}(1-\bar{E}_t)\cdot(1-{}_r\Gamma)\cdot{}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})(1-{}_r\Gamma)\sum_{v=1}^{q_1}{}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.60)$$

entsprechend muß ${}_rB_{p2}$ nach (4.32) modifiziert werden;

Die weiteren Punktverlustgrößen werden in entsprechender Weise bestimmt.

Im folgenden werden nur die beiden Verlustwahrscheinlichkeiten ${}_rB_v$ und B explizit angegeben, die weiteren können in analoger Weise bestimmt werden.

Es ist der Verlust ${}_rB_v$ je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r

$${}_rB_v=\frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\cdot(1-\bar{E}_t)\cdot{}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\ {}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.61)$$

und der Gesamtverlust B

$$B=\frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\sum_{r=1}^{R}\sum_{v=1}^{q_1}(1-\bar{E}_t)\cdot{}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S^{(1)},\ldots,S^{(s-1)})\sum_{r=1}^{R}\sum_{v=1}^{q_1}{}_r\lambda_v\right]} \qquad (4.62)$$

Die restlichen Verkehrsgrößen werden nicht geändert, sie bestimmen sich nach den Gleichungen des Abschnitts 3.5.2 und 3.5.3.

5. DAS LINKSYSTEM MIT SYSTEMINTERNEM ÜBERLAUF

5.1 Allgemeines

In großen Nachrichtenvermittlungssystemen wie z.B. dem öffentlichen Fernsprechnetz der Deutschen Bundespost, wird besonders im Fernverkehr eine Verbindung zwischen dem rufenden und dem gerufenen Teilnehmer nicht auf einem einmal festgelegten Weg durch das Netz durchgeschaltet. In solchen Systemen wird vielmehr in mehreren Netzknoten eine "alternative Leitweglenkung" durchgeführt /8,9,15,81/. Dazu wird von einer Steuerung der entsprechende Teil der Wählinformation ausgewertet; dann wird von dieser Steuerung aus versucht, die Verbindung über ein vorher festgelegtes Abnehmerbündel (1. Querweg) durchzuschalten; ist dies nicht möglich, dann "läuft der Ruf über" auf eine zweite Richtung (2. Querweg) usw. fort, bis schließlich das Durchschalten über die Leitungen des Letztweges versucht wird. Ist auch auf diesem Weg kein Durchschalten möglich, dann erst wird der Ruf in dieser Vermittlungsstelle abgewiesen, es entsteht "Verlust".

Der Hauptzweck dieses mehrfachen Überlaufs ist es, die Leitungen des Netzes möglichst gut auszunutzen, dabei die Verlustwahrscheinlichkeit unter einer bestimmten Grenze zu halten und das Netz gegen lokale Bündelstörungen oder -ausfälle unempfindlich zu machen, insgesamt also eine wirtschaftlichere und sicherere Lösung zu erzielen, als dies bei einem Netz mit "Einwegeführung" möglich wäre.

Bei der Berechnung der Bündelgröße zweiter und höherer Querwege sowie des Letztweges muß nun aber berücksichtigt werden, daß der überlaufende Verkehr wesentlich andere statistische Eigenschaften aufweist, als der dem ersten Querweg angebotene Zufallsverkehr. Der Überlaufverkehr setzt sich aus den von den davor abgesuchten Abnehmerbündeln nicht aufgenommenen Verkehrsspitzen zusammen. Er hat deshalb im allgemeinen eine wesentlich höhere Varianz als Zufallsverkehr.

Zur Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit von Systemen mit Überlaufbündeln gibt es eine Vielzahl von exakten und näherungsweisen Verfahren, siehe z.B. /46,48,50,64,80,81,83,84,86,87,89,90,94/. Allerdings setzen diese Verfahren einstufige Koppelanordnungen vollkommener und unvollkommener Erreichbarkeit voraus. Für die Berechnung von Linksystemen mit systeminternem Überlauf sind erst einige Näherungsverfahren bekannt geworden /49,61-63,93/.

Hier soll eine exakte Berechnung von Linksystemen mit systeminternem Überlauf hergeleitet werden.

5.2 Das Linksystem mit s = 2 Stufen

5.2.1 Schematische Darstellung

Betrachtet man eine Richtungswahlstufe mit systeminternem Überlauf von ihrer Aufgabe her, so können verschiedene Betriebsarten auftreten. Die einfachste ist in Bild 5.1 dargestellt.

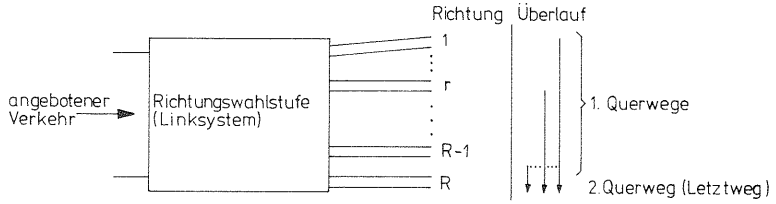


Bild 5.1: Linksystem mit systeminternem Überlauf (eine Überlaufmöglichkeit)

Bei dem in Bild 5.1 dargestellten System versucht die Steuerung jeweils zunächst die Durchschaltung des angebotenen Rufes in die gewünschte Richtung r. Sind aber entweder alle Leitungen des Abnehmerbündels in die Richtung r belegt oder ist wegen innerer Blockierung des Linksystems kein Weg vom betreffenden Koppelvielfach der Stufe 1 zu einer freien Leitung des Abnehmerbündels in Richtung r vorhanden, dann ist das Durchschalten des Rufes in die Richtung r nicht möglich. Die Steuerung versucht dann das Durchschalten zu einer freien Leitung des Abnehmerbündels in Richtung R (Letztweg). Sind in diesem Bündel keine freien Abnehmerleitungen mehr vorhanden oder ist wegen innerer Blockierung des Linksystems auch hier kein Durchschalten möglich, dann wird der Ruf abgewiesen.

Eine weitere Betriebsart ist in Bild 5.2 dargestellt.

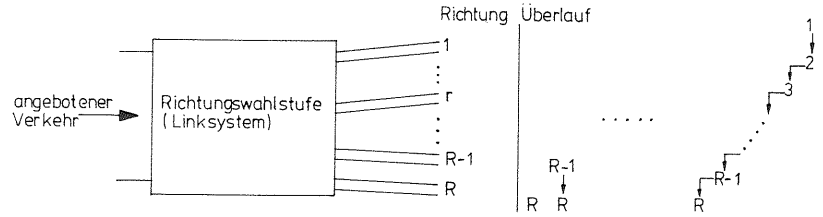


Bild 5.2: Richtungswahlstufe mit mehrfachem Überlauf

Bei dieser Betriebsart kann die Steuerung für einen eintreffenden Ruf in Richtung 1 nacheinander alle Abnehmerbündel absuchen. Ein Ruf in die Richtung r hat nur noch die Abnehmerbündel r+1,...,R als Überlaufwege. Der Ruf in Richtung R-1 kann schließlich nur noch auf den Bündeln R-1 oder R durchgeschaltet werden, der Ruf in Richtung R nur auf dem Abnehmerbündel R.

Zwischen diesen beiden extremen Betriebsarten kann eine große Vielfalt weiterer Systeme entworfen werden. Da mit zunehmender Komplexität der Betriebsart der Steuerungsaufwand und auch der Beschreibungsaufwand ansteigt, wird hier nur die einfachste Betriebsart (Bild 5.1) "Einfachüberlauf" ausführlich dargestellt. Systeme mit Mehrfachüberlauf können prinzipiell auf die gleiche Weise behandelt werden, wobei der Beschreibungsaufwand, entsprechend der komplizierteren Betriebsart, ansteigt.

5.2.2 Das Linksystem, der Verkehr und die Betriebsparameter

5.2.2.1 Die Strukturparameter des Linksystems

Für die Herleitung in diesem Kapitel wird ein Linksystem mit s=2 Stufen zugrundegelegt (Bild 5.3), damit die Darstellung möglichst übersichtlich bleibt. Durch eine anschließende Kombination der so gewonnenen Darstellung mit den im Kapitel 3 abgeleiteten Beziehungen für das Linksystem mit s Stufen für Richtungswahl, werden dann die Beziehungen für das Linksystem mit s Stufen für Richtungswahl und systeminternem Überlauf im Abschnitt 5.5 angegeben.

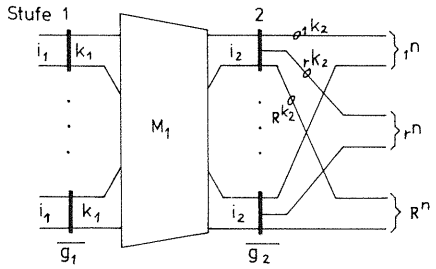


Bild 5.3: Linksystem mit s = 2 Stufen für Richtungswahl und systeminternem Überlauf

Das Linksystem hat folgende Strukturparameter

$i_\nu \gtreqless k_\nu, \quad \nu \in [1,2]$

$g_1 \cdot k_1 \geq g_2 \cdot i_2$ dabei ist

> falls Mischung zwischen den Ausgängen der Koppelvielfache der Stufe 1 vorgesehen ist. Es ist

$$M_1 = \frac{g_1 \cdot k_1}{g_2 \cdot i_2}$$

Es ist eine Mischung beliebigen Typs vorgebbar.

= falls keine Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe 1 vorgesehen ist. In diesem Fall ist $M_1 = 1$.

$$\left.\begin{aligned} r^{k_2} &\geq 1 \\ r^n &= g_2 \cdot r^{k_2} \end{aligned}\right\} \quad r \in [1,R]$$

Die Leitungszahl je Abnehmerbündel kann unterschiedlich groß sein. So ist es z.B. möglich, das Letztwegbündel (in Richtung R) größer als die Querwegbündel zu machen, da dieses im Normalfall sowohl den Direktverkehr in Richtung R, als auch den von den Querwegbündeln $\{r \mid r \in [1,R-1]\}$ überlaufenden Verkehr aufnehmen muß.

5.2.2.2 Die Beschreibung der Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe 1

Die Beschreibung der Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe 1 erfolgt durch eine "Mischungsmatrix" Θ . Diese Matrix Θ hat die Dimension $g_1 x k_1$, d.h. das Element ϑ_{vw} kennzeichnet den Ausgang w des Koppelvielfachs v der Stufe 1. Der Wert von ϑ_{vw} gibt an, mit welchem Eingang der Stufe 2 der Ausgang (w,v,1) verdrahtet ist. Dazu werden die Eingänge der Stufe 2 von 1 bis $g_2 \cdot i_2$ durchnumeriert, so daß beispielsweise der Eingang 3 des Koppelvielfachs 4 die Nummer $(4-1) \cdot i_2 + 3$ erhält.

Aus der Mischungsmatrix Θ kann auch hier (wie in Kapitel 3) die Koppelvielfachmatrix ϕ abgeleitet werden. Es ist

$$\varphi_{vw} = \left(\frac{\vartheta_{vw} - 1}{i_2} + 1 \right)_{\text{ganzzahlig abgerundet}} \qquad (5.1)$$

Das Element φ_{vw} gibt somit an, mit welchem Koppelvielfach der Stufe 2 der Ausgang (w,v,1) verbunden ist.

5.2.2.3 Die Absuchverfahren

Der Absuchmodus der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufe 2 ist ohne Bedeutung, da zwischen den zu einem Abnehmerbündel gehörenden Ausgängen der Stufe 2 keine Mischung vorgesehen ist.

Für die Ausgänge der Stufe 1 der Koppelvielfache werden zwei Absuchmodi betrachtet:

- geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs von einer festen Nullstellung aus
- zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs

Die Unterschiede zwischen den beiden Absuchmodi kommen nur beim Übergang "von unten" (Abschnitt 5.3.5) zur Auswirkung.

5.2.2.4 Der Verkehr

Es wird hier wie in Kapitel 3 sowohl Zufallsverkehr 1. Art, als auch Zufallsverkehr 2. Art zugrundegelegt.

Bedingt durch die im allgemeinen Fall für die einzelnen Koppelvielfache der Stufe 1 und für die einzelnen Richtungen unterschiedlichen Anruf- und Enderaten ist es hier möglich zu untersuchen, welche Auswirkungen auf die Verlustwahrscheinlichkeiten vor allem ungleiche mittlere Belegungsdauern für die einzelnen Richtungen sowie eine Schiefe des Angebots zur Folge haben.

5.2.3 Die Zustandsmuster

5.2.3.1 Das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$

Das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ wird gekennzeichnet durch die $(g_1 x k_1)$dimensionale Zustandsmatrix S. Es gilt

$$\begin{aligned} s_{vw} &= r^* \text{ falls der Ausgang } (w,v,1) \text{ belegt in Richtung } r \\ &= 0 \quad \text{falls der Ausgang } (w,v,1) \text{ nicht belegt ist} \end{aligned} \qquad (5.2.a)$$

Dabei ist

$$r = r^*_{\text{mod } R} \text{ mit } \begin{cases} r^* \in [1,2R) \\ r \in [1,R] \end{cases} \qquad (5.2.b)$$

Bei Mehrfachüberlauf z.B. nach Bild 5.2 vergrößert sich der Werteumfang von r* entsprechend. Ferner gehorcht dann die Beziehung r = r(r*) einer komplizierteren Gesetzmäßigkeit.

Durch die Kennzeichnung des Zustandes jedes "belegten" Ausgangs der Stufe 1 mittels r* ist festgelegt, zu welchem Abnehmerbündel die Belegung durchgeschaltet wurde: Ist

$s_{vw} = r^* < R$ ist die Belegung zum Abnehmerbündel in Richtung r (Querweg) durchgeschaltet

$\geq R$ ist die Belegung zum Abnehmerbündel in Richtung R (Letztweg) durchgeschaltet.

Der Zustand Ausgang der Stufe 1 "nicht belegt" muß ebenfalls unterteilt werden. Es ist zu unterscheiden zwischen

- frei in Richtung r
- blockiert durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe 1

- rückwärts blockiert in Richtung r, d.h. alle Ausgänge des Abnehmerbündels in Richtung r des Koppelvielfachs der Stufe 2, mit dem der betrachtete Ausgang der Stufe 1 verbunden ist, sind belegt
- rückwärts blockiert in Richtung r und in Richtung R. In diesem Fall sind beim betreffenden Koppelvielfach der Stufe 2 sowohl alle Ausgänge des Abnehmerbündels in Richtung r als auch die in Richtung R belegt.

Durch s^*_{vw} wird schließlich noch zwischen dem Zustand "belegt" und "nicht belegt" des Ausgangs (w,v,1) unterschieden. Es ist

$$\left.\begin{matrix} s^*_{vw} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls } s_{vw} \begin{cases} > 0 \\ = 0 \end{cases} \qquad (5.3)$$

5.2.3.2 Die benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$

Die benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$ unterscheiden sich vom betrachteten Zustandsmuster dadurch, daß eine Belegung mehr bzw. weniger besteht.

Mit Hilfe des Kronecker-Symbols (3.8) können die benachbarten Zustandsmuster definiert werden.

Das benachbart obere Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ durch $\|s_{ij}+r^*\delta_{iv}\delta_{jw}\|$
" " untere " $\{\tilde{x}-1\}$ " $\|s_{ij}-r^*\delta_{iv}\delta_{jw}\|$ (5.4)

Dabei ist jeweils über den Ausgang (w,v,1)

- eine zusätzliche Belegung in Richtung r vorhanden bzw.
- eine im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ bestehende Belegung abgebaut.

5.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

5.3.1 Allgemeines

Es wird zunächst das Gleichungssystem für Zufallsverkehr 2. Art abgeleitet. Zufallsverkehr 1. Art wird in Abschnitt 5.3.6.2 betrachtet.

Dabei wird in gleicher Weise wie in Kapitel 3 vorgegangen, d.h. es wird zunächst ein bestimmtes beliebig ausgewähltes Zustandsmuster betrachtet. Dann werden die Übergangskoeffizienten für das Entstehen bzw. Verschwinden dieses Zustandsmusters nach Kapitel 2 abgeleitet. Mit Hilfe dieser Koeffizienten kann dann das Gleichungssystem angeschrieben werden.

Für die Anrufraten $_r\lambda_v$ und Enderaten $_r\mu_v$ gilt (vgl.Abschnitt 3.4.1):

$$ {}_r\lambda_v = {}_r\alpha_v(i_1 - s^*_{v.}) \qquad (5.5) $$

mit

${}_r\alpha_v$ Anrufrate einer am Koppelvielfach (v,1) angeschlossenen freien Quelle in Richtung $\{r \mid r \in [1,R]\}$

$$ s^*_{v.} = \sum_{w=1}^{k_1} s^*_{vw} \qquad (5.6) $$

Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1)

$$ {}_r\mu_v = 1/{}_rh_v \qquad (5.7) $$

mit

${}_rh_v$ mittlere Dauer einer vom Koppelvielfach (v,1) ausgehenden, in die Richtung r führenden Belegung. Sie kann entweder zum Abnehmerbündel in die Richtung r oder R durchgeschaltet sein.

5.3.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Zu dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ werden zunächst alle benachbart oberen "Muster" ermittelt. Diese benachbart oberen Muster unterscheiden sich vom betrachteten Zustandsmuster nur in einem Element der Zustandsmatrix.

Ausgehend von der, das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ kennzeichnenden, Zustandsmatrix $\|s_{ij}\|$, gewinnt man die ein benachbart oberes Muster kennzeichnende Zustandsmatrix nach (5.4) als $\|s_{ij}+r^* \cdot \delta_{iv}\delta_{jw}\|$. Alle benachbart oberen Muster erhält man durch die Summation:

$$ \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{k_1} \{\|s_{ij} + r^*\delta_{iv}\delta_{jw}\|\} \qquad (5.8) $$

Von diesen benachbart oberen Mustern sind nun durch geeignete Faktoren all diejenigen auszuschließen, die physikalisch nicht möglich sind, z.B. Doppelbelegungen eines Ausgangs, Belegen eines blockierten Ausgangs, usw. (vgl. Bild 3.5).

Damit ein benachbart oberes Muster zu einem benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ wird, müssen folgende Bedingungen im betrachteten Zustandsmuster erfüllt sein:

-(a)- Es ist noch mindestens eine freie Quelle im betrachteten Koppelvielfach (v,1) vorhanden. Dazu wird ψ_v eingeführt.

$$ \left.\begin{matrix} \psi_v = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s^*_{v.} \begin{cases} < i_1 \\ = i_1 \end{cases} \qquad (5.9) $$

mit

$s^*_{v.}$ nach (5.6)

-(b)- Der betrachtete Ausgang (w,v,1) ist nicht belegt.
Diese Bedingung kann durch den Faktor

$$ (1 - s^*_{vw}) \qquad (5.10) $$

berücksichtigt werden.

-(c)- Der betrachtete Ausgang (w,v,1) ist nicht durch Mischung blokkiert.
Ist ein Ausgang (z,y≠v,1), der über die Mischung mit dem Ausgang (w,v,1) verbunden ist, belegt, dann ist der Ausgang (w,v,1) blockiert durch Mischung. Es sei

$$ \varrho_{vw} = \sum_{\substack{y=1 \\ y\neq v}}^{g_1} \sum_{z=1}^{k_1} s^*_{yz} \cdot \delta_{\varphi_{yz},\varphi_{vw}} \qquad (5.11) $$

Damit ist $(1 - \varrho_{vw}) = 1$, falls der Ausgang (w,v,1) nicht durch Mischung blockiert ist.

-(d)- Der betrachtete Ausgang (w,v,1) ist nicht rückwärts blockiert in Richtung r, d.h. zum Abnehmerbündel in Richtung r.
Sind alle Ausgänge des Koppelvielfachs (φ_{vw},2) in Richtung r belegt, dann ist der Ausgang (w,v,1) rückwärts blockiert in Richtung r. Es sei

$$ {}_{r^*}\tau_{vw} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls } ① \; r^* < R : \sum_{y=1}^{g_1} \sum_{z=1}^{k_1} \delta_{s_{yz},r} \cdot \delta_{\varphi_{yz},\varphi_{vw}} \begin{cases} = {}_rk_2 \\ < {}_rk_2 \end{cases} \qquad (5.12.a) $$

$$ ② \; r^* \geq R : \sum_{r^{**}=R}^{2R-1} \sum_{y=1}^{g_1} \sum_{z=1}^{k_1} \delta_{s_{yz},r^{**}} \cdot \delta_{\varphi_{yz},\varphi_{vw}} \begin{cases} = {}_Rk_2 \\ < {}_Rk_2 \end{cases} \qquad (5.12.b) $$

mit

r nach (5.2.b)

Die Unterscheidung zwischen ① und ② ist erforderlich, da beim Abnehmerbündel in Richtung R (Letztweg) alle Ausgänge (z,y,1) mit $s_{yz} \geq R$ berücksichtigt werden müssen.
Damit ist $(1 - {}_{r^*}\tau_{vw}) = 1$, falls der Ausgang (w,v,1) nicht rückwärts blockiert ist in Richtung r.

Aus (2.15) kann dann mit (5.8),...,(5.12) die Übergangsrate von allen benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ zum betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ bestimmt werden. Es ist

$$ \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = $$

$$ \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{k_1} p(\|s_{ij} + r^*\delta_{iv}\delta_{jw}\|)(1 - s^*_{vw})(1 - \varrho_{vw})(1 - {}_{r^*}\tau_{vw})\psi_v \, {}_r\mu_v \qquad (5.13) $$

mit

r nach (5.2.b) $\quad \psi_v$ nach (5.9) $\quad \varrho_{vw}$ nach (5.11)

${}_{r^*}\tau_{vw}$ nach (5.12) $\quad {}_r\mu_v$ nach (5.7)

5.3.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

Für den Übergang nach oben genügt es, die Übergangskoeffizienten zu bestimmen, mit denen das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in seine benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ übergeht. Es ist hier nicht erforderlich, die Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ im einzelnen zu bestimmen.

Damit ein Übergang stattfinden kann, müssen im betrachteten Zustandsmuster zwei Bedingungen erfüllt sein:

-(a)- Es ist noch mindestens eine am betrachteten Koppelvielfach (v,1) angeschlossene Quelle frei.
Der Faktor ψ_v nach (5.9) ist hier nicht erforderlich, da diese Bedingung in der momentanen Anrufrate ${}_r\lambda_v$ nach (5.5) schon enthalten ist.

-(b)- Es ist noch mindestens ein Ausgang des betrachteten Koppelvielfachs (v,1) frei in Richtung r oder R; d.h. ein in das Koppelvielfach (v,1) einfallender Ruf in Richtung r kann durchgeschaltet werden.
Dazu müssen die Zustände der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) ermittelt werden. Es sei

$$ {}_r\varepsilon_v = \left.\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\} \text{falls } s^*_{v.} + {}_r\omega_{v.} \begin{cases} = k_1 \\ < k_1 \end{cases} \qquad (5.14) $$

mit
$s^*_{v.}$ nach (5.6)

Dabei gibt ferner ${}_r\omega_{v.}$ die Zahl der in Richtung r und R blokkierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) an. Es ist

$$ {}_r\omega_{v.} = \sum_{w=1}^{k_1} {}_r\omega_{vw} \qquad (5.15) $$

wobei ${}_r\omega_{vw} = 1$, falls der Ausgang (w,v,1) blockiert ist in Richtung r und R.

Der Ausgang (w,v,1) ist blockiert in Richtung r und in Richtung R, falls er
- nicht belegt, d.h. $(1 - s^*_{vw}) = 1$ nach (5.10)
- entweder durch Mischung blockiert, d.h. $\varepsilon_{vw} = 1$ nach (5.11)
- oder nicht durch Mischung blockiert, d.h. $(1 - \varepsilon_{vw}) = 1$, aber rückwärts blockiert in Richtung r und in Richtung R ist. Es sei

$$ {}_r\tau_{vw} = \left.\begin{matrix}1\\0\end{matrix}\right\} \text{falls } ① \; r<R: \sum_{r^{**}=R}^{2R-1} \sum_{y=1}^{g_1} \sum_{z=1}^{k_1} (\delta_{s_{yz},r} + \delta_{s_{yz},r^{**}})\, \delta_{\varphi_{yz},\varphi_{vw}} \begin{cases} = {}_rk_2 + {}_Rk_2 \\ < {}_rk_2 + {}_Rk_2 \end{cases} \qquad (5.16.a) $$

$$ ② \; r=R: \sum_{r^{**}=R}^{2R-1} \sum_{y=1}^{g_1} \sum_{z=1}^{k_1} \delta_{s_{yz},r^{**}} \cdot \delta_{\varphi_{yz},\varphi_{vw}} \begin{cases} = {}_Rk_2 \\ < {}_Rk_2 \end{cases} \qquad (5.16.b) $$

Die Unterscheidung ① und ② ist notwendig, denn der in Richtung R angebotene Verkehr hat nur den Letztweg, während für alle anderen angebotenen Rufe zwei Wege abgesucht werden können.

Damit ergibt sich ${}_r\omega_{vw}$ zu

$$ {}_r\omega_{vw} = (1 - s^*_{vw})[\varepsilon_{vw} + (1 - \varepsilon_{vw})\, {}_r\tau_{vw}] \qquad (5.17) $$

Diese Bedingung (b) ist damit erfüllt, falls $(1 - {}_r\varepsilon_v) = 1$ ist.

Nach (2.16) ergibt sich die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ zu

$$ \{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} = p(\|s_{ij}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} (1 - {}_r\varepsilon_v)\, {}_r\lambda_v \qquad (5.18) $$

mit
${}_r\varepsilon_v$ nach (5.14) ${}_r\lambda_v$ nach (5.5)

5.3.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$

Ein Übergang nach unten aus dem betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist dann möglich, wenn ein Ausgang (w,v,1) belegt ist. Die Übergangsrate für alle Übergänge vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in benachbart untere Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ ist nach (2.17) gegeben durch

$$ \{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} = p(\|s_{ij}\|) \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{k_1} \delta_{s_{vw},r^*}\, {}_r\mu_v \qquad (5.19) $$

mit
${}_r\mu_v$ nach (5.7) r nach (5.2.b)

5.3.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Zum betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$, gekennzeichnet durch die Zustandsmatrix $\|s_{ij}\|$, bestimmt man zunächst ein benachbart unteres Muster, gekennzeichnet durch die Zustandsmatrix $\|s_{ij} - r^* \delta_{iv} \delta_{jw}\|$ nach (5.4). Damit ergeben sich alle benachbart unteren Muster aus

$$ \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{r^*\varepsilon_v} \{\|s_{ij} - r^* \delta_{iv} \delta_{jw}\|\} \qquad (5.20) $$

Durch die obere Summationsgrenze ${}_{r^*}\varepsilon_v$ wird berücksichtigt, auf welchen Ausgängen des Koppelvielfachs (v,1) ein Übergang überhaupt möglich ist.

5.3.5.1 Bestimmen der oberen Summationsgrenze $_{r^*}\varepsilon_v$

Geordnetes Absuchen der Ausgänge des Koppelvielfachs der Stufe 1

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ sei im Koppelvielfach (v,1) der Ausgang w'+1 der erste in Absuchrichtung freie Ausgang in Richtung r. Dann kann bei einem Rufeinfall in dieses Koppelvielfach (v,1) im benachbart unteren Muster nur dieser bzw. ein vor dem Ausgang w'+1 liegender - im benachbart unteren Muster in Richtung r frei gewordener - Ausgang belegt werden. Wird erst der Ausgang w'+1 belegt, dann entsteht sicher ein anderes als das betrachtete Zustandsmuster, deshalb genügt hier die Summation bis $_{r^*}\varepsilon_v = w'$.

Im Abschnitt 5.3.3 wurde in (5.17) ein Faktor $_r\omega_{vw}$ so definiert, daß $_r\omega_{vw} = 1$ ist, falls der Ausgang (w,v,1) blockiert ist in Richtung r und Richtung R.

Hier wird für den Ausgang (z,v,1) ein ähnlicher Faktor $_{r^*}\omega_{vz}$ benötigt, der jedoch nur "blockiert in Richtung r" berücksichtigt. Entsprechend zu (5.17) ergibt sich $_{r^*}\omega_{vz}$ zu

$$_{r^*}\omega_{vz} = (1 - s^*_{vz})[\varrho_{vz} + (1 - \varrho_{vz})\,{}_{r^*}\tau_{vz}] \tag{5.21}$$

mit

$(1 - s^*_{vz})$ nach (5.10) $\quad \varrho_{vz}$ nach (5.11) $\quad {}_{r^*}\tau_{vz}$ nach (5.12)

Die Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1), die blockiert sind in Richtung r,ergibt sich zu

$$_{r^*}\omega_{v.} = \sum_{z=1}^{k_1} {}_{r^*}\omega_{vz} \tag{5.22}$$

Damit kann die obige Bedingung für $_{r^*}\varepsilon_v$ formal angeschrieben werden. Es ist

① $r^* \le R$

$$_{r^*}\varepsilon_v = \inf\{\varepsilon^* \mid \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{r^*}u_{vz} < \varepsilon^*+1 \;,\; \varepsilon^* \in [0,k_1]\} \tag{5.23.a}$$

mit

$$_{r^*}u_{vz} = \begin{cases} s^*_{vz} + {}_{r^*}\omega_{vz} & \text{falls } z \in [1,k_1] \\ 0 & z = k_1+1 \end{cases}$$

und

$$_r\bar{\varepsilon}_v = {}_{r^*}\varepsilon_v \tag{5.24}$$

mit

$r = r^*_{\bmod R}$ nach (5.2.b)

② $r^* > R$

$$_{r^*}\varepsilon_v = \inf\{\varepsilon^* \mid \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{r^*}u_{vz} < \varepsilon^*+1 \;,\; \varepsilon^* \in [0,k_1]\}$$

mit

$$_{r^*}u_{vz} = \begin{cases} s^*_{vz} + {}_{r^*}\omega_{vz} & \text{falls } z \in [1,k_1] \\ 0 & \text{falls } z = k_1+1 \end{cases}$$

$$_{r^*}\varepsilon_v = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} \\ \\ \\ \\ \end{array}\right\} \text{falls } {}_r\bar{\varepsilon}_v \text{ nach (5.24)} \begin{cases} = k_1 \\ \\ \\ < k_1 \end{cases} \tag{5.23.b}$$

Bei ① wird somit die obere Summationsgrenze für das Abnehmerbündel in Richtung $\{r \mid r \in [1,R]\}$ bestimmt. Bei ② wird dann diese Grenze für das Überlaufbündel "in Richtung r+R", d.h. in Richtung R bestimmt. Ein systeminterner Überlauf auf dieses Bündel in Richtung R ($_{r^*}\varepsilon_v > 0$) ist nur dann möglich, wenn keine freie Abnehmerleitung in dem gewünschten Abnehmerbündel in Richtung r erreicht wird.

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs der Stufe 1

Bei zufallsmäßiger Auswahl eines freien Ausgangsdes Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r ist im benachbart unteren Muster grundsätzlich jeder freie Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) belegbar.

Deshalb wird hier

① $r^* \le R$: $\quad {}_{r^*}\varepsilon_v = k_1$ (5.25.a)

Um bestimmen zu können, ob ein Belegen eines Ausgangs"in Richtung r+R" überhaupt möglich ist, d.h. ein Überlauf auf das Abnehmerbündel in Richtung R,muß noch ermittelt werden, ob im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ alle Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) belegt oder in Richtung r blockiert sind.

Es ist $_r\varsigma^*_v = 1$, falls kein Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) mehr frei ist in Richtung r

$$\left.\begin{array}{l} {}_r\varsigma^*_v = 1 \\ \quad\;\; = 0 \end{array}\right\} \text{falls } s^*_{v.} + {}_{r^*}\omega_{v.} \begin{cases} = k_1 \\ < k_1 \end{cases} \tag{5.26}$$

mit

$s^*_{v.}$ nach (5.6) $\quad {}_{r^*}\omega_{v.}$ nach (5.22)

$_r\varsigma^*_v$ muß also für alle $\{r^* \mid r^* \in [1,R]\}$ ermittelt werden.

Damit ist es möglich, die obere Summationsgrenze für $r^* > R$, d.h. Überlauf auf den Letztweg, anzugeben. Es ist

② $r^* > R$: $\quad \left.\begin{array}{l} {}_{r^*}\varepsilon_v = k_1 \\ \quad\;\; = 0 \end{array}\right\} \text{falls } {}_r\varsigma^*_v \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases}$ (5.25.b)

mit

r nach (5.2.b) $\quad {}_r\varsigma^*_v$ nach (5.26)

5.3.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster

Damit ein benachbart unteres Muster ein benachbart unteres Zustandsmuster ist, müssen folgende Bedingungen erfüllt sein:

-(a)- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der betrachtete Ausgang (w,v,1) belegt in Richtung r*.
Durch den Wert des Elements s_{vw} unterscheiden sich die $\{\tilde{x}\}$ und $\{\tilde{x}\text{-}1\}$ kennzeichnenden Zustandsmatrizen. Dazu wird wie in (5.19) der Faktor δ_{s_{vw},r^*} (Kronecker-Symbol (3.8)) herangezogen. Es ist $\delta_{s_{vw},r^*} = 1$, falls der betrachtete Ausgang (w,v,1) im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in Richtung r* belegt ist.

-(b)- Ein im benachbart unteren Muster in das Koppelvielfach (v,1) einfallender Ruf in Richtung r wird über den Ausgang w dieses Koppelvielfaches durchgeschaltet. Dieses Durchschalten hat so zu erfolgen, daß $s_{vw} = r^*$ wird, also der im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ existierende Weg wieder belegt wird (vgl. Bedingung (a)).

Dazu wird ein Faktor $_{r^*}\eta_{vw}$ eingeführt. Dieser Faktor wird im folgenden Abschnitt bestimmt, dabei ist zu unterscheiden, welcher Absuchmodus vorliegt.

5.3.5.2.1 Der Koeffizient $_{r^*}\eta_{vw}$

Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

Hier sind wieder die zwei Bereiche zu unterscheiden

① $r^* \leq R$

② $r^* > R$

Während bei ① nur zu ermitteln ist, ob der betrachtete Ausgang w der erste in Absuchrichtung freie Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r* im benachbart unteren Muster ist, muß bei ② zusätzlich noch geprüft werden, ob im benachbart unteren Muster nicht ein Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) auch in Richtung r frei ist. Denn in diesem Fall wird mit Sicherheit dieser zusätzlich in Richtung r frei gewordene Ausgang belegt, das benachbart untere Muster ist in diesem Fall kein benachbart unteres Zustandsmuster.

① $r^* \leq R$

Dazu werden die in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang liegenden Ausgänge $\{\varsigma \mid \varsigma \in [1,w\text{-}1]\}$ betrachtet. Erfüllt einer dieser Ausgänge die beiden nachfolgenden Forderungen, dann ist das Muster kein benachbart unteres Zustandsmuster:

-(a)- Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang ς so blokkiert in Richtung r*, daß er im benachbart unteren Muster

frei in Richtung r* ist.
Dies ist der Fall, falls der Ausgang ς
- nicht belegt, d.h. $(1 - s^*_{v\varsigma}) = 1$ nach (5.10)
- nicht durch Mischung blockiert, d.h. $(1 - \beta_{v\varsigma}) = 1$ nach (5.11)
- rückwärts blockiert in Richtung r* ist, d.h. $_{r^*}\tau_{v\varsigma} = 1$ nach (5.12). Diese Forderung ist aber bereits in der oberen Summationsgrenze $_{r^*}\varepsilon_v$ enthalten. Sie muß deshalb hier nicht explizit berücksichtigt werden.

-(b)- Die Ausgänge ς und w führen in das gleiche Koppelvielfach der Stufe 2. Dann ist

$$\varphi_{v\varsigma} = \varphi_{vw}$$

Aus (a) und (b) ergibt sich

$$\beta_{vw,\varsigma} = (1 - s^*_{v\varsigma})(1 - \beta_{v\varsigma})\,\delta_{\varphi_{v\varsigma},\varphi_{vw}} \tag{5.27}$$

Damit

$$\left.\begin{matrix}\beta_{vw} = 1 \\ = 0\end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{w-1} \beta_{vw,\varsigma} \left\{\begin{matrix}>0 \\ =0\end{matrix}\right. \tag{5.28}$$

Durch den Faktor

$$_{r^*}\eta_{vw} = (1 - \beta_{vw}) \tag{5.29}$$

kann also berücksichtigt werden, ob der Ausgang w im benachbart unteren Muster der in Absuchrichtung erste freie Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r ist, denn in diesem Fall ist $_{r^*}\eta_{vw} = 1$.

Bemerkung: Die Abhängigkeit von r* erscheint bei $_{r^*}\eta_{vw}$ hier nicht mehr explizit. Sie ist bereits in $_{r^*}\varepsilon_v$ enthalten.

Zum Bestimmen des Koeffizienten im Fall ② $r^* > R$ muß hier für $r^* < R$ noch zusätzlich ermittelt werden, ob im betrachteten Zustandsmuster in dem vom Ausgang (w,v,1) erreichten Koppelvielfach $(\varphi_{vw},2)$ alle Ausgänge in Richtung r belegt sind. Ist dies nicht der Fall, dann ist keine neue Belegung des Überlaufbündels "in Richtung r+R" möglich.

Dazu wird $_{r^*}\tau_{vw}$ nach (5.12) bestimmt. Es sei

$$_{r}\tau^*_{vw} = {}_{r^*}\tau_{vw} \text{ für } r^* \in [1,R\text{-}1] \tag{5.30}$$

Nur falls $_{r}\tau^*_{vw} = 1$ ist, erfolgt eine Belegung im Überlaufbündel in "Richtung r+R", nur dann kann das benachbart untere Muster auch ein benachbart unteres Zustandsmuster sein.

② $r^* > R$

Ist eine der beiden Bedingungen (5.28) oder (5.30) erfüllt, dann

ist das benachbart untere Muster kein benachbart unteres Zustandsmuster. Damit wird hier

$$r^*\beta'_{vw} = \beta_{vw} \cdot {}_r\tau^*_{vw} + (1 - {}_r\tau^*_{vw}) \qquad (5.31)$$

mit

β_{vw} nach (5.28); r nach (5.2.b); ${}_r\tau^*_{vw}$ nach (5.30)

Daraus folgt

$$r^*\eta_{vw} = (1 - {}_{r^*}\beta'_{vw}) \qquad (5.32)$$

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs eines Koppelvielfachs

Während hier für ① $r^* \leq R$ jeder Ausgang des Koppelvielfachs (v,1), der im benachbart unteren Muster frei in die Richtung r ist, belegt werden kann, muß bei ② $r^* > R$ wieder unterschieden werden, ob alle Ausgänge in Richtung r des Koppelvielfachs (φ_{vw},2),das vom Ausgang (w,v,1) erreicht wird, belegt sind oder nicht.

① $r^* \leq R$

Die Zahl der in die Richtung r freien Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) im benachbart unteren Muster ergibt sich aus der Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1): k_1

vermindert um

- die Zahl der im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) : $s^*_{v.}$ nach (5.6)
- die Zahl der im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r : ${}_{r^*}\omega_{v.}$ nach (5.22)

erhöht um

- 1, denn der Ausgang (w,v,1) war belegt in $\{\tilde{x}\}$ und ist frei im benachbart unteren Zustandsmuster
- die Zahl der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1), die blockiert waren in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ und frei sind in Richtung r im benachbart unteren Zustandsmuster, d.h. die Zahl der Ausgänge ς des Koppelvielfachs (v,1), die rückwärts blockiert sind in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ und in das gleiche Koppelvielfach ($\varphi_{v\varsigma} = \varphi_{vw}$,2) führen, wie der Ausgang (w,v,1).

Diese Zahl sei ${}_{r^*}\beta_{vw}$.

$$r^*\beta_{vw} = \sum_{\substack{\varsigma=1 \\ \varsigma \neq w}}^{k_1} \beta_{vw,\varsigma} \cdot {}_{r^*}\tau_{v\varsigma} \qquad (5.33)$$

mit

$\beta_{vw,\varsigma}$ nach (5.27) ${}_{r^*}\tau_{v\varsigma}$ nach (5.12)

Diese Beziehung (5.33) enthält damit genau die Bedingungen (a) und (b) von ① beim Absuchmodus "geordnetes Absuchen" auf Seite 144/5. Dabei ist hier die Bedingung "rückwärts blokkiert in Richtung r" explizit zu berücksichtigen, da sie im Gegensatz zu geordnetem Absuchen nicht schon in der oberen Summationsgrenze ${}_{r^*}\varepsilon_v$ enthalten ist.

Damit ergibt sich der gesuchte Faktor: Wahrscheinlichkeit, daß durch Rufeinfall in Richtung r in das Koppelvielfach (v,1) im benachbart unteren Zustandsmuster das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ entsteht zu

$$r^*\eta_{vw} = (k_1 - s^*_{v.} - {}_{r^*}\omega_{v.} + 1 + {}_{r^*}\beta_{vw})^{-1} \qquad (5.34)$$

mit

$s^*_{v.}$ nach (5.6) ${}_{r^*}\omega_{v.}$ nach (5.22) ${}_{r^*}\beta_{vw}$ nach (5.33)

② $r^* > R$

Wie in Abschnitt 5.3.5.1 für zufallsmäßige Auswahl hergeleitet wurde, ist ein Übergang vom benachbart unteren Muster nur möglich, falls ${}_{r^*}\varepsilon_v > 0$ ist, d.h. falls im betrachteten Zustandsmuster kein Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r frei ist.

Diese Bedingung reicht jedoch noch nicht aus, um alle diejenigen benachbart unteren Muster auszuschließen, die keine benachbart unteren Zustandsmuster sind. Dazu muß hier auch noch die Bedingung (5.30) erfüllt sein, d.h. im betrachteten Zustandsmuster ist auch kein Ausgang des Koppelvielfachs (φ_{vw},2) in Richtung r frei.

Damit ergibt sich hier

$$r^*\eta_{vw} = \frac{{}_r\tau^*_{vw}}{k_1 - s^*_{v.} - {}_{r^*}\omega_{v.} + 1 + {}_{r^*}\beta_{vw}} \qquad (5.35)$$

mit

${}_r\tau^*_{vw}$ nach (5.30) $s^*_{v.}$ nach (5.6) ${}_{r^*}\omega_{v.}$ nach (5.22)
${}_{r^*}\beta_{vw}$ nach (5.33)

5.3.5.2.2 Die benachbart unteren Zustandsmuster

Aus den zu Beginn des Abschnitts 5.3.5 ermittelten benachbart unteren Mustern können die benachbart unteren Zustandsmuster mit Hilfe der in Abschnitt 5.3.5.2 bisher ermittelten Koeffizienten bestimmt werden. Sie ergeben sich aus

$$\sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v=1}^{q_1} \sum_{w=1}^{r^*\varepsilon_v} \{\|s_{ij} - r^*\delta_{iv}\,\delta_{jw}\|\}\,\delta_{s_{vw},r^*} \cdot {}_{r^*}\eta^*_{vw}$$

mit

$r^*\varepsilon_v$ nach (5.23) bzw. (5.25)

$r^*\eta^*_{vw} = {}_{r^*}\eta_{vw}$ nach (5.29) und (5.32) geordnetes Absuchen

$= 1$ für $r^* \in [1,R]$ } zufallsmäßige Auswahl

$= {}_{r}\tau^*_{vw}$ für $r^* \in (R,2R)$ }

mit

${}_{r}\tau^*_{vw}$ nach (5.30)

5.3.5.3 Ermitteln der Übergangsrate

Aus (2.18) ergibt sich damit die Übergangsrate für alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mit den im Abschnitt 5.3.5 hergeleiteten Beziehungen (5.20) sowie (5.29) und (5.32) oder (5.34) und (5.35)

$$\sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{r^*\varepsilon_v} p(\|s_{ij} - r^*\delta_{iv}\delta_{jw}\|)\,\delta_{s_{vw},r^*} \cdot {}_{r^*}\eta_{vw} \cdot {}_{r}\lambda^*_v \qquad (5.36)$$

mit

$${}_{r}\lambda^*_v = {}_{r}\alpha_v(i_1 - s^*_{v.} + 1) \qquad (5.37)$$

${}_{r^*}\eta_{vw}$ nach (5.29) für $r^* \in [1,R]$ } geordnetes Absuchen

(5.32) $r^* \in (R,2R)$ }

nach (5.34) für $r^* \in [1,R]$ } zufallsmäßige Auswahl

(5.35) $r^* \in (R,2R)$ }

5.3.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

5.3.6.1 Zufallsverkehr 2. Art

Mit den in den Abschnitten 5.3.2 bis 5.3.5 ermittelten Übergangsraten (5.13), (5.18), (5.19) und (5.36) ergibt sich das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten nach (2.14) und (2.9) zu :

$$\sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v=1}^{g_1} \Bigg[\sum_{w=1}^{k_1} p(\|s_{ij} + r^*\delta_{iv}\delta_{jw}\|) \cdot (1 - s^*_{vw})(1 - g_{vw})(1 - {}_{r^*}\tau_{vw})\,\psi_v \cdot {}_{r}\mu_v + \sum_{w=1}^{r^*\varepsilon_v} p(\|s_{ij} - r^*\delta_{iv}\delta_{jw}\|) \cdot \delta_{s_{vw},r^*} \cdot {}_{r^*}\eta_{vw} \cdot {}_{r}\lambda^*_v \Bigg] \qquad (5.38)$$

$$- p(\|s_{ij}\|) \sum_{v=1}^{g_1} \Bigg[\sum_{r=1}^{R} (1 - {}_{r}\varepsilon_v) \cdot {}_{r}\lambda_v + \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{w=1}^{k_1} \delta_{s_{vw},r^*} \cdot {}_{r}\mu_v \Bigg] = 0$$

normiert durch

$$\sum_{\tilde{x}} p(\|s_{ij}\|) = 1 \qquad (5.39)$$

5.3.6.2 Zufallsverkehr 1. Art

Bei Zufallsverkehr 1. Art ist die Anrufrate ${}_{r}\lambda_v$ konstant und unabhängig vom momentanen Belegungszustand des Systems. Deshalb gilt das Gleichungssystem (5.38) und (5.39) mit

$${}_{r}\lambda_v = {}_{r}\lambda^*_v = \text{const.}$$
$$\psi_v = 1 \qquad (5.40)$$

Bemerkung: Bei abgeschnittenem Zufallsverkehr 1. Art bzw. gemischtem Verkehr muß die Anrufrate in derselben Weise wie in Abschnitt 3.4.6.3 bzw. 3.4.6.4 bestimmt werden.

5.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Zu den in Abschnitt 3.5 definierten Größen: Verlust, Belastung und Angebot kommt hier noch der Rest des Überlaufverkehrs dazu.

Alle diese Größen können aus den Zustandswahrscheinlichkeiten und den vorgegebenen Verkehrsparametern ${}_{r}\alpha_v$ bzw. ${}_{r}\lambda_v$ und ${}_{r}\mu_v$ bestimmt werden.

5.4.1 Die Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeiten

Die Überlaufwahrscheinlichkeiten ${}_{r}B^*_v$ und ${}_{r}B^*$, $r \in [1,R)$, $v \in [1,g_1]$

Die Überlaufwahrscheinlichkeit ${}_{r}B^*_v$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein in das Koppelvielfach (v,1) einfallender Ruf in die Richtung $\{r \mid r \in [1,R)\}$ nicht zum Abnehmerbündel in Richtung r durchgeschaltet werden kann. Sie entspricht der Verlustwahrscheinlichkeit bei einem Linksystem ohne systeminternen Überlauf.

Es ist

$${}_{r}B^*_v = \frac{\text{Zahl der in das Koppelvielfach (v,1) einfallenden Rufe in Richtung r, die nicht zum Abnehmerleitungsbündel in Richtung r durchgeschaltet werden können}}{\text{Zahl der in das Koppelvielfach (v,1) einfallenden Rufe in Richtung r}}$$

$${}_{r}B^*_v = \frac{\sum_{\tilde{x}} [p(S) \cdot {}_{r}\varepsilon^*_v \cdot {}_{r}\lambda_v]}{\sum_{\tilde{x}} [p(S) \cdot {}_{r}\lambda_v]} \qquad (5.41)$$

mit

${}_{r}\varepsilon^*_v$ nach (5.26) ${}_{r}\lambda_v$ nach (5.5) Zufallsverkehr 2. Art

(5.40) Zufallsverkehr 1. Art

Entsprechend ergibt sich die Überlaufwahrscheinlichkeit ${}_{r}B^*$ für den gesamten Überlauf vom Abnehmerbündel in Richtung r zu

$${}_{r}B^* = \frac{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} {}_{r}\varepsilon^*_v \cdot {}_{r}\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} {}_{r}\lambda_v\right]} \qquad (5.42)$$

Die Verlustwahrscheinlichkeiten ${}_rB_v$, ${}_rB$ und ${}_R\overline{B}$, $r \in [1,R]$, $v \in [1,g_1]$

Die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_rB_v$ ist die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein in das Koppelvielfach (v,1) einfallender Ruf in Richtung $\{r | r \in [1,R]\}$ abgewiesen wird und damit verloren geht, da er weder zum Abnehmerbündel in Richtung r noch zu dem in Richtung R durchgeschaltet werden kann.

Es ist

$${}_rB_v = \frac{\text{Zahl der Rufe, die in das Koppelvielfach (v,1) in die Richtung r einfallen und verloren gehen}}{\text{Zahl der Rufe, die in das Koppelvielfach (v,1) in die Richtung r einfallen}}$$

$${}_rB_v = \frac{\sum_{\tilde{x}} [p(S) \cdot {}_r\xi_v \cdot {}_r\lambda_v]}{\sum_{\tilde{x}} [p(S) \cdot {}_r\lambda_v]} \qquad (5.43)$$

mit

${}_r\xi_v$ nach (5.14) ${}_r\lambda_v$ nach (5.5) Zufallsverkehr 2. Art
(5.40) Zufallsverkehr 1. Art

Entsprechend ergibt sich die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_rB$ für einen in das Linksystem einfallenden Ruf in Richtung r zu

$${}_rB = \frac{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} {}_r\xi_v \cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} {}_r\lambda_v\right]} \qquad (5.44)$$

Die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_R\overline{B}$ des Letztwegbündels ist

$${}_R\overline{B} = \frac{\text{Zahl der in Richtung R abgewiesenen Rufe}}{\text{Zahl der in Richtung R angebotenen Rufe}}$$

Dabei setzt sich die Zahl der in Richtung R angebotenen Rufe zusammen aus den in das Linksystem eintreffenden Rufen in Richtung R (Direktverkehr) und den dem Abnehmerbündel in Richtung R durch systeminternen Überlauf angebotenen Rufen der Richtungen $\{r | r \in [1,R)\}$ (Überlaufverkehr) zusammen.

Es ist damit

$${}_R\overline{B} = \frac{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} {}_r\xi_v \cdot {}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} \left({}_R\lambda_v + \sum_{r=1}^{R-1} {}_r\xi^*_v \cdot {}_r\lambda_v\right)\right]} \qquad (5.45)$$

mit

${}_r\xi_v$ nach (5.14) ${}_r\xi^*_v$ nach (5.26)

5.4.2 Die Belastungen

Die Belastung je Koppelvielfach (v,1) und Richtung $\{r | r \in [1,R]\}$ ergibt sich zu

$${}_rY^*_v = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{w=1}^{k_1} \delta_{s_{vw},r}\right] \qquad (5.46)$$

mit

r nach (5.2.b)

Entsprechend berechnet sich die Belastung ${}_{r^*}Y^*$ der Abnehmerbündel durch Verkehr in Richtung $\{r^* | r^* \in [1,2R-1]\}$ zu

$${}_{r^*}Y^* = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{k_1} \delta_{s_{vw},r^*}\right] \qquad (5.47)$$

daraus ergibt sich für

$r^* \in [1,R-1]$ die Gesamtbelastung des Abnehmerbündels in Richtung r

$r^* \in [R,2R-1]$ die Teilbelastung des Abnehmerbündels in Richtung R (Letztwegbündel) durch die Verkehre in die Richtungen $\{r | r \in [1,R]\}$

Die Gesamtbelastung ${}_R\overline{Y}$ des Letztwegbündels (Richtung R) ergibt sich zu

$${}_R\overline{Y} = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{r^{**}=R}^{2R-1} \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{w=1}^{k_1} \delta_{s_{vw},r^{**}}\right] = \sum_{r^*=R}^{2R-1} {}_{r^*}Y^* \qquad (5.48)$$

mit

${}_{r^*}Y^*$ nach (5.47)

Neben den Belastungen der Abnehmerbündel sind auch noch die Belastungen der einzelnen Koppelvielfache von Bedeutung. So wird die Gesamtbelastung Y_v des Koppelvielfachs (v,1) bestimmt durch

$$Y_v = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \cdot s^*_{v.}\right] = \sum_{r=1}^{R} {}_rY^*_v \qquad (5.49)$$

mit

$s^*_{v.}$ nach (5.6) bzw. ${}_rY^*_v$ nach (5.46)

und die Belastung Y_c des Koppelvielfachs (c,2) erhält man aus

$${}_cY = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{y=1}^{g_1} \sum_{z=1}^{k_1} s^*_{y_z} \cdot \delta_{\varphi_{y_z},c}\right] \qquad (5.50)$$

Damit kann die Gesamtbelastung Y des Systems berechnet werden. Es ist

$$Y = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} s^*_{v.}\right] = \sum_{r^*=1}^{2R-1} {}_{r^*}Y^* = \sum_{v=1}^{g_1} Y_v = \sum_{c=1}^{g_2} Y_c \qquad (5.51)$$

5.4.3 Die Angebote

Das Angebot ${}_rA_v$ je Koppelvielfach (v,1) und Richtung $\{r | r \in [1,R]\}$ ergibt sich zu

$${}_rA_v = \sum_{\tilde{x}} p(S) \frac{{}_r\lambda_v}{{}_r\mu_v} \qquad (5.52)$$

mit

$_r\lambda_v$ nach (5.5) bzw. (5.40)

$_r\mu_v$ nach (5.7)

Entsprechend berechnet sich das Angebot $_rA$ an das Linksystem in Richtung r zu

$$_rA = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} \frac{_r\lambda_v}{_r\mu_v} \right] \tag{5.53}$$

Das Gesamtangebot an den Letztweg $_R\bar{A}$ setzt sich zusammen aus dem Direktangebot an das Linksystem in Richtung R sowie der Summe aller Verkehrsreste, die von den Abnehmerbündeln in Richtung $\{r \mid r \in [1,R)\}$ (Querwege) auf das Abnehmerbündel in Richtung R (Letztweg) überlaufen. Dieses Angebot $_R\bar{A}$ bestimmt sich zu

$$_R\bar{A} = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} \left(\frac{_R\lambda_v}{_R\mu_v} + \sum_{r=1}^{R-1} \frac{_r\xi_v^* \cdot {}_r\lambda_v}{_r\mu_v} \right) \right] \tag{5.54}$$

mit

$_r\xi_v^*$ nach (5.26)

Die Angebote A_v und A können nach (3.69) und (3.70) berechnet werden.

5.4.4 Die Verkehrsreste

Hier ist zu unterscheiden zwischen den überlaufenden Verkehrsresten $_rR^*$ der Abnehmerbündel $\{r \mid r \in [1,R)\}$ (Querwege), die dem Letztwegbündel angeboten werden, und den Teilrestverkehren $_rR'$, die vom Abnehmerbündel in Richtung R (Letztweg) überlaufen und damit verloren gehen.

Die dem Letztwegbündel angebotenen Verkehrsreste $_rR^*$ ergeben sich zu

$$_rR^* = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} \frac{_r\xi_v^* \cdot {}_r\lambda_v}{_r\mu_v} \right] \tag{5.55}$$

Die Verkehrsreste $_rR'$, $r \in [1,R]$, die vom Letztweg überlaufen, werden nach (5.56) berechnet:

$$_rR' = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{v=1}^{g_1} \frac{_r\xi_v \cdot {}_r\lambda_v}{_r\mu_v} \right] \tag{5.56}$$

mit

$_r\xi_v$ nach (5.14)

Aus diesen Teilverkehrsresten $_rR'$ ergibt sich der Gesamtverkehrsrest $_RR$, der vom Letztweg überläuft, zu

$$_RR = \sum_{\tilde{x}} \left[p(S) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} \frac{_r\xi_v \cdot {}_r\lambda_v}{_r\mu_v} \right] = \sum_{r=1}^{R} {}_rR' \tag{5.57}$$

5.5 Das Linksystem mit s Stufen

5.5.1 Vorbemerkung

In diesem Abschnitt werden die im Kapitel 3 für das Linksystem mit s Stufen für Richtungswahl (Bündelwahl) gewonnenen Ergebnisse mit den Ergebnissen der ersten Abschnitte des Kapitels 5 zusammengefaßt. Damit wird die Behandlung des Linksystems mit s Stufen für Richtungswahl mit systeminternem Überlauf (Einfachüberlauf) ermöglicht.

Da die wesentlichen Probleme im Aufstellen des Gleichungssystems der Zustandswahrscheinlichkeiten bestehen, wird in diesem Abschnitt nur das Gleichungssystem hergeleitet. Dabei werden die in den Kapiteln 3 und 5 hergeleiteten Beziehungen soweit als möglich übernommen und gegebenenfalls modifiziert. Es wird darauf verzichtet, die Herleitung in allen Schritten explizit auszuführen; es wird nur der Fall Zufallsverkehr 2. Art behandelt, die anderen Verkehrsarten können dann entsprechend den Abschnitten 3.4.6.2 - 4 direkt angeschrieben werden.

5.5.2 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

5.5.2.1 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Durch Kombination der Ergebnisse von Abschnitt 3.4.2 und 5.3.2 ergibt sich die Übergangsrate von allen benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ nach (2.15) zu

$$\sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} =$$

$$\sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \right\|, \ldots, \left\| s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \right\| \right) \cdot$$

$$\cdot \prod_{\nu=1}^{s-1} \left[\left(1 - s_{vw}^{(\nu)*}\right)\left(1 - \varrho_{vw}^{(\nu)}\right) \right] \left(1 - r^* \tau_{vw}^{(s-1)}\right) \cdot \psi_v \cdot {}_r\mu_v \tag{5.58}$$

mit

$$\left.\begin{aligned} \kappa_\nu &= w_{\nu+1} \text{ für } \nu \in [1,s-2] \quad \text{nach (3.4)} \\ &= r^* \quad \text{für } \nu = s-1 \end{aligned}\right\} \tag{5.59}$$

r^* nach (5.2.b) $\quad \psi_v$ nach (3.15) $\quad s_{vw}^{(\nu)*}$ nach (3.6)

$\varrho_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.17) $\quad r^*\tau_{vw}^{(s-1)} = {}_{r^*}\tau_{vw}$ nach (5.12) $\quad {}_r\mu_v$ nach (5.7)

wobei $\nu = 1 \# \nu = s-1$

Die Übergangsrate (5.58) stimmt mit der nach (3.21) weitgehend überein. Es bestehen allerdings die folgenden Unterschiede:

(3.21)	(5.58)
Summation über $r \in [1,R]$	Summation über $r^* \in [1,2R-1]$
	$r = r(r^*)$
$\kappa_{s-1} = r$	$\kappa_{s-1} = r^*$
rückwärts blockiert in Richtung r	rückwärts blockiert in Richtung r
${}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.19)	${}_{r^*}\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (5.12) wobei $\nu=1 \# \nu= s-1$

5.5.2.2 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

Hier sind die Ergebnisse der Abschnitte 3.4.3 und 5.3.3 zu vergleichen. Daraus ergibt sich die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ nach (2.16) zu:

$$\{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} =$$

$$p(\|s_{ij}^{(1)}\|,\ldots,\|s_{ij}^{(s-1)}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} (1 - {}_r\xi_v^{(1)}) \cdot {}_r\lambda_v \qquad (5.60)$$

mit

${}_r\lambda_v$ nach (3.12)

${}_r\xi_v^{(\nu)}$ nach (3.22)

mit

${}_r\omega_{v.}^{(\nu)}$ nach (3.23)

mit

${}_r\omega_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.24) bzw. (3.25)

mit

$g_{vw}^{(\nu)}$ nach (3.17)

${}_r\tau_{vw}^{(s-1)} = {}_r\tau_{vw}$ nach (5.16), wobei $\nu=1 \# \nu= s-1$

Der einzige Unterschied zwischen (5.60) und (3.28) besteht hier darin, daß der bei der Berechnung von ${}_r\xi_v^{(1)}$ benötigte Koeffizient ${}_r\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.19) durch ${}_r\tau_{vw}$ nach (5.16) zu ersetzen ist, denn jetzt muß beim Koeffizienten für rückwärts blockiert in Richtung r geprüft werden, ob der Ausgang (w,v,s-1) "rückwärts blockiert in Richtung r und in Richtung R" ist.

5.5.2.3 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$

Die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ ergibt sich nach (2.17), wenn man

die Ergebnisse der Abschnitte 3.4.4 und 5.3.4 vergleicht, zu:

$$\{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} =$$

$$p(\|s_{ij}^{(1)}\|,\ldots,\|s_{ij}^{(s-1)}\|) \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)},\kappa_\nu} \cdot {}_{r^*}\mu_v \qquad (5.61)$$

mit

κ_ν nach (5.59) ${}_{r^*}\mu_v$ nach (5.7) r nach (5.2.b)

Im Gegensatz zu (3.30) ist hier über $r^* \in [1,2R-1]$ zu summieren; dementsprechend muß κ_ν nicht mehr nach (3.4), sondern nach (5.59) bestimmt werden.

5.5.2.4 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Aus den in den Abschnitten 3.4.5 und 5.3.5 ermittelten Beziehungen kann die Übergangsrate von allen benachbart unteren Zustandsmustern $\{\tilde{x}-1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ nach (2.18) gewonnen werden:

$$\sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} =$$

$$\sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v_1=1}^{g_1} \sum_{w_1=1}^{{}_{r^*}\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{{}_{r^*}\varepsilon_v^{(s-1)}} p(\|s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\|,\ldots,\|s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1}\delta_{iv}^{(s-1)}\delta_{jw}^{(s-1)}\|) \cdot$$

$$\cdot \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)},\kappa_\nu} \cdot {}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}} \cdot {}_r\lambda_v^* \qquad (5.62)$$

mit

κ_ν nach (5.59) ${}_r\lambda_v^*$ nach (3.55)

Das Ermitteln der oberen Summationsgrenzen ${}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)}$ sowie des Koeffizienten ${}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ unterscheidet sich etwas von den im Abschnitt 3.4.5 hergeleiteten Größen. Deshalb werden diese Größen hier detaillierter beschrieben.

5.5.2.4.1 Die oberen Summationsgrenzen ${}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)}$

Wie im Abschnitt 3.4.5.1 gezeigt wurde, hängen die oberen Summationsgrenzen vom Absuchmodus der Ausgänge eines Koppelvielfachs ab.

Weiter muß hier jedoch noch, entsprechend den Ergebnissen des Abschnitts 5.3.5.1, unterschieden werden, ob der jeweils betrachtete Ausgang auf einen

Direktweg ($r^* \leq R$) oder den

Überlaufweg ($r^* > R$) geführt wird.

A. Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

① $r^* \leq R$

Aus (3.32) ergibt sich durch Berücksichtigen von (5.23.a) und (5.24) für diesen Fall die obere Summationsgrenze zu

$$ {}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)} = \inf\{\varepsilon^* \mid \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{r^*}u_{vz}^{(\nu)} < \varepsilon^*+1 \ , \varepsilon^* \in [0,k_\nu]\} \qquad (5.63.a) $$

mit

$$ {}_{r^*}u_{vz}^{(\nu)} = s_{vz}^{(\nu)*} + {}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)} \quad \text{falls} \quad z \in [1,k_\nu] $$
$$ = 0 \quad \text{falls} \quad z = k_\nu + 1 $$

dabei wird durch

$s_{vz}^{(\nu)*}$ nach (3.6) berücksichtigt, ob der Ausgang (w,v,ν) belegt ist oder nicht und durch

${}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)}$ nach (5.64) wird berücksichtigt, ob dieser Ausgang blockiert ist in Richtung r .
Dabei ist nach (3.24) und (3.25) zu unterscheiden, je nachdem, ob der Ausgang z ein Ausgang der Stufe s-1 ist oder nicht.

Bestimmen von ${}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)}$

Während in Abschnitt 5.5.2.2 bei ${}_{r}\omega_{vz}^{(\nu)}$ nach (3.24) und (3.25) mit ${}_{r}\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (5.16) bestimmt wurde, ob der Ausgang (z,v,ν) blockiert ist in die Richtung r (Direktweg) und in die Richtung R (Überlaufweg), muß hier nur ermittelt werden, ob dieser Ausgang in die Richtung r, d.h. zum Direktweg, blockiert ist.

Damit gilt nach (5.21) und (3.24) für

$\nu = s-1$

$$ {}_{r^*}\omega_{vz}^{(s-1)} = (1 - s_{vz}^{(s-1)*})[\varrho_{vz}^{(s-1)} + (1 - \varrho_{vz}^{(s-1)}) \cdot {}_{r^*}\tau_{vz}^{(s-1)}] \qquad (5.64.a) $$

mit

$s_{vz}^{(s-1)*}$ nach (3.6) $\quad \varrho_{vz}^{(s-1)}$ nach (3.17)

${}_{r^*}\tau_{vz}^{(s-1)}$ nach (5.12) wobei $\nu = 1 \ \# \ \nu = s-1$

Entsprechend ergibt sich nach (5.21) und (3.25) für

$\nu \in [1,s-2]$

$$ {}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)} = (1 - s_{vz}^{(\nu)*})[\varrho_{vz}^{(\nu)} + (1 - \varrho_{vz}^{(\nu)}) \cdot {}_{r}\xi_v^{(\nu+1)*}] \qquad (5.64.b) $$

mit

${}_{r}\xi_v^{(\nu+1)*} = {}_{r}\xi_{\varphi_{vw}}^{(\nu)(\nu+1)*}$ nach (5.65)

Dazu muß für jedes Koppelvielfach (v,ν+1) bestimmt werden, ob es blockiert ist in Richtung r. Dies geschieht nach (5.26) durch

$$ {}_{r}\xi_v^{(\nu)*} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s_{v.}^{(\nu)*} + {}_{r^*}\omega_{v.}^{(\nu)} \begin{cases} = k_\nu \\ < k_\nu \end{cases} \qquad (5.65) $$

mit

$s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11)

${}_{r^*}\omega_{v.}^{(\nu)}$ entsprechend (5.22)

$$ {}_{r^*}\omega_{v.}^{(\nu)} = \sum_{z=1}^{k_\nu} {}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)} \qquad (5.66) $$

mit

${}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)}$ nach (5.64.a) für $\nu = s-1$
(5.64.b) für $\nu \in [1,s-2]$

Im zweiten Bereich $r^* > R$ ist ein Durchschalten überhaupt nur dann möglich, falls im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ alle Wege zu den erreichbaren Ausgängen in die Richtung $r = r^* \bmod R$ nach (5.2.b) blockiert oder belegt sind. Deshalb wird zusätzlich zur oberen Summationsgrenze ${}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)}$ noch eine Größe ${}_{r}\bar{\varepsilon}_v^{(\nu)}$ definiert. Es ist nach (5.24)

$$ {}_{r}\bar{\varepsilon}_v^{(\nu)} = {}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)} \qquad (5.67) $$

mit

$r = r^* \bmod R$ nach (5.2.b)

② $r^* > R$

Durch Vergleich von (3.32) mit (5.23.b) und (5.24) erhält man hier aus (5.63.a) mit (5.67) die obere Summationsgrenze für diesen Bereich zu

$$ {}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)} = \left.\begin{matrix} \inf\{\varepsilon^* \mid \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{r^*}u_{vz}^{(\nu)} < \varepsilon^*+1 \ , \varepsilon^* \in [0,k_\nu]\} \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls } {}_{r}\bar{\varepsilon}_v^{(\nu)} \text{ nach (5.67)} \begin{cases} = k_\nu \\ < k_\nu \end{cases} \qquad (5.63.b) $$

mit

$$ {}_{r^*}u_{vz}^{(\nu)} = s_{vz}^{(\nu)*} + {}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)} \quad \text{falls } z \in [1,k_\nu] $$
$$ = 0 \quad \text{falls } z = k_\nu + 1 $$

mit

$s_{vz}^{(\nu)*}$ nach (3.6) $\quad {}_{r^*}\omega_{vz}^{(\nu)}$ nach (5.64)

B. Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs

Hier vereinfacht sich das Bestimmen der oberen Summationsgrenze gegenüber A. wesentlich. Aus (5.25) und (3.33) ergibt sich

① $r^* \leq R$

$$ {}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)} = k_\nu \qquad (5.68.a) $$

② $r^* > R$

$$ {}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)} = k_\nu \\ = 0 \Big\} \text{falls } {}_r\xi_v^{(\nu)*} \begin{cases} =1 \\ =0 \end{cases} \qquad (5.68.b) $$

mit

${}_r\xi_v^{(\nu)*}$ nach (5.65), wobei $r^* \neq r$ nach (5.2.b)

5.5.2.4.2 Der Koeffizient ${}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}$

Auch hier ist, wie im Abschnitt 3.4.5.2, zu unterscheiden nach dem Absuchmodus der Ausgänge der Koppelvielfache. Ferner müssen, wie im Abschnitt 5.3.5.2.1, die beiden Bereiche $r^* \leq R$ und $r^* > R$ jeweils getrennt behandelt werden.

Während im Bereich $r^* \leq R$ die Überlegungen aus Abschnitt 3.4.5.2 fast unverändert Gültigkeit haben, muß im Bereich $r^* > R$, wie dies im Abschnitt 5.3.5.2.1 gezeigt wurde, jeweils noch zusätzlich ermittelt werden, ob nicht ein Durchschalten zu einem Ausgang in Richtung r möglich ist.

Deshalb wird das Bestimmen des Koeffizienten ${}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}}$ ebenfalls detaillierter dargestellt.

A. Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

① $r^* \leq R$

Wie man durch Vergleich der Beziehungen (3.42) und (5.29) sieht, ergibt sich hier

$$ {}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - \beta_{vw}^{(\nu)}) \qquad \text{nach (3.42)} $$

Zusätzlich muß aber für den Bereich ② $r^* > R$ noch bestimmt werden, ob alle Ausgänge des Koppelvielfachs $(\varphi_{vw}^{(s-1)}, s)$ in die Richtung r belegt sind. Ist dies nicht der Fall, dann ist keine neue Belegung "in Richtung r+R", d.h. einer Abnehmerleitung des Überlaufbündels, möglich.

Für alle anderen (nicht belegten) Ausgänge, Wegstücke und Wege muß dies nicht ermittelt werden, denn für sie ist diese zusätzliche Bedingung bereits in ${}_{r^*}\varepsilon_v^{(\nu)}$ nach (5.63.b) bzw. ${}_{r^*}\bar{\varepsilon}_v^{(\nu)}$ nach (5.67) enthalten.

Entsprechend (5.30) wird damit ${}_r\tau_{vw}^{(s-1)*}$ bestimmt. Es ist

$$ {}_r\tau_{vw}^{(s-1)*} = {}_{r^*}\tau_{vw}^{(s-1)} \qquad \text{für } r^* \in [1, R-1] \qquad (5.69) $$

mit

${}_{r^*}\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (5.12), wobei $\nu=1 \neq \nu=s-1$

dabei ist ${}_r\tau_{vw}^{(s-1)*} = 1$, falls der Ausgang (w,v,s-1) rückwärts blockiert ist in Richtung r.

② $r^* > R$

Gemäß dieser zusätzlichen Bedingung (5.69) ergibt sich hier

$$ {}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \prod_{\nu=1}^{s-1} (1 - {}_{r^*}\beta_{vw}^{(\nu)'}) \qquad (5.70) $$

Dabei gilt für

$$ {}_{r^*}\beta_{vw}^{(\nu)'} = \beta_{vw}^{(\nu)} \quad \text{nach (3.40)} \quad \text{für } \nu \in [1, s-2] \\ = {}_{r^*}\beta_{vw}^{(\nu)'} \quad \text{nach (5.72)} \quad \text{für } \nu = s-1 \qquad (5.71) $$

Es ist

$$ {}_{r^*}\beta_{vw}^{(s-1)'} = \beta_{vw}^{(s-1)} \cdot {}_r\tau_{vw}^{(s-1)*} + (1 - {}_r\tau_{vw}^{(s-1)*}) \qquad (5.72) $$

mit

$\beta_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.37) ${}_r\tau_{vw}^{(s-1)*}$ nach (5.69)

Damit ist ${}_{r^*}\beta_{vw}^{(s-1)'} = 1$, falls ein in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegender Ausgang des Koppelvielfachs (v,s-1), der in $\{\tilde{x}\}$ blockiert ist in Richtung r^*, frei ist in diese Richtung im benachbart unteren Muster

und/oder

das Koppelvielfach $(\varphi_{vw}^{(s-1)}, s)$ in $\{\tilde{x}\}$ noch mindestens einen freien Ausgang in Richtung r besitzt.

B. Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs

① $r^* \leq R$

Nach (3.52) und (5.34) ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, mit der aus dem benachbart unteren Muster bei Rufeinfall in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ entsteht zu

$$ {}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \left[\prod_{\nu=1}^{s-1} (k_\nu - s_v^{(\nu)*} - {}_{r^*}\omega_v^{(\nu)} + 1 + {}_{r^*}\beta_{vw}^{(\nu)}) \right]^{-1} \qquad (5.73) $$

mit

$s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11) $\quad r^*\omega_{v.}^{(\nu)}$ nach (5.66)

$$r^*\beta_{vw}^{(\nu)} = \sum_{\varsigma=1}^{k_\nu} r^*\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)} \qquad (5.74)$$

mit

$r^*\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)}$ nach (5.75)

Bestimmen von $r^*\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)}$

Nach (3.45) gilt für

$\nu = s-1$

$$r^*\beta_{vw,\varsigma}^{(s-1)} = (1 - s_{v\varsigma}^{(s-1)*})(1 - g_{v\varsigma}^{(s-1)})\,\delta_{\varphi_{v\varsigma}^{(s-1)},\varphi_{vw}^{(s-1)}} \cdot r^*\tau_{vw}^{(s-1)} \qquad (5.75.a)$$

und nach (3.49) gilt für

$\nu \in [1,s-2]$

$$r^*\beta_{vw,\varsigma}^{(\nu)} = (1 - s_{v\varsigma}^{(\nu)*})(1 - g_{v\varsigma}^{(\nu)})[\delta_{\varphi_{v\varsigma}^{(\nu)},\varphi_{vw}^{(\nu)}} \cdot r\xi_v^{(\nu+1)*} + (1 - \delta_{\varphi_{v\varsigma}^{(\nu)},\varphi_{vw}^{(\nu)}}) \cdot r^*\beta_e^{(\nu+1)*}] \qquad (5.75.b)$$

mit

$r\xi_v^{(\nu+1)*} = r\xi_{\varphi_{vw}^{(\nu)}}^{(\nu+1)}$ nach (5.65)

$r^*\beta_e^{(\nu+1)*} = r^*\beta_{\varphi_{v\varsigma}^{(\nu)}}^{(\nu+1)*}$ entsprechend (3.44)

$$= r^*\xi_e^{(\nu+1)} \cdot r^*\mathfrak{G}_e^{(\nu+1)} \qquad (5.76)$$

mit

$r^*\xi_e^{(\nu+1)}$ nach (5.65)

$r^*\mathfrak{G}_e^{(\nu+1)}$ nach (3.43) falls $\nu = s-2$

wobei $r\tau_{vw}^{(s-1)} \neq r^*\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (5.12)

nach (3.48) falls $\nu \in [1,s-3]$ wobei $r\xi_v^{(\nu+1)} \neq r\xi_v^{(\nu+1)*}$ nach (5.65)

$r\beta_e^{(\nu+1)*} \neq r^*\beta_e^{(\nu+1)*}$ nach (5.76)

② $r^* > R$

Hier kommt wieder die Bedingung (5.69) hinzu, d.h. es muß explizit in den Bedingungen berücksichtigt werden, ob ein Ausgang "rückwärts blockiert in Richtung r bzw. in Richtung r+R" ist.

Ausgehend von der Stufe s-1 über die allgemeine Stufe $\{\nu \mid \nu \in [1,s-2]\}$ kann nach (3.43),...,(3.52) und (5.33),...,(5.35) der Koeffizient $r^*\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ bestimmt werden.

$\nu = s-1$

Hier ergibt sich entsprechend (5.35), die Wahrscheinlichkeit für die Auswahl des Ausgangs w im Koppelvielfach (v,s-1) zu

$$r^*\eta_{v_{s-1} w_{s-1}} = \frac{r\tau_{vw}^{(s-1)*}}{k_{s-1} - s_{v.}^{(s-1)*} - r^*\omega_{v.}^{(s-1)} + 1 + r^*\beta_{vw}^{(s-1)}} \qquad (5.77)$$

dabei ist

$r\tau_{vw}^{(s-1)*}$ = 1 nach (5.69), falls der Ausgang (w,v,s-1) blockiert ist in Richtung r, wobei r nach (5.2.b)

$s_{v.}^{(s-1)*}$ nach (3.11) die Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1)

$r^*\omega_{v.}^{(s-1)}$ nach (5.66) die Zahl der in die Richtung R blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1)

$r^*\beta_{vw}^{(s-1)}$ nach (5.74) die Zahl der in $\{\tilde{x}\}$ in Richtung R blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,s-1), die im benachbart unteren Muster frei sind in Richtung R.

Durch $r\tau_{vw}^{(s-1)*}$ wird dabei berücksichtigt, daß die Auswahl eines freien Ausgangs des Überlaufbündels nur dann erfolgen kann, falls in $\{\tilde{x}\}$ und damit auch im benachbart unteren Muster kein Ausgang des Koppelvielfachs $(\varphi_{vw}^{(s-1)},s)$ frei ist in Richtung r (r nach (5.2.b)).

$\nu \in [1,s-2]$

Für diese Stufen wird $r^*\beta_{vw}^{(\nu)}$ ebenfalls nach (5.74) bestimmt. Zusätzlich muß auch hier berücksichtigt werden, ob der Ausgang (w,v,ν) rückwärts blockiert ist in Richtung r (r nach (5.2.b)). Damit wird

$$r^*\eta_{v_\nu w_\nu} = \frac{r\xi_v^{(\nu)*}}{k_\nu - s_{v.}^{(\nu)*} - r^*\omega_{v.}^{(\nu)} + 1 + r^*\beta_{vw}^{(\nu)}} \qquad (5.78)$$

mit

$r\xi_v^{(\nu)*}$ nach (5.65) wobei r* ≠ r nach (5.2.b)

Damit ergibt sich aus (5.77) und (5.78)

$$r^*\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} = \frac{\prod_{\nu=1}^{s-2} {}_r\xi_\nu^{(\nu)*} \cdot {}_r\tau_{vw}^{(s-1)*}}{\prod_{\nu=1}^{s-1} \left(k_\nu - s_{\nu\cdot}^{(\nu)*} - {}_{r^*}\omega_{\nu\cdot}^{(\nu)} + 1 + {}_{r^*}\beta_{vw}^{(\nu)} \right)} \qquad (5.79)$$

mit

${}_r\xi_\nu^{(\nu)*}$	nach (5.65)	wobei $r^* \neq r$	nach (5.2.b)		
${}_r\tau_{vw}^{(s-1)*}$	nach (5.69)		$s_{\nu\cdot}^{(\nu)*}$	nach (3.11)	
${}_{r^*}\omega_{\nu\cdot}^{(\nu)}$	nach (5.66)		${}_{r^*}\beta_{vw}^{(\nu)}$	nach (5.74)	

5.5.2.5 Das Gleichungssystem

Aus den in den Abschnitten 5.5.2.1 bis 4 hergeleiteten Übergangsraten (5.58), (5.60), (5.61) und (5.62) ergibt sich nach (2.14) und (2.9) das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten zu

$$\sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{v_1=1}^{g_1} \Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} p\left(\| s_{ij}^{(1)} + \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \|, \ldots, \| s_{ij}^{(s-1)} + \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \| \right) \cdot$$

$$\cdot \prod_{\nu=1}^{s-1} \left[(1 - s_{vw}^{(\nu)*})(1 - s_{ww}^{(\nu)}) \right] \cdot (1 - {}_{r^*}\tau_{vw}^{(s-1)}) \cdot \psi_v \cdot {}_r\mu_v$$

$$+ \sum_{w_1=1}^{r^*\varepsilon_v^{(1)}} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{r^*\varepsilon_v^{(s-1)}} p\left(\| s_{ij}^{(1)} - \kappa_1 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \|, \ldots, \| s_{ij}^{(s-1)} - \kappa_{s-1} \delta_{iv}^{(s-1)} \delta_{jw}^{(s-1)} \| \right) \cdot$$

$$\cdot \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot {}_{r^*}\eta_{v_1 w_1 \cdots w_{s-1}} \cdot {}_r\lambda_v^* \Bigg] \qquad (5.80)$$

$$- p\left(\| s_{ij}^{(1)} \|, \ldots, \| s_{ij}^{(s-1)} \| \right) \sum_{v_1=1}^{g_1} \left[\sum_{r=1}^{R} (1 - {}_r\xi_v^{(1)}) \cdot {}_r\lambda_v + \sum_{r^*=1}^{2R-1} \sum_{w_1=1}^{k_1} \cdots \sum_{w_{s-1}=1}^{k_{s-1}} \prod_{\nu=1}^{s-1} \delta_{s_{vw}^{(\nu)}, \kappa_\nu} \cdot {}_r\mu_v \right] = 0$$

normiert durch die Bedingung

$$\sum_{\tilde{x}} p\left(S^{(1)}, \ldots, S^{(s-1)} \right) = 1 \qquad (5.81)$$

5.6 Beispiele

Die Berechnung erfolgte nach dem in diesem Kapitel beschriebenen Algorithmus, welcher ebenfalls, wie die Programme in Abschnitt 3.7, in FORTRAN programmiert wurde /96/. Diese Berechnungen wurden, wie in Abschnitt 3.7 gezeigt wurde, in vier Teilschritten durchgeführt, wobei hier - bedingt durch die Verwendung des großen Digitalrechners CDC 6600, nur noch in zwei Programme unterteilt wurde.

Im ersten Programm werden (wie in Abschnitt 3.7) die erlaubten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ bestimmt und in einer geordneten dichten Liste gespeichert. Im zweiten Programm wird dann für die Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(\tilde{x})$ aufgestellt mittels des Relaxationsverfahrens gelöst und anschließend damit die charakteristischen Verkehrsgrößen berechnet.

Hier wurde als Beispiel zunächst die in Bild 5.4 dargestellte Struktur untersucht.

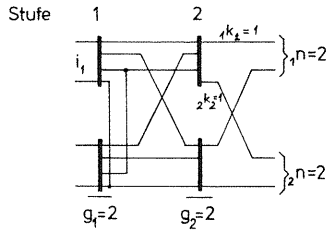


Bild 5.4: Linksystem mit s = 2 Stufen für Richtungswahl

Bei den Berechnungen wurde stets angenommen, daß der dem Linksystem in Richtung 1 angebotene Verkehr zuerst zum Abnehmerbündel in Richtung 1 (Querweg) durchgeschaltet wird. Ist dies, bedingt durch innere Blockierung oder weil dieses Bündel voll belegt ist, nicht möglich, dann kann dieser Verkehr auch zum Abnehmerbündel in Richtung 2 (Letztweg) durchgeschaltet werden. Der dem Linksystem in Richtung 2 angebotene Verkehr kann nur über Leitungen des Abnehmerbündels in Richtung 2 durchgeschaltet werden.

Damit ergibt sich, daß die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_1B$ für den in Richtung 1 angebotenen Verkehr stets kleiner als die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_2B$ für den in Richtung 2 angebotenen Verkehr sein muß.

Es wurde der Einfluß folgender Parameter untersucht:

- Zahl der pro Koppelvielfach der Stufe 1 angeschlossenen Verkehrsquellen i_1
- Unterschiedliche Anruf- und/oder Enderaten (Schiefes Angebot)
- Absuchmodus der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufe 1
  geordnetes Absuchen von fester Nullstellung aus bzw.
  zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs.

Die wichtigsten Ergebnisse sind in den nachfolgenden Bildern dargestellt.

Bild 5.5 zeigt die Verlustwahrscheinlichkeit $_rB$ für den in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr sowie die Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ von Richtung 1 (Querweg) nach Richtung 2 (Letztweg) als Funktion der Belastung je Leitung des Letztwegbündels $_2Y/_2n$.

Als Parameter ist dabei die Zahl der Verkehrsquellen je Koppelvielfach der Stufe 1 i_1 gewählt. Ferner wird gleichverteiltes Angebot vorausgesetzt, d.h. die Anrufraten $_r\lambda_v$ bzw. $_r\alpha_v$ sowie die Enderaten $_r\mu_v$ (r=1,2; v=1,2) sind jeweils gleich groß für alle Koppelvielfache v der Stufe 1 und für alle Richtungen r der Abnehmerbündel.

Dieses Diagramm zeigt den für diese Betriebsart "interner Überlauf" typischen Verlauf der Verlustkurven: Bedingt durch die Überlaufmöglichkeit ist die Verlustwahrscheinlichkeit $_1B$ für den in Richtung 1 angebotenen Verkehr kleiner als die Verlustwahrscheinlichkeit $_2B$ für den in Richtung 2 angebotenen Verkehr. Außerdem wird hier, ebenso wie in Bild 3.14, der Übergang von Zufallsverkehr 2. Art mit $i_1 < k_1$ zu Zufallsverkehr 1. Art deutlich; man erkennt den Verlustanstieg bei konstanter Belastung.

Bild 5.6 zeigt denselben Zusammenhang wie in Bild 5.5. Hier ist jedoch als Abszisse das Angebot A gewählt.

In den beiden nächsten Bildern werden die Ergebnisse von Untersuchungen für verschiedene Fälle von schiefem Angebot dargestellt. Dabei sind jeweils die Verlust- und Überlaufwahrscheinlichkeiten als Funktion des Leerlaufangebotes dargestellt.

Bild 5.7 liegt der Fall zugrunde, daß das Leerlaufangebot für den Verkehr in Richtung 2 $_2A^*$ konstant ist, d.h.

$$ {}_2A^* = \sum_{v=1}^{g_1} \frac{{}_2\alpha_v \cdot i_1}{{}_2\mu_v} = \text{const.} $$

Dabei ist $_2\alpha_1 = {}_2\alpha_2$ und $_2\mu_1 = {}_2\mu_2$. Ferner wird $_1\alpha_1/{}_1\mu_1 = {}_1\alpha_2/{}_1\mu_2$ und $_1\mu_1 = {}_1\mu_2 = {}_2\mu_1$ vorausgesetzt, d.h. die "Schiefe"des Angebotes bezieht sich nur auf die Richtungen der Abnehmerbündel, nicht jedoch auf die Koppelvielfache der Stufe 1.

Die Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ von Richtung 1 nach Richtung 2 steigt ebenso wie die Verlustwahrscheinlichkeit $_1B$ für den in Richtung 1 angebotenen Verkehr mit steigendem Leerlaufangebot an. Dabei ist $_1B^*$ etwa ab $_1A^* = {}_2A^*$ größer als die Verlustwahrscheinlichkeit $_2B$ für den in Richtung 2 angebotenen Verkehr.

Die Verlustwahrscheinlichkeit $_2B$ für den in Richtung 2 angebotenen Verkehr weist für $A^* = {}_2A^*$ den Wert für das vollkommen erreichbare Bündel mit n=2 Leitungen auf. Mit steigendem Leerlaufangebot A^* nimmt $_2B$ zunächst geringfügig ab. Dies rührt daher, daß durch den Anstieg des Verkehrs in Richtung 1 die Verkehrsquellen zusätzlich belegt werden. Dadurch verringert sich das tatsächliche Angebot in Richtung 2. Der Anstieg von $_2B$ rührt dann im wesentlichen von dem von Richtung 1 nach Richtung 2 überlaufenden Verkehr her.

Bild 5.8 zeigt den Fall, daß das Leerlaufangebot A_1^* für den im Koppelvielfach 1 der Stufe 1 angebotenen Verkehr konstant ist, d.h.

$$ A_1^* = \sum_{r=1}^{R} \frac{{}_r\alpha_1 \cdot i_1}{{}_r\mu_1} = \text{const.} $$

Dabei ist $_1\alpha_1 = {}_2\alpha_1$ und $_1\mu_1 = {}_2\mu_1$. Ferner wird $_1\alpha_2/{}_1\mu_2 = {}_2\alpha_2/{}_2\mu_2$ und $_1\mu_2 = {}_2\mu_2 = {}_1\mu_1$ vorausgesetzt, d.h. die "Schiefe" des Angebotes bezieht sich nur auf die Koppelvielfache der Stufe 1.

Der Verlauf der Verlust- und Überlaufwahrscheinlichkeitskurven stimmt prinzipiell mit dem in Bild 3.22 dargestellten Verlauf überein. Dabei kommt hier zusätzlich noch die Indizierung mit r dazu.

Um zu ermitteln, wie sich eine Erhöhung der Leitungszahl des Letztwegbündels - bei gleicher Leitungszahl des Querwegbündels - auf die Verluste auswirkt, wurde das Linksystem nach Bild 5.4 mit dem Linksystem nach Bild 5.9 verglichen.

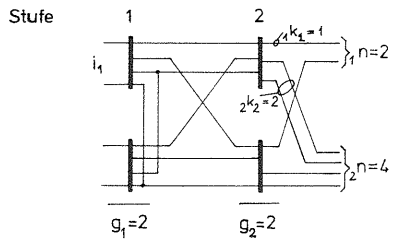


Bild 5.9: Linksystem mit s = 2 Stufen für Richtungswahl mit unterschiedlicher Größe der Abnehmerbündel

Bild 5.10 zeigt die Verlust- und Überlaufwahrscheinlichkeiten $_rB$ (r=1,2) und $_1B^*$ in Abhängigkeit von der Belastung des Letztwegbündels für die zwei Linksysteme nach Bild 5.4 und 5.9 bei gleichverteiltem Angebot.

Bei konstanter Belastung je Leitung des Letztwegbündels ergibt sich, daß der Verlust $_1B$ für den in Richtung 1 angebotenen Verkehr beim Übergang von $_2k_2 = 1$ nach $_2k_2 = 2$ nur bei niedrigen Belastungen merklich abnimmt. Dagegen wird aber der Verlust $_2B$ für den in Richtung 2 angebotenen Verkehr sehr stark verringert; diese Verlustabsenkung beträgt z.B. bei $_2Y/_2n = 0{,}2$ Erl den Faktor 10. Vor allem wird aber durch diese Maßnahme "Vergrößern des Letztwegbündels" der Verlust $_2B$ dem Verlust $_1B$ angenähert.

Die Erhöhung der Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ bei größerem Letztwegbündel rührt davon her, daß bei gleicher Belastung des Letztwegbündels und gleichverteiltem Angebot die Angebote $_1A$ und $_2A$ im Fall $_2n = 4$ größer sind als im Fall $_2n = 2$. Ist aber $_1A$ größer und $_1n = 2 =$ const., so muß die Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ ansteigen.

Neben der Verdrahtung der Zwischenleitungen hat der Absuchmodus eines freien Ausgangs im jeweiligen Koppelvielfach der Stufe 1 einen Einfluß auf die Verlustwahrscheinlichkeit. Dieser Einfluß wurde für das Linksystem nach Bild 5.9 ermittelt.

Bild 5.11 zeigt die Verlust- und Überlaufwahrscheinlichkeiten $_rB$ (r=1,2) und $_1B^*$ als Funktion der Belastung je Leitung des Letztwegbündels $_2Y/_2n$. Dabei ist der Absuchmodus der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufe 1 als Parameter enthalten.

Es zeigt sich, die aus Untersuchungen über einstufige Koppelanordnungen unvollkommener Erreichbarkeit bekannte Tatsache, daß bei einer Staffel geordnetes Absuchen von fester Nullstellung niedrigere Verluste liefert als zufallsmäßige Auswahl.

Bild 5.12 zeigt für die beiden Absuchverfahren die Belastung der einzelnen Koppelvielfache der Stufen 1 und 2.
Die Belastung der Koppelvielfache der Stufe 1 $Y_v^{(1)}$ (v=1,2) hängt nicht vom Absuchmodus ab, sondern ist - bedingt durch das gleichverteilte Angebot - für beide Koppelvielfache gleich groß, d.h. $Y_1^{(1)}=Y_2^{(1)}$. Dagegen zeigen sich bei der Belastung der Koppelvielfache der Stufe 2 Unterschiede. Bei geordnetem Absuchen (N) ist die Belastung des Koppelvielfachs 1 größer als die Belastung des Koppelvielfachs 2, d.h. $Y_1^{(2)}(N) > Y_2^{(2)}(N)$. Bei zufallsmäßiger Auswahl (Z) ist die Belastung dieser Koppelvielfache gleich der Belastung der Koppelvielfache der Stufe 1, d.h. $Y_1^{(2)}(Z) - Y_2^{(2)}(Z) = Y_v^{(1)}$.

Entsprechend der Betriebsart "interner Überlauf" setzt sich die Belastung des Letztwegbündels $_2Y$ aus einer Teilbelastung $_1Y^*$ durch Verkehr in Richtung 1 (Überlaufverkehr) und $_2Y^*$ durch Verkehr in Richtung 2 (Direktverkehr) zusammen.

Bild 5.13 zeigt die Aufteilung der Belastung des Letztwegbündels in die beiden Teilbelastungen $_1Y^*/_2n$ und $_2Y^*/_2n$ sowie die Belastung des Querwegbündels $_1Y/_1n$ als Funktion der Belastung des Letztwegbündels $_2Y/_2n$ bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art.

Die Teilbelastung $_1Y^*/_2n$ steigt mit wachsender Belastung des Letztwegbündels überproportional an, da der Überlaufverkehr eine höhere Varianz als der Direktverkehr hat /64/.

Allgemein kann zu diesen Untersuchungen noch festgestellt werden, daß die Anzahl der erlaubten Zustandsmuster bei der Betriebsart "Interner Überlauf" gegenüber "Richtungswahl (nach Kapitel 3.)" stark ansteigt. So besitzt z.B. das Linksystem nach Bild 5.4 bei Richtungswahl

ohne internen Überlauf für $i_1 \geq k_1$ 361 Zustandsmuster,
mit internem Überlauf für $i_1 \geq k_1$ 1089 Zustandsmuster.

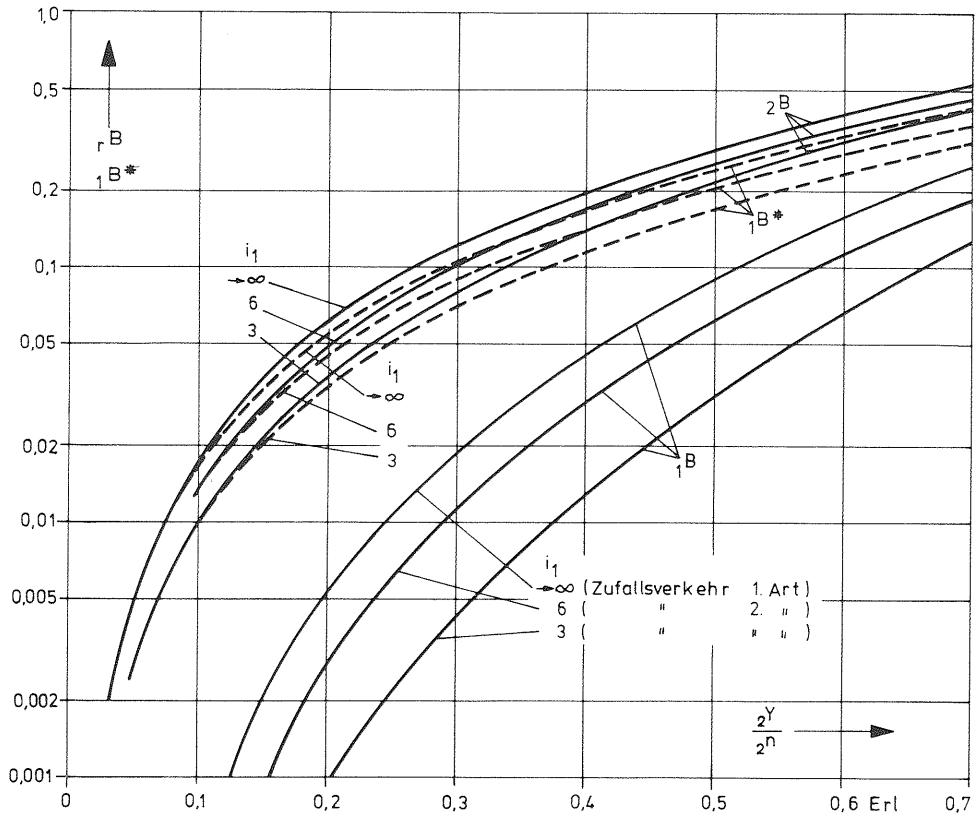
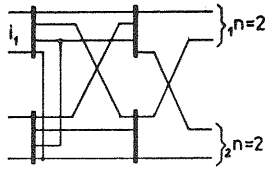


Bild 5.5: Verlustwahrscheinlichkeit $_rB$ für den in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr und Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ von Richtung 1 (Querweg) nach Richtung 2 (Letztweg) als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung des Letztwegbündels $_2Y/_2n$ bei gleichverteiltem Angebot

Parameter: Zahl der Verkehrsquellen (Eingänge) i_1 je Koppelvielfach der Stufe 1

System



Absuchmodus :
Geordnet von fester Nullstellung

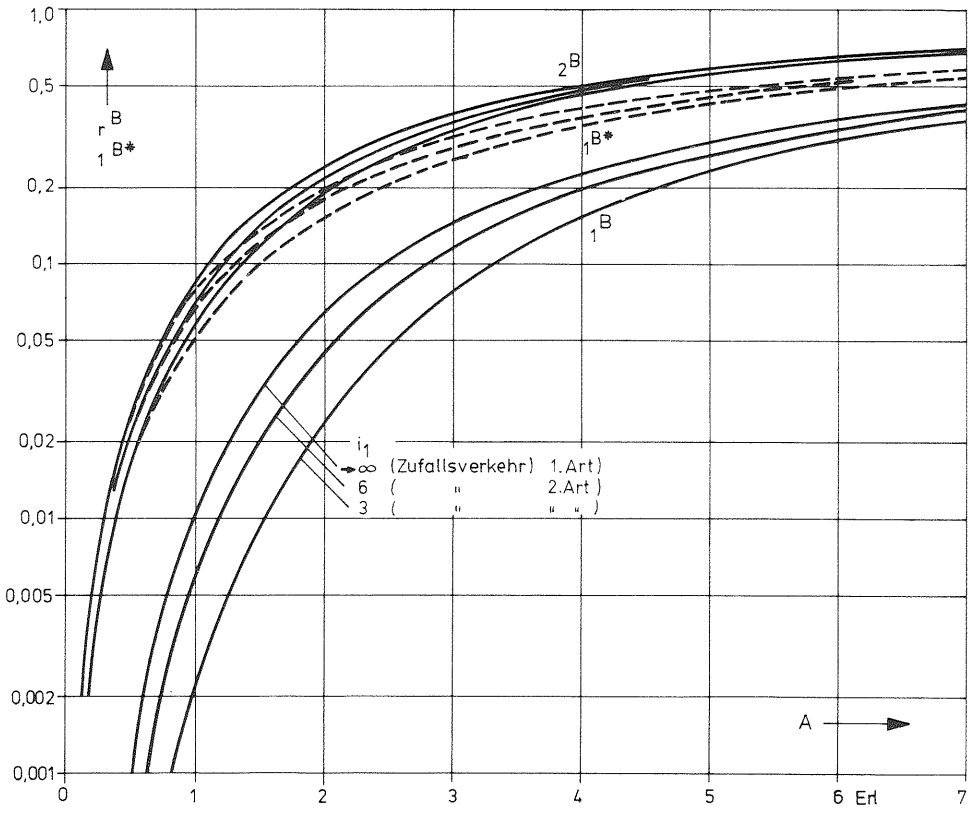
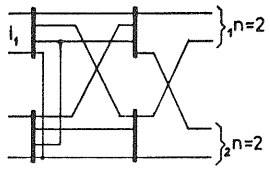


Bild 5.6: Verlustwahrscheinlichkeit $_rB$ für den in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr und Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ von Richtung 1 (Querweg) nach Richtung 2 (Letztweg) als Funktion des Angebotes A bei gleichverteiltem Angebot

Parameter: Zahl der Verkehrsquellen (Eingänge) i_1 je Koppelvielfach der Stufe 1

System



Absuchmodus :
Geordnet von fester Nullstellung

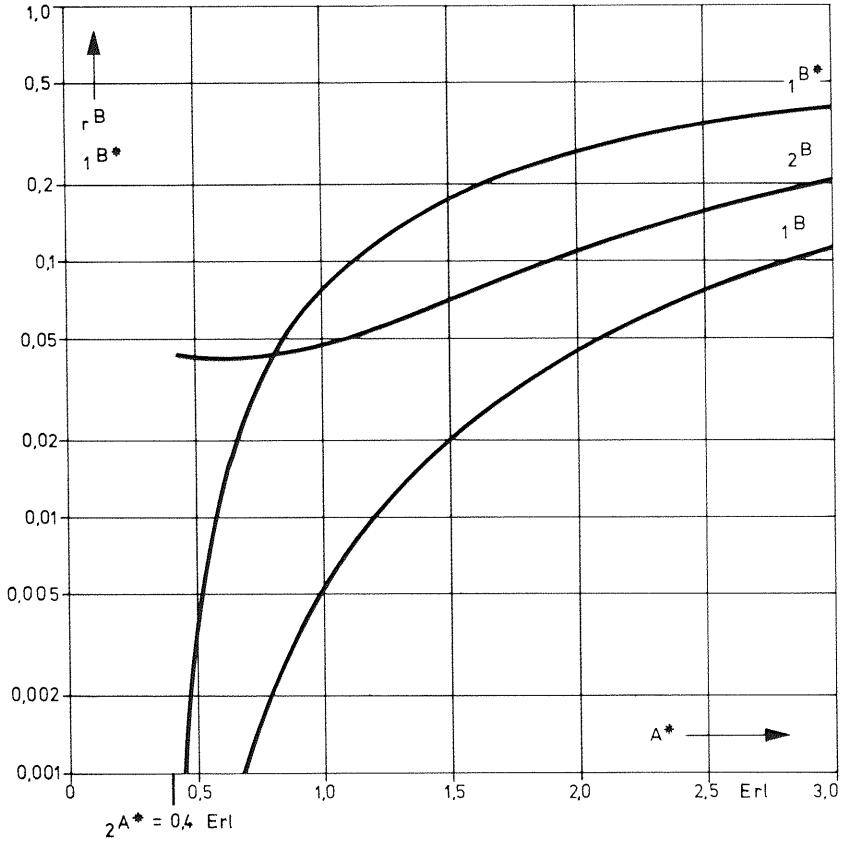
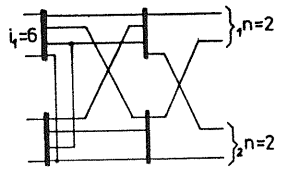


Bild 5.7: Verlustwahrscheinlichkeit $_rB$ für den in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr und Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ von Richtung 1 (Querweg) nach Richtung 2 (Letztweg) als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art
Parameter: Leerlaufangebot in Richtung 2 $_2A^* = 0,4$ Erl = const.

System



Absuchmodus :
Geordnet von fester Nullstellung

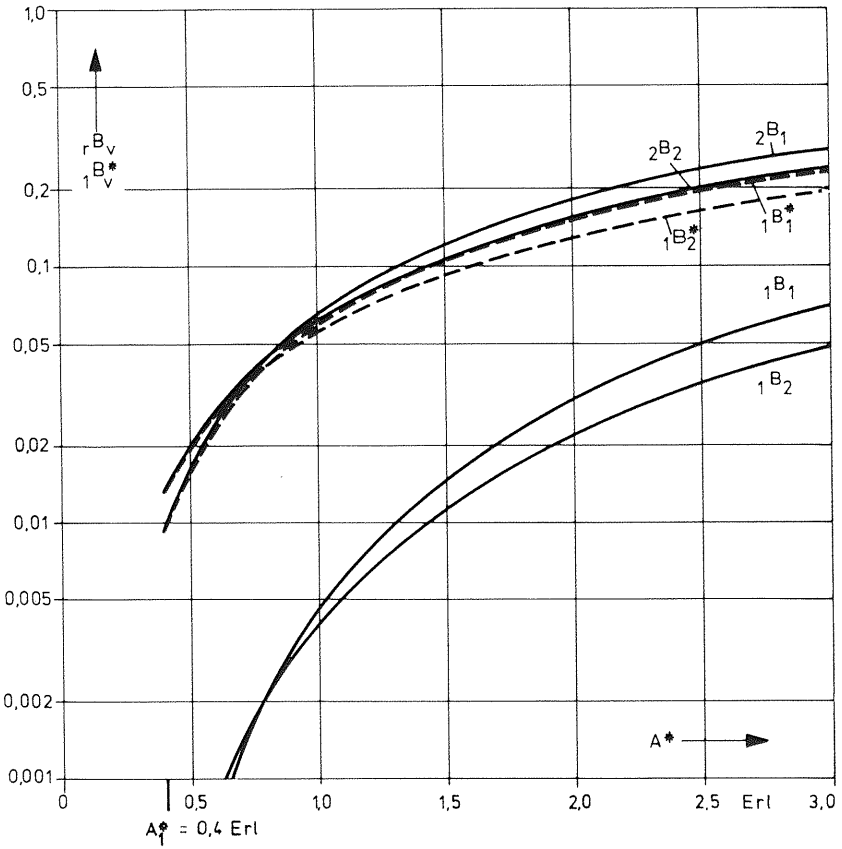
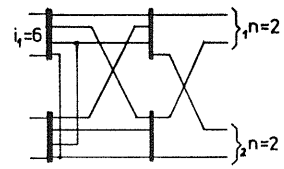


Bild 5.8: Verlustwahrscheinlichkeit $_rB_v$ für den im Koppelvielfach v (v=1,2) der Stufe 1 in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr und dessen Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B_v^*$ von Richtung 1 (Querweg) nach Richtung 2 (Letztweg) als Funktion des Leerlaufangebotes A^* bei schiefem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art
Parameter: Leerlaufangebot im Koppelvielfach 1 der Stufe 1 $A_1^* = 0,4$ Erl = const.

System



Absuchmodus :
Geordnet von fester Nullstellung

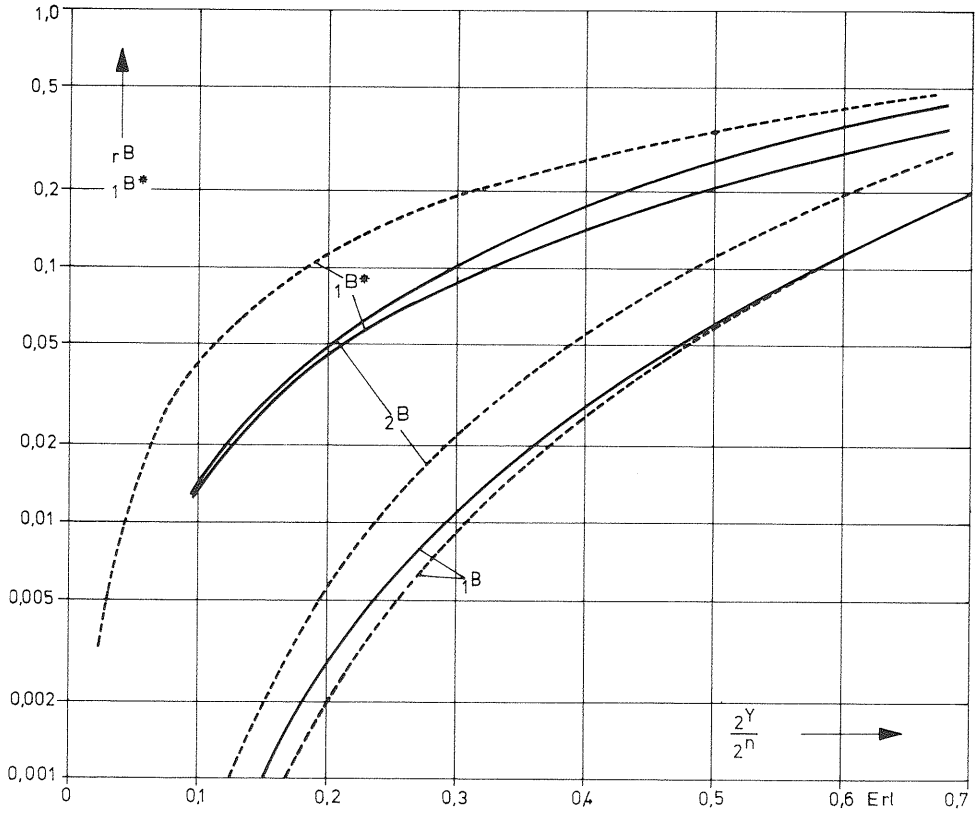


Bild 5.10: Verlustwahrscheinlichkeit $_rB$ für den in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr und Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ von Richtung 1 (Querweg) nach Richtung 2 (Letztweg) als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung des Letztwegbündels $_2Y/_2n$ bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art

Parameter: Anzahl der Ausgänge je Koppelvielfach der Stufe 2 in Richtung 2 (Letztweg) $_2k_2$

——— System nach Bild 5.4 ($_2k_2$ = 1)

------ System nach Bild 5.9 ($_2k_2$ = 2)

Systeme

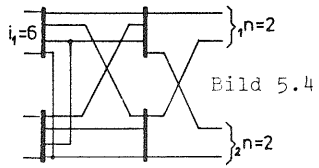


Bild 5.4

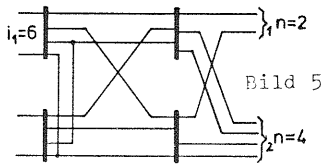


Bild 5.9

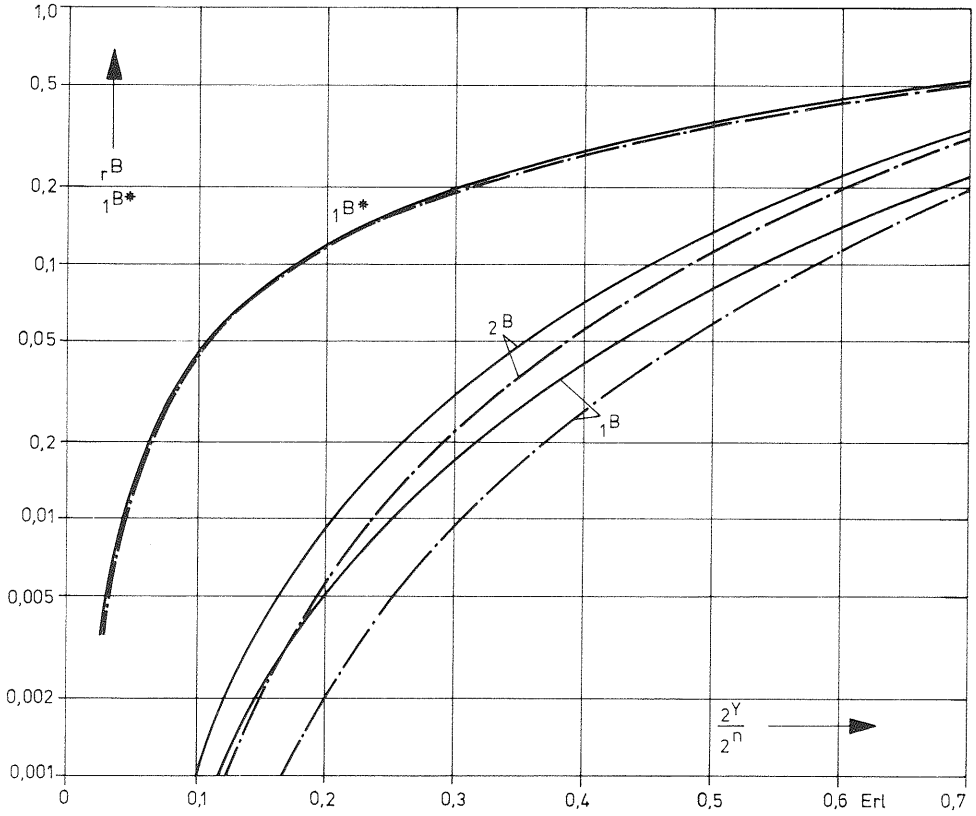


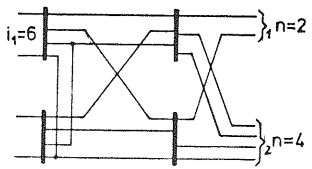
Bild 5.11: Verlustwahrscheinlichkeit $_rB$ für den in Richtung r (r=1,2) angebotenen Verkehr und Überlaufwahrscheinlichkeit $_1B^*$ von Richtung 1 (Querweg) nach Richtung 2 (Letztweg) als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung des Letztwegbündels $_2Y/_2n$ bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art

Parameter: Absuchmodus der Ausgänge der Koppelvielfache der Stufe 1

——·—— Geordnetes Absuchen von fester Nullstellung aus

——— Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

System



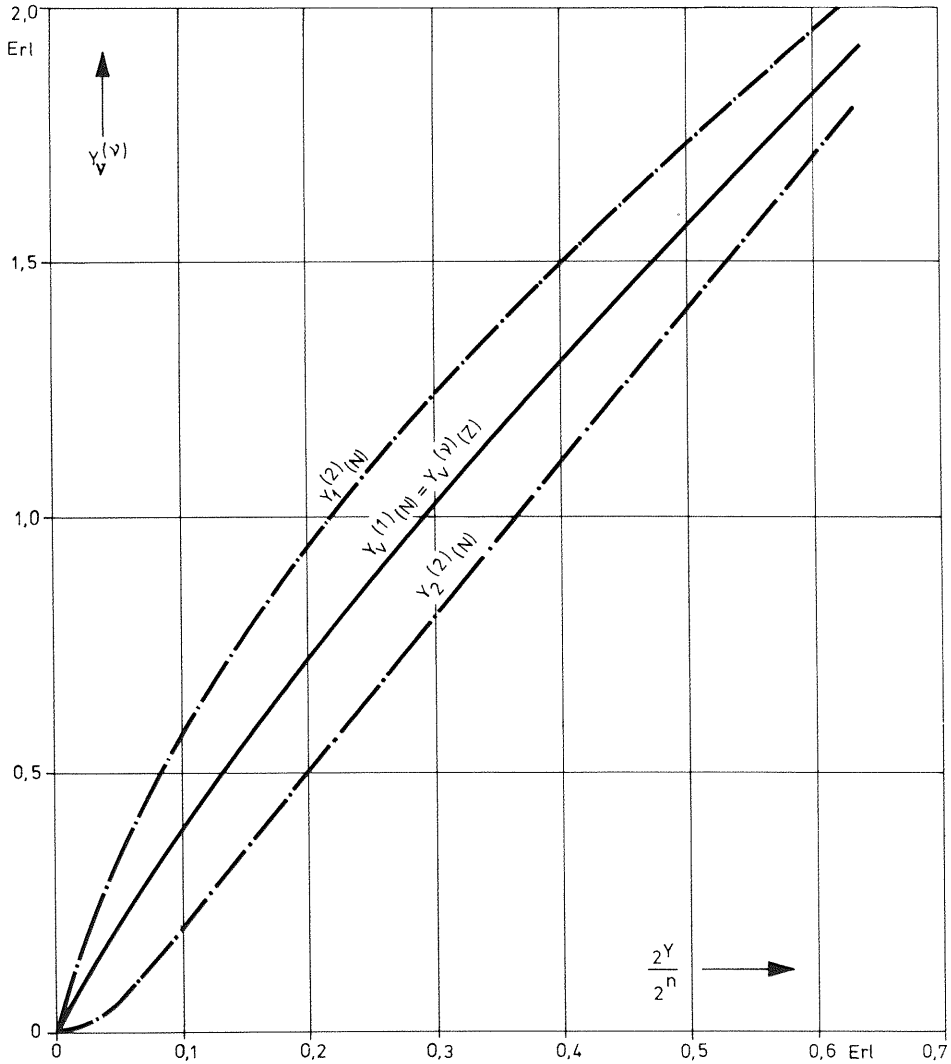


Bild 5.12: Belastung $Y_v^{(\nu)}$ je Koppelvielfach v (v=1,2) der Stufe ν (ν=1,2) als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung in Richtung 2 (Letztweg) $_2Y/_2n$ bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art

Parameter: Absuchmodus der Ausgänge eines Koppelvielfachs

——·—— N Absuchen von fester Nullstellung

——— Z Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

System

(siehe Bild 5.9 auf Seite 165 mit i_1 = 6).

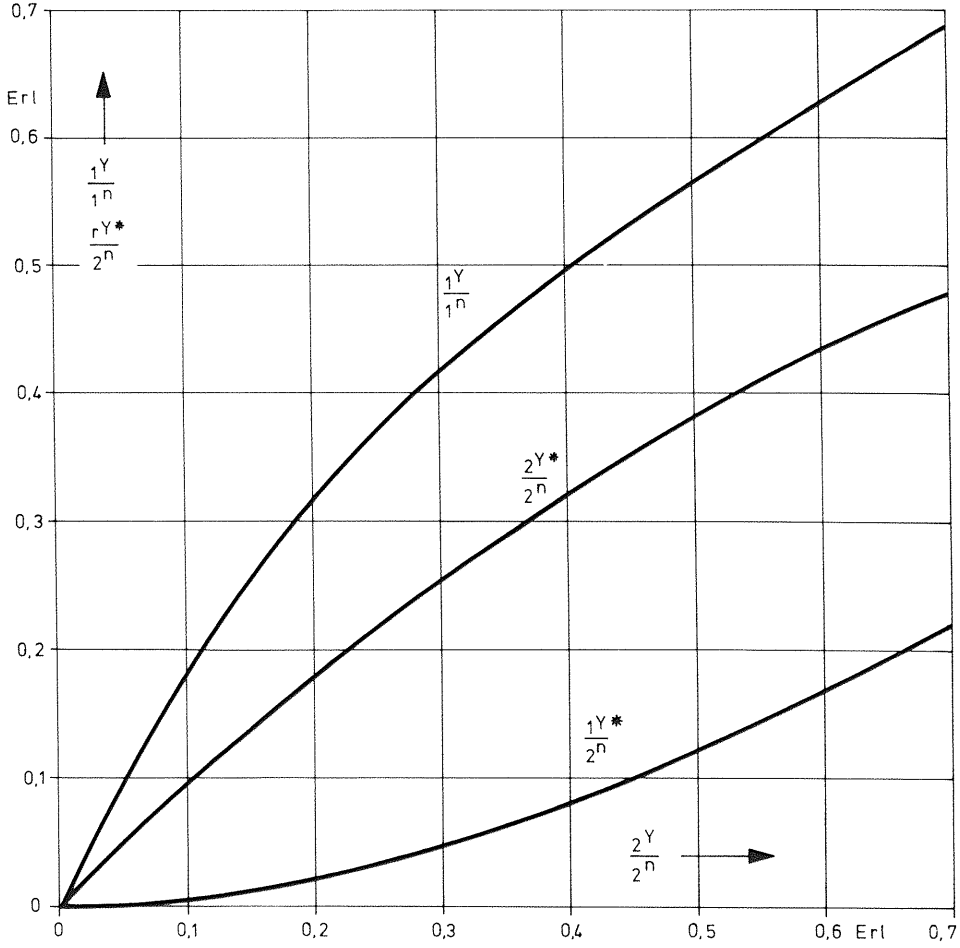
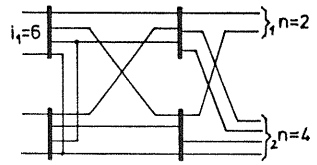


Bild 5.13: Belastung je Leitung des Abnehmerbündels in Richtung 1 (Querweg) $_1Y/_1n$ und Belastung je Leitung des Abnehmerbündels in Richtung 2 (Letztweg) durch Verkehr in Zielrichtung 1 $_1Y^*/_2n$ und in Richtung 2 $_2Y^*/_2n$ als Funktion der Belastung je Leitung des Abnenmerbündels in Richtung 2 bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art

System



Absuchmodus :

- Geordnet von fester Nullstellung oder
- Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

6. LINKSYSTEME, BEI DENEN DIE DURCHGESCHALTETEN WEGE ÜBER EINE UNEINHEITLICHE ANZAHL VON KOPPELVIELFACHEN FÜHREN

6.1 Vorbemerkung

Wurden in den bisherigen Kapiteln Linksysteme untersucht, bei denen jeder Ruf über die gleiche Anzahl s von Koppelvielfachen (jeweils ein Koppelvielfach in jeder Stufe) durchgeschaltet wurde, so werden hier Linksysteme behandelt, bei denen die Rufe über eine unterschiedliche Anzahl von Koppelvielfachen geführt werden, je nach der im betreffenden Zustandsmuster gegebenen Situation.

Solche Systeme wurden in der Literatur vor allem im Zusammenhang mit dem PENTACONTA-System entwickelt. Dort wurden sowohl Systeme mit entraide /52,54,76/ als auch mit entraide renforcée /77/ beschrieben. In einem ersten Abschnitt wird der Aufbau derartiger "Systeme mit Rückschleifen" beschrieben und daraus eine geeignete Beschreibung abgeleitet. Daran anschließend wird dann die Berechnung solcher Systeme durchgeführt.

Neben solchen Systemen mit Rückschleifen wird dann noch der einfachste Fall eines Strukturtyps näher betrachtet, wie er in ähnlicher Weise bei Zeitvielfachvermittlungssystemen auftritt. Daneben wurde diese Struktur auch in /52/ angegeben.

Dabei wird der Grundgedanke der in dieser Arbeit angewendeten Systembeschreibung wie Mischungsmatrix Θ, Koppelvielfachmatrix ϕ und Zustandsmatrix S auch hier zugrunde gelegt. Sie werden jedoch ebenso wie die Koeffizienten zum Bestimmen der Übergangskoeffizienten der Zustandsgleichungen entsprechend den durch die Struktur gegebenen Bedingungen abgeändert und erweitert.

6.2 Das Linksystem mit s = 2 Stufen und Rückschleifen

6.2.1 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung

6.2.1.1 Die Strukturparameter

Es wird das System nach Bild 6.1 zugrundegelegt. Dieses System läßt sowohl die Betriebsart "entraide", als auch die Betriebsart "entraide renforcée" zu (vgl. Seite 178).

Solche Systeme sind normalerweise so dimensioniert, daß die Zahl der geschleiften und der zusätzlichen Ausgänge der Koppelvielfache wesentlich kleiner ist als die Zahl der direkten Ausgänge, siehe z.B. /52/. Dort beträgt das Verhältnis $k_{1d}/k_{1s} \approx 10/3$.

Zur Kennzeichnung der verschiedenen Typen von Ein- bzw. Ausgängen der Koppelvielfache werden folgende Indices zusätzlich eingeführt:

- d direkt
- s geschleift
- z zusätzlich

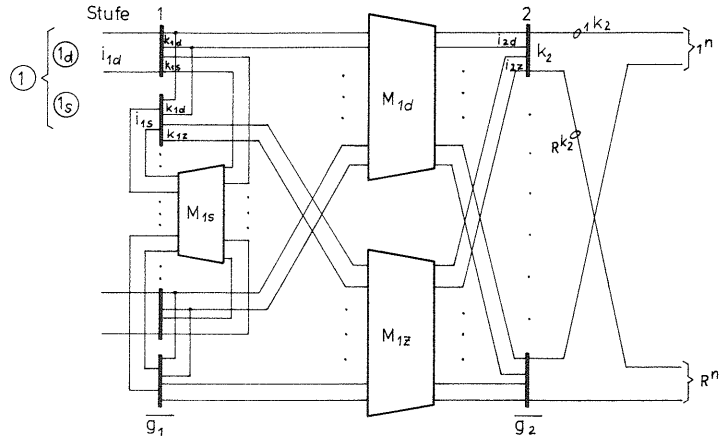


Bild 6.1: Linksystem mit s = 2 Stufen und Rückschleifen

Das System wird durch folgende Systemparameter gekennzeichnet:

s = 2 Stufen

$i_\nu \leqq k_\nu \quad \nu = 1,2$

$M_{1\iota} \geqq 1 \quad \iota = d,s,z$

> 1 falls eine Mischung (beliebigen Typs) zwischen den Ausgängen der Stufe 1 vorgesehen ist.

$$M_{1\iota} = \frac{g_1 \cdot k_{1\iota}}{g_2 \cdot i_{2\iota}} \qquad \iota = d,z \qquad M_{1s} = \frac{g_1 \cdot k_{1s}}{g_1 \cdot i_{1s}}$$

$= 1$ falls keine Mischung vorgesehen ist

$$\left.\begin{aligned} r^{k_2} &\geqq 1 \\ r^n &= g_2 \cdot r^{k_2} \end{aligned}\right\} \quad r \in [1,R]$$

Ebenso wie in Kapitel 3 werden Mischungen der Abnehmerleitungsbündel verschiedener Linkblöcke nicht betrachtet. Sie können jedoch durch eine Kombination der in diesem Kapitel 6 hergeleiteten Beziehungen mit den Ergebnissen von /78/ ebenfalls behandelt werden.

6.2.1.2 Die Betriebsparameter

Die Betriebsarten "entraide" und "entraide renforcée" unterscheiden sich im allgemeinen Fall nicht in der Struktur des Linksystems, sondern nur in den Absuchmodi.

Dazu wird das Koppelvielfach (v,1) gesondert betrachtet (Bild 6.2)

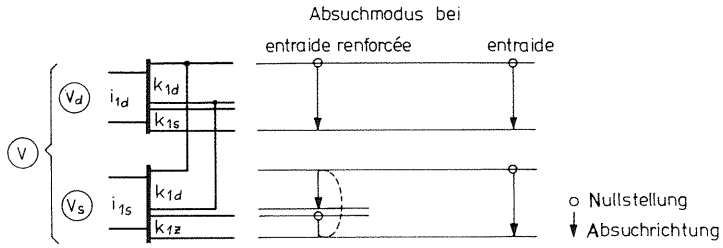


Bild 6.2: Unterschiede im Absuchmodus bei entraide und entraide renforcée (geordnetes Absuchen mit fester Nullstellung)

In beiden Fällen (entraide und entraide renforcée) werden bei Einfall eines Rufes auf einem der i_{1d} Eingänge zuerst die direkten Ausgänge k_{1d} abgesucht. Ist über die direkten Ausgänge k_{1d} kein Durchschalten möglich, dann wird versucht, über die k_{1s} geschleiften Ausgänge und damit über jeweils einen der geschleiften i_{1s} Eingänge anderer Koppelvielfache der Stufe 1 durchzuschalten. Dabei werden die Ausgänge dieser Koppelvielfache 1_s bei

entraide in derselben Weise wie beim Koppelvielfach 1_d abgesucht, d.h. zuerst die direkten, dann die zusätzlichen Ausgänge. Bei

entraide renforcée werden jedoch zuerst die k_{1z} zusätzlichen Ausgänge und erst danach die k_{1d} direkten Ausgänge abgesucht.

Damit wird hier das im Regelfall gegenüber dem Zwischenleitungsbündel d wesentlich kleinere Zwischenleitungsbündel z besser ausgenutzt als bei entraide.

In beiden Fällen sind die Betriebsarten

(a) geordnetes Absuchen mit fester Nullstellung

(b) geordnetes Absuchen ohne feste Nullstellung

(c) zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

nach Abschnitt 3.4.1 möglich. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß bei den Betriebsarten (b) und (c) zuerst alle Möglichkeiten der gerade betrachteten Gruppe von Ausgängen d, z bzw. s geprüft wird, bevor das Durchschalten über eine andere Gruppe versucht wird.

Am wichtigsten ist hier ebenso wie in Kapitel 3 die Betriebsart (a).

6.2.1.3 Die Mischungen d,s,z

In gleicher Weise wie in Abschnitt 3.2.2 werden auch hier die Mischungs- und Koppelvielfachmatrizen definiert. Dabei setzt sich die $(g_1 \times (k_{1d}+k_{1s}+k_{1z}))$-dimensionale Mischungsmatrix Θ zusammen aus :

$_d\Theta$ $(g_1 \times k_{1d})$- dimensionale Matrix für die direkten Ausgänge
$_s\Theta$ $(g_1 \times k_{1s})$- " " " " geschleiften "
$_z\Theta$ $(g_1 \times k_{1z})$- " " " " zusätzlichen "

Das Element $_\tau\vartheta_{vw}$, τ = d,s,z dieser Matrizen kennzeichnet den Ausgang (w,v,1). Der numerische Wert von $_\tau\vartheta_{vw}$ gibt an, mit welchem Eingang der Stufe 2 bzw. 1 der Ausgang (w,v,1) verschaltet ist (vgl. Abschnitt 3.2.2). Dabei werden die Eingänge der Stufe 2 durchnumeriert von $1,\ldots,i_{2d},\ldots,i_{2d}+i_{2z},\ldots,g_2\cdot(i_{2d}+i_{2z})$.

Damit ergeben sich nach (3.1) die Elemente der Koppelvielfachmatrix ϕ und ihrer Teilmatrizen $_d\phi$, $_s\phi$ und $_z\phi$ zu

$$\left.\begin{array}{ll} {}_\tau\varphi_{vw} = \left(\dfrac{{}_\tau\vartheta_{vw}-1}{i_{2d}+i_{2z}}+1\right)_{\text{ganzzahlig abgerundet}} & w \in [1, k_{1d}] \\ & \in (k_{1d}+k_{1s}, k_{1d}+k_{1s}+k_{1z}] \end{array}\right\} \text{falls } \tau = \begin{cases} d \\ z \end{cases}$$

$$ {}_s\varphi_{vw} = \left(\frac{{}_s\vartheta_{vw}-1}{i_{1s}}+1\right)_{\text{ganzzahlig abgerundet}} \qquad w \in (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}] \qquad (6.1)$$

6.2.2 Die Zustandsmuster

6.2.2.1 Die Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$

Nach Abschnitt 3.3.1 wird das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ durch die Zustandsmatrix S beschrieben. Dabei hat die Zustandsmatrix S hier die Dimension $(g_1 \times (k_{1d}+k_{1s}+k_{1z}))$.

Nach (3.5) gilt auch hier

s_{vw} = 0 falls der Ausgang (w,v,1) nicht belegt ist

= r falls der direkte oder zusätzliche Ausgang (w,v,1) belegt ist in Richtung r, d.h. $w \in [1,k'_1]$, $w \notin (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}]$ (6.2)

= ν falls der geschleifte Ausgang (w,v,1) belegt ist und damit mit dem Ausgang $(\nu, {}_s\varphi_{vw}, 1)$ verbunden ist

$w \in (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}]$

mit

$$k'_1 = k_{1d} + k_{1s} + k_{1z} \qquad (6.3)$$

Zur Unterscheidung zwischen "belegt" und "nicht belegt" wird wieder

die Matrix S* eingeführt. Es ist

s^*_{vw} = 0 falls Ausgang (w,v,1) nicht belegt
= 1 falls " " belegt (6.4)

6.2.2.2 Die Kennzeichnung der benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$

Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem, ob der durchgeschaltete Weg, durch den sich $\{\tilde{x}+1\}$ bzw. $\{\tilde{x}-1\}$ von $\{\tilde{x}\}$ unterscheidet, über einen geschleiften Ausgang $w \in (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}]$ führt oder nicht.

a. Dieser durchgeschaltete Weg führt nur über die direkten Ausgänge. In diesem Fall wird

$\{\tilde{x}+1\}$ durch $\|s_{ij} + r\delta_{iv}\delta_{jw}\|$ und
$\{\tilde{x}-1\}$ " $\|s_{ij} - r\delta_{iv}\delta_{jw}\|$ gekennzeichnet. (6.5.a)

Dabei ist $w \in [1, k_{1d}]$.

b. Dieser durchgeschaltete Weg führt über einen geschleiften Ausgang. Hier wird

$\{\tilde{x}+1\}$ durch $\|s_{ij} + r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu} + \nu\delta_{iv}\delta_{jw}\|$ und
$\{\tilde{x}-1\}$ " $\|s_{ij} - r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu} - \nu\delta_{iv}\delta_{jw}\|$ gekennzeichnet. (6.5.b)

Dabei ist

$\mu = s\varphi_{vw}$ (6.6)

$w \in (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}]$

$\nu \in [1, k'_1]$

$\nu \notin (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}]$

Ist $\nu \in [1, k_{1d}]$ ist dieser Weg über einen direkten Ausgang $(\nu,\mu,1)$ durchgeschaltet

$\nu \in (k_{1d}+k_{1s}, k'_1]$ ist dieser Weg über einen zusätzlichen Ausgang $(\nu,\mu,1)$ durchgeschaltet.

6.2.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

6.2.3.1 Voraussetzungen und einige Begriffe

Wie in Kapitel 3 werden auch hier wieder die beiden Absuchverfahren
(a) geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs von fester Nullstellung aus
(c) zufällige Auswahl eines freien Ausgangs des Koppelvielfachs
nach Abschnitt 3.4.1 betrachtet.

Zusätzlich muß noch zwischen den beiden Betriebsparametern
- entraide
- entraide renforcée
unterschieden werden.

Das Gleichungssystem wird für den allgemeineren Fall Zufallsverkehr 2. Art hergeleitet. Die anderen Verkehrsarten werden im Abschnitt 6.2.3.6.2 behandelt.

Dabei werden die vier möglichen Übergänge wieder gesondert beschrieben und anschließend zur Zustandsgleichung zusammengefaßt.

Im folgenden ist mehrfach die Zahl der belegten Eingänge bzw. Ausgänge eines Koppelvielfachs $(v,1)$ bzw. $(\mu,1)$ von Interesse. Deshalb werden diese Beziehungen hier zusammengestellt.

Zur Abkürzung werden eingeführt:

$$\overline{\kappa} = \kappa - k_{1d}\,, \quad \kappa = w,z \tag{6.7}$$

$$\overline{\overline{\kappa}} = \kappa - (k_{1d} + k_{1s})\,, \quad \kappa = w,z,f \tag{6.8}$$

Damit wird

$s^*_{v.} = \sum_{w=1}^{k'_1} s^*_{vw}$ Gesamte Zahl der belegten Ausgänge der beiden Koppelvielfache $(v_d,1)$ und $(v_s,1)$ (6.9)

mit k'_1 nach (6.3), s^*_{vw} nach (6.4)

${}^i_s s^*_{v.} = \sum_{\substack{y=1 \\ y\neq v}}^{q_1} \sum_{z=1}^{k_{1s}} s^*_{yz} \cdot \delta_{s\varphi_{vz},v}$ Zahl der belegten geschleiften Ausgänge der Koppelvielfache $(y\neq v,1)$, die zum Koppelvielfach $(v,1)$ führen (6.10)

= Zahl der belegten geschleiften Eingänge des Koppelvielfachs $(v_s,1)$
(Hochgestellter Index i zur Unterscheidung, daß sich diese Größe auf die Eingänge bezieht)

${}^i_d s^*_{v.} = s^*_{v.} - {}^i_s s^*_{v.}$ Zahl der belegten direkten Eingänge des Koppelvielfachs $(v_d,1)$ (6.11)

${}_\iota s^*_{v.} = \sum_{w_\iota=1}^{k_{1\iota}} s^*_{vw}$ Zahl der belegten Ausgänge (vom Typ ι) des Koppelvielfachs $(v,1)$ (6.12)

Ausgang	ι	w_ι		$k_{1\iota}$
direkt	d	w		k_{1d}
geschleift	s	$\overline{w}$	w nach (6.7)	k_{1s}
zusätzlich	z	$\overline{\overline{w}}$	w nach (6.8)	k_{1z}

Vorgegeben sind die Verkehrsparameter: Anrufrate und Enderate bzw. mittlere Belegungsdauer:

$_r\alpha_v$ die Anrufrate in Richtung r einer freien Quelle, die mit dem Koppelvielfach (v,1) verbunden ist

$_r\lambda_v = {}_r\alpha_v(i_1 - {}^i_d s^*_{v.})$ Anrufrate in Richtung r im Koppelvielfach (v,1) im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ (6.13)

$_r\mu_v = 1/{}_r h_v$ Enderate einer vom Koppelvielfach (v,1) ausgehenden Belegung, d.h. einer Belegung, die von einer an diesem Koppelvielfach angeschlossenen Quelle herrührt (6.14)

6.2.3.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

6.2.3.2.1 Ermitteln der benachbart oberen Muster

Mit (6.5) können alle benachbart oberen Muster entsprechend (3.14) bestimmt werden. Es ist

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{v=1}^{g_1}\left[\sum_{w=1}^{k_{1d}}\{\|s_{ij} + r\delta_{iv}\delta_{jw}\|\} + \sum_{\overline{w}=1}^{k_{1s}}\sum_{\substack{\nu=1\\ \nu\notin(k_{1d},\,k_{1d}+k_{1s}]}}^{k'_1}\{\|s_{ij} + r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu} + \nu\delta_{iv}\delta_{jw}\|\}\right] \qquad (6.15)$$

mit

μ nach (6.6), k'_1 nach (6.3), $\overline{w}$ nach (6.7)

6.2.3.2.2 Ermitteln der benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$

Damit ein benachbart oberes Muster zu einem benachbart oberen Zustandsmuster wird, müssen dieselben Bedingungen wie in Abschnitt 3.4.2.2 erfüllt sein. Dabei sind hier allerdings die verschiedenartigen Ausgänge zu berücksichtigen.

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist

① noch mindestens eine am Koppelvielfach (v,1) angeschlossene Quelle nicht belegt: ψ_v nach (3.15)

$$\left.\begin{matrix}\psi_v = 1\\ = 0\end{matrix}\right\} \text{falls } {}^i_d s^*_{v.} \begin{cases} < i_{1d}\\ = i_{1d}\end{cases} \qquad (6.16)$$

mit ${}^i_d s^*_{v.}$ nach (6.11)

② der Ausgang (w,v,1) bzw. (ν,μ,1) nicht belegt: $(1-s^*_{vw})$ nach (3.16)

$(1 - s^*_{vw})$ bzw. $(1 - s^*_{\mu\nu})$

③ der Ausgang (w,v,1) nicht durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe 1 blockiert: ς_{vw} nach (3.17) bzw. $(1 - \varsigma_{vw})$ nach (3.18)

Hier ist zu unterscheiden zwischen direktem, geschleiftem und zusätzlichem Ausgang. Es ist

$$_z\varsigma_{vw} = \sum_{\substack{y=1\\ y\neq v}}^{g_1}\sum_{z_1=1}^{k_{11}} s^*_{yz}\cdot\delta_{{}_z\vartheta_{vw},\,{}_z\vartheta_{yz}} \qquad (6.17.a)$$

Ausgang	z	z_1	k_{11}
direkt	d	z	k_{1d}
geschleift	s	$\overline{z}$ nach (6.7)	k_{1s}
zusätzlich	z	$\overline{\overline{z}}$ nach (6.8)	k_{1z}

Der direkte Ausgang muß zusätzlich, der zusätzliche Ausgang jedoch ausschließlich im Koppelvielfach $(\mu={}_s\varphi_{vw},1)$ betrachtet werden. Damit wird für den Ausgang (ν,μ,1) nach (6.17.a) mit $v\neq\mu$ und $w\neq\nu$:

$$\left.\begin{matrix}\varsigma_{\mu\nu} = {}_d\varsigma_{\mu\nu}\\ = {}_z\varsigma_{\mu\nu}\end{matrix}\right\} \text{falls } \nu\in\begin{cases}[1,\,k_{1d}]\\ (k_{1d}+k_{1s},\,k'_1]\end{cases} \qquad (6.17.b)$$

Nur solche Muster können benachbarte Zustandsmuster sein, bei denen $(1 - \varsigma_{vw}) = 1$ ist; also werden die nicht zugelassenen Muster durch

$$(1 - \varsigma_{vw})$$

ausgeschlossen.

④ der Ausgang (w,v,1) nicht rückwärts blockiert in Richtung r: $_r\tau_{vw}$ nach (3.19)

Hier können die direkten und zusätzlichen Ausgänge zusammengefaßt betrachtet werden. Es ist

$$\left.\begin{matrix}{}_r\tau_{vw} = 1\\ = 0\end{matrix}\right\} \text{falls } \sum_{y=1}^{g_1}\sum_{z=1}^{k'_1}\delta_{s_{yz},r}\cdot\delta_{\varphi_{vw},\,\varphi_{yz}} \begin{cases} = {}_rk_z\\ < {}_rk_z\end{cases} \qquad (6.18)$$

$_r\tau_{\mu\nu} = {}_r\tau_{vw}$ mit $z\notin(k_{1d},\,k_{1d}+k_{1s}]$ $\varphi_{vw}\neq\varphi_{\mu\nu}$

Dabei ergibt die Summe die Zahl der in Richtung r belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (φ_{vw} bzw. $\varphi_{\mu\nu}$,2).

Durch $(1 - {}_r\tau_{vw}) = 1$ wird damit der Ausgang (w,v,1) berücksichtigt, falls er nicht rückwärts blockiert ist in Richtung r.

Sind diese vier Bedingungen erfüllt, dann ist das benachbart obere Muster ein benachbart oberes Zustandsmuster.

6.2.3.2.3 Ermitteln der Übergangsrate

Entsprechend zu (3.21) erhält man aus benachbart oberen Mustern (6.15) und den im Abschnitt 6.2.3.2.2 bestimmten Koeffizienten die Übergangsrate von allen benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ zu

$$\sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} \;=\; \tag{6.19}$$

$$\sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{q_1} \Bigg[\sum_{w=1}^{k_{1d}} p(\|s_{ij} + r\delta_{iv}\delta_{jw}\|)(1 - s^*_{vw})(1 - {}_d\varsigma_{vw})(1 - {}_r\tau_{vw}) + \sum_{\bar{w}=1}^{k_{1s}} \sum_{\substack{\nu=1 \\ \nu \notin (k_{1d},\, k_{1d}+k_{1s}]}}^{k_1'} p(\|s_{ij} + r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu} + \nu\delta_{iv}\delta_{jw}\|)(1 - s^*_{vw})(1 - {}_s\varsigma_{vw})(1 - s^*_{\mu\nu})(1 - \varsigma_{\mu\nu})(1 - {}_r\tau_{\mu\nu}) \Bigg] \cdot \psi_v \cdot {}_r\mu_v$$

mit

s^*_{vw}, $s^*_{\mu\nu}$ nach (6.4) ${}_d\varsigma_{vw}$, ${}_s\varsigma_{vw}$, $\varsigma_{\mu\nu}$ nach (6.17)

${}_r\tau_{vw}$, ${}_r\tau_{\mu\nu}$ nach (6.18) ψ_v nach (6.16) ${}_r\mu_v$ nach (6.14)

$\bar{w}$ nach (6.7) k_1' nach (6.3)

6.2.3.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

Zum Ermitteln aller möglichen Übergänge vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ durch den Einfall eines neuen erfolgreichen Rufes gelten wieder die gleichen zwei Bedingungen wie in Abschnitt 3.4.3:

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist noch mindestens

① eine am Koppelvielfach (v,1) angeschlossene Quelle nicht belegt.

Diese Bedingung wird durch die Anrufrate ${}_r\lambda_v$ berücksichtigt.
${}_r\lambda_v$ nach (6.13)

② ein Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) frei in Richtung r:
${}_r\xi_v$ nach (3.22).

Das Bestimmen von ${}_r\xi_v$ ist hier entsprechend den strukturellen Unterschieden zwischen den Linksystemen der Kapitel 3 und 6 aufwendiger.

So gilt hier ${}_r\xi_v = 1$, falls alle direkten und geschleiften Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) belegt oder blockiert in Richtung r sind:

$$\left.\begin{matrix} {}_r\xi_v = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls } {}_d s^*_{v.} + {}_s s^*_{v.} + {}_r\omega_{v.} \begin{cases} = k_{1d} + k_{1s} \\ < k_{1d} + k_{1s} \end{cases} \tag{6.20}$$

dabei ist

${}_d s^*_{v.} + {}_s s^*_{v.}$ die Zahl der belegten direkten und geschleiften Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) mit ${}_d s^*_{v.}$, ${}_s s^*_{v.}$ nach (6.12)

${}_r\omega_{v.}$ die Zahl der in Richtung r blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1). Es ist

$${}_r\omega_{v.} = {}_{d,r}\omega_{v.} + {}_{s,r}\omega_{v.} \tag{6.21.a}$$

mit

$${}_{d,r}\omega_{v.} = \sum_{w=1}^{k_{1d}} {}_{d,r}\omega_{vw} \tag{6.21.b}$$

$${}_{s,r}\omega_{v.} = \sum_{\bar{w}=1}^{k_{1s}} {}_{s,r}\omega_{vw} \tag{6.21.c}$$

mit $\bar{w}$ nach (6.7)

dabei kennzeichnet ${}_{d,r}\omega_{vw}$ (bzw. ${}_{s,r}\omega_{vw}$) = 1, daß der direkte bzw. geschleifte Ausgang (w,v,1) blockiert ist in Richtung r.

Hier gilt ebenfalls die für ${}_r\omega_{vw}^{(s-1)}$ im Abschnitt 3.4.3.1 abgeleitete Beziehung (3.24), wobei hier die zusätzliche Indizierung entsprechend direktem oder geschleiftem Ausgang vorzunehmen ist.

direkter Ausgang

$${}_{d,r}\omega_{vw} = (1 - s^*_{vw}) \cdot [\, {}_d\varsigma_{vw} + (1 - {}_d\varsigma_{vw}) \cdot {}_r\tau_{vw}\,] \tag{6.22.a}$$

mit

${}_d\varsigma_{vw}$ nach (6.17) ${}_r\tau_{vw}$ nach (6.18)

geschleifter Ausgang

$${}_{s,r}\omega_{vw} = (1 - s^*_{vw}) \cdot [\, {}_s\varsigma_{vw} + (1 - {}_s\varsigma_{vw}) \cdot {}_{s,r}\tau_{vw}\,] \tag{6.22.b}$$

dabei ist ${}_s\varsigma_{vw}$ nach (6.17) und

${}_{s,r}\tau_{vw} = 1$, falls der geschleifte Ausgang rückwärts blockiert ist in Richtung r; nach (6.23)

Ein geschleifter Ausgang ist dann rückwärts blockiert, wenn alle Ausgänge des mit ihm verbundenen Koppelvielfachs ($\mu = {}_s\varphi_{vw}$,1) belegt oder blockiert in Richtung r sind. Damit ergibt sich

$${}_{s,r}\tau_{vw} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls } \sum_{\substack{\nu=1 \\ \nu \notin (k_{1d},\, k_{1d}+k_{1s}]}}^{k_1'} (s^*_{\mu\nu} + {}_r\omega_{\mu\nu}) \begin{cases} = k_{1d} + k_{1z} \\ < k_{1d} + k_{1z} \end{cases} \tag{6.23}$$

dabei ist nach (6.22.a):

$${}_r\omega_{\mu\nu} = (1 - s^*_{\mu\nu})[\, \varsigma_{\mu\nu} + (1 - \varsigma_{\mu\nu}) \cdot {}_r\tau_{\mu\nu}\,] \tag{6.22.c}$$

mit

$\varsigma_{\mu\nu}$ nach (6.17) ${}_r\tau_{\mu\nu}$ nach (6.18)

Entsprechend zu (3.28) ergibt sich damit die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ zu

$$\{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \;=\; p(\|s_{ij}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{q_1} (1 - {}_r\xi_v) \cdot {}_r\lambda_v \tag{6.24}$$

mit

${}_r\xi_v$ nach (6.20) ${}_r\lambda_v$ nach (6.13)

6.2.3.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$

Durch das Enden einer bestehenden Belegung geht das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in ein benachbart unteres Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ über. Da die Enderate von Koppelvielfach zu Koppelvielfach der Stufe 1 im allgemeinen unterschiedlich ist, muß für jede Belegung die Enderate getrennt bestimmt werden, d.h. bei jeder Belegung muß das Ursprungskoppelvielfach ermittelt werden.

Beim Enden jeder Belegung wird eine zur Stufe 2 führende Zwischenleitung frei. Deshalb genügt es, die direkten und zusätzlichen Ausgänge zu prüfen. Die Belegungen auf den z u s ä t z l i c h e n Ausgängen eines Koppelvielfachs rühren von anderen Koppelvielfachen her; diese Koppelvielfache können mit Hilfe der geschleiften Ausgänge ermittelt werden. Die Belegungen auf den d i r e k t e n Ausgängen können sowohl von an diesem Koppelvielfach angeschlossenen Quellen, als auch von Quellen anderer Koppelvielfache herrühren. Um diese Belegungen der direkten Ausgänge zu unterscheiden, müssen ebenfalls die geschleiften Ausgänge, die zu dem betrachteten Koppelvielfach führen, betrachtet werden.

Dazu wird die Enderate ${}_r\mu_{vw}$ folgendermaßen bestimmt:

$$ {}_r\mu_{vw} = {}_r\bar{\mu}_{vw} + (1 - {}_r\mu^*_{vw}) \cdot {}_r\mu_v \qquad (6.25) $$

dabei ist die Enderate ${}_r\bar{\mu}_{vw}$ der Belegung auf dem Ausgang (w,v,1), falls diese von einem geschleiften Eingang des Koppelvielfachs (v,1) aus erfolgte:

$$ {}_r\bar{\mu}_{vw} = \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq v}}^{g_1} \sum_{\bar{z}=1}^{k_{1s}} \delta_{s\varphi_{yz},v} \cdot \delta_{s_{yz},w} \cdot {}_r\mu_y \qquad (6.26) $$

mit

$\bar{z}$ nach (6.7) ${}_r\mu_y$ nach (6.14)

Ist ${}_r\bar{\mu}_{vw} = 0$, dann rührt diese Belegung von einer an das Koppelvielfach (v,1) angeschlossenen Quelle her.

Mit

$$ {}_r\mu^*_{vw} \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases} \text{falls } {}_r\bar{\mu}_{vw} \begin{cases} > 0 \\ = 0 \end{cases} \qquad (6.27) $$

ergibt sich somit in diesem Fall nach (6.25) die Enderate ${}_r\mu_v$.

Durch $\delta_{s_{vw},r}$ werden nur die belegten direkten und zusätzlichen Ausgänge berücksichtigt.

Damit ergibt sich die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ nach (3.30) zu

$$ \{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} = p(\|s_{ij}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} \sum_{\substack{w=1 \\ w \notin (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}]}}^{k'_1} \delta_{s_{vw},r} \cdot {}_r\mu_{vw} \qquad (6.28) $$

mit

${}_r\mu_{vw}$ nach (6.25)

6.2.3.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Ausgehend vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ sind hier alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ sowie deren individuelle Übergangskoeffizienten zu ermitteln. Dabei muß hier zusätzlich zu der in Kapitel 3 eingeführten Unterscheidung der Absuchverfahren (a) und (c) (vgl. Abschnitt 3.4.1) noch getrennt werden zwischen entraide und entraide renforcée.

Auch hier werden wie im Abschnitt 3.4.5 zunächst die benachbart unteren Muster bestimmt. Alle Muster, die keine benachbart unteren Zustandsmuster sind, werden dann mittels geeigneter Koeffizienten ausgeschlossen und zum Schluß die Übergangsrate bestimmt.

6.2.3.5.1 Die benachbart unteren Muster

Bestimmen der benachbart unteren Muster

Mit (6.5) können alle benachbart unteren Muster entsprechend (3.31) bestimmt werden. Es gilt

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v=1}^{g_1} \left[\sum_{w=1}^{{}_{d,r}\varepsilon_v} \{\|s_{ij} - r\delta_{iv}\delta_{jw}\|\} + \sum_{\bar{w}=1}^{{}_{s,r}\varepsilon_v} \sum_{\nu'=1}^{{}_r\varepsilon_\mu} \{\|s_{ij} - r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu} - \nu\delta_{iv}\delta_{jw}\|\} \right] \qquad (6.29) $$

mit

$\bar{w}$ nach (6.7) μ nach (6.6)

Ferner muß bei ν' unterschieden werden zwischen

- entraide

$$ \left.\begin{aligned} \nu &= \nu' \\ &= \nu' + k_{1s} \end{aligned}\right\} \text{falls } \nu' \in \begin{cases} [1, k_{1d}] \\ (k_{1d}, k_{1d}+k_{1z}] \end{cases} \qquad (6.30.a) $$

- entraide renforcée

$$ \nu = [\nu' + k_{1d} + k_{1s}]_{\bmod k'_1} \qquad (6.30.b) $$

Die oberen Summationsgrenzen ${}_{d,r}\varepsilon_v$, ${}_{s,r}\varepsilon_v$ und ${}_r\varepsilon_\mu$ hängen von der Betriebsart ab. Sie werden deshalb im nachfolgenden Abschnitt bestimmt.

Bestimmen der oberen Summationsgrenzen

Die oberen Summationsgrenzen können nach den Beziehungen des Abschnitts 3.4.5.1.2 ermittelt werden, wobei zusätzlich die Unterschei-

dung zwischen direkten, geschleiften und zusätzlichen Ausgängen zu berücksichtigen ist.

Die Unterschiede zwischen entraide und entraide renforcée wirken sich beim Absuchen bzw. der Auswahl der direkten und zusätzlichen Ausgänge der über geschleifte Ausgänge erreichten Koppelvielfache aus (vgl. Abschnitt 6.2.1.2). Damit muß nur beim Bestimmen von ${}_r\varepsilon_\mu$ zwischen diesen beiden Betriebsarten unterschieden werden.

Bestimmen von ${}_{d,r}\varepsilon_v$ und ${}_{s,r}\varepsilon_v$

A. Geordnetes Absuchen der Ausgänge mit fester Nullstellung

Berücksichtigt man bei (3.32) die weitere Spezifikation der Ausgänge, so ergibt sich für die

- direkten Ausgänge

$$ {}_{d,r}\varepsilon_v = \inf\Big(\varepsilon^* \Big| \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{d,r}u_{vz} < \varepsilon^*+1 \;,\; \varepsilon^* \in [0, k_{1d}]\Big) \qquad (6.31.a) $$

mit

$$ {}_{d,r}u_{vz} = s^*_{vz} + {}_{d,r}\omega_{vz} \quad \text{falls } z \in [1, k_{1d}] $$
$$ = 0 \quad \text{" } z = k_{1d}+1 $$

mit

s^*_{vz} nach (6.4) ${}_{d,r}\omega_{vz}$ nach (6.22.a)

- geschleiften Ausgänge

$$ {}_{s,r}\varepsilon_v = \inf\Big(\varepsilon^* \Big| \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{s,r}u_{vz} < \varepsilon^*+1 \;,\; \varepsilon^* \in [0, k_{1s}]\Big)\Bigg\}_{\text{falls } {}_{d,r}\varepsilon_v \begin{cases} = k_{1d} \\ < k_{1d} \end{cases}} \qquad (6.31.b) $$
$$ = 0 $$

mit

$$ {}_{s,r}u_{vz} = s^*_{vz} + {}_{s,r}\omega_{vz} \quad \text{falls } \bar{z} \in [1, k_{1s}] $$
$$ = 0 \quad \text{" } \bar{z} = k_{1s}+1 $$

mit

$\bar{z}$ nach (6.7) s^*_{vz} nach (6.4) ${}_{s,r}\omega_{vz}$ nach (6.22.b)

B. Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

Wie im Abschnitt 3.4.5.1.2 gezeigt wurde, gilt nach (3.33) hier für die

- direkten Ausgänge

$$ {}_{d,r}\varepsilon_v = k_{1d} \qquad (6.32.a) $$

- geschleiften Ausgänge

$$ {}_{s,r}\varepsilon_v \begin{cases} = k_{1s} \\ = 0 \end{cases}\Bigg\}_{\text{falls } {}_{d}s^*_{v.} + {}_{d,r}\omega_{v.} \begin{cases} = k_{1d} \\ < k_{1d} \end{cases}} \qquad (6.32.b) $$

mit

${}_{d}s^*_{v.}$ nach (6.12) ${}_{d,r}\omega_{v.}$ nach (6.21.b)

Bestimmen von ${}_r\varepsilon_\mu$

Hier muß zusätzlich zu den unterschiedlichen Absuchverfahren noch zwischen den Betriebsarten entraide und entraide renforcée unterschieden werden.

A. Geordnetes Absuchen der Ausgänge mit fester Nullstellung

Legt man auch jetzt wieder (3.32) für das über einen geschleiften Ausgang (w,v,1) erreichte Koppelvielfach ($\mu = {}_s\varphi_{vw}, 1$) zugrunde und führt zusätzlich für f und f' noch die Substitutionen (6.30) durch, dann ergibt sich für die obere Summationsgrenze die Beziehung

$$ {}_r\varepsilon_\mu = \inf\Big(\varepsilon^* \Big| \sum_{f'=1}^{\varepsilon^*+1} u_{\mu f} < \varepsilon^*+1 \;,\; \varepsilon^* \in [0, k_{1d}+k_{1z}]\Big) \qquad (6.33) $$

mit

$$ u_{\mu f} = s^*_{\mu f} + {}_r\omega_{\mu f} \quad \text{falls } f' \in [1, k_{1d}+k_{1z}] $$
$$ = 0 \quad \text{falls } f' = k_{1d}+k_{1z}+1 $$

mit

k'_1 nach (6.3) $s^*_{\mu f}$ nach (6.4) ${}_r\omega_{\mu f}$ nach (6.22.c)
f nach (6.30), wobei $\nu \# f$ und $\nu' \# f'$

Die Unterscheidung zwischen entraide und entraide renforcée ist dabei durch f = f(f') nach (6.30) gegeben.

B. Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

Auch hier ist zwischen den beiden Betriebsarten entraide und entraide renforcée zu unterscheiden:

$$ {}_r\varepsilon_\mu \begin{matrix} = k_{1d}+k_{1z} \\ = k_{1l} \end{matrix}\Bigg\}_{\text{falls} \sum_{f_l=1}^{k_{1l}} (s^*_{\mu f} + {}_r\omega_{\mu f}) \begin{cases} = k_{1l} \\ < k_{1l} \end{cases}} \qquad (6.34) $$

Betriebsart	l	k_{1l}	
entraide	d	k_{1d}	$f = f_l$
entraide renforcée	z	k_{1z}	f nach (6.8), wobei $\bar{\bar{f}} = f_l$

6.2.3.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster

Damit ein benachbart unteres Muster zu einem benachbart unteren Zustandsmuster wird, müssen dieselben Bedingungen wie im Abschnitt 3.4.5.2 erfüllt sein:

(a) Die beim benachbart unteren Muster geänderten Elemente der Zustandsmatrix bilden im betrachteten Zustandsmuster $[\tilde{x}]$ einen belegten Weg in Richtung r.

Handelt es sich dabei um einen direkten Ausgang des Koppelvielfachs (v,1), dann gilt

$$\delta_{s_{vw},r} \cdot {}_d\pi_{vw} \qquad (6.35.a)$$

Durch ${}_d\pi_{vw}$ wird dabei berücksichtigt, daß der Ausgang (w,v,1) von einem direkten Eingang des Koppelvielfachs (v,1) aus belegt wurde. Diese zusätzliche Kennzeichnung ist erforderlich, da der belegte direkte Ausgang auch Teil eines über einen geschleiften Ausgang führenden Weges sein könnte.

Es ist

$$\left.\begin{matrix} {}_d\pi_{vw} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\substack{y=1 \\ y\neq v}}^{q_1} \sum_{z=1}^{k_{1s}} \delta_{s\varphi_{yz},v} \cdot \delta_{s_{yz},w} \begin{cases} = 0 \\ = 1 \end{cases} \qquad (6.35.b)$$

Dabei ist ${}_d\pi_{vw} = 1$, falls der Ausgang (w,v,1) von einem direkten Eingang des Koppelvielfachs (v,1) aus belegt wurde.

Führt dagegen der Weg über einen geschleiften Ausgang des Koppelvielfachs (v,1), ergibt sich

$$\delta_{s_{vw},\nu} \cdot \delta_{s_{\mu\nu},r} \qquad (6.35.c)$$

(b) Soll im benachbart unteren Muster ein Ruf vom Koppelvielfach (v,1) in Richtung r durchgeschaltet werden, so muß dies über den Ausgang w (direkt) oder über die Ausgänge w (geschleift) und ν (direkt oder zusätzlich) möglich sein.

Durch einen Faktor ${}_{d,r}\eta_{vw}$ bzw. ${}_{s,r}\eta_{vw\nu}$ wird bestimmt, mit welcher Wahrscheinlichkeit dieser Übergang stattfindet. Um diesen Faktor zu bestimmen, müssen wieder mehrere Fälle unterschieden werden.

Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs

Der besseren Übersichtlichkeit wegen wird getrennt zwischen den beiden Fällen, daß der Weg über den
- direkten Ausgang w (Abschnitt A.)
- geschleiften Ausgang w sowie den direkten oder zusätzlichen Ausgang $(\nu,\mu,1)$ (Abschnitt B.)

führt.

Dabei werden die in Abschnitt 3.4.5.2 hergeleiteten Beziehungen zugrunde gelegt.

A. Der direkte Ausgang (w,v,1)

In diesem Fall ist, wie schon bei der Bestimmung der oberen Summationsgrenze gezeigt wurde, kein Unterschied zwischen entraide und

entraide renforcée gegeben.

Es gelten die in Abschnitt 3.4.5.2.1 beim Bestimmen des Koeffizienten ${}_r\eta_{v_1 w_1 \ldots w_{s-1}}$ für die Stufe s-1 unter B. formulierten Bedingungen, wobei hier die Indizierung mit (s-1) entfällt, dafür aber die Kennzeichnung durch den Index d zusätzlich eingeführt wird. Damit ergibt sich aus (3.36) und (3.37):

$${}_d\beta_{vw,\varsigma} = (1-s^*_{v\varsigma}) \cdot (1-{}_d\vartheta_{v\varsigma}) \cdot \delta_{{}_d\varphi_{vw},{}_d\varphi_{v\varsigma}} \qquad (6.36)$$

Dabei ist ${}_d\beta_{vw,\varsigma} = 1$, falls der in Absuchrichtung vor dem Ausgang w liegende Ausgang ς des Koppelvielfachs (v,1) in $\{\tilde{x}\}$ durch den Ausgang (w,v,1) blockiert ist; vorausgesetzt, daß ${}_{d,r}\varepsilon_v \geq w$ ist.

$$\left.\begin{matrix} {}_d\beta_{vw} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{w-1} {}_d\beta_{vw,\varsigma} \begin{cases} > 0 \\ = 0 \end{cases} \qquad (6.37)$$

Es ist ${}_d\beta_{vw} = 1$, falls das Durchschalten über den direkten Ausgang (w,v,1) nicht möglich ist, da ein in Absuchrichtung vor diesem Ausgang liegender Ausgang, welcher in $\{\tilde{x}\}$ blockiert war, frei ist in Richtung r im benachbart unteren Muster.

Damit wird

$${}_{d,r}\eta_{vw} = (1 - {}_d\beta_{vw}) \qquad (6.38)$$

Ist ${}_{d,r}\eta_{vw} = 1$, dann erfolgt das Durchschalten des neuen Rufes über den Ausgang (w,v,1).

B. Der geschleifte Ausgang (w,v,1) und der direkte oder zusätzliche Ausgang $(\nu,\mu,1)$

Um zu ermitteln, ob das Durchschalten eines in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r im benachbart unteren Muster einfallenden Rufes über die Ausgänge (w,v,1) und $(\nu,\mu,1)$ erfolgt, sind drei getrennte Fragen zu untersuchen:

① Ist im benachbart unteren Muster ein direkter Ausgang ς des Koppelvielfachs (v,1) frei in Richtung r?

Ist dies der Fall, dann wird nicht über den geschleiften Ausgang (w,v,1) durchgeschaltet, sondern über den direkten Ausgang $(\varsigma,v,1)$.

Hier gelten, entsprechend modifiziert, die im Abschnitt 3.4.5.2.1 für die Stufe s-1 unter B. formulierten Bedingungen:

(a) Die Ausgänge $(\varsigma,v,1)$ und $(\nu,\mu,1)$ führen in dasselbe Koppelvielfach der Stufe 2, d.h. ${}_d\varphi_{v\varsigma} = {}_i\varphi_{\mu\nu}$.

(b) Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist $(\varsigma,v,1)$ so blockiert in Richtung r, daß er im benachbart unteren Muster frei ist in Richtung r, also muß der Ausgang $(\varsigma,v,1)$
- nicht belegt sein
- nicht durch Mischung blockiert sein
- rückwärts blockiert sein in Richtung r.
  Diese Forderung ist wieder bereits in ${}_{s,r}\varepsilon_v$ enthalten.

Auch hier müssen wieder alle direkten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) geprüft werden. Damit wird

$$\left.\begin{matrix} G_{vw\nu} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_{1d}} (1 - s^*_{v\varsigma})(1 - {}_d\vartheta_{v\varsigma})\,\delta_{d\varphi_{v\varsigma},\,\iota\varphi_{\mu\nu}} \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (6.39)$$

mit

$s^*_{v\varsigma}$ nach (6.4) ${}_d\vartheta_{v\varsigma}$ nach (6.17.a)

$$\left.\begin{matrix} \iota = d \\ = z \end{matrix}\right\} \text{falls } \nu \in \begin{cases} [1, k_{1d}] \\ (k_{1d}+k_{1s},\, k'_1] \end{cases} \qquad (6.40)$$

Falls $G_{vw\nu} = 1$, dann ist ein Durchschalten über den geschleiften Ausgang (w,v,1) nicht möglich, da dann ein direkter Ausgang dieses Koppelvielfachs im benachbart unteren Muster ebenfalls frei ist in Richtung r.

② Ist ein in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegender ebenfalls geschleifter Ausgang ς blockiert in Richtung r im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$, aber frei im benachbart unteren Muster?

Ist dies gegeben, dann wird ebenfalls nicht über den Ausgang (w,v,1) durchgeschaltet, sondern über den geschleiften Ausgang $(\varsigma, v, 1)$.

Dieser Fall entspricht damit dem Fall B. für die Stufe $\{\nu \mid \nu \in [2,s-2]\}$ nach Abschnitt 3.4.5.2.1. Im einzelnen sind folgende Forderungen zu erfüllen, damit der Ausgang ς diese Bedingung erfüllt:

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist der Ausgang $(\varsigma,v,1)$ so blockiert in Richtung r, daß er im benachbart unteren Muster frei ist in Richtung r. Dies ist der Fall, falls er
- nicht belegt ist
- nicht durch Mischung zwischen den geschleiften Ausgängen blockiert ist
- rückwärts blockiert ist (in Richtung r)
  Diese Forderung ist bereits in ${}_{s,r}\varepsilon_v$ enthalten.

- entweder in das gleiche Koppelvielfach führt wie der Ausgang w, d.h. ${}_s\varphi_{v\varsigma} = {}_s\varphi_{vw}$

  <u>oder</u> in ein anderes Koppelvielfach führt, d.h. ${}_s\varphi_{v\varsigma} \neq {}_s\varphi_{vw}$
  In diesem Fall muß dieses Koppelvielfach $({}_s\varphi_{v\varsigma}, 1)$ mindestens einen Ausgang besitzen, der durch den Ausgang $(\nu,\mu,1)$ im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ blockiert ist. Entsprechend zu (3.35) ergibt sich

$$\left.\begin{matrix} G_e = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\substack{f=1 \\ f \notin (k_{1d},\, k_{1d}+k_{1s}]}}^{k'_1} (1 - s^*_{ef})\left[\delta_{\iota'\vartheta_{ef},\,\iota\vartheta_{\mu\nu}} + (1 - {}_{\iota'}\vartheta_{ef})\cdot\delta_{\iota'\varphi_{ef},\,\iota\varphi_{\mu\nu}}\right] \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (6.41)$$

  mit

  $e = {}_s\varphi_{v\varsigma}$

  ι nach (6.40) ι' nach (6.40) wobei $\iota \neq \iota'$, $\nu \neq f$

  Es ist $G_e = 1$, falls das Koppelvielfach (e,1) mindestens einen so blockierten Ausgang besitzt.

Damit wird nach (3.39)

$${}_s\beta_{vw\nu,\varsigma} = (1 - s^*_{v\varsigma})(1 - {}_s\vartheta_{v\varsigma})\left[\delta_{{}_s\varphi_{v\varsigma},\,{}_s\varphi_{vw}} + (1 - \delta_{{}_s\varphi_{v\varsigma},\,{}_s\varphi_{vw}})\cdot G_e\right] \qquad (6.42)$$

d.h. ${}_s\beta_{vw\nu,\varsigma} = 1$, falls der Ausgang ς durch den Ausgang w blokkiert ist in $\{\tilde{x}\}$,
und nach (3.40)

$$\left.\begin{matrix} {}_s\beta_{vw\nu} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\bar{\varsigma}=1}^{w-1} {}_s\beta_{vw\nu,\bar{\varsigma}} \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (6.43)$$

Falls ${}_s\beta_{vw\nu} = 1$, ist das Durchschalten über den Ausgang (w,v,1) nicht möglich, denn im Koppelvielfach (v,1) gibt es im benachbart unteren Muster einen in Absuchrichtung vor diesem Ausgang liegenden Ausgang, der ebenfalls frei in Richtung r ist.

③ Ist im Koppelvielfach $(\mu,1)$ ein in Absuchrichtung vor dem Ausgang ν liegender Ausgang f blockiert in Richtung r im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$, aber frei in die Richtung r im benachbart unteren Muster?

Ist dies der Fall, dann wird ebenfalls nicht über den Ausgang ν durchgeschaltet.

Diese Bedingung entspricht genau der Bedingung für den direkten Ausgang nach A.. Damit kann (6.36) und (6.37) übernommen werden :

$${}_\iota\beta_{\nu,f} = (1 - s^*_{\mu f})(1 - {}_\iota\vartheta_{\mu f})\,\delta_{\iota\varphi_{\mu f},\,\iota\varphi_{\mu\nu}} \qquad (6.44)$$

mit

ι nach (6.40) $\quad \iota'$ nach (6.40) wobei $\iota \neq \iota'$ und $\nu \neq f$

und

$$ {}_{\iota}\beta_{\mu\nu} \begin{cases} =1 \\ =0 \end{cases} \Bigg\} \text{falls} \sum_{f_\iota=1}^{\nu-1} {}_{\iota}\beta_{\mu\nu,f} \quad \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \tag{6.45} $$

Betriebsart	
entraide	$f = f_\iota$
entraide renforcée	f nach (6.8), wobei $\bar{\bar{f}} \neq f_\iota$

Aus diesen drei Bedingungen ergibt sich damit der gesuchte Koeffizient ${}_{s,r}\eta_{vw\nu}$ zu:

$$ {}_{s,r}\eta_{vw\nu} \begin{cases} =1 \\ =0 \end{cases} \Bigg\} \text{falls} \quad \sigma_{vw\nu} + {}_{s}\beta_{vw\nu} + {}_{\iota}\beta_{\mu\nu} \quad \begin{cases} =0 \\ >0 \end{cases} \tag{6.46} $$

mit

$\sigma_{vw\nu}$ nach (6.39) $\quad {}_{s}\beta_{vw\nu}$ nach (6.43) $\quad {}_{\iota}\beta_{\mu\nu}$ nach (6.45)

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

Es werden hier ebenfalls die in Abschnitt 3.4.5.2.2 ermittelten Bedingungen zugrunde gelegt und entsprechend modifiziert:
- direkter Ausgang w (Abschnitt A.)
- geschleifter Ausgang w und darüber erreichter Ausgang $(\nu,\mu,1)$ (Abschnitt B.).

A. Der direkte Ausgang (w,v,1)

Hier gelten die Bedingungen wie sie im Abschnitt 3.4.5.2.2 für die Stufe s-1 unter B. formuliert wurden; die Indizierung mit (s-1) entfällt, diejenige mit d wird hinzugefügt. Damit ergibt sich aus (3.45) und (3.46) die Zahl ${}_{d,r}\beta_{vw}$ der Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1), die beim Enden der Belegung auf dem Ausgang (w,v,1) (Übergang vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in das benachbart untere Muster) vom Zustand blockiert in Richtung r in den Zustand frei in Richtung r übergehen.

Es ist

$$ {}_{d,r}\beta_{vw,\varsigma} = (1 - s^*_{v\varsigma}) \cdot (1 - {}_{d}\vartheta_{v\varsigma}) \delta_{{}_{d}\varphi_{v\varsigma},{}_{d}\varphi_{vw}} \cdot {}_{r}\tau_{vw} \tag{6.47} $$

$$ {}_{d,r}\beta_{vw} = \sum_{\varsigma=1}^{k_{1d}} {}_{d,r}\beta_{vw,\varsigma} \tag{6.48} $$

Im benachbart unteren Muster verfügt damit das Koppelvielfach (v,1) über

$$ {}_{d,r}\eta^{-1}_{vw} = k_{1d} - {}_{d}s^*_{v.} - {}_{d,r}\omega_{v.} + 1 + {}_{d,r}\beta_{vw} \tag{6.49} $$

freie Ausgänge in Richtung r.

mit

${}_{d}s^*_{v.}$ nach (6.12) $\quad {}_{d,r}\omega_{v.}$ nach (6.21.b) $\quad {}_{d,r}\beta_{vw}$ nach (6.48)

Mit der Wahrscheinlichkeit ${}_{d,r}\eta_{vw}$ wird der Ausgang (w,v,1) bei Rufeinfall in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r im benachbart unteren Muster wieder belegt.

B. Der geschleifte Ausgang (w,v,1) und der direkte oder zusätzliche Ausgang $(\nu,\mu,1)$

Hier sind wie bei geordnetem Absuchen der Ausgänge die drei Fälle ①, ② und ③ zu unterscheiden. Die dort formulierten verbalen Bedingungen gelten auch hier, dabei muß jetzt allerdings die Bedingung "rückwärts blockiert in Richtung r" hier explizit berücksichtigt werden.

① Der Testausgang ς ist ein direkter Ausgang des Koppelvielfachs (v,1)

Nach (6.18) ist der Ausgang $(\varsigma,v,1)$ rückwärts blockiert in Richtung r, falls ${}_{r}\tau_{v\varsigma} = 1$ ist. Wie beim geordneten Absuchen angegeben wurde, müssen $(\varsigma,v,1)$ und $(\nu,\mu,1)$ ins gleiche Koppelvielfach der Stufe 2 führen, d.h. $\varphi_{v\varsigma} = \varphi_{\mu\nu}$.

Damit ist ${}_{r}\tau_{v\varsigma} = {}_{r}\tau_{\mu\nu}$.

Fügt man diesen Faktor ${}_{r}\tau_{\mu\nu}$ in (6.39) ein, dann wird

$$ {}_{r}\sigma_{vw\nu} \begin{cases} =1 \\ =0 \end{cases} \Bigg\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_{1d}} (1 - s^*_{v\varsigma})(1 - {}_{d}\vartheta_{v\varsigma}) \delta_{{}_{d}\varphi_{v\varsigma},{}_{\iota}\varphi_{\mu\nu}} \cdot {}_{r}\tau_{\mu\nu} \quad \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \tag{6.50} $$

mit

ι nach (6.40) $\quad s^*_{v\varsigma}$ nach (6.4) $\quad {}_{r}\tau_{\mu\nu}$ nach (6.18)

${}_{d}\vartheta_{v\varsigma}$ nach (6.17.a) $\quad {}_{d}\varphi_{v\varsigma},{}_{\iota}\varphi_{\mu\nu}$ nach (6.1)

Ist ${}_{r}\sigma_{vw\nu} = 1$, dann ist das Durchschalten über den geschleiften Ausgang nicht möglich.

② Der Testausgang ς ist ein geschleifter Ausgang des Koppelvielfachs (v,1).

Hier muß beim Bestimmen von σ_e nach (6.41) noch explizit berücksichtigt werden, daß der Ausgang (f,e,1) rückwärts blockiert in Richtung r sein muß. Da dies nur für den Fall ermittelt werden muß, wenn $\varphi_{ef} = \varphi_{\mu\nu}$ ist, kann ${}_{r}\tau_{ef}$ wieder durch ${}_{r}\tau_{\mu\nu}$ ersetzt werden. Damit wird aus (6.41)

$$ {}_r\mathcal{G}_e \begin{cases} =1 \\ =0 \end{cases} \Bigg\} \text{falls} \sum_{f=1}^{k_1'} (1 - s^*_{ef}) \left[\delta_{\iota' \vartheta_{ef},\, \iota \vartheta_{\mu\nu}} + (1 - {}_{\iota'}s_{ef}) \cdot \delta_{\iota' \varphi_{ef},\, \iota \varphi_{\mu\nu}} \cdot {}_r\tau_{\mu\nu} \right] \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} $$

$$ f \notin (k_{1d}, k_{1d}+k_{1s}] \qquad (6.51) $$

mit

$e = {}_s\varphi_{v\varsigma}$

ι nach (6.40) ι' nach (6.40), wobei $\iota \# \iota'$ und $\nu \# f$

Damit wird ${}_r\mathcal{G}_e = 1$, falls das Koppelvielfach (e,1) mindestens einen Ausgang besitzt, welcher beim Enden der Belegung auf (w,v,1) und $(\nu,\mu,1)$ (Übergang von $\{\tilde{x}\}$ zum benachbart unteren Muster) frei wird in Richtung r.

Ferner muß noch bestimmt werden, ob das Koppelvielfach (e,1) in $\{\tilde{x}\}$ noch Ausgänge besitzt, die frei sind in Richtung r. Dazu wird ${}_r\bar{\xi}_e$ bestimmt.

Es ist

$$ {}_r\bar{\xi}_e \begin{cases} =1 \\ =0 \end{cases} \Bigg\} \text{falls } {}_d s^*_{e.} + {}_z s^*_{e.} + {}_r\omega_{e.} \begin{cases} = k_{1d} + k_{1z} \\ < k_{1d} + k_{1z} \end{cases} \qquad (6.52) $$

mit

${}_d s^*_{e.}$ und ${}_z s^*_{e.}$ nach (6.12), wobei $v \# e$

$$ {}_r\omega_{e.} = {}_{d,r}\omega_{e.} + {}_{z,r}\omega_{e.} \qquad (6.53.a) $$

mit

$$ {}_{d,r}\omega_{e.} = \sum_{f=1}^{k_{1d}} {}_{d,r}\omega_{ef} \qquad (6.53.b) $$

$$ {}_{z,r}\omega_{e.} = \sum_{\bar{f}=1}^{k_{1z}} {}_{z,r}\omega_{ef} \qquad (6.53.c) $$

mit

f nach (6.8)

${}_r\omega_{ef}$ nach (6.22.c), wobei $\mu \# e$ und $\nu \# f$

Es ist ${}_r\bar{\xi}_e = 1$, falls alle direkten und zusätzlichen Ausgänge des über den geschleiften Ausgang $(\varsigma,v,1)$ erreichten Koppelvielfachs (e,1) belegt oder blockiert in Richtung r sind in $\{\tilde{x}\}$.

Ferner sei ${}_r\beta^*_e = 1$, falls das Koppelvielfach (e,1) in $\{\tilde{x}\}$ blokkiert ist in Richtung r und frei in Richtung r im benachbart unteren Muster. Damit ist

$$ {}_r\beta^*_e = {}_r\bar{\xi}_e \cdot {}_r\mathcal{G}_e \qquad (6.54) $$

Bestimmt werden muß aber eigentlich, ob der geschleifte Ausgang $(\varsigma,v,1)$ in $\{\tilde{x}\}$ blockiert ist in Richtung r und frei in die Rich-

tung r im benachbart unteren Muster. Dies erfolgt nach (3.49):

$$ {}_{s,r}\beta_{vw,\varsigma} = (1 - s^*_{v\varsigma})(1 - {}_s s_{v\varsigma}) \left[\delta_{s\iota_{v\varsigma},\, s\iota_{vw}} \cdot {}_r\bar{\xi}_{s\iota_{vw}} + (1 - \delta_{s\iota_{v\varsigma},\, s\iota_{vw}}) \cdot {}_r\beta^*_{s\iota_{v\varsigma}} \right] \qquad (6.55) $$

mit

${}_r\beta^*_{s\varphi_{v\varsigma}}$ nach (6.54) mit ${}_s\varphi_{v\varsigma} = e$

${}_r\bar{\xi}_{s\varphi_{vw}}$ nach (6.52) mit ${}_s\varphi_{vw} = {}_s\varphi_{v\varsigma} = \mu$

${}_s s_{v\varsigma}$ nach (6.17.a)

Es ist ${}_{s,r}\beta_{vw,\varsigma} = 1$, falls der Ausgang $(\varsigma,v,1)$ durch den Ausgang (w,v,1) blockiert ist; die gesamte Zahl so blockierter geschleifter Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) ergibt sich dann als

$$ {}_{s,r}\beta_{vw} = \sum_{\bar{\varsigma}=1}^{k_{1s}} {}_{s,r}\beta_{vw,\varsigma} \qquad (6.56) $$

Das Koppelvielfach (v,1) besitzt damit im benachbart unteren Muster noch

$$ {}_{s,r}\eta^{-1}_{vw} = k_{1s} - s^*_{v.} - {}_{s,r}\omega_{v.} + 1 + {}_{s,r}\beta_{vw} \qquad (6.57) $$

mit

${}_s s^*_{v.}$ nach (6.12) ${}_{s,r}\omega_{v.}$ nach (6.21.c)

${}_{s,r}\beta_{vw}$ nach (6.56)

freie geschleifte Ausgänge in Richtung r.

③ Der Testausgang f ist ein Ausgang des Koppelvielfachs $(\mu,1)$.

Hier sind verschiedene Fälle zu unterscheiden, je nach der oberen Summationsgrenze ${}_r\varepsilon_\mu$ und der Betriebsart.

${}_r\varepsilon_\mu = k_{1\iota}$

Betriebsart	ι
entraide	d
entraide renforcée	z

In diesem Fall ergeben sich die gleichen Verhältnisse wie beim Betrachten der direkten Ausgänge in A.

Es gilt

$$ {}_{\iota,r}\eta^{-1}_{\mu\nu} = k_{1\iota} - {}_\iota s^*_{\mu.} - {}_{\iota,r}\omega_{\mu.} + 1 + {}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu} \qquad (6.58) $$

${}_{\iota,r}\eta^{-1}_{\mu\nu}$ ist die Zahl der direkten bzw. zusätzlichen Ausgänge des Koppelvielfachs $(\mu,1)$, die im benachbart unteren Muster frei sind in Richtung r.

mit

Betriebsart	ι	$k_{1\iota}$	${}_\iota s^*_{\mu.}$		${}_{\iota,r}\omega_{\mu.}$
entraide	d	k_{1d}	${}_d s^*_{\mu.}$	nach (6.12) mit $v \# \mu$, $w_\iota \# f_\iota$, $w \# f$	${}_{d,r}\omega_{\mu.}$ nach (6.53.b) wobei $e \# \mu$
entraide renforcée	z	k_{1z}	${}_z s^*_{\mu.}$		${}_{z,r}\omega_{\mu.}$ nach (6.53.c) wobei $e \# \mu$

und nach (6.48)

$$ {}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu} = \sum_{f_\iota=1}^{k_{1\iota}} {}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu,f} \qquad (6.59) $$

dabei ist nach (6.47)

$$ {}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu,f} = (1-s^*_{\mu f})(1-\varsigma_{\mu f})\,\delta_{{}_{\iota}\varphi_{\mu f},\,{}_{\iota}\varphi_{\nu\nu}}\cdot {}_r\tau_{\mu\nu} \qquad (6.60) $$

mit

$s^*_{\mu f}$ nach (6.4) $\varsigma_{\mu f}$ nach (6.17.b), wobei $\nu \neq f$

${}_r\tau_{\mu\nu}$ nach (6.18)

Betriebsart	ι	$k_{1\iota}$	f
entraide	d	k_{1d}	$f = f_\iota$
entraide renforcée	z	k_{1z}	f nach (6.8), wobei $\bar{f} \neq f_\iota$

$$ {}_r\varepsilon_\mu = k_{1d} + k_{1z} $$

Jetzt ist noch zu prüfen, ob im benachbart unteren Muster nicht auch ein Ausgang der direkten -(entraide) bzw. zusätzlichen (entraide renforcée) Ausgänge frei ist in Richtung r. In diesem Fall würde dieser Ausgang belegt, das benachbart untere Muster wäre somit kein benachbart unteres Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$.

Durch die obere Summationsgrenze ${}_r\varepsilon_\mu$ nach (6.34) wird sichergestellt, daß im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ alle Ausgänge k_{1d} bzw. k_{1z} entweder belegt oder blockiert in Richtung r sind. Damit genügt es jetzt festzustellen, ob im benachbart unteren Muster einer dieser Ausgänge frei in Richtung r wurde. Dies kann durch ${}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu}$ nach (6.59) erfolgen. Ist ${}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu} > 0$, dann gibt es mindestens einen solchen Ausgang. Damit wird

$$ {}_{\iota,r}\bar{\eta}_{\mu\nu} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls } {}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu} \begin{cases} = 0 \\ > 0 \end{cases} \qquad (6.61) $$

mit

${}_{\iota,r}\beta_{\mu\nu}$ nach (6.59) und ${}_{\iota}\varphi_{\mu f} \neq {}_{\iota'}\varphi_{\mu f}$ in (6.60)

Betriebsart	ι	ι'
entraide	d	z
entraide renforcée	z	d

Ist ${}_{\iota,r}\bar{\eta}_{\mu\nu} = 1$, dann muß die Anzahl der in Richtung r freien zusätzlichen (entraide)- bzw. direkten (entraide renforcée)-Ausgänge bestimmt werden.

Dies erfolgt nach (6.58) mit $\iota \neq \iota'$. Dabei gilt für

Betriebsart	ι'
entraide	z
entraide renforcée	d

Aus diesen beiden Bedingungen ergibt sich jetzt

$$ {}_r\eta_{\mu\nu} = {}_{\iota,r}\bar{\eta}_{\mu\nu}\cdot {}_{\iota',r}\eta_{\mu\nu} \;\Big\}\; \text{falls } {}_r\varepsilon_\mu \begin{cases} = k_{1d} + k_{1z} \\ = k_{1\iota} \end{cases} \qquad (6.62) $$

mit $= {}_{\iota,r}\eta_{\mu\nu}$

Betriebsart	ι	ι'	${}_{\iota,r}\bar{\eta}_{\mu\nu}$	${}_{\iota,r}\eta_{\mu\nu}$	${}_{\iota',r}\eta_{\mu\nu}$
entraide	d	z	${}_{d,r}\bar{\eta}_{\mu\nu}$ nach (6.61)	${}_{d,r}\eta_{\mu\nu}$ nach (6.58)	${}_{z,r}\eta_{\mu\nu}$ nach (6.58)
entraide renforcée	z	d	${}_{z,r}\bar{\eta}_{\mu\nu}$	${}_{z,r}\eta_{\mu\nu}$	${}_{d,r}\eta_{\mu\nu}$

Aus diesen drei Bedingungen ergibt sich damit der gesuchte Koeffizient ${}_{s,r}\eta_{\nu w\nu}$ zu

$$ {}_{s,r}\eta_{\nu w\nu} = (1 - {}_r\sigma_{\nu w\nu})\cdot {}_{s,r}\eta_{\nu w}\cdot {}_r\eta_{\mu\nu} \qquad (6.63) $$

mit

${}_r\sigma_{\nu w\nu}$ nach (6.50) ${}_{s,r}\eta_{\nu w}$ nach (6.57)

${}_r\eta_{\mu\nu}$ nach (6.62)

6.2.3.5.3 Ermitteln der Übergangsrate

Entsprechend (3.54) ergibt sich damit die Übergangsrate von allen benachbart unteren Zustandsmustern $\{\tilde{x}-1\}$ zum betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ mit (6.35), (6.38) und (6.46) bzw. (6.63) zu

$$ \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \qquad (6.64) $$

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{\nu=1}^{q_\iota} \Bigg[\sum_{w=1}^{{}_{d,r}\varepsilon_\nu} p(\|s_{ij} - r\delta_{i\nu}\delta_{jw}\|)\cdot \delta_{s_{\nu w},r}\cdot {}_d\pi_{\nu w}\cdot {}_{d,r}\eta_{\nu w} \cdot $$

$$ + \sum_{\bar{w}=1}^{{}_{s,r}\varepsilon_\nu} \sum_{\nu'=1}^{{}_r\varepsilon_\mu} p(\|s_{ij} - r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu} - \nu\delta_{i\nu}\delta_{jw}\|)\cdot \delta_{s_{\nu w},\nu}\cdot \delta_{s_{\mu\nu},r}\cdot {}_{s,r}\eta_{\nu w\nu}\Bigg]\cdot {}_r\lambda^*_\nu $$

mit

$$ {}_r\lambda^*_\nu = {}_r\alpha_\nu(i_1 - \tfrac{i}{d}s^*_{\nu\cdot} + 1) \qquad (6.65) $$

geordnetes Absuchen der Ausgänge

${}_{d,r}\varepsilon_\nu$ nach (6.31.a) ${}_{d,r}\eta_{\nu w}$ nach (6.38)

${}_{s,r}\varepsilon_\nu$ nach (6.31.b) ${}_{s,r}\eta_{\nu w\nu}$ nach (6.46)

${}_r\varepsilon_\mu$ nach (6.33)

zufallsmäßige Auswahl eines Ausgangs

${}_{d,r}\varepsilon_\nu$ nach (6.32.a) ${}_{d,r}\eta_{\nu w}$ nach (6.49)

${}_{s,r}\varepsilon_\nu$ nach (6.32.b) ${}_{s,r}\eta_{\nu w\nu}$ nach (6.63)

${}_r\varepsilon_\mu$ nach (6.34)

6.2.3.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

6.2.3.6.1 Zufallsverkehr 2. Art

Aus den in den Abschnitten 6.2.3.2 bis 5 hergeleiteten Übergangsraten (6.19), (6.24), (6.28) und (6.64) ergibt sich nach (2.14) und (2.9) das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten zu

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{v=1}^{g_1}\Bigg\{\Bigg[\sum_{w=1}^{k_{1d}} p(\|s_{ij}+r\delta_{iv}\delta_{jw}\|)(1-{}_d\vartheta_{vw})(1-{}_r\tau_{vw})$$
$$+\sum_{\bar{w}=1}^{k_{1s}}\sum_{\nu=1}^{k_1'} p(\|s_{ij}+r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu}+\nu\delta_{iv}\delta_{jw}\|)(1-{}_s\vartheta_{vw})(1-s^*_{\mu\nu})(1-\vartheta_{\mu\nu})(1-{}_r\tau_{\mu\nu})\Bigg](1-s^*_{vw})\,\psi_v\,{}_r\mu_v$$
$$\nu\notin(k_{1d},k_{1d}+k_{1s}]$$
$$+\Bigg[\sum_{w=1}^{d,r\varepsilon_v} p(\|s_{ij}-r\delta_{iv}\delta_{jw}\|)\cdot\delta_{s_{vw},r}\cdot{}_d\pi_{vw}\cdot{}_{d,r}\eta_{vw}$$
$$+\sum_{\bar{w}=1}^{s,r\varepsilon_v}\sum_{\nu'=1}^{r\varepsilon_\mu} p(\|s_{ij}-r\delta_{i\mu}\delta_{j\nu}-\nu\delta_{iv}\delta_{jw}\|)\cdot\delta_{s_{vw},\nu}\cdot\delta_{s_{\mu\nu},r}\cdot{}_{s,r}\eta_{vw\nu}\Bigg]\cdot{}_r\lambda^*_v\Bigg\}$$
$$-p(\|s_{ij}\|)\sum_{r=1}^{R}\sum_{v=1}^{g_1}\Bigg[(1-{}_r\xi_v)\cdot{}_r\lambda_v+\sum_{\substack{w=1\\ w\notin(k_{1d},k_{1d}+k_{1s}]}}^{k_1'}\delta_{s_{vw},r}\cdot{}_r\mu_{vw}\Bigg]=0 \qquad (6.66)$$

normiert durch

$$\sum_{\tilde{x}} p(\|s_{ij}\|)=1 \qquad (6.67)$$

6.2.3.6.2 Andere Verkehrsarten

Für Zufallsverkehr 1. Art, abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art und gemischten Verkehr müssen die Anrufraten entsprechend den in den Abschnitten 3.4.6.2 bis 4 dargelegten Beziehungen modifiziert werden.

Damit gelten (6.66) und (6.67) mit

Verkehrsart	${}_r\lambda_v$, ${}_r\lambda^*_v$ nach
Zufallsverkehr 1. Art	(3.58.1)
Abgeschnittener Zufallsverkehr 1. Art	(3.58.2),(3.58.3)
Gemischter Verkehr	(3.58.4)

(6.68)

6.2.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Die allgemeinen charakteristischen Verkehrsgrößen können gemäß den in Abschnitt 3.5 angegebenen Definitionen nach den Beziehungen (3.59), ...,(3.70) mit den nach (6.66) und (6.67) bestimmten Zustandswahrscheinlichkeiten berechnet werden. Dabei sind allerdings die spezifischen Gegebenheiten des hier zugrunde gelegten Linksystems zu beachten.

Zusätzlich zu diesen allgemeinen Größen kommen noch die für dieses Linksystem spezifischen weiteren Verkehrsgrößen hinzu. Sie beziehen sich vor allem auf die Aufteilung des Verkehrs auf direkte und geschleifte Ausgänge, bzw. auf direkte und zusätzliche Ausgänge.

6.2.4.1 Die Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeiten

Die Verlustwahrscheinlichkeit ${}_rB_v$ je Koppelvielfach (v,1) und Richtung r ergibt sich nach (3.59) zu

$${}_rB_v=\frac{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S)\cdot{}_r\xi_v\cdot{}_r\lambda_v\right]}{\sum_{\tilde{x}}\left[p(S)\cdot{}_r\lambda_v\right]} \qquad (6.69)$$

mit

$p(S)$ nach (6.66) und (6.67) ${}_r\xi_v$ nach (6.20)

${}_r\lambda_v$ nach (6.13) bzw. (6.68)

wobei $\sum_{\tilde{x}}$ alle Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ des Systems umfaßt.

Zur Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeiten ${}_rB$, B_v und B muß im Zähler und im Nenner von (6.69) summiert werden:

	Summe im Zähler und im Nenner über
${}_rB$	$v=1,\ldots,g_1$
B_v	$r=1,\ldots,R$
B	$r=1,\ldots,R;\quad v=1,\ldots,g_1$

Die Überlaufwahrscheinlichkeit ${}_rB^*_v$, daß ein in das Koppelvielfach (v,1) einfallender Ruf nicht auf den direkten Ausgängen dieses Koppelvielfachs durchgeschaltet werden kann, sondern den geschleiften Ausgängen angeboten wird, ergibt sich nach (6.69), wobei dort ${}_r\xi_v$ durch ${}_r\xi^*_v$ zu ersetzen ist.

Es ist

$${}_r\xi^*_v\ \begin{matrix}=1\\=0\end{matrix}\Bigg\}\ \text{falls}\ {}_ds^*_{v.}+{}_{d,r}\omega_{v.}\ \begin{cases}=k_{1d}\\<k_{1d}\end{cases} \qquad (6.70)$$

mit

${}_ds^*_{v.}$ nach (6.12) ${}_{d,r}\omega_{v.}$ nach (6.21.b)

6.2.4.2 Die Belastungen

Die Belastung ${}_rY_v$ je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r ergibt sich nach (3.63) zu

$${}_rY_v=\sum_{\tilde{x}}\Bigg[p(S)\Bigg[\sum_{\substack{w=1\\ w\notin(k_{1d},k_{1d}+k_{1s}]}}^{k_1'}\delta_{s_{vw},r}+\sum_{\bar{w}=1}^{k_{1s}}\delta_{s_{\varphi_{svw}},s_{vw},r}\Bigg]\Bigg] \qquad (6.71)$$

Von besonderem Interesse ist dabei die Aufteilung der Belastung auf die direkten, geschleiften und zusätzlichen Ausgänge bzw. die direkten und geschleiften Eingänge.

Es ist die Belastung der direkten bzw. zusätzlichen Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r

$$ {}_{\iota,r}Y_v = \sum_{\tilde{x}}\Big[p(S)\sum_{w_\iota=1}^{k_{1\iota}} \delta_{S_{vw},r}\Big] \qquad (6.72) $$

Ausgänge	ι	$k_{1\iota}$	w_ι
direkt	d	k_{1d}	w
zusätzlich	z	k_{1z}	$\overline{\overline{w}}$ wobei w nach (6.8)

Die Belastung der geschleiften Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r ist

$$ {}_{s,r}Y_v = {}_rY_v - ({}_{d,r}Y_v + {}_{z,r}Y_v) \qquad (6.73) $$

Die Belastung der geschleiften Eingänge des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r ist

$$ {}^{i}_{s,r}Y_v = \sum_{\tilde{x}}\Big[p(S)\sum_{\substack{y=1\\ y\neq v}}^{q_1}\sum_{\bar{z}=1}^{k_{1s}} s^*_{y\bar{z}}\cdot\delta_{s\varphi_{y\bar{z}},v}\cdot\delta_{S_{v,S_{y\bar{z}}},r}\Big] \qquad (6.74) $$

und die Belastung der direkten Eingänge des Koppelvielfachs (v,1) in Richtung r

$$ {}^{i}_{d,r}Y_v = {}_rY_v - {}^{i}_{s,r}Y_v \qquad (6.75) $$

Die entsprechenden Gesamtbelastungen der Ausgänge und Eingänge des Koppelvielfachs (v,1) gewinnt man dann aus

$$ {}_\iota Y_v = \sum_{\tilde{x}}\big[p(S)\cdot {}_\iota s^*_{v.}\big] \qquad (6.76) $$

Belastung der	${}_\iota Y_v$	${}_\iota s^*_{v.}$	
direkten Eingänge	${}^{i}_{d}Y_v$	${}^{i}_{d}s^*_{v.}$	nach (6.11)
" Ausgänge	${}_dY_v$	${}_ds^*_{v.}$	nach (6.12)
geschleiften Eingänge	${}^{i}_{s}Y_v$	${}^{i}_{s}s^*_{v.}$	nach (6.10)
" Ausgänge	${}_sY_v$	${}_ss^*_{v.}$	nach (6.12)
zusätzlichen Ausgänge	${}_zY_v$	${}_zs^*_{v.}$	nach (6.12)
aller Ausgänge	Y_v	$s^*_{v.}$	nach (6.9)

Die Gesamtbelastung des Abnehmerbündels in Richtung r ergibt sich zu

$$ {}_rY = \sum_{\tilde{x}}\Big[p(S)\sum_{v=1}^{q_1}\sum_{\substack{w=1\\ w\notin(k_{1d}+k_{1s})}}^{k'_1}\delta_{S_{vw},r}\Big] \qquad (6.77) $$

und die Gesamtbelastung des Systems zu

$$ Y = \sum_{\tilde{x}}\Big[p(S)\sum_{v=1}^{q_1}{}^{i}_{d}s^*_{v.}\Big] = \sum_{v=1}^{q_1}{}^{i}_{d}Y_v = \sum_{r=1}^{R}{}_rY \qquad (6.78) $$

6.2.4.3 Die Angebote

Das Angebot an das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r wird nach (3.67)

$$ {}_rA_v = \sum_{\tilde{x}} p(S)\frac{{}_r\lambda_v}{{}_r\mu_v} \qquad (6.79) $$

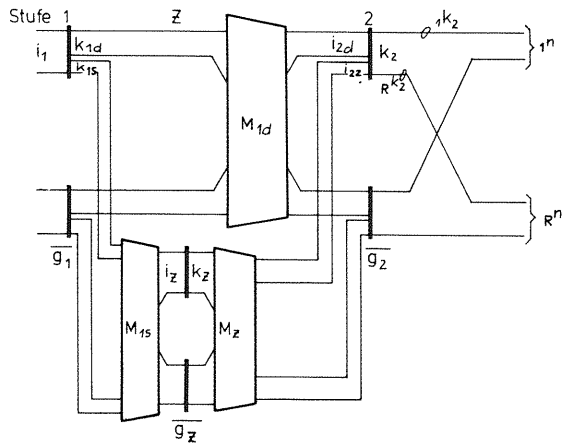
Entsprechend werden die Angebotswerte ${}_rA$, A_v und A nach (3.68), (3.69) und (3.70) bestimmt.

6.3 Das Linksystem mit s = 2 Stufen und einer Zwischenstufe

6.3.1 Die Struktur des Linksystems und seine formale Beschreibung

6.3.1.1 Die Strukturparameter

Es wird das System nach Bild 6.3 zugrundegelegt.



Index	Ein-/Ausgang
d	direkt
s	nachgeschaltet
z	zwischen-

Bild 6.3: Das Linksystem mit s = 2 Stufen und einer Zwischenstufe

Dieses System wird durch folgende Systemparameter gekennzeichnet:

s = 2 Stufen

$i_\nu \gtreqless k_\nu \quad \nu = 1,2,z$

$M_{1d}, M_{1s}, M_z \geq 1$

Es ist

> 1 falls eine Mischung (beliebigen Typs) zwischen den Ausgängen der Stufe 1 oder z vorgesehen ist

$$ M_{1d} = \frac{g_1\cdot k_{1d}}{g_2\cdot i_{2d}} \qquad M_{1s} = \frac{g_1\cdot k_{1s}}{g_z\cdot i_z} \qquad M_z = \frac{g_z\cdot k_z}{g_2\cdot i_{2z}} $$

= 1 falls keine Mischung vorgesehen ist

$$\left.\begin{aligned} {}_r k_2 &\geq 1 \\ {}_r n &= g_2 \cdot {}_r k_2 \end{aligned}\right\} \quad r \in [1,R]$$

Mischungen der Abnehmerleitungsbündel verschiedener Linkblöcke werden hier nicht betrachtet. Durch eine Kombination mit den in /78/ dargestellten Beziehungen können sie jedoch ebenfalls behandelt werden.

Es werden die Absuchverfahren
(a) geordnetes Absuchen mit fester Nullstellung
(c) zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs
nach Abschnitt 3.4.1 vorausgesetzt. Das Belegen der k_{1s} Ausgänge findet jedoch unabhängig vom Absuchmodus erst dann statt, wenn kein Durchschalten über einen der k_{1d} Ausgänge dieses Koppelvielfachs möglich ist.

6.3.1.2 Die Mischungen

Die Mischungen werden, wie in Abschnitt 3.2.2, durch Mischungsmatrizen gekennzeichnet. Es ist

${}_d\Theta^{(1)}$	eine	$(g_1 \times k_{1d})$	dimensionale	Matrix	für die direkten Ausgänge der Stufe 1
${}_s\Theta^{(1)}$	eine	$(g_1 \times k_{1s})$	"	"	" nachgeschalteten Ausgänge der Stufe 1
$\Theta^{(z)}$	eine	$(g_z \times k_z)$	"	"	" Ausgänge der Zwischenstufe z

Die Elemente ϑ_{vw} dieser Matrizen kennzeichnen dabei den jeweiligen Ausgang (w,v). Der Wert von ϑ_{vw} gibt an, mit welchem Eingang der nachgeschalteten Stufe dieser Ausgang verbunden ist. Dabei werden die Eingänge der Stufe z bzw. 2 jeweils beim ersten Eingang des ersten Koppelvielfachs mit der Nummer 1 beginnend, fortlaufend durchnumeriert bis zum letzten Eingang des letzten Koppelvielfachs mit der Nummer $g_z \cdot i_z$ bzw. $g_2 \cdot i_{2d}$ oder $g_2 \cdot i_{2z}$.

Nach (3.1) können hieraus wieder die Elemente der Koppelvielfachmatrizen ${}_d\varphi^{(1)}$, ${}_s\varphi^{(1)}$ und $\varphi^{(z)}$ bestimmt werden. Es ist

$$ {}_\iota\varphi_{vw}^{(1)} = \left(\frac{\vartheta_{vw}^{(1)} - 1}{i_{\iota'}} + 1 \right)_{\text{ganzzahlig abgerundet}} \qquad \begin{array}{c|c} \iota & \iota' \\ \hline d & 2d \\ s & z \end{array} $$

$$ \varphi_{vw}^{(z)} = \left(\frac{\vartheta_{vw}^{(z)} - 1}{i_{2z}} + 1 \right)_{\text{ganzzahlig abgerundet}} \qquad (6.80) $$

Das Element φ_{vw} gibt an, mit welchem Koppelvielfach der nachfolgenden Stufe der Ausgang (w,v) verbunden ist.

6.3.2 Die Zustandsmuster

6.3.2.1 Die Kennzeichnung des Zustandsmusters $\{\tilde{x}\}$

Das Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ wird nach Abschnitt 3.3.1 durch (s-1) Zustandsmatrizen $S^{(\nu)}, \nu \in [1,s-1]$ beschrieben. Für das hier zugrunde gelegte Linksystem mit s = 2 Stufen und einer Zwischenstufe werden zwei Zustandsmatrizen $S^{(1)}$ und $S^{(z)}$ benötigt. Dabei hat die Zustandsmatrix

$S^{(1)}$ die Dimension $(g_1 \times k_1)$
$S^{(z)}$ " " $(g_z \times k_z)$.

Nach (3.5) gilt hier entsprechend

$s_{vw}^{(\nu)}$ = 0 falls der Ausgang (w,v,ν) nicht belegt ist
= r falls der direkte Ausgang der Stufe 1, d.h. $w \in [1,k_{1d}]$, oder der Ausgang der Stufe z belegt ist in Richtung r (6.81)
$= w_z$ falls der nachgeschaltete Ausgang der Stufe 1, d.h. $w \in (k_{1d},k_1]$, belegt ist und damit mit dem Ausgang $(w, {}_s\varphi_{vw}^{(1)}, z)$ verbunden ist

mit

$$k_1 = k_{1d} + k_{1s} \qquad (6.82)$$

Die Matrix $S^{(\nu)*}$ kennzeichnet wieder den Zustand "belegt" bzw. "nicht belegt" der Zwischenleitungen.

$$ s_{vw}^{(\nu)*} \begin{cases} = 0 \\ = 1 \end{cases} \text{ falls der Ausgang } (w,v,\nu) \begin{cases} \text{nicht belegt} \\ \text{belegt} \end{cases} \qquad (6.83) $$

6.3.2.2 Die Kennzeichnung der benachbarten Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ und $\{\tilde{x}-1\}$

Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden, je nachdem, ob der Weg, durch den sich $\{\tilde{x}+1\}$ bzw. $\{\tilde{x}-1\}$ von $\{\tilde{x}\}$ unterscheidet, über die Zwischenstufe führt oder nicht.

a. Dieser Weg führt nicht über die Zwischenstufe, sondern nur über einen direkten Ausgang

Damit wird

$\{\tilde{x}+1\}$ durch $\left\{ \left\| s_{ij}^{(1)} + r\, d_{iv}^{(1)} d_{jw}^{(1)} \right\|, \left\| s_{ij}^{(z)} \right\| \right\}$ und

$\{\tilde{x}-1\}$ durch $\left\{ \left\| s_{ij}^{(1)} - r\, d_{iv}^{(1)} d_{jw}^{(1)} \right\|, \left\| s_{ij}^{(z)} \right\| \right\}$ gekennzeichnet. (6.84.a)

Dabei ist $w_1 \in [1,k_{1d}]$.

b. Dieser Weg führt über die Zwischenstufe

Dann wird

$\{\tilde{x}+1\}$ durch $\left\{\left\|s_{ij}^{(1)} + w_z \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\right\|, \left\|s_{ij}^{(z)} + r\,\delta_{iv}^{(z)} \delta_{jw}^{(z)}\right\|\right\}$ und (6.84.b)

$\{\tilde{x}-1\}$ durch $\left\{\left\|s_{ij}^{(1)} - w_z \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\right\|, \left\|s_{ij}^{(z)} - r\,\delta_{iv}^{(z)} \delta_{jw}^{(z)}\right\|\right\}$ gekennzeichnet.

Dabei ist $w_1 \in (k_{1d}, k_1]$.

6.3.3 Das Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

6.3.3.1 Allgemeines

Das Gleichungssystem wird für den allgemeinen Fall Zufallsverkehr 2. Art hergeleitet. Die anderen Verkehrsarten werden im Anschluß daran im Abschnitt 6.3.3.6.2 formuliert.

Es werden die Übergänge nacheinander beschrieben und daraus dann das Gleichungssystem gebildet. Dabei werden die Beziehungen aus Kapitel 3 bzw. dem Abschnitt 2 dieses Kapitels 6 soweit als möglich direkt übernommen und nicht erneut hergeleitet. Dadurch sollen einerseits die aufgrund der Struktur des Linksystems mit Zwischenstufe gegebenen Unterschiede möglichst deutlich herausgestellt werden. Andererseits soll dadurch gezeigt werden, wie durch entsprechende Kombination bereits hergeleiteter Beziehungen neue Strukturen beschrieben und damit einer exakten Berechnung zugänglich gemacht werden können.

Vorgegeben sind die Verkehrsparameter: Anrufrate und Enderate bzw. mittlere Belegungsdauer. Es ist

$r\alpha_v$ die Anrufrate in Richtung r einer freien Quelle, die mit dem Koppelvielfach (v,1) verbunden ist.

$s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11) die Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν)

$r\lambda_v$ nach (3.12) die Anrufrate in Richtung r im Koppelvielfach (v,1) im Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$

$r\mu_v$ nach (3.13) die Enderate einer vom Koppelvielfach (v,1) ausgehenden Belegung in Richtung r

6.3.3.2 Der Übergang "von oben": $\{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

6.3.3.2.1 Ermitteln der benachbart oberen Muster

Ausgehend von (6.84) können entsprechend zu (3.14) alle benachbart oberen Muster bestimmt werden. Es ist

$$\sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \left[\sum_{w_1=1}^{k_{1d}} \left\{\left\|s_{ij}^{(1)} + r\,\delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\right\|, \left\|s_{ij}^{(z)}\right\|\right\} + \sum_{\overline{w}_1=1}^{k_{1s}} \sum_{w_2=1}^{k_z} \left\{\left\|s_{ij}^{(1)} + w_2 \delta_{iv}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)}\right\|, \left\|s_{ij}^{(z)} + r\,\delta_{iv}^{(z)} \delta_{jw}^{(z)}\right\|\right\} \right] \quad (6.85)$$

mit

$$v_z = s\varphi_{v\overline{w}}^{(1)}$$

$$\overline{w}_1 = w_1 - k_{1d} \quad (6.86)$$

6.3.3.2.2 Ermitteln der benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$

Damit das benachbart obere Muster ein benachbart oberes Zustandsmuster ist, müssen die vier Bedingungen nach Abschnitt 3.4.2.2 erfüllt sein.

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist

① noch mindestens eine am Koppelvielfach (v,1) angeschlossene Quelle nicht belegt:
ψ_v nach (3.15)

② der Ausgang (w,v,ν) nicht belegt:
$(1 - s_{vw}^{(\nu)*})$ nach (3.16)

③ der Ausgang (w,v,ν) nicht durch Mischung zwischen den Ausgängen der Stufe ν blockiert
$\varsigma_{vw}^{(z)}$ nach (3.17) bzw. $(1 - \varsigma_{vw}^{(\nu)})$ nach (3.18)
für die direkten und nachgeschalteten Ausgänge muß (6.17.a) etwas modifiziert werden:

$$\iota\varsigma_{vw}^{(1)} = \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq v}}^{g_1} \sum_{z_\iota=1}^{k_{1\iota}} s_{yz}^{(1)*} \cdot \delta_{\iota v w_\iota}^{g_{(1)}} \cdot \iota\omega_{yz_\iota}^{g_{(1)}} \quad (6.87)$$

wobei

Ausgang	ι	$k_{1\iota}$	z_ι , w_ι
direkt	d	k_{1d}	z,w
nachgeschaltet	s	k_{1s}	$\overline{z}$,$\overline{w}$ nach (6.86)

④ der Ausgang (w,v,s-1) nicht rückwärts blockiert in Richtung r:
$r\tau_{vw}^{(s-1)}$ nach (3.19) muß hier abgeändert werden, denn die Koppelvielfache der Stufe s = 2 haben sowohl direkt mit der Stufe 1 verbundene Eingänge i_{2d}, als auch solche Eingänge i_{2z}, die mit der Zwischenstufe verdrahtet sind. Da über alle diese Eingänge dieselben Ausgänge belegt werden können, muß dies hier beim Bestimmen von $r\tau_{vw}^{(1)}$ bzw. $r\tau_{vw}^{(z)}$ berücksichtigt werden. Damit ergibt sich

$$ {}_r\tau_{vw}^{(\nu)} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{y=1}^{q_1} \sum_{z=1}^{k_{1d}} \delta_{s_{yz}^{(1)},r} \cdot \delta_{d\varphi_{yz}^{(1)},\varphi_{vw}^{(\nu)*}} + \sum_{\eta=1}^{q_2} \sum_{\varsigma=1}^{k_z} \delta_{s_{\eta\varsigma}^{(z)},r} \cdot \delta_{\varphi_{\eta\varsigma}^{(z)},\varphi_{vw}^{(\nu)*}} \quad \left\{\begin{matrix} = {}_rk_z \\ < {}_rk_z \end{matrix}\right. \tag{6.88} $$

mit

ν	$\varphi_{vw}^{(\nu)*}$
1	$d\varphi_{vw}^{(1)}$
z	$\varphi_{vw}^{(z)}$

Erfüllt ein benachbart oberes Muster diese vier Bedingungen, dann ist es ein benachbart oberes Zustandsmuster.

6.3.3.2.3 Ermitteln der Übergangsrate

Aus (3.21) erhält man mit (6.85) und den oben bestimmten Koeffizienten die Übergangsrate von allen benachbart oberen Zustandsmustern $\{\tilde{x}+1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ zu

$$ \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \tag{6.89} $$

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{\nu_1=1}^{q_1} \Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_{1d}} p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} + r\delta_{i\nu}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \right\|, \left\| s_{ij}^{(z)} \right\|\right) \left(1 - {}_d\varsigma_{vw}^{(1)}\right)\left(1 - {}_r\tau_{vw}^{(1)}\right) $$

$$ + \sum_{\bar{w}_1=1}^{k_{1s}} \sum_{w_2=1}^{k_z} p\left(\left\| s_{ij}^{(1)} + w_2 \delta_{i\nu}^{(1)} \delta_{jw}^{(1)} \right\|, \left\| s_{ij}^{(z)} + r\delta_{i\nu}^{(z)} \delta_{jw}^{(z)} \right\|\right)\left(1 - {}_s\varsigma_{vw}^{(1)}\right)\left(1 - s_{vw}^{(\nu)*}\right)\left(1 - {}_s\varsigma_{vw}^{(z)}\right)\left(1 - {}_r\tau_{vw}^{(z)}\right)\Bigg]\left(1 - s_{vw}^{(\nu)*}\right)\psi_v \cdot {}_r\mu_v $$

mit

${}_r\mu_v$	nach (3.13)	ψ_v	nach (3.15)	${}_r\tau_{vw}^{(1)}$, ${}_r\tau_{vw}^{(z)}$	nach (6.88)
$\varsigma_{vw}^{(z)}$	nach (3.17)	$s_{vw}^{(\nu)*}$	nach (6.83)	${}_d\varsigma_{vw}^{(1)}$, ${}_s\varsigma_{vw}^{(1)}$	nach (6.87)
$\bar{w}_1$	nach (6.86)				

6.3.3.3 Der Übergang "nach oben": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}+1\}$

Damit Übergänge nach oben möglich sind, müssen nach Abschnitt 3.4.3 zwei Bedingungen erfüllt sein.

Im betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ ist noch mindestens

① eine am Koppelvielfach (v,1) angeschlossene Quelle nicht belegt:
in ${}_r\lambda_v$ nach (3.12) wird diese Forderung mit berücksichtigt

② ein Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) frei in Richtung r

Es gilt hier ${}_r\xi_v^{(1)} = 1$, falls alle direkten und nachgeschalteten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,1) belegt oder blockiert in Richtung r sind. Dabei kann ${}_r\xi_v^{(\nu)}$ mit den Beziehungen nach Abschnitt 3.4.3 und 6.2.3.3 ermittelt werden.

Nach (3.22) ist

$$ {}_r\xi_v^{(\nu)} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad s_{v.}^{(\nu)*} + {}_r\omega_{v.}^{(\nu)} \left\{\begin{matrix} = k_\nu \\ < k_\nu \end{matrix}\right. \tag{6.90} $$

dabei ist

$s_{v.}^{(\nu)*}$ nach (3.11) die Zahl der belegten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν)

${}_r\omega_{v.}^{(\nu)}$ nach (3.23) die Zahl der in Richtung r blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,ν)

Beim Ausgang (w,v,ν) müssen verschiedene Fälle unterschieden werden:

a. Ausgänge der Stufe 1

a.1 direkter Ausgang w, $w \in [1, k_{1d}]$

Nach (6.22.a) gilt

$$ {}_{d,r}\omega_{vw}^{(1)} = \left(1 - s_{vw}^{(1)*}\right)\left[{}_d\varsigma_{vw}^{(1)} + \left(1 - {}_d\varsigma_{vw}^{(1)}\right) {}_r\tau_{vw}^{(1)} \right] \tag{6.91.a} $$

mit

$s_{vw}^{(1)*}$ nach (6.83) ${}_d\varsigma_{vw}^{(1)}$ nach (6.87)

${}_r\tau_{vw}^{(1)}$ nach (6.88)

a.2 nachgeschalteter Ausgang w, $w \in (k_{1d}, k_1]$

Nach (6.22.b) gilt

$$ {}_{s,r}\omega_{vw}^{(1)} = \left(1 - s_{vw}^{(1)*}\right)\left[{}_s\varsigma_{vw}^{(1)} + \left(1 - {}_s\varsigma_{vw}^{(1)}\right) {}_{s,r}\tau_{vw} \right] \tag{6.91.b} $$

mit

$s_{vw}^{(1)*}$ nach (6.83) ${}_s\varsigma_{vw}^{(1)}$ nach (6.87)

dabei ist ${}_{s,r}\tau_{vw}$ entsprechend (6.23):

$$ {}_{s,r}\tau_{vw} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \; s_{v.}^{(z)*} + {}_r\omega_{v.}^{(z)} \left\{\begin{matrix} = k_z \\ < k_z \end{matrix}\right. \tag{6.92} $$

mit

$s_{v.}^{(z)*}$ nach (3.11) $v_z = {}_s\varphi_{vw}^{(1)}$ $\bar{w}_1$ nach (6.86)

${}_r\omega_{v.}^{(z)}$ nach (3.23), wobei s-1 # z

b. Ausgänge der Stufe z

Hier gilt (3.24), wobei s-1 durch z zu ersetzen ist:

$$ {}_r\omega_{vw}^{(z)} = (1-s_{vw}^{(z)*})[g_{vw}^{(z)} + (1-g_{vw}^{(z)})\,{}_r\tau_{vw}^{(z)}] \qquad (6.91.c) $$

mit

$s_{vw}^{(z)*}$ nach (6.83) $\quad g_{vw}^{(z)}$ nach (3.17)

${}_r\tau_{vw}^{(z)}$ nach (6.88)

Nach (3.28) ergibt sich somit die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart oberen Zustandsmuster $\{\tilde{x}+1\}$ zu

$$ \{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}+1} \{\tilde{x}+1\} = \rho(\|s_{ij}^{(1)}\|, \|s_{ij}^{(z)}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} (1 - {}_r\xi_v^{(1)}) \cdot {}_r\lambda_v \qquad (6.93) $$

mit

${}_r\xi_v^{(1)}$ nach (6.90) $\quad {}_r\lambda_v$ nach (3.12)

6.3.3.4 Der Übergang "nach unten": $\{\tilde{x}\} \longrightarrow \{\tilde{x}-1\}$

Zum Bestimmen der Übergangsrate muß in diesem Fall nach Abschnitt 3.4.4 für jede Belegung ermittelt werden

① an welchem Koppelvielfach (v,1) die belegte Quelle angeschlossen ist

② zu welchem Abnehmerbündel r diese Belegung führt.

Dies erfolgt wieder durch die Faktoren

$\delta_{s_{vw}^{(1)},r}$ falls $w_1 \in [1,k_{1d}]$ oder

$\delta_{s_{vw}^{(1)},w_z} \cdot \delta_{s_{vw}^{(z)},r}$ falls $w_1 \in (k_{1d},k_1]$.

Damit kann nach (3.30) die Übergangsrate vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ in alle benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ bestimmt werden:

$$ \{\tilde{x}\} \longrightarrow \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} = \qquad (6.94) $$

$$ \rho(\|s_{ij}^{(1)}\|, \|s_{ij}^{(z)}\|) \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \left[\sum_{w_1=1}^{k_{1d}} \delta_{s_{vw}^{(1)},r} + \sum_{\overline{w}_1=1}^{k_{1s}} \sum_{w_2=1}^{k_2} \delta_{s_{vw}^{(1)},w_2} \cdot \delta_{s_{vw}^{(z)},r} \right] \cdot {}_r\mu_v $$

6.3.3.5 Der Übergang "von unten": $\{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\}$

Wie in Abschnitt 3.4.5 ausführlich gezeigt wurde, müssen, ausgehend vom betrachteten Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$, zuerst die benachbart unteren Muster und daraus dann die benachbart unteren Zustandsmuster $\{\tilde{x}-1\}$ bestimmt werden. Anschließend daran kann die Übergangsrate berechnet werden.

6.3.3.5.1 Die benachbart unteren Muster

Bestimmen der benachbart unteren Muster

Mit (6.84) können nach (3.31) alle benachbart unteren Muster bestimmt werden. Dabei gilt:

$$ \sum_{r=1}^{R} \sum_{v_1=1}^{g_1} \left[\sum_{w_1=1}^{{}_{d,r}\varepsilon_v^{(1)}} \{\|s_{ij}^{(1)} - r\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|, \|s_{ij}^{(z)}\|\} + \sum_{\overline{w}_1=1}^{{}_{s,r}\varepsilon_v^{(1)}} \sum_{w_2=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(z)}} \{\|s_{ij}^{(1)} - w_z\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|, \|s_{ij}^{(z)} - r\delta_{iv}^{(z)}\delta_{jw}^{(z)}\|\} \right] \qquad (6.95) $$

mit

$\overline{w}_1$ nach (6.86)

Die oberen Summationsgrenzen ${}_{d,r}\varepsilon_v^{(1)}$, ${}_{s,r}\varepsilon_v^{(1)}$ und ${}_r\varepsilon_v^{(z)}$ hängen vom Absuchmodus der Ausgänge der Koppelvielfache ab. Sie werden deshalb im nächsten Abschnitt gesondert ermittelt.

Bestimmen der oberen Summationsgrenzen

Mit den in den Abschnitten 3.4.5.1.2 und 6.2.3.5.1 gewonnenen Ergebnissen können hier die oberen Summationsgrenzen sehr einfach bestimmt werden.

Koppelvielfach (v,1)

A. Geordnetes Absuchen der Ausgänge mit fester Nullstellung

Nach (6.31.a) gilt für die direkten Ausgänge (6.96.a)

$$ {}_{d,r}\varepsilon_v^{(1)} = \inf\left(\varepsilon^* \Big| \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{d,r}u_{vz}^{(1)} < \varepsilon^*+1 \;,\; \varepsilon^* \in [0,k_{1d}]\right) $$

mit

$$ {}_{d,r}u_{vz}^{(1)} = s_{vz}^{(1)*} + {}_{d,r}\omega_{vz}^{(1)} \quad \text{falls } z \in [1,k_{1d}] $$
$$ = 0 \quad \text{falls } z = k_{1d}+1 $$

mit

$s_{vz}^{(1)*}$ nach (6.83) $\quad {}_{d,r}\omega_{vz}^{(1)}$ nach (6.91.a)

Für die nachgeschalteten Ausgänge gilt nach (6.31.b)

$$ {}_{s,r}\varepsilon_v^{(1)} = \inf\left(\varepsilon^* \Big| \sum_{\bar{z}=1}^{\varepsilon^*+1} {}_{s,r}u_{vz}^{(1)} < \varepsilon^*+1 \;,\; \varepsilon^* \in [0,k_{1s}]\right) \Bigg\} \text{falls } {}_{d,r}\varepsilon_v^{(1)} \begin{cases} = k_{1d} \\ < k_{1d} \end{cases} \qquad (6.96.b) $$
$$ = 0 $$

mit

$$ {}_{s,r}u_{vz}^{(1)} = s_{vz}^{(1)*} + {}_{s,r}\omega_{vz}^{(1)} \quad \text{falls } \bar{z} \in [1,k_{1s}] $$
$$ = 0 \quad \text{falls } \bar{z} = k_{1s}+1 $$

mit

$\bar{z}$ nach (6.86), wobei $w_1 \# z_1$

$s_{vz}^{(1)*}$ nach (6.83) $\quad {}_{s,r}\omega_{vz}^{(1)}$ nach (6.91.b)

B. Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

Nach (6.32.a) ergibt sich für die direkten Ausgänge

$$d,r\varepsilon_v^{(1)} = k_{1d} \tag{6.97.a}$$

und für die nachgeschalteten Ausgänge erhält man aus (6.32.b)

$$s,r\varepsilon_v^{(1)} \left.\begin{matrix} = 0 \\ = k_{1s} \end{matrix}\right\} \text{ falls } {}_d s_{v.}^{(1)*} + {}_{d,r}\omega_{v.}^{(1)} \left\{\begin{matrix} < k_{1d} \\ = k_{1d} \end{matrix}\right. \tag{6.97.b}$$

mit

$$d s_{v.}^{(1)*} = \sum_{z=1}^{k_{1d}} s_{vz}^{(1)*} \tag{6.98}$$

mit

$s_{vz}^{(1)*}$ nach (6.83)

$$d,r\omega_{v.}^{(1)} = \sum_{z=1}^{k_{1d}} d,r\omega_{vz}^{(1)} \tag{6.99}$$

mit

$d,r\omega_{vz}^{(1)}$ nach (6.91.a)

Koppelvielfach (v,z)

A. Geordnetes Absuchen der Ausgänge mit fester Nullstellung

Nach (3.32) ergibt sich in diesem Fall

$$r\varepsilon_v^{(z)} = \inf\left(\varepsilon^* \Big| \sum_{z=1}^{\varepsilon^*+1} r u_{vz}^{(z)} < \varepsilon^*+1 \,,\ \varepsilon^* \in [0,k_z]\right) \tag{6.100}$$

mit

$$r u_{vz}^{(z)} = s_{vz}^{(z)*} + r\omega_{vz}^{(z)} \quad \text{falls } z \in [1,k_z]$$
$$= 0 \quad \text{falls } z = k_z+1$$

mit

$s_{vz}^{(z)*}$ nach (6.83) $\quad r\omega_{vz}^{(z)}$ nach (6.91.c)

B. Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

Bei diesem Absuchmodus wird $r\varepsilon_v^{(z)}$ nach (3.33)

$$r\varepsilon_v^{(z)} = k_z \tag{6.101}$$

6.3.3.5.2 Ermitteln der benachbart unteren Zustandsmuster

Wie in Abschnitt 3.4.5.2 bzw. 6.2.3.5.2 gezeigt wurde, muß ein benachbart unteres Muster zwei Bedingungen erfüllen, um ein benachbart unteres Zustandsmuster zu sein:

① Die beim benachbart unteren Muster gegenüber dem betrachteten Zustandsmuster geänderten Elemente der Zustandsmatrizen bilden in $\{\tilde{x}\}$ einen durchgeschalteten Weg.

Führt dieser Weg nicht über die Zwischenstufe, dann ergibt sich

$$\delta_{s_{vw}^{(1)},r} \qquad w_1 \in [1,k_{1d}] \tag{6.102.a}$$

im anderen Fall erhält man

$$\delta_{s_{vw}^{(1)},w_z} \cdot \delta_{s_{vw}^{(z)},r} \qquad w_1 \in (k_{1d},k_1] \tag{6.102.b}$$

② Soll im benachbart unteren Muster vom Koppelvielfach (v,1) aus ein Ruf in Richtung r durchgeschaltet werden können, so muß dies entlang des Weges nach ① möglich sein.

Durch den Koeffizienten $d,r\eta_{v_1w_1}$ bzw. $s,r\eta_{v_1w_1w_z}$ wird bestimmt, mit welcher Wahrscheinlichkeit dieser Übergang stattfindet.

Wie im Abschnitt 3.4.5.2 bzw. 6.2.3.5.2 muß hier wieder der Einfluß des Absuchverfahrens berücksichtigt werden.

Geordnetes Absuchen der Ausgänge eines Koppelvielfachs mit fester Nullstellung

Entsprechend den in Abschnitt 6.2.3.5.2 ermittelten Ergebnissen wird hier ebenfalls unterschieden je nachdem, ob der Weg über die Zwischenstufe führt oder nicht.

A. Der Weg führt über den direkten Ausgang (w,v,1), $w \in [1,k_{1d}]$

In diesem Fall wird nach (6.38)

$$d,r\eta_{v_1w_1} = (1 - {}_d\beta_{vw}^{(1)}) \tag{6.103}$$

mit

${}_d\beta_{vw}^{(1)}$ nach (6.37), wobei ${}_d\beta_{vw,\varsigma} \neq {}_d\beta_{vw,\varsigma}^{(1)}$

mit entsprechend (6.36)

$$d\beta_{vw,\varsigma}^{(1)} = (1-s_{v\varsigma}^{(1)*})(1-{}_d\vartheta_{v\varsigma}^{(1)}) \cdot \delta_{{}_d\varphi_{vw}^{(1)},{}_d\varphi_{v\varsigma}^{(1)}} \tag{6.104}$$

mit

$s_{v\varsigma}^{(1)*}$ nach (6.83) $\quad {}_d\vartheta_{v\varsigma}^{(1)}$ nach (6.87)

${}_d\varphi_{vw}^{(1)}$, ${}_d\varphi_{v\varsigma}^{(1)}$ nach (6.80)

B. Der Weg führt über die Zwischenstufe, also über den Ausgang (w,v,1), $w \in (k_{1d},k_1]$

Es sind hier die drei Fragen - wie beim geschleiften Ausgang -

nach Abschnitt 6.2.3.5.2 zu untersuchen:

① Ist im benachbart unteren Muster ein direkter Ausgang ς des Koppelvielfachs (v,1) frei in Richtung r?

Es gelten hier die dort unter ① formulierten Bedingungen, wobei lediglich der Ausgang (ν,μ,1) durch den Ausgang (w,v,z) zu ersetzen ist.

Damit wird nach (6.39)

$$\left.\begin{matrix} \sigma_{v_1w_1w_2} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_{1d}} (1-s^{(1)*}_{v\varsigma})(1-{}_d\varsigma^{(1)}_{v\varsigma}) \cdot \delta_{{}_d\varphi^{(1)}_{v\varsigma},\,\varphi^{(z)}_{vw}} \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (6.105)$$

mit

$v_z = {}_s\varphi^{(1)}_{v\bar{w}}$

$s^{(1)*}_{v\varsigma}$ nach (6.83) ${}_d\varsigma^{(1)}_{v\varsigma}$ nach (6.87)

${}_d\varphi^{(1)}_{v\varsigma}$, $\varphi^{(z)}_{vw}$ nach (6.80)

Ist $\sigma_{v_1w_1w_z} = 1$, dann geht das benachbart untere Muster bei Rufein- fall in das Koppelvielfach (v,1) nicht in das betrachtete Zustandsmuster über, da in diesem Fall der Ruf über einen direkten Ausgang des Koppelvielfachs (v,1) durchgeschaltet wird.

② Ist ein in Absuchrichtung vor dem betrachteten Ausgang w liegender ebenfalls nachgeschalteter Ausgang ς blockiert in Richtung r in $\{\tilde{x}\}$, aber frei in Richtung r im benachbart unteren Muster?

Auch hier gelten die Bedingungen nach Abschnitt 6.2.3.5.2 B. ②, dabei ist wieder der Ausgang (ν,μ,1) durch den Ausgang (w,v,z) zu ersetzen.

Nach (6.41) wird

$$\left.\begin{matrix} \sigma^{(z)}_e = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{f=1}^{k_z} (1-s^{(z)*}_{ef})\left[\delta_{\varphi^{(z)}_{vw},\,\varphi^{(z)}_{ef}} + (1-\varsigma_{ef})\,\delta_{\varphi^{(z)}_{ef},\,l^{(z)}_{vw}}\right] \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (6.106)$$

mit

$e = {}_s\varphi^{(1)}_{v\varsigma}$ $\quad v_z = {}_s\varphi^{(1)}_{v\bar{w}}$ $\quad w_z = s^{(1)}_{vw}$

$s^{(z)*}_{ef}$ nach (6.83) $\quad \varsigma^{(z)}_{ef}$ nach (3.17)

$\varphi^{(z)}_{ef}$, $\varphi^{(z)}_{vw}$ nach (6.80)

Es ist $\sigma^{(z)}_e = 1$, falls das über den nachgeschalteten Ausgang (ς,v,1) erreichte Koppelvielfach (e,z) einen Ausgang besitzt, der durch den Ausgang (w,v,z) blockiert ist in $\{\tilde{x}\}$.

Damit ergibt sich aus (6.42)

$${}_s\beta_{v_1w_1w_2,\varsigma} = (1-s^{(1)*}_{v\varsigma})(1-{}_s\varsigma^{(1)}_{v\varsigma})\left[\delta_{{}_s\varphi^{(1)}_{v\varsigma},\,{}_s\varphi^{(1)}_{v\bar{w}}} + (1-\delta_{{}_s\varphi^{(1)}_{v\varsigma},\,{}_s\varphi^{(1)}_{v\bar{w}}})\cdot\sigma^{(z)}_e\right] \qquad (6.107)$$

mit

$s^{(1)*}_{v\varsigma}$ nach (6.83) $\quad {}_s\varsigma^{(1)}_{v\varsigma}$ nach (6.87)

$\sigma^{(z)}_e$ nach (6.106) $\quad {}_s\varphi^{(1)}_{v\varsigma}$, ${}_s\varphi^{(1)}_{v\bar{w}}$ nach (6.80) $\bar{x}_1, \bar{w}_1$ nach (6.86)

d.h. ${}_s\beta_{v_1w_1w_z,\varsigma} = 1$, falls der Ausgang (ς,v,1) durch den Ausgang (w,v,1) in Richtung r blockiert ist in $\{\tilde{x}\}$.

Aus (6.43) erhält man schließlich ${}_s\beta_{v_1w_1w_z}$ zu

$$\left.\begin{matrix} {}_s\beta_{v_1w_1w_2} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{\bar{\varsigma}=1}^{w-1} {}_s\beta_{v_1w_1w_2,\bar{\varsigma}} \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (6.108)$$

Ist ${}_s\beta_{v_1w_1w_z} = 1$, dann wird bei Rufeinfall im benachbart unteren Muster in das Koppelvielfach (v,1) der Ruf nicht über den Ausgang (w,v,1) durchgeschaltet.

③ Ist im Koppelvielfach (v,z) ein in Absuchrichtung vor dem Ausgang w liegender Ausgang f blockiert in $\{\tilde{x}\}$, aber frei in Richtung r im benachbart unteren Muster?

Legt man die Beziehungen (6.44) und (6.45) zugrunde, dann ergibt sich

$$\beta^{(z)}_{vw,f} = (1-s^{(z)*}_{vf})(1-\varsigma^{(z)}_{vf})\cdot\delta_{\varphi^{(z)}_{vf},\,\varphi^{(z)}_{vw}} \qquad (6.109)$$

mit

$s^{(z)*}_{vf}$ nach (6.83) $\quad \varsigma^{(z)}_{vf}$ nach (3.17)

$\varphi^{(z)}_{vf}$, $\varphi^{(z)}_{vw}$ nach (6.80)

und

$$\left.\begin{matrix} \beta^{(z)}_{vw} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \sum_{f=1}^{w_z-1} \beta^{(z)}_{vw,f} \begin{cases} >0 \\ =0 \end{cases} \qquad (6.110)$$

Dabei ist $\beta^{(z)}_{vw} = 1$, falls ein über den nachgeschalteten Ausgang (w,v,1) bis zum Koppelvielfach (v,z) aufgebautes Wegstück nicht über den Ausgang (w,v,z) fortgesetzt wird, sondern über einen in Absuchrichtung vor dem Ausgang w liegenden Ausgang f.

Aus diesen drei Bedingungen ergibt sich nach (6.46) der gesuchte Koeffizient ${}_{s,r}\eta_{v_1w_1w_z}$ zu

$${}_{s,r}\eta_{v_1w_1w_2} \left.\begin{matrix} = 1 \\ = 0 \end{matrix}\right\} \text{falls} \quad \sigma_{v_1w_1w_2} + {}_s\beta_{v_1w_1w_2} + \beta^{(z)}_{vw} \begin{cases} =0 \\ >0 \end{cases} \qquad (6.111)$$

mit

$\sigma_{v_1w_1w_z}$ nach (6.105) $\quad {}_s\beta_{v_1w_1w_z}$ nach (6.108)

$\beta^{(z)}_{vw}$ nach (6.110)

Zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

Wie bei der zufallsmäßigen Auswahl eines freien Ausgangs in Abschnitt 6.2.3.5.2 wird auch hier wieder unterschieden je nachdem, ob der Weg über die Zwischenstufe führt oder nicht. Dabei ist jeweils die Zahl der entsprechenden Ausgänge zu bestimmen, die im benachbart unteren Muster frei sind in Richtung r.

A. Der Weg führt über einen direkten Ausgang (w,v,1), $w \in [1,k_{1d}]$

Nach (6.49) verfügt das Koppelvielfach (v,1) im benachbart unteren Muster über ${}_{d,r}\eta^{-1}_{v_1w_1}$ freie Ausgänge in Richtung r.

Es ist

$$ {}_{d,r}\eta^{-1}_{v_1w_1} = k_{1d} - {}_{d}s^{(1)*}_{v.} - {}_{d,r}\omega^{(1)}_{v.} + 1 + {}_{d,r}\beta^{(1)}_{vw} \qquad (6.112) $$

mit

${}_{d}s^{(1)*}_{v.}$ nach (6.98) ${}_{d,r}\omega^{(1)}_{v.}$ nach (6.99)

${}_{d,r}\beta^{(1)}_{vw}$ nach (6.48), wobei ${}_{d,r}\beta_{vw,\varsigma} \# {}_{d,r}\beta^{(1)}_{vw,\varsigma}$ nach (6.113)

dabei ergibt sich nach (6.47) ${}_{d,r}\beta^{(1)}_{vw,\varsigma}$ zu

$$ {}_{d,r}\beta^{(1)}_{vw,\varsigma} = (1-s^{(1)*}_{v\varsigma})(1-{}_{d}s^{(1)}_{v\varsigma})\cdot\delta_{{}_{d}\varphi^{(1)}_{v\varsigma},\,{}_{d}\varphi^{(1)}_{vw}}\cdot {}_{r}\tau^{(1)}_{vw} \qquad (6.113) $$

mit

$s^{(1)*}_{v\varsigma}$ nach (6.83) ${}_{d}s^{(1)}_{v\varsigma}$ nach (6.87)

${}_{r}\tau^{(1)}_{vw}$ nach (6.88) ${}_{d}\varphi^{(1)}_{v\varsigma}$, ${}_{d}\varphi^{(1)}_{vw}$ nach (6.80)

Mit der Wahrscheinlichkeit ${}_{d,r}\eta_{v_1w_1}$ wird bei Rufeinfall in das Koppelvielfach (v,1) in Richtung r ${}_{1}w_1$ im benachbart unteren Muster wieder der Ausgang (w,v,1) belegt.

B. Der Weg führt über die Zwischenstufe, also über den Ausgang (w,v,1), $w \in (k_{1d},k_1]$

Hier sind wie bei geordnetem Absuchen die drei Fälle ①, ② und ③ zu unterscheiden. Es gelten hier die bei geordnetem Absuchen formulierten verbalen Bedingungen und die daraus abgeleiteten Beziehungen (6.105),...,(6.111). Dabei müssen aber jetzt zusätzlich noch die Bedingungen "rückwärts blockiert in Richtung r" eingefügt werden; vgl. (6.50),...,(6.63).

① Der Testausgang ς ist ein direkter Ausgang des Koppelvielfachs (v,1)

Führt man den Faktor ${}_{r}\tau^{(1)}_{v\varsigma} = {}_{r}\tau^{(z)}_{vw}$ nach (6.88) in (6.105) ein, dann ergibt sich analog zu (6.50)

$$ {}_{r}\sigma_{v_1w_1w_z} \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases} \Big\} \text{falls} \sum_{\varsigma=1}^{k_{1d}} (1-s^{(1)*}_{v\varsigma})(1-{}_{d}s^{(1)}_{v\varsigma})\cdot\delta_{{}_{d}\varphi^{(1)}_{v\varsigma},\,\varphi^{(z)}_{vw}}\cdot {}_{r}\tau^{(z)}_{vw} \begin{cases} > 0 \\ = 0 \end{cases} \qquad (6.114) $$

mit

$s^{(1)*}_{v\varsigma}$ nach (6.83) ${}_{d}s^{(1)}_{v\varsigma}$ nach (6.87)

${}_{r}\tau^{(z)}_{vw}$ nach (6.88) ${}_{d}\varphi^{(1)}_{v\varsigma}$, $\varphi^{(z)}_{vw}$ nach (6.80) $v_z = {}_{s}\varphi^{(1)}_{vw}$

Ist ${}_{r}\sigma_{v_1w_1w_z} = 1$, dann erfolgt das Durchschalten des Rufes in Richtung r nicht über die Ausgänge (w,v,1) und (w,v,z), sondern über einen direkten Ausgang des Koppelvielfachs (v,1).

② Der Testausgang ς ist ein nachgeschalteter Ausgang des Koppelvielfachs (v,1)

Mit ${}_{r}\tau^{(z)}_{vw}$ nach (6.88) wird die Bedingung "rückwärts blockiert in Richtung r" für den Ausgang (w,v,z) berücksichtigt. Führt man deshalb diesen Faktor in (6.106) ein, dann erhält man analog zu (6.51):

$$ {}_{r}\sigma^{(z)}_{e} \begin{cases} = 1 \\ = 0 \end{cases} \Big\} \text{falls} \sum_{f=1}^{k_z} (1-s^{(z)*}_{ef})\left[\delta_{\varphi^{(z)}_{ef},\,\varphi^{(z)}_{vw}} + (1-\varrho^{(z)}_{ef})\cdot\delta_{\varphi^{(z)}_{ef},\,\varphi^{(z)}_{vw}}\cdot {}_{r}\tau^{(z)}_{vw}\right] \begin{cases} > 0 \\ = 0 \end{cases} \qquad (6.115) $$

mit

$e = {}_{s}\varphi^{(1)}_{v\bar{\varsigma}}$ $s^{(z)*}_{ef}$ nach (6.83) $\varrho^{(z)}_{ef}$ nach (3.17) $v_z = {}_{s}\varphi^{(1)}_{vw}$

$\varphi^{(z)}_{ef}$, $\varphi^{(z)}_{vw}$ nach (6.80) ${}_{r}\tau^{(z)}_{vw}$ nach (6.88) $w_z = s^{(1)}_{vw}$

Damit ist ${}_{r}\sigma^{(z)}_{e} = 1$, falls das über den nachgeschalteten Ausgang (ς,v,1) erreichte Koppelvielfach (e,z) einen Ausgang besitzt, der durch den Ausgang (w,v,z) blockiert ist in $\{\tilde{x}\}$.

Zusätzlich zum geordneten Absuchen muß hier noch bestimmt werden, ob dieses Koppelvielfach (e,z) in $\{\tilde{x}\}$ noch in die Richtung r freie Ausgänge besitzt. Dies ist der Fall, falls ${}_{r}\xi^{(z)}_{e}$ nach (6.90) den Wert 1 besitzt.

Nach (3.44) ergibt sich damit ${}_{r}\beta^{(z)*}_{e} = 1$, falls das Koppelvielfach (e,z) blockiert ist in Richtung r in $\{\tilde{x}\}$ und frei in Richtung r im benachbart unteren Muster ist:

$$ {}_{r}\beta^{(z)*}_{e} = {}_{r}\xi^{(z)}_{e} \cdot {}_{r}\sigma^{(z)}_{e} \qquad (6.116) $$

mit

${}_{r}\xi^{(z)}_{e}$ nach (6.90) ${}_{r}\sigma^{(z)}_{e}$ nach (6.115)

Mit diesen beiden Faktoren ${}_r\beta_e^{(z)*}$ und ${}_r\xi_e^{(z)}$ kann bestimmt werden, ob der nachgeschaltete Ausgang $(\varsigma,v,1)$ durch den Ausgang $(w,v,1)$ blockiert ist in Richtung r in $\{\tilde{x}\}$. Ist dies der Fall, dann wird nach (6.55) bzw. (3.49) ${}_{s,r}\beta_{v_1w_1,\varsigma} = 1$.

$$ {}_{s,r}\beta_{v_1w_1,\varsigma} = (1-s_{v\varsigma}^{(1)*})(1-{}_s\vartheta_{v\varsigma}^{(1)})[\delta_{{}_s\varphi_{v\varsigma}^{(1)},{}_s\varphi_{vw}^{(1)}}\cdot {}_r\xi_v^{(z)} + (1-\delta_{{}_s\varphi_{v\varsigma}^{(1)},{}_s\varphi_{vw}^{(1)}})\cdot {}_r\beta_e^{(z)*}] \tag{6.117} $$

mit

$s_{v\varsigma}^{(1)*}$ nach (6.83) ${}_r\xi_v^{(z)} = {}_r\xi_{{}_s\varphi_{v\bar{w}}^{(1)}}^{(z)}$ nach (6.90)

${}_s\vartheta_{v\varsigma}^{(1)}$ nach (6.87) ${}_r\beta_e^{(z)*} = {}_r\beta_{{}_s\varphi_{v\bar{\varsigma}}^{(1)}}^{(z)*}$ nach (6.116)

${}_s\varphi_{v\bar{\varsigma}}^{(1)}$, ${}_s\varphi_{v\bar{w}}^{(1)}$ nach (6.80) $\bar{\varsigma}_1, \bar{w}_1$ nach (6.86)

Die Gesamtzahl der so blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs $(v,1)$ ergibt sich zu:

$$ {}_{s,r}\beta_{v_1w_1} = \sum_{\bar{\varsigma}=1}^{k_{1s}} {}_{s,r}\beta_{v_1w_1,\varsigma} \tag{6.118} $$

mit

$\bar{\varsigma} = \bar{\varsigma}_1$ nach (6.86)

Damit besitzt das Koppelvielfach $(v,1)$ im benachbart unteren Muster noch ${}_{s,r}\eta_{v_1w_1}^{-1}$ freie Ausgänge in Richtung r:

$$ {}_{s,r}\eta_{v_1w_1}^{-1} = k_{1s} - {}_s s_{v.}^{(1)*} - {}_{s,r}\omega_{v.}^{(1)} + 1 + {}_{s,r}\beta_{v_1w_1} \tag{6.119} $$

mit

$$ {}_s s_{v.}^{(1)*} = \sum_{\bar{z}_1=1}^{k_{1s}} s_{v\bar{z}}^{(1)*} \tag{6.120} $$

mit

$s_{vz}^{(1)*}$ nach (6.83) $\bar{z}_1$ nach (6.86)

$$ {}_{s,r}\omega_{v.}^{(1)} = \sum_{\bar{z}_1=1}^{k_{1s}} {}_{s,r}\omega_{v\bar{z}}^{(1)} \tag{6.121} $$

mit

${}_{s,r}\omega_{vz}^{(1)}$ nach (6.91.b) $\bar{z}_1$ nach (6.86)

${}_{s,r}\beta_{v_1w_1}$ nach (6.118)

③ Der Testausgang f ist ein Ausgang des Koppelvielfachs (v,z). Hier ergeben sich die gleichen Verhältnisse wie unter A.

Es ist

$$ {}_r\eta_{v_zw_z}^{-1} = k_z - s_{v.}^{(z)*} - {}_r\omega_{v.}^{(z)} + 1 + {}_r\beta_{vw}^{(z)} \tag{6.122} $$

mit

$s_{v.}^{(z)*}$ nach (3.11) ${}_r\omega_{v.}^{(z)}$ nach (3.23)

mit

${}_r\omega_{vw}^{(z)}$ nach (6.91.c)

$$ {}_r\beta_{vw}^{(z)} = \sum_{f=1}^{k_z} {}_r\beta_{vw,f}^{(z)} \tag{6.123} $$

die Zahl der in $\{\tilde{x}\}$ durch den Ausgang w in Richtung r blockierten Ausgänge des Koppelvielfachs (v,z)

dabei kann ${}_r\beta_{vw,f}^{(z)}$ aus $\beta_{vw,f}^{(z)}$ nach (6.109) gewonnen werden, wenn dort noch explizit die Bedingung "rückwärts blockiert in Richtung r" berücksichtigt wird:

$$ {}_r\beta_{vw,f}^{(z)} = (1-s_{vf}^{(z)*})(1-\varrho_{vf}^{(z)})\cdot \delta_{\varphi_{vf}^{(z)},\varphi_{vw}^{(z)}}\cdot {}_r\tau_{vw}^{(z)} = \beta_{vw,f}^{(z)}\cdot {}_r\tau_{vw}^{(z)} \tag{6.124} $$

mit

$\beta_{vw,f}^{(z)}$ nach (6.109) ${}_r\tau_{vw}^{(z)}$ nach (6.88)

Nach (6.63) kann damit der gesuchte Koeffizient bestimmt werden. Es ist:

$$ {}_{s,r}\eta_{v_1w_1w_z} = (1 - {}_r\mathcal{G}_{v_1w_1w_z})\cdot {}_{s,r}\eta_{v_1w_1}\cdot {}_r\eta_{v_zw_z} \tag{6.125} $$

mit

${}_r\mathcal{G}_{v_1w_1w_z}$ nach (6.114) ${}_{s,r}\eta_{v_1w_1}$ nach (6.119)

${}_r\eta_{v_zw_z}$ nach (6.122)

6.3.3.5.3 Ermitteln der Übergangsrate

Entsprechend zu (3.54) ergibt sich mit (6.95), (6.102), (6.111) bzw. (6.125) die Übergangsrate von allen benachbart unteren Zustandsmustern $\{\tilde{x}-1\}$ in das betrachtete Zustandsmuster $\{\tilde{x}\}$ zu

$$ \sum_{\tilde{x}-1} \{\tilde{x}-1\} \longrightarrow \{\tilde{x}\} = \sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{q_1}\Bigg[\sum_{w_1=1}^{{}_{d,r}\mathcal{E}_v^{(1)}} p\left(\left\|s_{ij}^{(1)} - r\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\right\|, \left\|s_{ij}^{(z)}\right\|\right)\cdot \delta_{S_{vw}^{(1)},r}\cdot {}_{d,r}\eta_{v_1w_1} + \sum_{\bar{w}_1=1}^{{}_{s,r}\mathcal{E}_v^{(1)}}\sum_{w_2=1}^{{}_r\mathcal{E}_v^{(z)}} p\left(\left\|s_{ij}^{(1)} - w_2\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\right\|, \left\|s_{ij}^{(z)} - r\delta_{iv}^{(z)}\delta_{jw}^{(z)}\right\|\right)\cdot \delta_{S_{vw}^{(1)},w_2}\cdot \delta_{S_{vw}^{(z)},r}\cdot {}_{s,r}\eta_{v_1w_1w_2}\Bigg]\cdot {}_r\lambda_v^* \tag{6.126} $$

mit

${}_r\lambda_v^*$ nach (3.55)

geordnetes Absuchen der Ausgänge

${}_{d,r}\varepsilon_v^{(1)}$ nach (6.96.a) ${}_{s,r}\varepsilon_v^{(1)}$ nach (6.96.b) ${}_r\varepsilon_v^{(z)}$ nach (6.100)

${}_{d,r}\eta_{v_1w_1}$ nach (6.103) ${}_{s,r}\eta_{v_1w_1w_z}$ nach (6.111)

zufallsmäßige Auswahl eines freien Ausgangs

${}_{d,r}\varepsilon_v^{(1)}$ nach (6.97.a) ${}_{s,r}\varepsilon_v^{(1)}$ nach (6.97.b) ${}_r\varepsilon_v^{(z)}$ nach (6.101)

${}_{d,r}\eta_{v_1w_1}$ nach (6.112) ${}_{s,r}\eta_{v_1w_1w_z}$ nach (6.125)

6.3.3.6 Das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten

6.3.3.6.1 Zufallsverkehr 2. Art

Aus den in den Abschnitten 6.3.3.2 bis 5 hergeleiteten Übergangsraten (6.89), (6.93), (6.94) und (6.126) ergibt sich nach (2.14) und (2.9) das lineare Gleichungssystem der Zustandswahrscheinlichkeiten zu

$$\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{q_1}\Bigg\{\Bigg[\sum_{w_1=1}^{k_{1d}} p\big(\|s_{ij}^{(1)}+{}_r\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|,\|s_{ij}^{(z)}\|\big)\big(1-{}_d\varepsilon_{vw}^{(1)}\big)\big(1-{}_r\tau_{vw}^{(1)}\big)$$
$$+\sum_{\overline{w}_1=1}^{k_{1s}}\sum_{w_2=1}^{k_2} p\big(\|s_{ij}^{(1)}+w_2\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|,\|s_{ij}^{(z)}+{}_r\delta_{iv}^{(z)}\delta_{jw}^{(z)}\|\big)\big(1-{}_s\varepsilon_{vw}^{(1)}\big)\big(1-s_{vw}^{(z)*}\big)\big(1-{}_s\varepsilon_{vw}^{(z)}\big)\big(1-{}_r\tau_{vw}^{(z)}\big)\Big]\big(1-s_{vw}^{(1)*}\big)\cdot\psi_v\,{}_r\mu_v$$
$$+\Bigg[\sum_{w_1=1}^{{}_{d,r}\varepsilon_v^{(1)}} p\big(\|s_{ij}^{(1)}-{}_r\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|,\|s_{ij}^{(z)}\|\big)\cdot\delta_{s_{vw}^{(1)},r}\cdot{}_{d,r}\eta_{v_1w_1}$$
$$+\sum_{\overline{w}_1=1}^{{}_{s,r}\varepsilon_v^{(1)}}\sum_{w_2=1}^{{}_r\varepsilon_v^{(z)}} p\big(\|s_{ij}^{(1)}-w_2\delta_{iv}^{(1)}\delta_{jw}^{(1)}\|,\|s_{ij}^{(z)}-{}_r\delta_{iv}^{(z)}\delta_{jw}^{(z)}\|\big)\cdot\delta_{s_{vw}^{(1)},w_2}\cdot\delta_{s_{vw}^{(z)},r}\cdot{}_{s,r}\eta_{v_1w_1w_2}\Bigg]\cdot{}_r\lambda_v^*\Bigg\} \qquad (6.127)$$

$$-p\big(\|s_{ij}^{(1)}\|,\|s_{ij}^{(z)}\|\big)\sum_{r=1}^{R}\sum_{v_1=1}^{q_1}\big[\big(1-{}_r\xi_v^{(1)}\big)\cdot{}_r\lambda_v+\Big[\sum_{w_1=1}^{k_{1d}}\delta_{s_{vw}^{(1)},r}+\sum_{\overline{w}_1=1}^{k_{1s}}\sum_{w_2=1}^{k_2}\delta_{s_{vw}^{(1)},w_2}\cdot\delta_{s_{vw}^{(z)},r}\Big]\cdot{}_r\mu_v\big]=0$$

normiert durch

$$\sum_{\tilde{x}} p(S^{(1)},S^{(z)})=1 \qquad (6.128)$$

wobei $\sum_{\tilde{x}}$ alle Zustandsmuster umfaßt.

6.3.3.6.2 Andere Verkehrsarten

Für Zufallsverkehr 1. Art, abgeschnittenen Zufallsverkehr 1. Art und gemischten Verkehr müssen in (6.127) die Anrufraten nach (6.68) bestimmt werden.

6.3.4 Die charakteristischen Verkehrsgrößen

Aus den durch (6.127) und (6.128) bestimmten Zustandswahrscheinlichkeiten können die charakteristischen Verkehrsgrößen entsprechend den in Abschnitt 3.5 gegebenen Definitionen bestimmt werden.

6.3.4.1 Die Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeiten

Die Verlust- bzw. Überlaufwahrscheinlichkeiten können gemäß Abschnitt 6.2.4.1 berechnet werden. Dabei sind lediglich die Zustandswahrscheinlichkeiten nach (6.127) und (6.128) zu verwenden und die entsprechenden Koeffizienten durch solche dieses Abschnitts 6.3 zu ersetzen.

6.3.4.2 Die Belastungen

Nach (3.63) ergibt sich die Belastung ${}_rY_v$ je Koppelvielfach (v,1) in Richtung r zu

$${}_rY_v=\sum_{\tilde{x}}\Big[p(S^{(1)},S^{(z)})\Big[\sum_{w_1=1}^{k_{1d}}\delta_{s_{vw}^{(1)},r}+\sum_{\overline{w}_1=1}^{k_{1s}}\sum_{w_2=1}^{k_2}\delta_{s_{vw}^{(1)},w_2}\cdot\delta_{s_{vw}^{(z)},r}\Big]\Big] \qquad (6.129)$$

Die Belastung ${}_{d,r}Y_v$ der direkten Ausgänge in Richtung r ergibt sich zu

$${}_{d,r}Y_v=\sum_{\tilde{x}}\Big[p(S^{(1)},S^{(z)})\sum_{w_1=1}^{k_{1d}}\delta_{s_{vw}^{(1)},r}\Big] \qquad (6.130)$$

und damit wird die Belastung ${}_{s,r}Y_v$ der nachgeschalteten Ausgänge in Richtung r

$${}_{s,r}Y_v={}_rY_v-{}_{d,r}Y_v \qquad (6.131)$$

Die entsprechenden Gesamtbelastungen gewinnt man dann aus

$${}_iY_v=\sum_{\tilde{x}}\big[p(S^{(1)},S^{(z)})\cdot{}_is_v^{(1)*}\big] \qquad (6.132)$$

Belastung	${}_iY_v$	${}_is_v^{(1)*}$	
der direkten Ausgänge	${}_dY_v$	${}_ds_v^{(1)*}$	nach (6.98)
der nachgeschalteten Ausgänge	${}_sY_v$	${}_ss_v^{(1)*}$	nach (6.120)
aller Ausgänge	Y_v	$s_v^{(1)*}$	nach (3.11)

Die Belastungen der Koppelvielfache der Zwischenstufe z ergeben sich aus

$${}_rY_v^{(z)}=\sum_{\tilde{x}}\Big[p(S^{(1)},S^{(z)})\sum_{w_2=1}^{k_2}\delta_{s_{vw}^{(z)},r}\Big] \qquad (6.133)$$

$$Y_v^{(z)}=\sum_{r=1}^{R}{}_rY_v^{(z)} \qquad (6.134)$$

Die Belastung des Abnehmerbündels in Richtung r wird

$$ {}_rY = \sum_{v_1=1}^{q_1} {}_rY_v \qquad (6.135) $$

und die Gesamtbelastung des Systems

$$ Y = \sum_{r=1}^{R} {}_rY = \sum_{v_1=1}^{q_1} Y_v \qquad (6.136) $$

6.3.4.3 Die Angebote

Die Angebote berechnen sich nach den Beziehungen (3.67),...,(3.70) in Abschnitt 3.5.3.

6.4 Beispiele

Das in den Abschnitten 3.7.1 und 3.7.2 beschriebene Umsetzen des Algorithmus in ein Programm gilt auch hier. Es wurde hier in drei Programme /95,97/ (FORTRAN) aufgeteilt. Als Beispiel wurde das in Bild 6.4 dargestellte Linksystem untersucht.

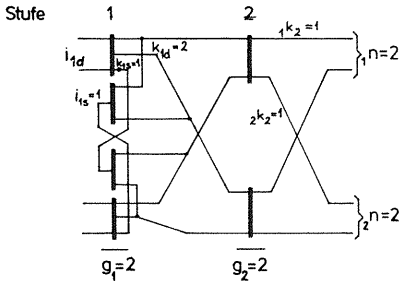


Bild 6.4: Linksystem mit entraide

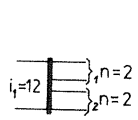
Bild 6.5 zeigt die Verlustwahrscheinlichkeit B als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung des Bündels in Richtung r (r=1,2) bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art.

Diese Kurve hat - innerhalb der Zeichengenauigkeit - den gleichen Verlauf wie die für das Linksystem nach Bild 3.13 ermittelte Verlustkurve.

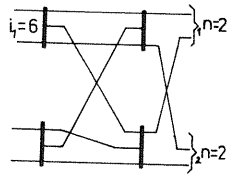
Zum Vergleich sind zwei weitere Kurven eingetragen. Sie zeigen den Verlust für zwei Richtungswahlstufen mit gleicher Zahl von Koppelpunkten (48 Koppelpunkte).

a. Einstufige Koppelanordnung mit vollkommener Erreichbarkeit (Bild 6.6.a)

b. Linksystem mit s = 2 Stufen (ohne entraide) (Bild 6.6.b)



a.



b.

Bild 6.6: Richtungswahlstufen

a. Einstufige Koppelanordnung
b. Linksystem mit s = 2 Stufen

Es zeigt sich, daß der Verlust für das Linksystem nach Bild 6.6.b im ganzen Bereich etwa 10 % höher ist als der Verlust des Linksystems mit entraide nach Bild 6.4. Dagegen liegt die Verlustkurve der einstufigen Koppelanordnung nach Bild 6.6.a stets unterhalb der Kurve für das Linksystem mit entraide; die Unterschiede wirken sich hier jedoch erst bei höheren Werten der Belastung erkennbar aus.

Bild 6.7 zeigt die Belastung der direkten und der geschleiften Ausgänge der Koppelvielfache v (v=1,2) der Stufe 1 ${}_dY_v$ und ${}_sY_v$ als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung des Bündels in Richtung r (r=1,2) bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art. Da der gesamte Verkehr von Stufe 1 nach Stufe 2 über die direkten Ausgänge geführt wird, ist für das Linksystem nach Bild 6.4

$$ {}_dY_v = {}_rn \cdot ({}_rY/{}_rn) = {}_rY. $$

Dagegen nimmt die Belastung der geschleiften Ausgänge nicht linear zu. Dies rührt davon her, daß der einem geschleiften Ausgang angebotene Verkehr Überlaufverkehr (von den direkten Ausgängen) ist.

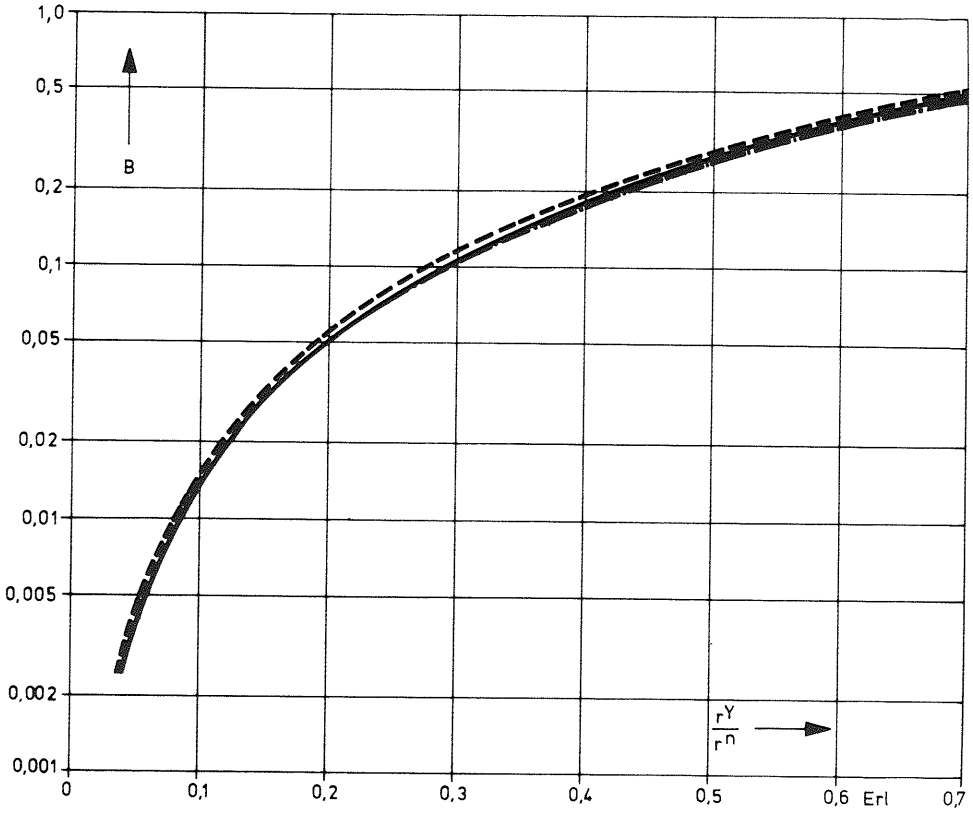


Bild 6.5: Verlustwahrscheinlichkeit B als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung $_rY/_rn$ (r=1,2) bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art

Parameter

- - - - System nach Bild 6.6.b

——— System nach Bild 6.4

——·—— System nach Bild 6.6.a

Systeme

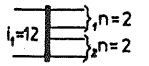


Bild 6.6.a

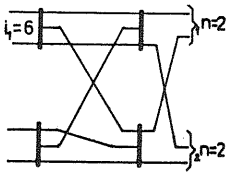
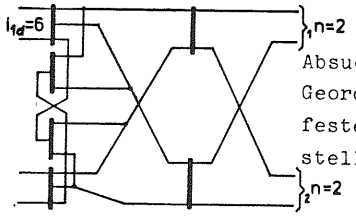


Bild 6.6.b



Absuchmodus : Geordnet von fester Nullstellung

Bild 6.4

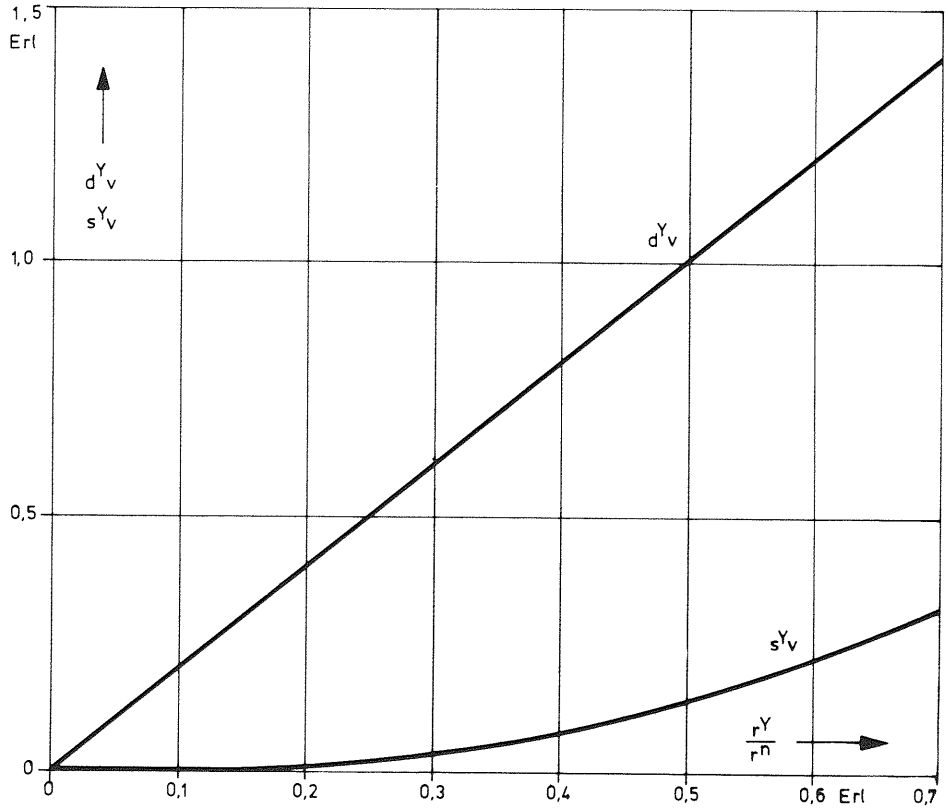
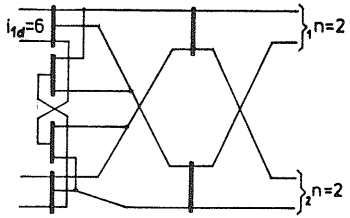


Bild 6.7: Belastung der direkten und der geschleiften Ausgänge der Koppelvielfache v (v=1,2) der Stufe 1 $_dY_v$ und $_sY_v$ als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung $_rY/_rn$ (r=1,2) bei gleichverteiltem Angebot und Zufallsverkehr 2. Art

System



Absuchmodus : Geordnet von fester Nullstellung

7. ZUSAMMENFASSUNG

Für mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung (Linksysteme) wurde ein Verfahren zur exakten Berechnung der Zustandsmusterwahrscheinlichkeiten (kurz : Zustandswahrscheinlichkeiten) sowie der charakteristischen Verkehrsgrößen (Verlust, Belastung, Angebot,u. a.) entwickelt.

Neben den Betriebsarten "Bündelwahl" und "Punktwahl" wurde in einem gesonderten Kapitel die bei Vermittlungssystemen mit alternativer Leitweglenkung auftretende Betriebsart "Systeminterner Überlauf" behandelt. Das letzte Kapitel befaßte sich mit Systemen bei denen die Verbindungen durch das Linksystem nicht über eine einheitliche Zahl von Stufen durchgeschaltet werden. Dabei wurden zwei Systemtypen behandelt "Systeme mit Rückschleifen(entraide)" und "Systeme mit Zwischenstufe"; damit wurde gezeigt, wie spezielle Linksystemstrukturen geeignet beschrieben werden können und damit exakt berechenbar sind.

Es wurde der Einsatz von Linksystemen in Verlustsystemen behandelt. Dabei wurde weiter vorausgesetzt, daß der Verkehr stationär ist. Sowohl Zufallsverkehr 1. Art, als auch Zufallsverkehr 2. Art wurde betrachtet, wobei unterschiedliche Anruf- und/oder Enderaten auftreten können. Damit wird es möglich u.a. Probleme bei "Schiefer Last" oder den Übergang von Zufallsverkehr 2. Art nach Zufallsverkehr 1. Art detailliert zu untersuchen. Aufgrund der Stationarität des Verkehrs wurden die Zustandswahrscheinlichkeiten über ein lineares Gleichungssystem iterativ mittels des Überrelaxationsverfahrens berechnet. Durch geeignete Linearkombination dieser Zustandswahrscheinlichkeiten wurden dann daraus die charakteristischen Verkehrsgrößen (Verlust, Belastung, Angebot, u.a.) bestimmt.

Bedingt durch den hohen Rang des Gleichungssystems der Zustandswahrscheinlichkeiten kann dieses nur mit Hilfe geeigneter Programme auf einem Digitalrechner aufgestellt und gelöst werden. Deshalb wurde eine formale Beschreibung der Zustandsmuster eingeführt, mit deren Hilfe das Gleichungssystem mittels eines Programms aufgestellt werden kann. Dabei wurde besonders darauf geachtet, daß zur Kennzeichnung des einzelnen Zustandsmusters möglichst wenig Daten zu speichern sind. Dies ist erforderlich, da die Zahl der zu unterscheidenden Zustandsmuster bereits bei kleinen Linksystemen sehr groß ist und damit der benötigte Speicherplatz im Digitalrechner leicht zu groß würde. Durch diese Maßnahme wurde allerdings das Bestimmen geeigneter Koeffizienten zum Ermitteln von benachbarten Zustandsmustern oder deren Übergangsraten komplizierter.

Durch die exakte Berechnung ist es somit möglich,die interessierenden Verkehrsgrößen bei Linksystemen mit beliebiger Stufenzahl exakt zu berechnen. Dabei wird sich die exakte Berechnung jedoch auf kleinere Linksysteme beschränken, da bei größeren Linksystemen die Zahl der zu unterscheidenden Zustandsmuster zu groß wird und damit den auch bei großen Digitalrechnern zur Verfügung stehenden Platz im Arbeitsspeicher überschreiten würde.

Es wurden verschiedene Linksysteme untersucht und die wichtigsten Ergebnisse dargestellt und diskutiert.