Koppelanordnungen zur Realisierung von Prioritäten in Verlustsystemen der Vermittlungstechnik

Von **Lothar Katzschner**

Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Universität Stuttgart

1. Einführung

In den bisher bestehenden Fernsprechverkehrsnetzen, die in der Regel alle als Verlustsysteme arbeiten, werden alle Gesprächswünsche gleichberechtigt behandelt. Die vorliegenden Untersuchungen zeigen, daß solche Netze, aber auch nichtöffentliche Netze, wirtschaftlicher dimensioniert werden können, wenn Prioritäten in diesen Netzen eingeführt werden. Man bildet dabei verschiedene Klassen von Anrufarten (Prioritätsklassen) und fertigt die Rufe entsprechend ihrer Prioritätsklasse unterschiedlich ab.

Prioritäten können in Verlustsystemen in zwei grundsätzlich verschiedenen Weisen wirksam werden:

Bei unterbrechenden Prioritäten kann ein ankommender Ruf, falls alle erreichbaren Leitungen in der von ihm gewünschten Richtung belegt sind, eine Belegung einer niedrigeren Klasse unterbrechen und die so freigewordene Leitung belegen. Ein Ruf geht dann nur noch verloren, wenn alle erreichbaren Leitungen des gewünschten Bündels von Rufen seiner eigenen oder einer höheren Klasse belegt sind.

Die Einführung von derartigen unterbrechenden Prioritäten ist z. B. besonders in Netzen der Flugsicherung und des Wetterdienstes sinnvoll, weil hier stets sowohl dringende Meldungen als auch Routinenachrichten übertragen werden. Von besonderer Bedeutung können unterbrechende Prioritäten auch in modernen Datennetzen sein, die Verkehr von Dateneingabestationen zu Time-sharing-Großrechnern übertragen. Dann kann man auch Datenfernverarbeitung im Echtzeit-(Realtime)Betrieb ausführen, wenn den Echtzeitanforderungen an den Rechner die höchste Priorität zugewiesen wird, denn diese Anforderungen können nicht auf eine freie Leitung warten. Solche Verlustsysteme mit unterbrechender Priorität werden ausführlich in [1, 2] behandelt und sollen daher im weiteren nicht betrachtet werden.

Die zweite Möglichkeit zur Realisierung von Verlustsystemen mit Prioritäten sind Systeme mit nichtunterbrechenden Prioritäten. Dabei können Rufe einer höheren Prioritätsklasse dadurch bevorzugt werden, daß ihnen mehr Abnehmerleitungen zugänglich gemacht werden als einer niedrigeren Klasse. Dies kann z. B. folgendermaßen erreicht werden: Ist das Bündel nahezu voll belegt, und würde es somit durch das Einfallen weniger zusätzlicher Rufe blockiert werden, so weist man die Rufe der niedrigeren Klassen ab. Dadurch bleiben die letzten noch freien Leitungen für die höheren Klassen reserviert.

Diese Art von Systemen mit nichtunterbrechenden Prioritäten kann sehr vorteilhaft in den vermaschten Netzen des Fernsprechweitverkehrs angewandt werden. Man kann z. B. ankommende Verbindungen die bereits über mehrere Fernleitungs-Abschnitte aufgebaut wurden, gegenüber denjenigen des Nahverkehrs bevorzugt abfertigen. Außerdem ist es zweckmäßig, den Verkehr, welcher auf einen Alternativweg (z. B. den Kennzahlweg) überlaufen kann, eine niedrigere Priorität zuzuordnen als solchem Verkehr, der ausschließlich über dieses Bündel durchgeschaltet werden kann [3, 4, 5].

Im folgenden soll zunächst ermittelt werden, durch welche schaltungstechnische Maßnahmen nichtunterbrechende Prioritäten in Verlustsystemen verwirklicht werden können. Es wird dann untersucht, inwieweit die sich ergebenden Realisiermöglichkeiten optimal sind im Hinblick auf die Anzahl der insgesamt benötigten Leitungen oder auf den Koppelpunktbedarf (bei vorgegebener Verlustwahrscheinlichkeit je Prioritätsklasse).

Für die verkehrstheoretische Behandlung dieser Verlustsysteme mit nichtunterbrechenden Prioritäten wird vorausgesetzt, daß der Anrufprozeß ein Poisson-Prozeß ist, daß ferner die Belegungsdauern negativ-exponentiell verteilt sind und daß ein stationärer Zustand des Systems betrachtet wird.

Es sollen zunächst die Verlustwahrscheinlichkeiten B_r der einzelnen Prioritätsklassen berechnet werden, wenn die Angebote A_r der R Klassen und die Strukturparameter der Koppelanordnung vorgegeben sind ($r = 1, 2, \ldots, R$). Darüberhinaus soll zum Zweck der Dimensionierung auch das Problem betrachtet werden, wie bei vorgegebenen Angeboten A_r und vorgeschriebenen Verlusten δ_r eine geeignete Systemstruktur mit einer minimalen Gesamtleitungszahl ermittelt werden kann.

Da die Zahl der Leitungen eines Bündels stets ganzzahlig ist und man bei vorgegebenen Angeboten daher nicht jeden Wert der Verlustwahrscheinlichkeit exakt realisieren kann, soll das System so ausgelegt werden, daß stets der tatsächliche Wert $B_r \leqq \delta_r$ und die Gesamtzahl der Leitungen ein Minimum wird.

2. Die verschiedenen Realisierungsmethoden

2.1. *Das System mit belegungsabhängigem Zugriff je Prioritätsklasse nach Faulhaber und Dunkl*

Eine Möglichkeit, die vorgeschriebenen Verlustwahrscheinlichkeiten δ_r bei gegebenen Angeboten A_r mit einem Minimum an Schaltgliedern zu erreichen, bietet ein System mit belegungsabhängigem Zugriff je Prioritätsklasse. Hierüber wurde erstmals von G. F. Faulhaber und Ph. Dunkl unter der Bezeichnung „Priority Reservation System“ veröffentlicht [3]. Es war bislang als einziges Verlustsystem mit Prioritäten bekannt.

Gegeben ist eine Koppelanordnung mit n Abnehmerschaltgliedern, kurz Leitungen genannt. Die Verkehrsangebote $A_1, A_2, \ldots, A_R$ der R Prioritätsklassen suchen diese n Leitungen ab.

Klasse 1 sei die höchste, Klasse R die niedrigste Prioritätsklasse.

Der belegungsabhängige Zugriff wird dadurch erreicht, daß man jeder Klasse eine Leitungszahl n_r zuordnet, derart, daß ein Ruf dieser Klasse nicht mehr abgefertigt wird, wenn zum Zeitpunkt seines Eintreffens die Anzahl x der belegten Leitungen $x \geqq n_r$ ist. Dabei gilt:

$$n_{r-1} \geqq n_r \geqq n_{r+1}$$

und sinnvollerweise

$$n_1 = n\,.$$

Gesucht ist nun einerseits B_r bei vorgegebenen A_r und n_r sowie andererseits die Leitungszahlen n_r bei vorgegebenen A_r und δ_r.

2.1.1. Die Verlustberechnung bei vorgegebener Struktur und vorgegebenen Angeboten A_r

Zunächst sollen die Verluste B_r bestimmt werden, wenn die Angebote A_r und die Leitungszahlen n_r gegeben sind.

Führt man die Abkürzung

$$A_{\leqq r} = \sum_{i=1}^{r} A_i \tag{1}$$

ein, so läßt sich für

$n_r < x \leqq n_{r-1}$ und $r = 2, 3, \ldots, R+1$ mit $n_{R+1} = 0$

folgende Differenzengleichung für p_x angeben:

$$A_{\leqq r-1}\, p_{x-1} = x \cdot p_x\,. \tag{2}$$

Gl. (2) entspricht im wesentlichen der Reduktionsformel der Erlangverteilung. Zu beachten ist aber jetzt, daß das Angebot $A_{\leqq r}$ eine Funktion von x ist.

Als Lösung von Gl. (2) findet man

$$p_x = \prod_{i=r}^{R} A_{\leqq i}^{n_i - n_{i+1}} \cdot \frac{A_{\leqq r-1}^{x-n_r}}{x!} \cdot p_0\,. \tag{3}$$

Die Zustandswahrscheinlichkeit p_0 wird dabei aus der Normierungsbedingung

$$\sum_{x=0}^{n} p_x = 1 \tag{4}$$

gewonnen.

Damit sind auch die gesuchten Verlustwahrscheinlichkeiten bekannt:

$$B_r = B_r(n_1, n_2, \ldots, n_R;\, A_1, A_2, \ldots, A_R) = \sum_{x=n_r}^{n} p_x\,. \tag{5}$$

Die Verlustwahrscheinlichkeiten B_r hängen damit von allen Angeboten A_r und von allen Leitungszahlen n_r ab.

2.1.2. Die Bestimmung der Leitungszahlen n_r bei vorgeschriebenen Verlustwahrscheinlichkeiten δ_r und Angeboten A_r

In [3] wird ein Algorithmus angegeben, der es gestattet, bei vorgegebenen Angeboten A_r und vorgegebenen Verlustwahrscheinlichkeiten δ_r die Leitungszahlen so zu bestimmen, daß $B_r \leqq \delta_r$ und gleichzeitig die Gesamtzahl der Leitungen ein Minimum wird.

Man beginnt stets mit $n_r = 0$ und erhöht dann die Leitungszahlen schrittweise, bis alle Verlustwahrscheinlichkeiten kleiner oder gleich den vorgeschriebenen Werten sind. Die Leitungszahlen durchlaufen dabei je eine Folge:

$$\overset{0}{n}_r,\ \overset{1}{n}_r,\ \overset{2}{n}_r,\ \ldots,\ \overset{j}{n}_r\ \ldots\,,$$

wobei j die Zählvariable des Algorithmus darstellt.

Dieser Algorithmus läßt sich dann folgendermaßen beschreiben:

$$\begin{aligned}
&\overset{0}{n}_r = 0\,,\\
&\overset{j+1}{n}_r = \overset{j}{n}_r\,, &&\text{wenn } B_r\big(\overset{j}{n}_1, \ldots, \overset{j}{n}_R\big) \leqq \delta_r\,,\\
&\overset{j+1}{n}_r = \overset{j}{n}_r + 1\,, &&\text{wenn } B_r\big(\overset{j}{n}_1, \ldots, \overset{j}{n}_R\big) > \delta_r\,.
\end{aligned}$$

Die hinsichtlich der Leitungszahl n optimale Lösung liegt vor, wenn im j-ten Schritt keine Leitungszahl n_r mehr geändert wurde. Die Leitungszahlen $\overset{j}{n}_r$ stellen dann das gesuchte Ergebnis dar.

Der Beweis, daß die so berechnete Gesamtleitungszahl $n = n_1$ ein Minimum darstellt, wird ebenfalls in [3] erbracht. Gleichzeitig stellen aber auch die Leitungszahlen n_r ($r = 2, 3, \ldots, R$) jeweils ein Minimum dar.

In den folgenden Abschnitten sollen nun weitere Verfahren zur Realisierung von Prioritäten in Verlustsystemen ohne Unterbrechung bestehender Belegungen entwickelt werden.

2.2. *Überlaufanordnungen zur Verwirklichung von Prioritäten in Verlustsystemen (ÜPE I und ÜPE II)*

2.2.1. Die Verlustberechnung bei vorgegebener Struktur und vorgegebenen Angeboten A_r

Um Verlustsysteme mit Prioritäten ohne Unterbrechung zu verwirklichen, ist auch eine Anordnung von hintereinandergeschalteten Leitungsbündeln denkbar. In *Bild 1* sind zwei mögliche Anordnungen für $R = 3$ Prioritätsklassen dargestellt, welche im weiteren mit Überlaufanordnung mit prioritätenabhängiger Erreichbarkeit (ÜPE I und ÜPE II) bezeichnet werden.

Der Absuchvorgang soll von einer Ruhelage aus, stets mit dem ersten erreichbaren Teilbündel beginnend, erfolgen. Dabei nimmt bei beiden Anordnungen die Zahl der absuchbaren Teilbündel mit der Dringlichkeit der Prioritätsklasse zu.

Beide Verfahren zeichnen sich durch ihre Einfachheit aus, da sie keinerlei speziellen Steuerungsaufwand benötigen und könnten daher für die Praxis Bedeutung erlangen.

Die Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeiten B_r je Prioritätsklasse r bei vorgegebenen Strukturen, d. h. vorgegebenen Leitungszahlen der Bündel und vorgegebenen Angeboten ist im allgemeinen nicht geschlossen durchführbar (Lösung einer R-dimensionalen, partiellen Differenzengleichung mit nicht konstanten Koeffizienten).

Diese Berechnung kann aber im allgemeinen Fall mit Hilfe von Digitalrechnern direkt aus den Zustandsgleichungen erfolgen, d. h. es muß ein durch Anwendung des statistischen Gleichgewichts sich ergebendes lineares Gleichungssystem mit

$$m = (n_1 + 1)(n_2 + 1)\,\ldots\,(n_R + 1)$$

unbekannten Zustandswahrscheinlichkeiten

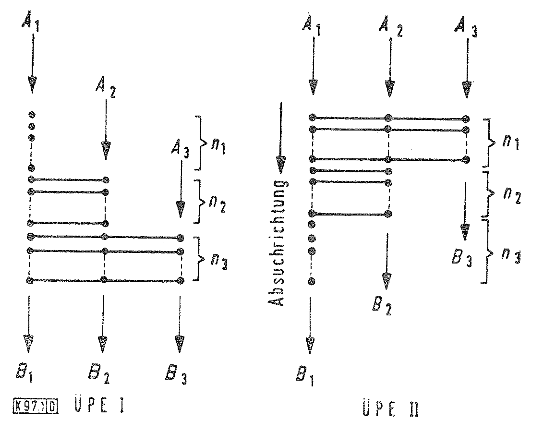


Bild 1.
Zwei mögliche Überlaufanordnungen zur Verwirklichung von Prioritäten in Verlustsystemen.

$$p_{x1,\, x2,\, \ldots,\, xR}$$

gelöst werden. Hierbei können vorteilhaft Iterationsverfahren angewendet werden, wenn die Zahl der Unbekannten sehr groß wird [6].

In [1] wird gezeigt, wie man für beide Anordnungen die i-te Zeile des Gleichungssystems allgemein für R Prioritätsklassen bestimmt, so daß eine Auflösung des Gleichungssystems für die Zustandswahrscheinlichkeiten leicht möglich ist.

Sind die Zustandswahrscheinlichkeiten berechnet, so ergeben sich die gesuchten Verlustwahrscheinlichkeiten auf folgende Weise:

ÜPE I:

$$B_r = \sum_{x_1=0}^{n_1} \sum_{x_2=0}^{n_2} \cdots \sum_{x_{r-1}=0}^{n_{r-1}} p_{x_1,\, x_2,\, \ldots,\, x_{r-1},\, n_r,\, n_{r+1},\, \ldots,\, n_R}; \qquad (6)$$

ÜPE II:

$$B_r = \sum_{x_{R+2-r}=0}^{n_{R+2-r}} \sum_{x_{R+3-r}=0}^{n_{R+3-r}} \cdots \sum_{x_R=0}^{n_R} p_{n_1,\, n_2,\, \ldots,\, n_{R+1-r},\, x_{R+2-r},\, \ldots,\, x_R}. \qquad (7)$$

2.2.2. Die Bestimmung der Leitungszahlen n_r bei vorgeschriebenen Verlustwahrscheinlichkeiten δ_r und Angeboten A_r

ÜPE I:

Die Berechnung der Leitungszahlen n_r kann bei diesem System – abgesehen von äußerst komplizierten Iterationsrechnungen (Probierverfahren) – nicht eindeutig ausgeführt werden. Die Angabe einer optimalen Lösung ist daher praktisch nicht möglich, d. h. es läßt sich nicht ohne weiteres die minimale Gesamtleitungszahl bei gleichzeitig minimalem Koppelpunktbedarf bestimmen.

Es hat sich aber gezeigt, daß ÜPE I ohnehin für die Praxis weniger geeignet ist: Die Berechnung mehrerer Anordnungen ÜPE I und II (Abschnitt 3) ergab, daß sich stets bei gleichen Angeboten und gleicher Gesamtleitungszahl eine ÜPE II angeben läßt, deren Gesamtverlust

$$B_{\text{ges}} = (A_1\, B_1 + \ldots + A_R\, B_R)/(A_1 + \ldots + A_R) \quad (8)$$

kleiner ist als bei ÜPE I und dabei gleichzeitig die Forderung $B_r \leqq \delta_r$ einhält.

ÜPE II:

Hier ist eine optimale Dimensionierung des Systems ohne Schwierigkeiten möglich, d. h. man kann die minimale Gesamtleitungszahl bei gleichzeitig minimalem Koppelpunktbedarf bestimmen.

Man bestimmt zunächst die Leitungszahl n_1 derart, daß die Summe aller Angebote einen Verlust $B_R \leqq \delta_R$ bei minimaler Leitungszahl n_1 erzeugt. Da bei diesem Bündel der angebotene Verkehr noch kein Überlaufverkehr ist, kann n_1 iterativ aus der Erlangformel berechnet werden.

Danach wird die Leitungszahl n_2 bestimmt. Dabei geht man von $n_2 = 0$ aus und erhöht n_2 so lange um eine Leitung, bis $B_{R-1} \leqq \delta_{R-1}$ wird. Dabei nimmt n_2 automatisch den minimalen Wert an. Das Anfügen dieses Bündels hat keinen Einfluß auf den vorher berechneten Verlust B_R. Allgemein sind alle bereits berechneten Verluste B_r unabhängig von der Leitungszahl n_q $(q > r)$ der folgenden Bündel.

Die Leitungszahl n_r wird also bestimmt, indem man, von $n_r = 0$ ausgehend, diese so oft um eine weitere Leitung erhöht, bis $B_{R+1-r} \leqq \delta_{R+1-r}$ wird.

Dieses Verfahren liefert für jedes n_r eindeutig den notwendigen Minimalwert und daraus folgt, daß auch die Gesamtleitungszahl ein Minimum wird.

Zur Vereinfachung der Berechnung der n_r kann die Tatsache ausgenutzt werden, daß ein überlaufender Verkehr im nachfolgenden Leitungsbündel eine größere Verlustwahrscheinlichkeit zur Folge hat als ein Zufallsverkehr gleichen Mittelwertes. Das bedeutet aber, daß die Leitungszahl dieses „Überlaufbündels" größer sein muß als bei angebotenem Zufallsverkehr, wenn jeweils der gleiche Verlust vorgeschrieben ist.

Daher wird man bei der Berechnung der n_r nicht von $n_r = 0$ ausgehen, sondern die Leitungszahl n_r^* zunächst iterativ aus der Erlangformel bestimmen, wobei alle angebotenen Überlaufverkehre der Klassen 1 bis $R - r + 1$ als Zufallsverkehre aufgefaßt werden. Dann erst wird man n_r berechnen, indem man – ausgehend von n_r^* – jeweils prüft, ob $B_r \leqq \delta_r$ ist und falls nicht, in der üblichen Weise so oft eine Leitung zufügt, bis diese Forderung erfüllt ist.

2.3. *Ein System mit prioritätsabhängiger Zahl von Suchschritten für Wählereinrichtungen ohne feste Ruhestellung*

Gegeben sei ein Leitungsbündel mit n Leitungen. Jede Prioritätsklasse sucht die Leitungen dieses Bündels zufällig ab, d. h. von keiner festen Ruhelage aus. Die zulässige Anzahl von Suchschritten soll dabei aber von der Prioritätsklasse abhängen. Es soll gelten:

$$k_{r-1} \geqq k_r \geqq k_{r+1} \quad \text{mit} \quad r = 2, 3, \ldots R; \quad k_{R+1} = 0\,.$$

Die Berechnung der interessierenden Verlustwahrscheinlichkeiten ist bei diesem System einfach durchzuführen.

Die Wahrscheinlichkeit, daß bei k_r aufeinanderfolgenden Suchschritten, welche im Zustand „x Leitungen belegt" ausgeführt werden, keine freie Leitung wird, ist

$$p_r = \frac{x}{n} \cdot \frac{x-1}{n-1} \cdot \frac{x-2}{n-2} \cdots \frac{x-k_r+1}{n-k_r+1} = \frac{\binom{x}{k_r}}{\binom{n}{k_r}} = \sigma_{r,\,x}\,. \qquad (9)$$

Mit der Abkürzung

$$a_x = \sum_{r=1}^{R} A_r [1 - \sigma_{r,x}] \tag{10}$$

ergibt sich die folgende Rekursionsformel für die Zustandswahrscheinlichkeiten p_x

$$a_x \cdot p_x = (x+1) \cdot p_{x+1} \, . \tag{11}$$

Die Lösung von Gl. (11) läßt sich aber unmittelbar angeben:

$$p_x = p_0 \prod_{i=0}^{x-1} a_i \cdot \frac{1}{x!} \, . \tag{12}$$

Aus der Normierungsbedingung

$$\sum_{x=0}^{n} p_x = 1$$

folgt nun

$$p_0 = \frac{1}{\sum\limits_{j=0}^{n} \frac{1}{j!} \prod\limits_{i=0}^{j-1} a_i} \, . \tag{13}$$

Die Gln. (9), (10), (12) und (13) gestatten, die gesuchten Verlustwahrscheinlichkeiten B_r anzugeben.

$$B_r = \sum_{x=k_r}^{n} p_x \cdot \sigma_{r,x} \, . \tag{14}$$

Die Aufgabe, bei gegebenen Angeboten A_r und vorgeschriebenen Verlusten δ_r die Gesamtleitungszahl n und die Erreichbarkeiten k_r zu bestimmen, ist auf einfache Weise nicht möglich. Es hat sich aber durch numerischen Vergleich dieses Systems mit den bisher betrachteten Systemen gezeigt, daß letztere stets einen geringeren Gesamtverlust bei gleicher Gesamtleitungszahl n und gleichzeitig eingehaltenen Forderungen $B_r \leqq \delta_r$ aufweisen, so daß dieses System praktisch ohne große Bedeutung ist.

2.4. *Die Bündelteilung nach Prioritätsklassen*

Wird einem vollkommen erreichbaren Bündel mit n Leitungen ein Verkehrswert A angeboten, so ist die Zahl der Verlustrufe stets kleiner als wenn dieses Angebot in zwei oder mehrere Anteile aufgeteilt würde und diese jeweils für sich n_r Leitungen absuchen, wobei die Summe aller n_r gleich n ist. Trotzdem kann unter gewissen Umständen, wenn $A_r \ll A_q$ und $\delta_r \ll \delta_q$ für $r < q$ gilt, eine Bündelaufteilung nach Prioritätsklassen zu Leitungsersparnissen gegenüber einem System ohne Prioritäten führen, bei welchem die einheitliche Verlustwahrscheinlichkeit δ_1 zugrundegelegt werden muß.

Die Berechnung der Teilbündel ist äußerst einfach, da

$$B_r = E_{n_r}(A_r)$$

ist und zur Berechnung der n_r vorhandene Tafelwerke verwendet werden können.

Wie jedoch Bild 6 und die *Tabelle 1* zeigen, ist, verglichen mit den bereits behandelten Verfahren, die Bündelteilung am unwirtschaftlichsten, solange ausschließlich die Gesamtzahl n der Abnehmerleitungen als Vergleichskriterium maßgeblich ist. Wie aber in Abschnitt 3 gezeigt wird, kann bei speziellen Koppelanordnungen die Bündelteilung zweckmäßig sein, wenn die Zahl der Koppelpunkte für die Auswahl eines wirtschaftlich optimalen Systems ausschlaggebend ist.

Tabelle 1. Vergleich der Systeme mit nichtunterbrechenden Prioritäten. $A_1 = 4$, $A_2 = 20$, $n_1 + n_2 = 30$.

System	δ_1 %	B_1 %	B_2 %	B_{ges} %	n_1 k_1	n_2 k_2	Ko.Pkte. Kl. 1	Ko.Pkte. Kl. 2
Belegungsabhängiger Zugriff	0,1	0,02	9,57	7,98	30	27	30	27
	0,2	0,12	7,63	6,37	30	28	30	28
	0,5	0,12	7,63	6,37	30	28	30	28
	1,0	0,69	5,88	5,02	30	29	30	29
ÜPE I	0,1	0,10	15,94	13,30	10	20	30	20
	0,2	0,10	15,94	13,30	10	20	30	20
	0,5	0,43	10,94	9,19	8	22	30	22
	1,0	0,75	9,01	7,63	7	23	30	23
ÜPE II	0,1	0,05	12,33	10,28	25	5	30	25
	0,2	0,13	10,22	8,54	26	4	30	26
	0,5	0,33	8,33	6,99	27	3	30	27
	1,0	0,81	6,67	5,69	28	2	30	28
Prior.-abhängige Zahl der Suchschr.	0,1	0,08	17,12	14,28	30	5	30	30
	0,2	0,15	14,57	12,18	30	6	30	30
	0,5	0,38	11,16	9,36	30	8	30	30
	1,0	0,89	8,28	7,06	30	11	30	30
Bündelteilung	0,1	0,06	22,12	18,44	12	18	12	18
	0,2	0,19	18,89	15,77	11	19	11	19
	0,5	0,19	18,89	15,77	11	19	11	19
	1,0	0,53	15,89	13,33	10	20	10	20
ohne Prioritäten	0,1	0,07	0,07	0,07	40	40	40	40
	0,2	0,12	0,12	0,12	39	39	39	39
	0,5	0,49	0,49	0,49	36	36	36	36
	1,0	0,75	0,75	0,75	35	35	35	35

3. Vergleichende Betrachtung der Systeme mit Prioritäten ohne Unterbrechung bestehender Belegungen

Für die Einführung von nichtunterbrechenden Prioritäten im Fernsprechverkehr stehen nun die in den Abschnitten 2.1 bis 2.4 geschilderten fünf verschiedenen Systeme zur Verfügung. Für die Auswahl dieser Systeme sind drei Kriterien maßgebend: Der durch die Einführung von Prioritäten bedingte, zusätzliche Aufwand an Steuerung der Koppelanordnung, die bei vorgegebenen Angeboten und vorgeschriebenen Verlusten benötigte Gesamtleitungszahl und der Bedarf an Koppelpunkten.

Die Überlaufanordnungen ÜPE I und II sowie die Bündelteilung zeichnen sich dadurch aus, daß sie keinerlei zusätzlichen Aufwand an Steuerung benötigen. Die Prioritätsklasse liegt dabei aber für jede Zubringerleitung fest.

Das System mit belegungsabhängigem Zugriff und das System mit prioritätenabhängiger Zahl der Suchschritte benötigen eine zusätzliche Steuerung. Bei ersterem System muß darüber hinaus stets der momentane Belegungszustand ausgewertet werden, da es von diesem abhängt, ob ein Ruf abgewiesen wird. Die Prioritätsklasse kann der Steuerung für jeden Ruf übermittelt werden und muß bei beiden

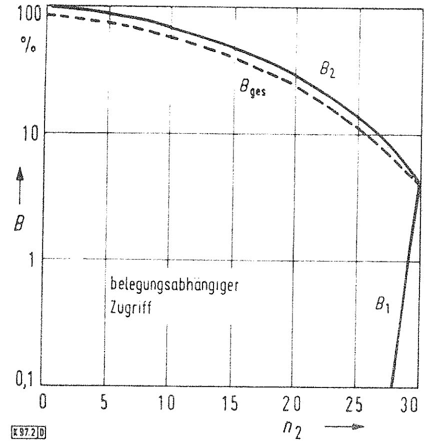


Bild 2. Die Verlustwahrscheinlichkeiten B_1 und B_2 bei belegungsabhängigem Zugriff in Abhängigkeit von der Leitungszahl n_2 mit $n_1+n_2=30$, $A_1=4$, $A_2=20$.

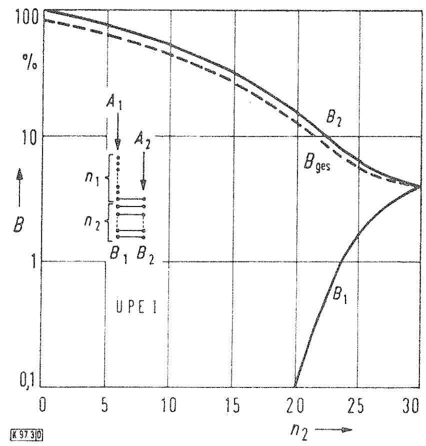


Bild 3. Die Verlustwahrscheinlichkeiten B_1 und B_2 bei ÜPE I in Abhängigkeit von der Leitungszahl n_2 mit $n_1+n_2=30$, $A_1=4$, $A_2=20$.

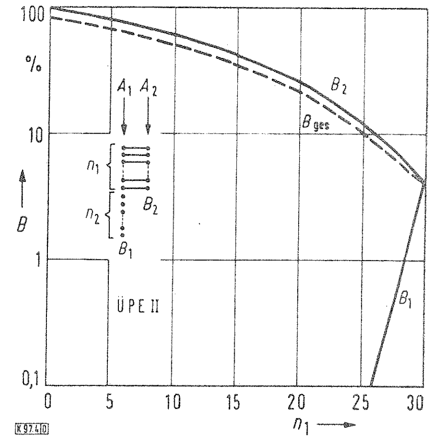


Bild 4. Die Verlustwahrscheinlichkeiten B_1 und B_2 bei ÜPE II in Abhängigkeit von der Leitungszahl n_1 mit $n_1+n_2=30$, $A_1=4$, $A_2=20$.

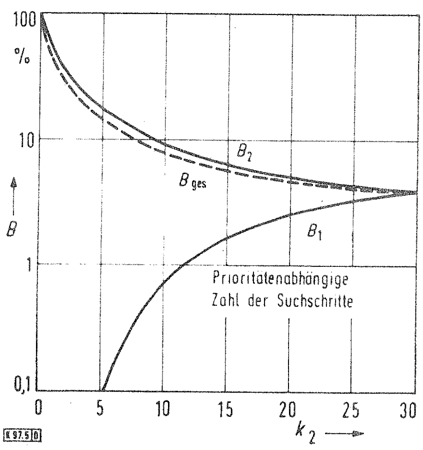
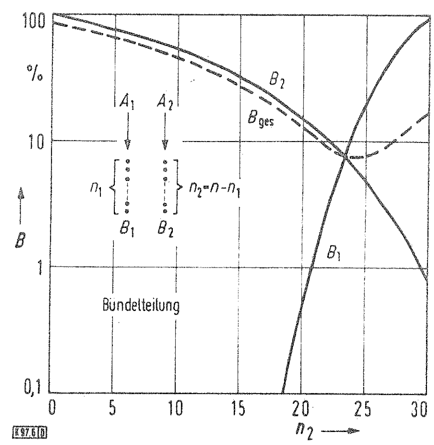


Bild 5.
Die Verlustwahrscheinlichkeiten B_1 und B_2 beim System mit prioritätenabhängiger Zahl der Suchschritte in Abhängigkeit von der Erreichbarkeit k_2 mit $n_1+n_2=30$, $A_1=4$, $A_2=20$.

Bild 6.
Die Verlustwahrscheinlichkeiten B_1 und B_2 bei der Bündelteilung in Abhängigkeit von der Leitungszahl n_2 mit $n_1+n_2=30$, $A_1=4$, $A_2=20$.



Systemen nicht der betreffenden Zubringerleitung zugeordnet werden.

Sind die Leitungskosten im Verhältnis zu den Kosten der Koppelanordnung klein, z. B. dann, wenn es sich um interne Bündel innerhalb einer Vermittlungsstelle handelt, sind Systeme ohne zusätzliche Steuerung und mit wenig Koppelpunkten zu wählen. Im Fernverkehr, wo die Kosten der Leitungsbündel ausschlaggebend sind, ist in jedem Fall dasjenige System zu bevorzugen, welches die geringste Anzahl an Leitungen benötigt.

Es gilt daher zu untersuchen, welches der oben angeführten Systeme bei vorgegebenen Angeboten und vorgeschriebenen Verlusten die niedrigste Anzahl von Abnehmerleitungen bzw. die geringste Anzahl von Koppelpunkten benötigt. Wenn die Zahl der Abnehmerleitungen gleich sein sollte, kann darüber hinaus der sich ergebende Gesamtverlust B_{ges} nach Gl. (8) als zusätzliches Kriterium für die Auswahl eines Systems herangezogen werden.

Da geschlossene Lösungen nicht für alle Systeme vorliegen und auch die vorliegenden, geschlossenen Lösungen nicht nach der Leitungszahl n auflösbar sind, wird diese Untersuchung anhand der numerischen Auswertung einiger charakteristischer Beispiele durchgeführt, von denen eines hier herausgegriffen wird und eingehend diskutiert werden soll.

Bestimmt man die Gesamtleitungszahl n als Funktion von A_1, A_2, ... δ_1, δ_2, ... und wählt man n als Vergleichskriterium für die Güte eines Systems, so treten zwei Probleme auf: Erstens ist die Berechnung von n für ÜPE I und das System mit prioritätenabhängiger Zahl der Suchschritte nur auf komplizierte Weise möglich und zweitens muß ein System, das für bestimmte Werte der Verkehrsparameter A_1, A_2, ..., δ_1, δ_2, ... mehr Leitungen als ein anderes System benötigt, nicht unbedingt für andere Werte dieser Parameter ungünstiger sein als letzteres. Der Grund liegt darin, daß ein System bei welchem sich alle Verluste $B_r \approx \delta_r$ realisieren lassen, oft weniger Leitungen benötigt bzw. bei gleicher Leitungszahl einen geringeren Gesamtverlust besitzt als ein anderes System, bei welchem sich die meisten Verluste nur mit Werten $B_r \ll \delta_r$ realisieren lassen.

Der Vergleich der Systeme wurde nun auf folgende Weise durchgeführt:

In den *Bildern 2 bis 6* sind für alle fünf Systeme bei vorgegebener einheitlicher Leitungszahl $n=30$ die Verluste B_1, B_2, B_{ges} für zwei Prioritätsklassen bei jeweils vorgegebenen Angeboten aufgetragen. Auf der Abszisse ist bei der ÜPE I die Leitungszahl $n_2=n-n_1$ aufgetragen; bei anderen Systemen eine jeweils entsprechende Größe.

Man kann nun verschiedene Werte δ_1 vorschreiben und jeweils B_1, B_2 und B_{ges} bestimmen. Der Wert für B_2 oder B_{ges} stellt dann ein Vergleichskriterium dar.

In Tabelle 1 sind die berechneten Strukturparameter und die sich ergebenden Verluste für $A_1=4$, $A_2=20$, $n=30$ eingetragen.

Es zeigt sich dabei, daß in jedem Fall das System mit belegungsabhängigem Zugriff den kleinsten Gesamtverlust B_{ges} zu realisieren gestattet. Dieser Vorteil muß aber durch einen beachtlichen Aufwand an Steuerung erkauft werden. ÜPE II besitzt zwar stets geringfügig höhere Gesamtverluste, sie zeichnet sich aber aus durch eine geringere Anzahl von Koppelpunkten je Zubringerleitung für Klasse 2 und durch die Tatsache, daß sie keinerlei zusätzlichen Aufwand für die Steuerung der Koppelanordnung benötigt.

Daher sind diese beiden Systeme am geeignetesten für die Einführung von nichtunterbrechenden Prioritäten in Verlustsystemen, wenn auf eine minimale Anzahl von Abnehmerleitungen Wert gelegt wird.

Ist die Zahl der benötigten Koppelpunkte maßgebend, so kann aber auch die Bündelteilung nach Prioritätsklassen sinnvoll sein, wie an folgendem Beispiel gezeigt werden soll:

An eine Konzentratorstufe (*Bild 7*) mit anschließender Richtungswahlstufe wird ein Verkehr angeboten, welcher sich in zwei Klassen aufteilt. Klasse 1 soll für ein Angebot $A_1=3$ einen Verlust $\delta_1=0{,}1\,\%$, Klasse 2 soll für ein Angebot $A_2=15$ einen Verlust $\delta_2=3{,}6\,\%$ nicht überschreiten. Die Zahl der Zubringerleitungen sei $q_1=60$, $q_2=240$.

Die anschließenden Richtungswahlstufen haben 10 Richtungen mit je 10 Koppelpunkten pro Richtung, also $k_{ges}=100$.

In *Tabelle 2* sind für das System mit prioritätenabhängigem Zugriff (1), für die ÜPE I (2) und II (3) sowie für die Bündelteilung (4) die berechneten Leitungszahlen, die Verluste und der Koppelpunktbedarf für die Konzentratorstufe angegeben.

Die Leitungszahl nach der Konzentratorstufe und damit die Zahl der notwendigen Gruppenwahlstufen hängt von dem verwendeten System ab. In der Spalte „Koppelpunktbedarf" ist daher noch derjenige Mehrbedarf an Koppelpunkten berücksichtigt, der, verglichen mit dem System mit belegungsabhängigem Zugriff, durch zusätzliche Gruppenwahlstufen verursacht wird.

In der Zeile (5) sind zum Vergleich die Daten der Konzentratorstufe angegeben, wenn keine Prioritäten eingeführt werden.

4. Die näherungweise Berechnung der Systeme ÜPE I und ÜPE II nach dem Streuwertverfahren

Für die Überlaufanordnungen ÜPE I und II existieren gute Näherungsverfahren zur Berechnung der Verluste bei vorgegebenen Angeboten und vorgegebener Struktur der Koppelanordnung, deren Grundlage das aus dem Schrifttum bekannte Streuwertverfahren ist [7, 8]. Die Anwendung dieses Verfahrens ist besonders dann sinnvoll, wenn entweder die Teilbündel der Koppelanordnungen unvollkommen erreichbar sind oder die angebotenen Verkehre keine Zufallsverkehre sind [9, 10, 11].

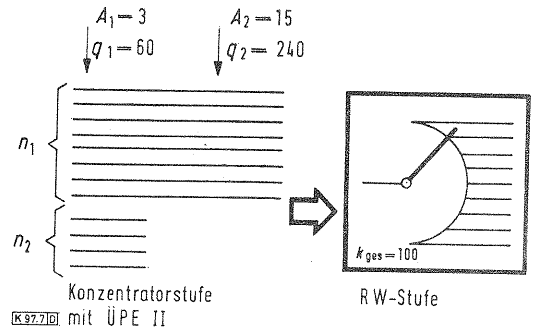


Bild 7.
Konzentratorstufe mit Prioritäten (Beispiel ÜPE II).

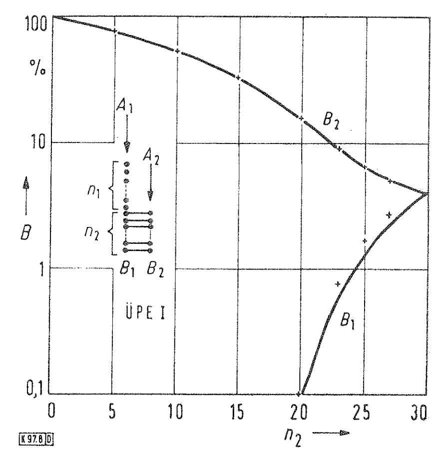


Bild 8.
Die Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeiten B_1 und B_2 bei ÜPE I nach dem Streuwertverfahren (ausgezogene Kurve) in Abhängigkeit von n_2 mit $n_1+n_2=30$, $A_1=4$, $A_2=20$. Die Funktionswerte der exakten Lösung (+) sind zum Vergleich ebenfalls eingetragen.

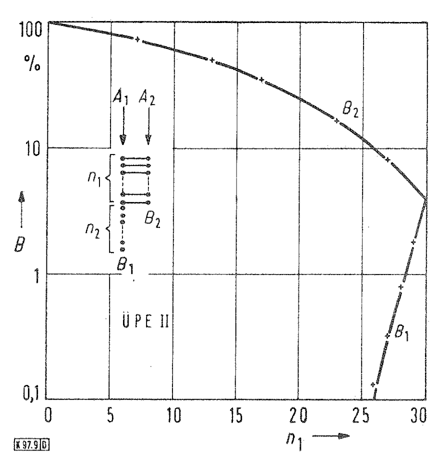


Bild 9.
Die Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeiten B_1 und B_2 bei ÜPE II nach dem Streuwertverfahren (ausgezogene Kurve) in Abhängigkeit von n_1 mit $n_1+n_2=30$, $A_1=4$, $A_2=20$. Die Funktionswerte der exakten Lösung (+) sind zum Vergleich ebenfalls eingetragen.

In den *Bildern 8 und 9* sind für die ÜPE I und II die nach dem Streuwertverfahren berechneten, zu den Bildern 3 und 4 analogen Kurven aufgezeichnet. Die exakten Werte (+) sind zum Vergleich ebenso eingetragen. Man sieht, daß das Streuwertverfahren insbesondere für die interessierende ÜPE II eine gute Näherung zur Berechnung der Verluste darstellt.

Tabelle 2. Beispiel für den Koppelpunktbedarf einer Konzentratorstufe für die verschiedenen Systeme mit nichtunterbrechenden Prioritäten.

	n_1	n_2	B_1 %	B_2 %	B_{ges} %	Koppelpunktbedarf
(1)	27	25	0,032	2,78	2,33	$27 \cdot 60 + 25 \cdot 240 = 7\,620$
(2)	7	21	0,100	3,25	2,73	$28 \cdot 60 + 21 \cdot 240 + 100 = 6\,820$
(3)	24	3	0,049	3,53	2,95	$27 \cdot 60 + 24 \cdot 240 = 7\,380$
(4)	10	21	0,081	3,15	2,63	$10 \cdot 60 + 21 \cdot 240 + 400 = 6\,040$
(5)	32	32	0,085	0,085	0,085	$32 \cdot 60 + 32 \cdot 240 + 500 = 10\,100$

Schrifttum

[1] *Katzschner, L.*: Verlustsysteme der Wählvermittlungstechnik mit Prioritäten. Dissertation, Universität Stuttgart, 1970.

[2] *Katzschner, L.*: Loss systems with displacing priorities. 6th Internat. Teletraffic Congr., München 1970, Prebook, S. 224/1 bis 224/8, und: Arch. Elektron. u. Übertr.-techn. 25 (1971), H. 9/10, S. 416 bis 422.

[3] *Faulhaber, G. R.; Dunkl, Ph.*: Design of systems with priority reservation. 5th Internat. Teletraffic Congr., New York 1967, Prebook, S. 219 bis 234.

[4] *Lotze, A.*: Verkehrstheoretische Fragen bei der Gestaltung internationaler Fernwählnetze. Nachrichtentechn. Z. 19 (1966) S. 633 bis 639.

[5] *Asgersen, C.*: A traffic routing strategy designed for overload protection downwards the hierarchy. 6th Internat. Teletraffic Congr., München 1970, Prebook, S. 144/1 bis 144/6.

[6] *Carlsson, S. G.; Elldin, A.*: Solving equations of state with digital computers. Ericsson Techn. 14 (1958) S. 221 bis 224.

[7] *Wilkinson, R. I.*: Theories for toll traffic engineering in the USA, Bell System techn. J. 35 (1956) S. 421 bis 515.

[8] *Bretschneider, G.*: Die Berechnung von Leitungsgruppen für überfließenden Verkehr in Fernsprechwählanlagen. Nachrichtentechn. Z. 9 (1956) S. 533 bis 540.

[9] *Lotze, A.*: A traffic variance method for gradings of arbitrary type. 4th Internat. Teletraffic Congr., London 1964, Doc. 80.

[10] *Herzog, U.; Lotze, A.*: Das RDA Verfahren, ein Streuwertverfahren für unvollkommene Bündel. Nachrichtentechn. Z. 19 (1966) S. 640 bis 646.

[11] *Lotze, A.*: Tafeln für Streuwert *D* und Überlaufverkehr *R* von einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit. Berechnung von Sekundärbündeln für angebotenen Überlaufverkehr. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, TH Stuttgart, 1965.

(Eingangsdatum: 20. Juli 1971)