

Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung

Universität Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

23. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten

Vielstufig konjugierte Wartesysteme
zur Verkehrskonzentration

von

Gerald Kampe

Institute of Switching and Data Technics

University of Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

23rd Report on Studies in Congestion Theory

Link Systems for Traffic Concentration
Operating in Delay or Combined Delay-Loss Mode
with Finite or Infinite Number of Sources

by

Gerald Kampe

C O N T E N T S

page

ABSTRACT	I
1. INTRODUCTION	I
2. LINK SYSTEM PARAMETERS	II
2.1 Link system structure	II
2.2 Link system operating mode	II
2.3 Arrival and service processes	II
2.4 Characteristic traffic parameters	III
3. APPROXIMATE CALCULATION OF LINK SYSTEMS WITH QUEUING	III
3.1 Survey	III
3.2 Congestion in link systems with traffic concentration and point-to-group selection	IV
3.3 Link system decomposition into subsystems	IV
3.4 Mapping of each subsystem on an equivalent single-stage system	VI
3.5 Grade-of-service calculation for each single-stage system	VII
3.6 Composing of link system results from single-stage results	VII
4. NUMERICAL EXAMPLES	IX
4.1 Example I : Link system with unlimited queuing	IX
4.2 Example II: Link system with limited queuing	XI
5. COMPARISON OF CALCULATED RESULTS TO SIMULATION RESULTS	XIII
5.1 Distribution of waiting times in link systems with unlimited queuing and PCT1	XIII
5.2 Three-stage link system with unlimited queuing and PCT2	XIII
5.3 Four-stage link system with limited queuing and PCT1	XIII
5.4 Two-stage link system with limited queuing and PCT2	XIII
6. CONCLUSION	XV
ANNEX I : Effective Accessibility	XVI
ANNEX II: Types of link wiring	XVI
REFERENCES	XVII

A B S T R A C T

Multi-stage connecting arrays with conjugated selection (link systems) are used, among others, in modern telephone exchanges for traffic concentration to central devices. An approximate grade-of-service calculation method is presented for such link systems, with an arbitrary number of stages and unlimited queuing (delay system) or limited queuing (combined delay-loss system). The calls of a finite or infinite number of sources are operated in point-to-group selection mode (one outgoing group only). Holding times are distributed negative exponentially. For delay systems the distribution of waiting times is derived. The calculated results are checked by simulation.

1. INTRODUCTION

In many switching exchanges the information flow to centralized control devices is switched via special link systems. The accessibility to the outlets of these link systems is full or limited. The same holds for link systems connecting and concentrating the traffic from subscriber lines to the inlets of traffic distribution link systems. These subscriber link systems are often operated as delay systems despite the fact that the approximate dimensioning is mostly done as if they were operated as loss systems. As to single-stage arrays, reliable methods have been developed for the calculation of the grade-of-service in case of systems without queuing (loss systems, /11/) or systems with queuing (delay systems, combined delay-loss systems, /6,7/). Formulae for link systems without queuing are also available (cf. /8,9/ reviewing the methods known until 1967, and /10,1,2/), but there is little known about link systems with queuing up to now /4,5/. The following chapters present an approximate calculation method for link systems with traffic concentration, limited or unlimited queuing and a single outgoing group. Calls are operated in the point-to-group selection mode.

In Chapter 2 a detailed description of the investigated link system structures is given. In Chapter 3 the basic ideas of the approximate calculation method are outlined. Chapter 4 shows numerical examples for the application of these formulae. In Chapter 5 a comparison of calculated results to simulation results is presented.

2. LINK SYSTEM PARAMETERS

2.1 Link system structure

Fig.1 shows the structural parameters of a traffic concentrating link system with queuing. The link system consists of $S \geq 2$ stages. In a considered stage No.j all g_j multiples have the same size: i_j inlets and k_j outlets each. In front of each first-stage multiple an unlimited (delay system) or limited (combined delay-loss system) number of waiting places s is provided. The n outlets of the last stage belong to one outgoing group. The outlets of a multiple are wired to the multiples of the succeeding stage in a sequential or cyclical way, cf. Annex II. As a rule, link systems are subdivided into modules denoted as link blocks, cf. Fig.1.

2.2 Link system operating mode

Whenever a call arrives at an inlet of a first-stage multiple (start-multiple), the link system control tries to find an idle path from this fixed start-multiple to an arbitrary idle outlet of the link system, using the point-to-group selection mode. The outlets of a multiple are hunted sequentially from home position.

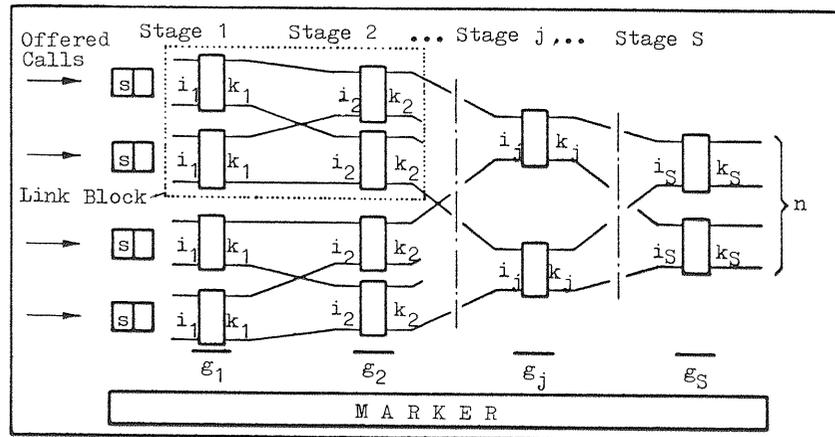


Fig.1: General structure of S-stage link system for traffic concentration with queuing.

If an arriving call cannot be served immediately, this blocked call occupies an idle waiting place in front of its start-multiple. In case of limited queuing (combined delay-loss system) a blocked call is lost if the available waiting places are fully occupied already.

Waiting calls are served according to the interqueue discipline RANDOM (selection of one out of the g_1 queues, cf. Fig.1), and within each queue according to the queue discipline FIFO. A waiting call occupies both a waiting place and an inlet of its start-multiple. During the service time, a call occupies a start-multiple inlet, corresponding links and one link system outlet, but no waiting place.

2.3 Arrival and service processes

Two types of arrival processes are considered:

- POISSON input: An infinite number of sources q generates the offered traffic A/g_1 (mean) at each of the g_1 first-stage multiples. The total call rate λ is constant and independent of the number of busy sources. The interarrival times are distributed negative exponentially.
- BERNOULLI input: A finite number of sources q generates the offered traffic at each of the g_1 first-stage multiples. Each idle source has a constant call rate α . The idle times of an individual source are distributed negative exponentially.

The independent sources start their calls at random. For all link systems studied in this report holds

$$q = i_1 \quad (1)$$

The service process is characterized by negative exponentially distributed holding times (mean h).

Two abbreviations are used to indicate the considered arrival and service process:

- PCT1 Pure chance traffic of type 1, in case of POISSON input,
- PCT2 Pure chance traffic of type 2, in case of BERNOULLI input,

both with a negative exponential distribution of holding times.

2.4 Characteristic traffic parameters

In link systems with queuing, the grade-of-service is characterized by the following values:

- A offered traffic (PCT1: $A = \lambda h$; PCT2: $A = \alpha(q \cdot g_1 - Y - \Omega) \cdot h$)
- Y carried traffic
- W probability of delay
- B probability of loss
- C probability of call congestion, with $C = W + B$ (2)
- Ω mean queue length
- w mean waiting time of offered calls
- t_w mean waiting time of waiting calls
- $W(>t)$ distribution of waiting times of offered calls

3. APPROXIMATE CALCULATION OF LINK SYSTEMS WITH QUEUING

3.1 Survey

In this Chapter 3 a new approximate calculation method for link systems with unlimited or limited queuing is presented. The basic idea (introduction of an effective accessibility k_{eff}) is well known from the successful application to link systems without queuing /1,2/. Regarding link systems with unlimited queuing, in an earlier work /5/ a formula for k_{eff} has been studied.

Now the CLIGS-A formula of k_{eff} /1,2/ is applied to link systems for traffic concentration and queuing, with

- arbitrary number of sources q (PCT1 or PCT2)
- arbitrary number of waiting places s (limited or unlimited queuing)

per first-stage multiple. Numerical examples are given in Chapter 4. The diagrams in Chapter 5 show calculation results compared to simulation results.

In Section 3.2 the fate of an arriving call is regarded. The calculation method assumes that call congestion occurs statistically independently in any of the link system stages. Therefore the calculation procedure can be carried out in the following steps, cf. Fig.2 :

STEP 1: Decomposition of the S-stage link system into a total of S different subsystems T_1, T_2, \dots, T_S , each representing that part of the whole link system, contributing to the call congestion in a certain considered stage.

STEP 2: Mapping of each subsystem T_1, T_2, \dots, T_S on a corresponding single-stage system M_1, M_2, \dots, M_S with an equivalent grade-of-service (introduction of the effective accessibility k_{eff}).

STEP 3: Separate grade-of-service calculation for each single-stage system. Well known calculation methods are applied.

STEP 4: Composing of the results for the link system as a whole from single-stage systems results, which have been evaluated in step 3. The corresponding formulae can be computed very easily.

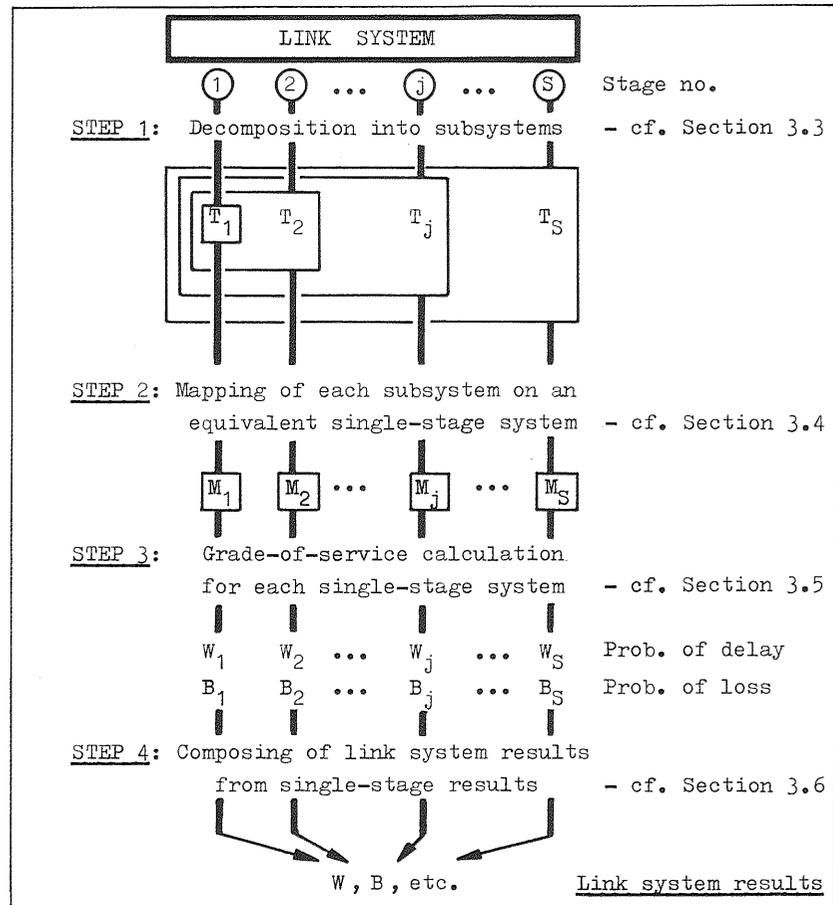


Fig.2: Steps of the approximate calculation method.

3.2 Congestion in link systems with traffic concentration and point-to-group selection

Fig.3 shows a 4-stage link system with 10 outlets. This simple example may help to explain the following considerations on call congestion in link systems with traffic concentration.

Upon its arrival at a first-stage multiple (start-multiple), a call is either served at once (cf. call C1 in Fig.3) or blocked (call congestion). The call congestion can be classified by that link system stage where a call is blocked:

- Call congestion in the first stage

All k_1 outlets of the call's start-multiple are busy.

EXAMPLE in Fig.3: Call C2.

Call congestion in the first stage may occur only, if

$$i_1 > k_1, \tag{3a}$$

i.e. if the first-stage multiples concentrate the traffic.

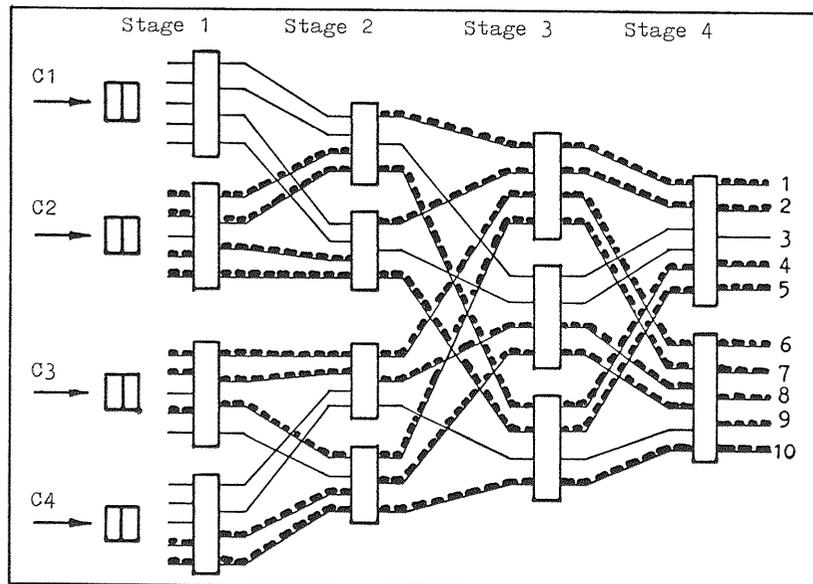


Fig.3 : Fate of arriving calls at a four-stage link system for traffic concentration.

— idle path ; - - - - - busy path
(Call C1 is served, calls C2,C3,C4 are blocked)

- Call congestion in intermediate stage No.j ($1 \leq j \leq S$)

There exists at least one idle path from the arriving call's start-multiple to at least one multiple of stage No.j, but the call cannot be established to an idle link wired from stage No.j to stage No. j+1 .

EXAMPLE in Fig.3: Call C3 .

Call congestion in an intermediate stage No.j may occur only, if

$$i_j > k_j, \tag{3b}$$

i.e. if the multiples in stage No.j concentrate the traffic. Thus in the considered link system (Fig.3) calls are never blocked in stage No.3 , as $i_3 = k_3 = 4$.

- Call congestion in the last stage

There exists at least one idle path from the arriving call's start-multiple to at least one multiple of the last stage, but the call cannot be established to an idle outlet of the link system.

EXAMPLE in Fig.3: Call C4 .

Call congestion in the last stage may occur only if $i_S > k_S$.

Call congestion is assumed to occur statistically independently in any of the link system stages. Therefore the calculation of the congestion probability is done separately with regard to each link system stage by means of a corresponding subsystem.

3.3 Link system decomposition into subsystems

The subsystems T_1, T_2, \dots, T_S are part of the original S-stage link system. To get the subsystem structure, a connection graph is drawn from a first-stage multiple (start-multiple) to the link system outlets. This graph contains those multiples, links and outlets of the link system, to which a call might have access, arriving at the considered start-multiple. As all link systems studied in this report have a symmetrical structure, the shape of the connection graph does not depend on the choice of the start-multiple.

In stage No.j the connection graph consists of

$$\begin{aligned} &\bar{g}_j \text{ multiples with a total of outlets} \\ &\bar{n}_j = \bar{g}_j \cdot k_j \end{aligned} \tag{4}$$

In the simple example of Fig.4 the connection graph is marked by heavy lines:

Stage 1: $\bar{g}_1 = 1$ (multiple 1a) $\bar{n}_1 = \bar{g}_1 \cdot k_1 = 1 \cdot 4 = 4$

Stage 2: $\bar{g}_2 = 2$ (mult.2a,2b) $\bar{n}_2 = \bar{g}_2 \cdot k_2 = 2 \cdot 3 = 6$

Stage 3: $\bar{g}_3 = 3$ (mult.3a,3b,3c) $\bar{n}_3 = \bar{g}_3 \cdot k_3 = 3 \cdot 4 = 12$

Stage 4: $\bar{g}_4 = 2$ (mult.4a,4b) $\bar{n}_4 = \bar{g}_4 \cdot k_4 = 2 \cdot 5 = 10$

By means of the connection graph the structures of the subsystems T_1, T_2, \dots, T_S are evaluated from the link system structure:

Subsystem T_1 has a single-stage structure and is identical to the start-multiple of the connection graph (multiple 1a in Fig.4).

Subsystems T_2, T_3, \dots, T_S have a multi-stage structure: Subsystem T_j ($2 \leq j \leq S$) consists of j stages with g_{v,T_j} multiples in stage No. v .

The last stage of subsystem T_j consists of the \bar{g}_j connection graph multiples in stage No. j :

$$g_{j,T_j} = \bar{g}_j \quad (5)$$

Thus subsystem T_j has a total of \bar{n}_j outlets, cf. Eq. (4).

The preceding stages $j-1, j-2, \dots, 1$ of subsystem T_j consist of those link system multiples, which carry traffic to the \bar{n}_j outlets of subsystem T_j .

By these rules the subsystems in Fig.4 are found:

Subsystem T_1 (single-stage structure)

(5): $g_{1,T_1} = \bar{g}_1 = 1$ (multiple 1a)

Subsystem T_2 (two-stage structure)

$g_{1,T_2} = 2$ (mult. 1a, 1b) (5): $g_{2,T_2} = \bar{g}_2 = 2$ (mult. 2a, 2b)

Subsystem T_3 (three-stage structure)

$g_{1,T_3} = 4$ (mult. 1a, 1b, 1c, 1d) $g_{2,T_3} = 4$ (mult. 2a, 2b, 2c, 2d)

(5): $g_{3,T_3} = \bar{g}_3 = 3$ (mult. 3a, 3b, 3c)

Subsystem T_4 (four-stage structure)

$g_{1,T_4} = 4$ (mult. 1a, 1b, 1c, 1d) $g_{2,T_4} = 4$ (mult. 2a, 2b, 2c, 2d)

$g_{3,T_4} = 3$ (mult. 3a, 3b, 3c) (5): $g_{4,T_4} = \bar{g}_4 = 2$ (mult. 4a, 4b)

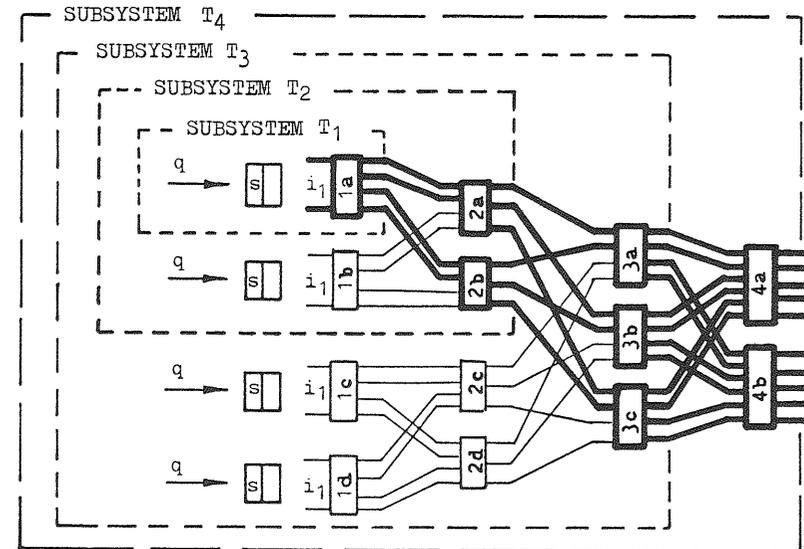


Fig.4: Example of STEP 1 (Decomposition into subsystems).

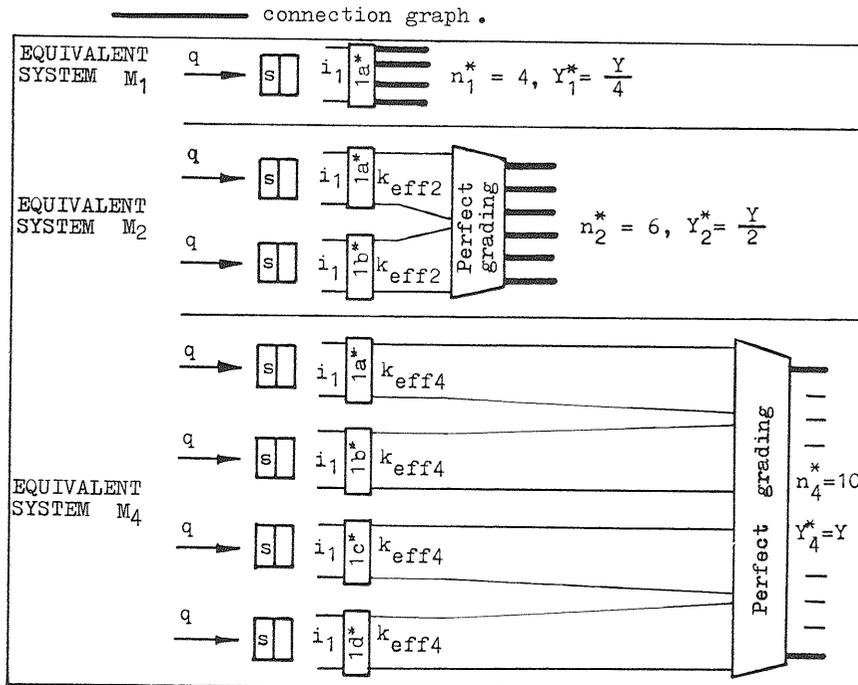


Fig.5: Example of STEP 2 (Mapping of each subsystem on an equivalent single-stage system).

The carried traffic Y_{T_j} , which flows through the subsystem T_j , is calculated as a part of the total carried traffic Y , flowing through the link system:

$$Y_{T_j} = \frac{\xi_{j,T_j}}{g_j} \cdot Y \quad (6)$$

In Eq.(6) a balanced traffic distribution is assumed among the multiples in each link system stage.

The call congestion C_j in subsystem T_j is evaluated as a function of the carried traffic Y_j and the structure of T_j . To facilitate this calculation, in a first step the multi-stage subsystems T_2, T_3, \dots, T_S are mapped into corresponding equivalent single-stage systems M_2, M_3, \dots, M_S . As subsystem T_1 already has a single-stage structure (one multiple only), it needs not to be mapped. Therefore the single-stage system M_1 is identical to subsystem T_1 .

REMARK: If in a certain link system stage No. j ($j=1,2,\dots,S$) the multiples do not concentrate the traffic, no call congestion can occur in that stage, cf. Eq. (3a,b):

$$C_j = 0, \quad i_j \leq k_j \quad (7)$$

In this case the corresponding equivalent single-stage system M_j is out of interest.

3.4 Mapping of each subsystem on an equivalent single-stage system

The equivalence of the single-stage system M_j with respect to the corresponding mapped subsystem T_j is such that both are characterized approximately by the same value for congestion probability at a prescribed carried traffic on their outlets. This equivalence is valid, if the following mapping rules are observed:

- The equivalent single-stage system M_j and the corresponding subsystem T_j have the same number of outlets :

$$n_j^* = \bar{n}_j \quad (8)$$

- These n_j^* outlets of single-stage system M_j carry the same amount of traffic as in subsystem T_j :

$$Y_j^* = Y_{T_j} \quad (9)$$

- The equivalent single-stage system M_j consists of g_j^* multiples which equals the number of multiples in the first stage of the corresponding subsystem T_j :

$$\xi_j^* = \xi_{1,T_j} \quad (10)$$

- Each of these g_j^* multiples has k_{effj} outlets. The effective accessibility k_{effj} is derived from structure and carried traffic of subsystem T_j acc. to the method CLIGS-A as explained in /1,2/ (formulae given in Annex I of this report).

- The outlets of the g_j^* multiples are assumed to be graded by a high-efficiency grading ("Perfect grading") to the n_j^* outlets of system M_j .

If these rules are applied to the four-stage link system in Fig.4, then g_j^* , n_j^* and Y_j^* get the values given in Fig.6. The corresponding single-stage systems are also shown in Fig.5. Single-stage system M_3 is out of interest, as $i_3 = k_3$, cf. Eq. (7).

Single-stage system	Number of multiples	Number of outlets	Carried traffic
M_1	$g_1^* = g_{1,T_1} = 1$ (multiple 1a*)	$n_1^* = \bar{n}_1 = 4 (=k_1)$	$Y_1^* = \frac{\bar{g}_1}{g_1} \cdot Y = \frac{1}{4} \cdot Y$
M_2	$g_2^* = g_{1,T_2} = 2$ (mult. 1a*, 1b*)	$n_2^* = \bar{n}_2 = 6$	$Y_2^* = \frac{\bar{g}_2}{g_2} \cdot Y = \frac{1}{2} \cdot Y$
M_3	$C_3 = 0$, as $i_3 = k_3 = 4$ cf. Eq. (7)		
M_4	$g_4^* = g_{1,T_4} = 4$ (mult. 1a*..1d*)	$n_4^* = \bar{n}_4 = 10 (=n)$	$Y_4^* = \frac{\bar{g}_4}{g_4} \cdot Y = 1 \cdot Y$

Fig.6 : Results of mapping rules when applied to the four-stage link system in Fig.4.

3.5 Grade-of-service calculation for each single-stage system

Acc. to Section 3.4 the structure and the carried traffic of each equivalent single-stage system M_j ($j=1,2,..,S$) can be determined. From the original link system further parameters of the single-stage systems are known:

q number of sources per multiple, i.e. PCT1 or PCT2, cf. Section 2.3

s number of waiting places in front of each multiple, i.e. limited or unlimited queuing

i_1 number of inlets per multiple ($i_1=q$)

Thus the grade-of-service can be calculated for each single-stage system M_j , based on the prescribed carried traffic Y_j^* . There exist well known calculation methods to evaluate

W_j probability of delay

B_j probability of loss

C_j probability of call congestion, with

$$C_j = W_j + B_j \quad (11)$$

w_j mean waiting time of offered calls

$W_j(>\tau)$ probability that an offered call has to wait longer than τ , with normalized time t acc. to

$$\tau = t/h \quad (12)$$

Formulae for these characteristic values are presented in /6/. Fig.7 shows that some of these values can also be looked up in tables.

Type of single-stage queuing model	DELAY SYSTEM		DELAY-LOSS SYSTEM	
	PCT1	PCT2	PCT1	PCT2
M_1 : single-queue ($g_1^*=1$)	full accessibility /7/ /3/	/7/ /3/	/7/	5.2
$M_2..M_S$: multi-queue	full accessibility /12,13/ /14,15/		/7/	5.4
($g_j^*>1$)	limited accessibility /7/	4.2	5.5	5.6

Fig.7: Single-stage queuing models.

/.../ Reference on a table book.

x.y Not tabulated; formulae are presented in Section x.y of ref./6/.

3.6 Composing of link system results from single-stage results

The call congestion C of a link system is assumed to occur statistically independently in the S stages of the link system. Therefore the value of C can be composed by the call congestions $C_1, C_2, .., C_S$ calculated for the equivalent single-stage systems $M_1, M_2, .., M_S$:

$$C = \begin{matrix} \text{Call congestion in stage 1} \\ \text{Call congestion in stage 2, conditioned by the probability that simultaneously no call congestion in stage 1 occurs} \\ \text{Call congestion in stage 3, conditioned by the probability that simultaneously a call congestion neither in stage 1 nor in stage 2 occurs} \\ \vdots \\ \text{Call congestion in the last stage, conditioned by the probability that simultaneously no call congestion in the preceding stages occurs} \end{matrix} = \begin{matrix} C_1 \\ + (1-C_1) \cdot C_2 \\ + (1-C_1)(1-C_2) \cdot C_3 \\ \vdots \\ + \prod_{j=1}^{S-1} (1-C_j) \cdot C_S \end{matrix} \quad (13a)$$

From Eq.(13a):

$$C = 1 - \prod_{j=1}^S (1-C_j) \quad (13b)$$

The product in Eq.(13b) represents the probability that in no stage of the link system a call congestion exists.

Further characteristic values of the link system are analogously calculated from the single-stage results (Sect.3.5):

- probability of delay

$$W = W_1 + (1-C_1)W_2 + (1-C_1)(1-C_2)W_3 + \dots + \prod_{j=1}^{S-1} (1-C_j) \cdot W_S \quad (14a)$$

$$\text{i.e. } W = W_1 + \sum_{j=2}^S W_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1-C_i) \quad (14b)$$

with W_j probability of delay in single-stage system M_j .

For unlimited queuing holds

$$W = C \quad (14c)$$

- probability of loss

$$B = B_1 + (1-C_1)B_2 + (1-C_1)(1-C_2)B_3 + \dots + \prod_{j=1}^{S-1} (1-C_j) \cdot B_S \quad (15a)$$

$$\text{i.e. } B = B_1 + \sum_{j=2}^S B_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1-C_i) \quad (15b)$$

with B_j probability of loss in single-stage system M_j .

For unlimited queuing holds

$$B = 0 \quad (15c)$$

- offered traffic

$$A = Y / (1-B) \quad (16)$$

with Y prescribed carried traffic of the link system, and B acc. to Eq.(15a,b,c).

- distribution of waiting times of offered calls

$$W(>\tau) = W_1(>\tau) + \sum_{j=2}^S W_j(>\tau) \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1-C_i) \quad (17)$$

with $W_j(>\tau)$ distribution of waiting times of offered calls in single-stage system M_j .

- mean waiting time of offered calls

$$w = w_1 + \sum_{j=2}^S w_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1-C_i) \quad (18)$$

with w_j mean waiting time of offered calls in single-stage system M_j .

- mean waiting time of waiting calls

$$t_w = w / W \quad (19)$$

- mean queue length

$$\Omega = A \cdot w / h \quad (20)$$

with h mean holding time

4. NUMERICAL EXAMPLES

4.1 Example I: Link system with unlimited queuing

Fig.8 shows the structure of a two-stage link system with 40 outlets. The calculation of the characteristic traffic values is performed acc. to Sect.3 with a prescribed carried traffic of $Y = 36$ Erlang (Erl) and PCT1. The mean holding time is $h = 12$ sec. We are interested in the probability that an offered call has to wait longer than 6 sec ($\tau = 6/12 = 0.5$).

STEP 1: Decomposition into subsystems

- connection graph multiples $\bar{g}_1 = 1$; $\bar{g}_2 = 10$

(4): $\bar{n}_1 = \bar{g}_1 \cdot k_1 = 1 \cdot 10 = 10$; $\bar{n}_2 = \bar{g}_2 \cdot k_2 = 10 \cdot 4 = 40$

- subsystem T_1 (single-stage structure)

(5): $g_{1,T1} = \bar{g}_1 = 1$; \bar{n}_1 outlets with carried traffic

(6): $Y_{T1} = Y \cdot g_{1,T1} / g_1 = 36 \cdot 1 / 1 = 36$ Erl

- subsystem T_2 (two-stage structure)

$g_{1,T2} = 6$; (5): $g_{2,T2} = \bar{g}_2 = 10$;

\bar{n}_2 outlets with carried traffic

(6): $Y_{T2} = Y \cdot g_{2,T2} / g_2 = 36 \cdot 10 / 10 = 36$ Erl

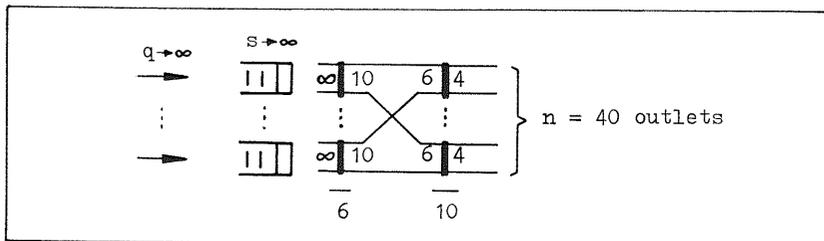


Fig.8 : Two-stage link system with unlimited queuing and PCT1.

The traffic is concentrated in stage 1 as well as in stage 2 of the link system, cf. Eq.(7). Therefore we consider the equivalent single-stage systems M_1 and M_2 .

STEP 2 and STEP 3: Mapping and grade-of-service calculation

- single-stage system M_1 (identical to subsystem T_1)

(10): $g_1^* = g_{1,T1} = 1$; (8): $n_1^* = \bar{n}_1 = 10$

(9): $Y_1^* = Y_{T1} = 36$ Erl

Considering these parameters we look up from the table book /7/, TABLE 3.1-8 (N = 10 ; FIFO ; A/N = 0.6) :

$W_1 = 0.1013$ probability of delay

$B_1 = 0$ probability of loss (unlimited queuing)

(11): $C_1 = W_1 + B_1 = 0.1013$ prob. of call congestion

$w_1 = 0.0253 \cdot h$ mean waiting time of offered calls

$W_1(>0.5) = 0.1353$ for waiting calls, i.e.

$W_1(>0.5) = W_1(>0.5) \cdot W_1 = 0.0137$ for offered calls

- single-stage system M_2

(10): $g_2^* = g_{1,T2} = 6$; (8): $n_2^* = \bar{n}_2 = 40$

(9): $Y_2^* = Y_{T2} = 36$ Erl

Effective accessibility, cf. Annex I :

- Free-fan

(22): $FF_2 = k_1 - Y/g_1 = 10 - 36/6 = 4$

Eq.(23) is observed.

- Busy-fan

$$(24): BF_2 = \min(g_2, T_2; k_1) - FF_2 = 10 - 4 = 6$$

- Factor

$$(25a): f_2 = 1/k_2 = 1/4 = 0.25 \text{ (fan-out structure)}$$

inserted into Eq.(21) yields

$$k_{eff2} = FF_2 \cdot k_2 + BF_2 \cdot k_2 \cdot (Y_{T2} / \bar{n}_2) \cdot f_2$$

$$= 4 \cdot 4 + 6 \cdot 4 \cdot (36/40) \cdot 0.25 = \underline{21.4}$$

Because of $k_{eff2} < \bar{n}_2 = 40$ the single-stage system M_2 has a limited accessibility. The characteristic values of system M_2 are evaluated from the table book /7/ by interpolation ($N = 40$; Standard grading; $A/N = 0.9$):

TABLE 4.1-18	TABLE 4.1-20	INTERPOLATION
k = 20	k = 30	k = 21.4
$W_2 = 0.4826$	$W_2 = 0.4247$	prob. of delay $W_2 = 0.4745$
		prob. of loss $B_2 = 0$
		prob. of call congestion
		(11): $C_2 = W_2 + B_2 = 0.4745$
$t_{W2} = 0.277 \cdot h$	$t_{W2} = 0.252 \cdot h$	mean waiting time of <u>waiting</u> calls $t_{W2} = 0.2735 \cdot h$
		i.e. mean waiting time of <u>offered</u> calls
		$w_2 = t_{W2} \cdot W_2 = 0.1298 \cdot h$
$cw_2 = 1.16$	$cw_2 = 1.18$	var.coeff. of waiting time (waiting calls) $cw_2 = 1.163$

From /7/, TABLE 1.2-3 we get for $t/h = 0.5$ for waiting calls $W_2(>0.5) = 0.5562$, i.e. for offered calls $W_2(>0.5) = \underline{W_2(>0.5)} \cdot W_2 = 0.2639$

STEP 4 :Link system results

The values of the single-stage systems are inserted into Eq.(13) to (20):

$$(13a): C = C_1 + (1 - C_1) \cdot C_2$$

$$= 0.1013 + (1 - 0.1013) \cdot 0.4745$$

$$= \underline{0.5277} \text{ probability of call congestion}$$

$$(14c): W = C$$

$$= \underline{0.5277} \text{ probability of delay}$$

$$(15c): B = 0 \text{ probability of loss}$$

$$(16): A = Y = \underline{36} \text{ offered traffic}$$

$$(17): W(>0.5) = W_1(>0.5) + (1 - C_1) \cdot W_2(>0.5)$$

$$= 0.0137 + (1 - 0.1013) \cdot 0.2639$$

$$= \underline{0.2509} \text{ prob. that an offered call is delayed longer than 6 sec.}$$

$$(18): w = w_1 + (1 - C_1) \cdot w_2$$

$$= 0.0253 \cdot h + (1 - 0.1013) \cdot 0.1298 \cdot h$$

$$= \underline{1.703 \text{ sec}} \text{ mean waiting time of } \underline{\text{offered}} \text{ calls}$$

$$(19): t_W = w / W = 1.703 \text{ sec} / 0.5277$$

$$= \underline{3.227 \text{ sec}} \text{ mean waiting time of } \underline{\text{waiting}} \text{ calls}$$

$$(20): \Omega = A \cdot w / h = 36 \cdot 1.703 \text{ sec} / 12 \text{ sec}$$

$$= \underline{5.109} \text{ mean queue length}$$

4.3 Example II: Link system with limited queuing

Fig.9 shows the structure of a three-stage link system with 50 outlets. In front of each first-stage multiple $s=1$ waiting place is provided. The calculation of the characteristic traffic values is performed acc. to Sect.3 with a prescribed traffic of $Y = 39.6$ Erl and PCT1. The mean holding time is $h = 10$ sec.

STEP 1: Decomposition into subsystems

- connection graph multiples $\bar{g}_1 = 1$; $\bar{g}_2 = 5$; $\bar{g}_3 = 10$
 - (4): $\bar{n}_1 = \bar{g}_1 \cdot k_1 = 1 \cdot 10 = 10$; $\bar{n}_2 = \bar{g}_2 \cdot k_2 = 5 \cdot 6 = 30$
 - $\bar{n}_3 = \bar{g}_3 \cdot k_3 = 10 \cdot 5 = 50$
- subsystem T₁ (single-stage structure)
 - (5): $g_{1,T1} = \bar{g}_1 = 1$; \bar{n}_1 outlets with carried traffic
 - (6): $Y_{T1} = Y \cdot g_{1,T1} / \bar{g}_1 = 39.6 \cdot 1 / 1 = 39.6$ Erl
- subsystem T₂ (two-stage structure)
 - $g_{1,T2} = 4$; (5): $g_{2,T2} = \bar{g}_2 = 5$
 - \bar{n}_2 outlets with carried traffic
 - (6): $Y_{T2} = Y \cdot g_{2,T2} / \bar{g}_2 = 39.6 \cdot 5 / 10 = 19.8$ Erl

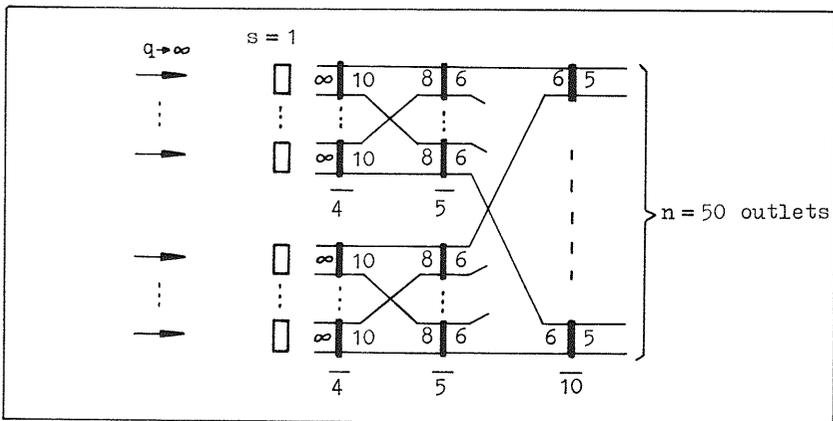


Fig.9: Three-stage link system with limited queuing and PCT1.

- subsystem T₃ (three-stage structure)
 - $g_{1,T3} = 8$; $g_{2,T2} = 10$; (5): $g_{3,T3} = \bar{g}_3 = 10$
 - \bar{n}_3 outlets with carried traffic
 - (6): $Y_{T3} = Y \cdot g_{3,T3} / \bar{g}_3 = 39.6 \cdot 10 / 10 = 39.6$ Erl

The traffic is concentrated in each of the three stages of the link system, cf. Eq.(7). Therefore we consider the equivalent single-stage systems M_1, M_2 and M_3 .

STEP 2 and STEP 3: Mapping and grade-of-service calculation

- single-stage system M₁ (identical to subsystem T₁)
 - (10): $g_1^* = g_{1,T1} = 1$; (8): $n_1^* = \bar{n}_1 = 10$
 - (9): $Y_1^* = Y_{T1} = 4.95$ Erl

Considering these parameters we look up from the table book /7/, TABLE 6.2-15 (N = 10 ; G = 1 ; S = 1 ; Y = 4.95) :

 - $W_1 = 0.0182$ probability of delay
 - $B_1 = 0.0091$ probability of loss
 - (11): $C_1 = W_1 + B_1 = 0.0273$ prob. of call congestion
 - $t_{W1} = 0.100 \cdot h$ mean waiting time of waiting calls, i.e.
 - $w_1 = t_{W1} \cdot W_1 = 0.0018 \cdot h$ mean waiting time of offered calls

- single-stage system M₂
 - (10): $g_2^* = g_{1,T2} = 4$; (8): $n_2^* = \bar{n}_2 = 30$
 - (9): $Y_2^* = Y_{T2} = 19.8$ Erl

Effective accessibility, cf. Annex I :

 - Free-fan
 - (22): $FF_2 = k_1 - Y / g_1 = 10 - 39.6 / 8 = 5.05$
 - Acc. to Eq.(23) this value is limited by $\bar{g}_2 = 5$:
 - $FF_2 = 5.00$
 - Busy-fan
 - (24): $BF_2 = \min(g_{2,T2} ; k_1) - FF_2 = 5 - 5 = 0$

inserted into Eq.(21) yields

$$k_{eff2} = FF_2 \cdot k_2 + BF_2 \cdot k_2 \cdot (Y_{T2} / \bar{n}_2) \cdot f_2 = 5 \cdot 6 + 0 = 30$$

Because of $k_{eff2} = \bar{n}_2 = 30$ the single-stage system M_2 has a full accessibility. The characteristic values of system M_2 are evaluated from the table book /7/ by interpolation in TABLE 6.2-23 ($N = 30 ; G = 4 ; S = 1$) :

<u>Y = 19.4 Erl</u>	<u>Y = 20.9 Erl</u>	INTERPOLATION	
		<u>Y = 19.8 Erl</u>	
$W_2 = 0.0108$	$W_2 = 0.0233$	prob. of delay	$W_2 = 0.0141$
$B_2 = 0.0027$	$B_2 = 0.0064$	prob. of loss	$B_2 = 0.0037$
		prob. of call congestion	
		(11): $C_2 = W_2 + B_2 = 0.0178$	
$t_{W2} = 0.051 \cdot h$	$t_{W2} = 0.052 \cdot h$	mean waiting time of <u>waiting</u> calls	$t_{W2} = 0.0513 \cdot h$
		i.e. mean waiting time of <u>offered</u> calls	
		$w_2 = t_{W2} \cdot W_2 = 0.0007 \cdot h$	

- single-stage system M_3

(10): $g_3^* = g_{1,T3} = 8 ; (8): n_3^* = \bar{n}_3 = 50$

(9): $Y_3^* = Y_{T3} = 39.6 \text{ Erl}$

Effective accessibility, cf. Annex I :

- Free-fan

(22): $FF_3 = (k_1 - Y/g_1) \cdot (k_2 - Y/g_2)$
 $= (10 - 39.6/8) \cdot (6 - 39.6/10) = 5 \cdot 2.04 = 10.2$

limited by $\bar{g}_2 = 5$ acc. to Eq.(23)

With (23) this value is limited by $\bar{g}_3 = 10$:

$FF_3 = 10.0$

- Busy-fan

(24): $BF_3 = \min(g_{3,T3} ; k_1 \cdot k_2) - FF_3 = 10 - 10 = 0$

inserted into Eq.(21) yields

$k_{eff3} = FF_3 \cdot k_3 + BF_3 \cdot k_3 \cdot (Y_{T3} / \bar{n}_3) \cdot f_3 = 10 \cdot 5 + 0 = 50$

Because of $k_{eff3} = \bar{n}_3 = 50$ the single-stage system M_3 has a full accessibility.

Considering these parameters we look up from the table book /7/, TABLE 6.2-30 ($N = 50 ; G = 8 ; S = 1 ; Y = 39.6$) :

$W_3 = 0.0441$ probability of delay

$B_3 = 0.0092$ probability of loss

(11): $C_3 = W_3 + B_3 = 0.0533$ prob. of call congestion

$t_{W3} = 0.042 \cdot h$ mean waiting time of waiting calls, i.e.

$w_3 = t_{W3} \cdot W_3 = 0.0019 \cdot h$ mean waiting time of offered calls

STEP 4 : Link system results

The values of the single-stage systems are inserted into Eq.(13) to (20) :

(13a): $C = C_1 + (1-C_1) \cdot C_2 + (1-C_1) \cdot (1-C_2) \cdot C_3$
 $= 0.0273 + (1-0.0273) \cdot 0.0178$
 $+ (1-0.0273) \cdot (1-0.0178) \cdot 0.0533$
 $= 0.0955$ probability of call congestion

(14): $W = W_1 + (1-C_1) \cdot W_2 + (1-C_1) \cdot (1-C_2) \cdot W_3$
 $= 0.0182 + (1-0.0273) \cdot 0.0141$
 $+ (1-0.0273) \cdot (1-0.0178) \cdot 0.0441$
 $= 0.0740$ probability of delay

(15): $B = B_1 + (1-C_1) \cdot B_2 + (1-C_1) \cdot (1-C_2) \cdot B_3$
 $= 0.0091 + (1-0.0273) \cdot 0.0037$
 $+ (1-0.0273) \cdot (1-0.0178) \cdot 0.0092$
 $= 0.0215$ probability of loss

(16): $A = Y / (1-B) = 39.6 / (1-0.0215)$
 $= 40.47 \text{ Erl}$ offered traffic

(18): $w = w_1 + (1-C_1) \cdot w_2 + (1-C_1) \cdot (1-C_2) \cdot w_3$
 $= 0.0018 \cdot h + (1-0.0273) \cdot 0.0007 \cdot h$
 $+ (1-0.0273) \cdot (1-0.0178) \cdot 0.0019 \cdot h$
 $= 0.043 \text{ sec}$ mean waiting time of offered calls

(19): $t_W = w / W = 0.043 \text{ sec} / 0.0740$
 $= 0.581 \text{ sec}$ mean waiting time of waiting calls

(20): $\Omega = A \cdot w / h = 40.47 \cdot 0.043 \text{ sec} / 10 \text{ sec}$
 $= 0.174$ mean queue length

5. COMPARISON OF CALCULATED RESULTS TO SIMULATION RESULTS

5.1 Distribution of waiting times in link systems with unlimited queuing and PCT1

In Fig.10 two examples are presented for the distribution of waiting times in link systems with unlimited queuing. The curves are calculated acc. to Eq.(17). They fit quite well with the simulation results. $W(>0)$ equals the prob. of delay. The mean waiting time of offered calls w is also given in Fig.10. The presented upper values of carried traffic are of interest, if an overload condition has to be studied in link systems with queuing.

5.2 Three-stage link system with unlimited queuing and PCT2

In Fig.11 results are drawn of a three-stage link system with 8 sources per first-stage multiple. Simulation and calculation are in good accordance.

5.3 Four-stage link system with limited queuing and PCT1

The results in Fig.12 have been obtained from a four-stage link system with one waiting place in front of each first-stage multiple. The presented characteristic values show good accordance between calculation and simulation.

5.4 Two-stage link system with limited queuing and PCT2

By means of the curves in Fig.13 one may compare the grade-of-service for a two-stage link system in case of one or two waiting places per first-stage multiple. The additional second waiting place reduces the prob. of loss essentially, compared with one waiting place per first-stage multiple only.

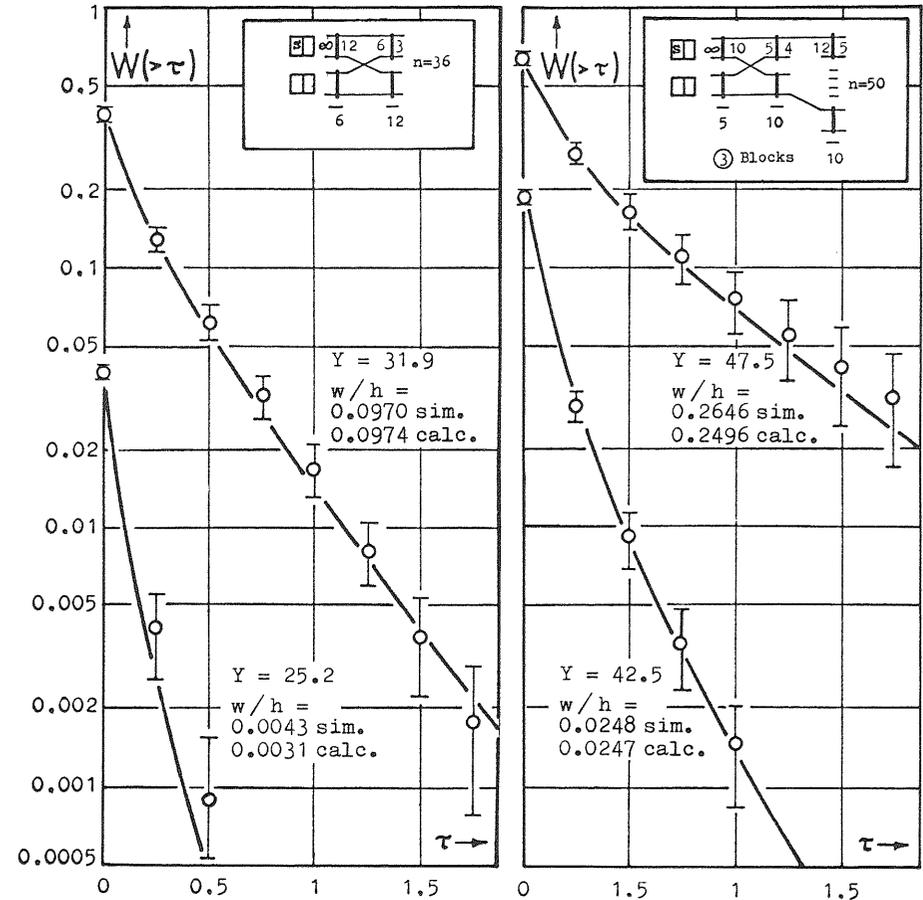


Fig.10: Distribution of waiting times of offered calls $W(>\tau)$ with parameter Y (total carried traffic).

$\tau = t/h$ normalized time.

CALCULATION: ——— cf. Chapter 3

SIMULATION : \bigcirc 95% confidence interval

- Hunting in all stages: sequential from home position
- Wiring Fig.14
 - stages 1-2 : sequential, no link blocks (two-stage system)
 - stages 1-2 : seq. within link blocks
 - 2-3 : seq. between link blocks (three-stage system)

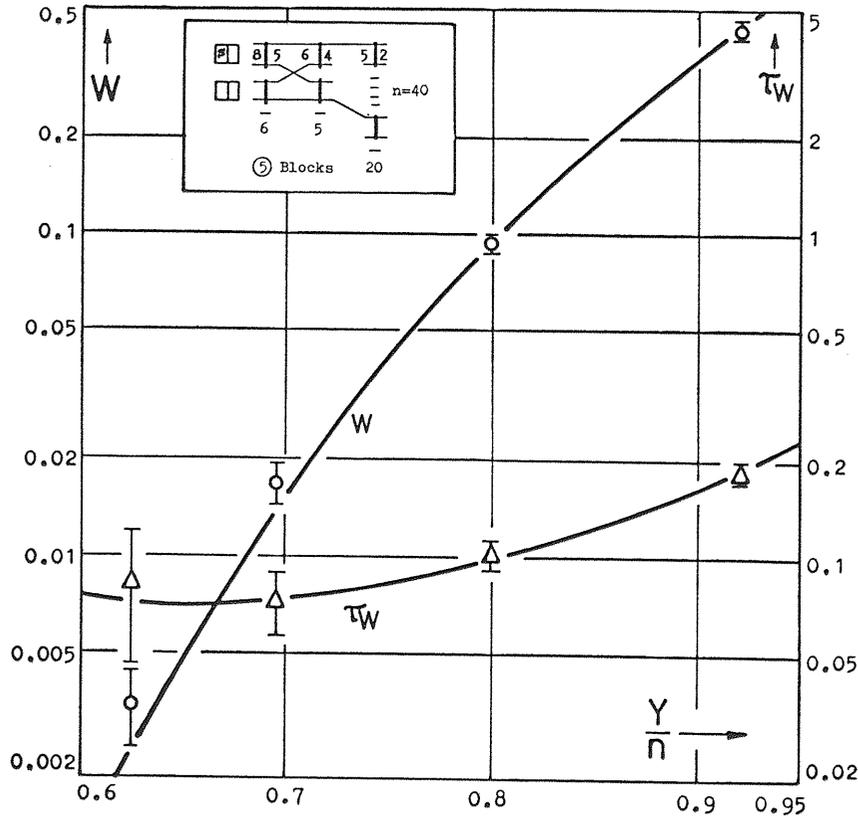


Fig.11: Probability of delay W and normalized mean waiting time of waiting calls $\tau_w = t_w/h$ as functions of carried traffic per link system outlet Y/n . Three-stage link system with unlimited queuing and PCT2 ($s = q = i_1 = 8$).

CALCULATION: ——— cf. Chapter 3

SIMULATION : Δ \circ 95% confidence interval

- Hunting in all stages: sequential from home position
- Wiring stages 1-2 : seq. within link blocks
Fig.14 2-3 : cycl. between link blocks

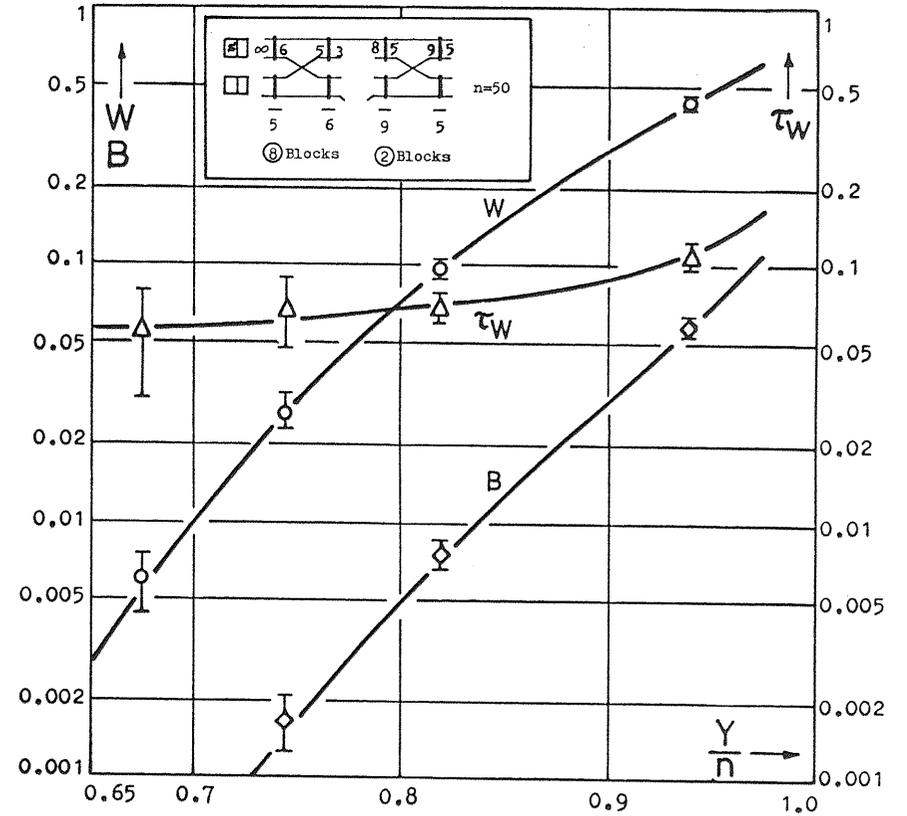


Fig.12: Probability of delay W , probability of loss B and normalized mean waiting time of waiting calls $\tau_w = t_w/h$ as functions of carried traffic per link system outlet Y/n . Four-stage link system with limited queuing ($s = 1$) and PCT1.

CALCULATION: ——— cf. Chapter 3

SIMULATION : Δ \circ \diamond 95% confidence interval

- Hunting in all stages: sequential from home position
- Wiring stages 1-2,3-4: cycl. within link blocks
Fig.14 2-3: cycl. between link blocks

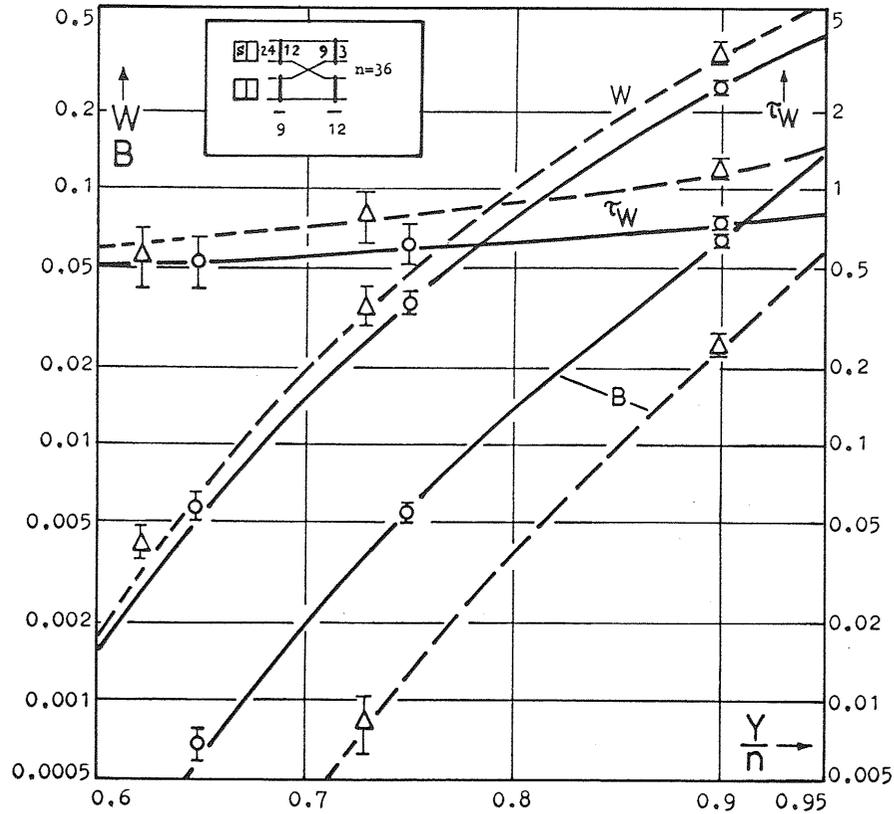


Fig.13: Probability of delay W , probability of loss B and normalized mean waiting time of waiting calls $\tau_w = t_w/h$ as functions of carried traffic per link system outlet Y/n .

Two-stage link system with limited queuing ($s=1, s=2$) and PCT2 ($q=24$)

CALCULATION: — $s=1$ } cf. Chapter 3
 - - - $s=2$ }

SIMULATION : \bigcirc $s=1$ } 95% confidence interval
 \triangle $s=2$ }

- Hunting in all stages: sequential from home position
 - Wiring stages 1-2 : sequential, no link blocks
- Fig.14

6. CONCLUSION

In this report an approximate calculation method is presented for traffic-concentrating link systems with queuing, point-to-group selection and one outgoing group. Mean values as well as the distribution of waiting times are derived. The link system results are composed by simple formulae from single-stage systems results which may be looked up in delay-tables. Calculated and simulated results are in good accordance, regarding link systems with unlimited queuing (delay systems) or limited queuing (combined delay-loss systems) and with an infinite or finite number of sources.

ANNEX I : Effective Accessibility

In /1,2/ a formula has been presented for the effective accessibility of link systems with point-to-group selection mode and without queuing (loss systems). Extensive studies have proved that this method (CLIGS-A) can also be applied to link systems with queuing in case of infinite queuing (delay systems) as well as in case of finite queuing (delay-loss systems).

Following the calculation concept of Sect.3, for each multi-stage subsystem T_j an effective accessibility k_{effj} is derived. The following parameters are taken into account:

- j number of stages of subsystem T_j
- g_{v,T_j} number of multiples in stage No.v of subsystem T_j (serial index $v=1,2,..,j$)
- i_v, k_v number of inlets, outlets per multiple in stage No.v
- \bar{n}_j number of outlets of subsystem T_j
- Y_{T_j} prescribed carried traffic on the \bar{n}_j outlets of subsystem T_j
- Y prescribed total carried traffic of the link system

Acc. to CLIGS-A /1,2/ the effective accessibility is derived by

$$k_{effj} = FF_j \cdot k_j + BF_j \cdot k_j \cdot (Y_{T_j} / \bar{n}_j) \cdot f_j \quad (21)$$

with free-fan $FF_j = \prod_{v=1}^{j-1} (k_v - Y / g_v)$ (22)

limited by $\prod_{v=1}^i (k_v - Y / g_v) \leq g_{i+1, T_j}$ (23)
 $1 \leq i \leq j-1$

and busy-fan $BF_j = \min(g_{j, T_j} ; \prod_{v=1}^{j-1} k_v) - FF_j$ (24)

and factor $f_j = 1 / k_j$ (fan-out structure) (25a)

or $f_j = (i_j - Y / g_j) / k_j$ (meshed structure) (25b)

"fan-out" stands for at most one path, and "meshed" for more than one path leading from a first-stage multiple to a certain multiple in the last stage (i.e. stage No.j) of subsystem T_j .

A subsystem T_j has either a full accessibility ($k_{effj} = \bar{n}_j$) or a limited accessibility ($k_{effj} < \bar{n}_j$).

ANNEX II : Types of link wiring

In link systems the wiring between succeeding stages can be done in various ways. Fig.14 shows examples for those types of link wiring which have been applied to the link systems presented in this report. Extensive studies by simulation have shown that in contrast to link systems without queuing /1,2/, the grade-of-service in link systems with queuing is scarcely influenced by the applied link wiring and hunting mode.

Type of link wiring	Example
Structures without link blocks	sequentially wired links, no link blocks
	cyclically wired links, no link blocks
Structures with link blocks	sequentially wired links, within link blocks block 1 : block 2
	cyclically wired links, within link blocks block 1 : block 2
	sequentially wired links, between link blocks
	cyclically wired links, between link blocks

Fig.14 : Examples of link wiring .

REFERENCES

- /1/ Bazlen, D.; Kampe, G.; Lotze, A.: On the influence of hunting mode and link wiring on the loss of link systems.
a) 7th ITC, Stockholm, 1973, Proceedings 232/1-232/12.
b) In Russian: Исследование звеньевых систем группового искания. Экспресс-информация, передача информации, Москва, 1973, 35, 11-39.
- /2/ Bazlen, D.; Kampe, G.; Lotze, A.: Design parameters and loss calculation of link systems.
IEEE-COM 22(1974)12, 1908-1920.
- /3/ Descloux, A.: Delay tables for finite- and infinite-source systems.
McGraw-Hill Book Comp. Inc., New York, Toronto, London, 1962.
- /4/ Gambe, E.; Suzuki, T.; Itoh, M.: Artificial traffic studies on a two-stage link system with waiting.
5th ITC, New York, 1967, Prebook 351-359.
- /5/ Hieber, L.: About multi-stage link systems with queuing.
a) 6th ITC, Munich, 1970, Congress-Book 233/1-233/7.
b) AEU 25(1971)9/10, 483-487.
- /6/ Kampe, G.; Kühn, P.: Graded delay systems with infinite or finite source traffic and exponential or constant holding time.
8th ITC, Melbourne, Australia, 1976, Proceedings 251/1-251/10.
- /7/ Kühn, P.: Tables for delay systems.
Institute of Switching and Data Technics, University of Stuttgart, 1976.
- /8/ Kümmerle, K.: An analysis of loss approximations for link systems.
a) 5th ITC, New York, 1967, Prebook, 327-336.
b) AEU 25(1971)9/10, 466-471.
c) In Russian: Анализ приближенных методов определения потерь в многокаскадных схемах. Вероятностные задачи в структурно-сложных системах коммутации, изд-во НАУКА, Москва, 1969, 76-88, АН СССР, ИППИ.
- /9/ Kümmerle, K.: Berechnungsverfahren für mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung - Systematik und Analyse.
a) Thesis, University of Stuttgart, 1969.
b) 9th Report on Studies in Congestion Theory, Institute of Switching and Data Technics, University of Stuttgart, 2nd reprint, 1976.
c) In English: Methods of calculation for multi-stage switching systems with conjugate selection - classification and analysis. British Post Office, London, Translation 2929.
- /10/ Lotze, A.: Optimum link systems.
a) 5th ITC, New York, 1967, Prebook 242-251.
b) In Russian: Оптимальные многокаскадные коммутационные схемы. Вероятностные задачи в структурно-сложных системах коммутации, изд-во НАУКА, Москва, 1969, 49-56, АН СССР, ИППИ.
- /11/ Lotze, A.: History and development of grading theory.
a) 5th ITC, New York, Prebook 148-161.
b) AEU 25(1971)9/10, 402-410.
- /12/ Suzuki, T.: Table for waiting system with full availability - infinite sources.
El. Comm. Lab. Techn. Journal, Nippon Telegraph and Telephone Corp., Tokyo, 1959.
- /13/ Thierer, M.: Delay-Tables for limited and full availability according to the Interconnection Delay Formula (IDF).
7th Report on Studies in Congestion Theory, Institute of Switching and Data Technics, University of Stuttgart, 1968.
- /14/ Telephone traffic theory - tables and charts, part 1.
Siemens-AG, Berlin, Munich, 1970.
- /15/ Dimensioning data for planning of communication systems.
Telephonbau und Normalzeit, Frankfurt/Main, 1966.

<u>I N H A L T S V E R Z E I C H N I S</u>	<u>Seite</u>
<u>SCHRIFTTUM</u>	7
<u>BEZEICHNUNGEN</u>	16
<u>1. EINLEITUNG</u>	19
1.1 Übersicht	19
1.2 Methoden zur verkehrstheoretischen Untersuchung von Linkssystemen	25
1.2.1 Verkehrsmessungen am realen Vermittlungssystem	25
1.2.2 Simulation von Linkssystemen	25
1.2.3 Exakte Berechnung von Linkssystemen	26
1.2.4 Näherungsweise Berechnung von Linkssystemen	26
1.3 Bekannte Verfahren zur Berechnung von einstufigen Koppelanordnungen und Linkssystemen	27
<u>2. PRINZIPIELLER LÖSUNGSWEG ZUR NÄHERUNGSWEISEN BERECHNUNG VON LINKSYSTEMEN FÜR MISCHWAHL MIT WARTEMÖGLICHKEIT</u>	29
2.1 Allgemeines	29
2.2 Struktur des Verbindungsgraphen	30
2.3 Struktur und Belastung der S Teilsysteme	32
2.4 Abbildung der Teilsysteme auf einstufige Teilmodelle mit gleicher effektiver Erreichbarkeit	33
2.5 Zusammensetzung der charakteristischen Verkehrsgrößen bei Linkssystemen	34
<u>3. LINKSYSTEME FÜR MISCHWAHL MIT UNBEGRENZTER WARTEMÖGLICHKEIT</u>	36
3.1 Allgemeines	36
3.2 Interessierende Verkehrsgrößen bei Linkssystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit	36
3.3 Einstufiges Teilmodell M_1 für die Eingangsblockierung je KVF der ersten Stufe	37
3.3.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_1	37
3.3.2 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_1	39

	<u>Seite</u>
3.4 Einstufiges Teilmodell M_j für die Blockierung in Stufe j eines Linksystems mit insgesamt S Stufen ($2 \leq j \leq S$)	42
3.4.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_j mit mehreren Wartespeichern	42
3.4.2 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_j	43
3.5 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen bei Linkssystemen mit S Stufen und unbegrenzter Wartemöglichkeit	46
3.6 Wartezeitverteilungsfunktion bei Linkssystemen mit S Stufen bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit	47
3.6.1 Zusammensetzung der Wartezeitverteilungsfunktion bei Linkssystemen	47
3.6.2 Wartezeitverteilungsfunktion des einstufigen Teilmodells M_1 bei ZV1	47
3.6.3 Wartezeitverteilungsfunktion des einstufigen Teilmodells M_j bei ZV1 ($2 \leq j \leq S$)	48
3.7 Beispiele	49
3.7.1 Erwartungswerte für zweistufige Linkssysteme bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit	49
3.7.2 Erwartungswerte für ein dreistufiges Linkssystem bei ZV2 und unbegrenzter Wartemöglichkeit	52
3.7.3 Wartezeitverteilungsfunktion für Linkssysteme mit zwei bis sechs Stufen bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit	54
<u>4. LINKSYSTEME FÜR MISCHWAHL MIT BEGRENZTER WARTEMÖGLICHKEIT</u>	58
4.1 Allgemeines	58
4.2 Interessierende Verkehrsgrößen bei Linkssystemen mit begrenzter Wartemöglichkeit	58
4.3 Einstufiges Teilmodell M_1 für die Eingangsblockierung je KVF der ersten Stufe	59
4.3.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_1	59
4.3.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_1	59
4.4 Einstufiges Teilmodell M_j für die Blockierung in Stufe j eines Linksystems mit insgesamt S Stufen ($2 \leq j \leq S$)	63
4.4.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_j mit mehreren Wartespeichern	63
4.4.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_j	65
4.5 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen bei Linkssystemen mit S Stufen und begrenzter Wartemöglichkeit	67
4.6 Beispiele	67
4.6.1 Vierstufiges Linkssystem bei ZV1 und begrenzter Wartemöglichkeit	67
4.6.2 Zweistufiges Linkssystem bei ZV2 und begrenzter Wartemöglichkeit	71

	<u>Seite</u>
<u>5. AUFLEGGUNGSART UND ABSUCHMODUS BEI LINKSYSTEMEN ZUR</u>	<u>73</u>
<u>VERKEHRSKONZENTRATION</u>	
5.1 Allgemeines	73
5.2 Ergebnisse bei Linksystemen zur Verkehrsverteilung	75
5.3 Ergebnisse bei Linksystemen zur Verkehrskonzentration	76
5.3.1 Linksysteme ohne Wartemöglichkeit	76
5.3.2 Linksysteme mit zwei Stufen und unbegrenzter Wartemöglichkeit	76
5.3.3 Linksysteme mit mehr als zwei Stufen und unbegrenzter Wartemöglichkeit	79
<u>6. ZUSAMMENFASSUNG</u>	<u>81</u>
<u>ANHANG</u>	<u>83</u>
A1 Verkehrstheoretische Modelle für Koppelanordnungen zur Verkehrskonzentration	83
A1.1 Allgemeines	83
A1.2 Strukturparameter und Blockierungsursachen bei einstufigen Koppelanordnungen	83
A1.3 Strukturparameter und Blockierungsursachen bei Linksystemen	85
A1.4 Verkehrsparameter bei Koppelanordnungen	88
A1.5 Betriebsparameter bei Koppelanordnungen	89
A2 Effektive Erreichbarkeit bei mehrstufigen Koppelanordnungen	90
A3 Linksysteme für Mischwahl ohne Wartemöglichkeit	95
A3.1 Allgemeines	95
A3.2 Interessierende Verkehrsgrößen bei Linksystemen ohne Wartemöglichkeit (Betriebsart Verlustsystem)	95
A3.3 Einstufiges Teilmodell M_1 für die Eingangsblockierung je KVF der ersten Stufe	96
A3.3.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_1	96
A3.3.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_1	96
A3.4 Einstufiges Teilmodell M_j für die Blockierung in Stufe j eines Linksystems mit insgesamt S Stufen ($2 \leq j \leq S$)	99
A3.4.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_j	99
A3.4.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_j	100

	<u>Seite</u>
A3.5 Verkehrsgrößen bei Linksystemen im Betrieb als Verlustsysteme	103
A3.6 Beispiele	104
A3.6.1 Vierstufiges Linksystem ohne Wartemöglichkeit bei ZV1	104
A3.6.2 Dreistufiges Linksystem ohne Wartemöglichkeit bei ZV2	104
A4 Zustandswahrscheinlichkeiten bei einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit und unbegrenzter Wartemöglichkeit (Wartesystem)	109
A5 Zustandswahrscheinlichkeiten bei einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit und begrenzter Wartemöglichkeit (Warte-Verlust-System)	115
A6 Entwicklung eines Rechenmodells bei endlich vielen Verkehrsquellen	120
A7 Anwendung von Erlangs Verlustformel auf vollkommen erreichbare Bündel mit einem Wartespeicher bei ZV1	123
A8 Beispiele für Koppelanordnungen zur Anschaltung zentralisierter Baugruppen in Nachrichtenvermittlungssystemen	128
A9 Liste der Linksysteme	130

2. Verkehrstheorie

SCHRIFTTUM (1.Vermittlungstechnik,2.Verkehrstheorie,3.Tabellenwerke)

1. Vermittlungstechnik

- /1/ Aulbach, H.: Neuer Relaiswahlwähler in Technik 69. Fernmelde-Praxis 52(1975)19, S.811-830.
- /2/ De Miguel, J.A.: Rechnergesteuerte Fernsprechanlage mit mechanisch haftenden Kontakten. El.Nachrichtenwesen 45(1970)3, S.207-212.
- /3/ Le Minh, T.: Analyse und Klassifizierung von Vermittlungssystemen mit verdrahteter Steuerung. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, 1975.
- /4/ Mugnier, R.; Desplanques, R.: Große Pentaconta-Fernvermittlungsstellen. El.Nachrichtenwesen 49(1974)1, S.65-76.
- /5/ Nestel, J.: Die Koppelstufen des Ortsvermittlungssystems EZM 3. Techn.Mitt.AEG-Telefunken 1968, Beiheft EZM 3.
- /6/ Nordsieck, H.; Heinonen, E.: Leitweglenkung im Fernsprechsyst. HKS 442. SEL-Nachrichten 9(1961)2, S.82-86.
- /7/ Schmitt, G.: Einführung in die Vermittlungstechnik. R.Oldenbourg-Verlag, München, Wien, 1965.
- /8/ Schönemeyer, H.: Von der Blumenstraße zur Zollergasse. Techn.Mitt.STT 13(1966)22, S.13-16.
- /9/ - - MRK-NSA IIG. Telephonbau und Normalzeit, Frankfurt/Main, 1968.
- /10/ Akimaru, H.: Optimum design of switching systems. a) 4. ITC, London 1964, Doc.83. b) Rev.El.Comm.Lab.10(1962)7/8, S.385-401.
- /11/ Akimaru, H.; Iida, K.: Optimum design of multi-stage switching frames. Rev.El.Comm.Lab.13(1965)3/4, S.271-287.
- /12/ Bächle, A.: Die Berechnung einstufiger Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit bei angebotenen Zufallsverkehr zweiter Art. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, 1966.
- /13/ Basharin, G.P.: О выводе систем уравнений состояния для двухкаскадных схем с потерями. a) Электросвязь (1960)1, S.56-64. b) Englisch: Derivation of equations of state for two-stage telephone circuits with losses. Telecommunications (1960)1, S.79-90.
- /14/ Bauer, F.L.; Störmer, H.: Berechnung von Wartezeiten in Vermittlungseinrichtungen mit kleinen Zubringerbündeln. AEÜ 9(1955)1, S.69-73.
- /15/ Bazlen, D.: Call congestion in link systems with internal and external traffic. a) 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S.244/1-244/7. b) AEÜ 25(1971)9/10, S.479-483.
- /16/ Bazlen, D.: The dimensioning of trunk groups for standard gradings of the German GPO in case of finite number of traffic sources. NTZ 25(1972)1, S.50-52.
- /17/ Bazlen, D.: Mehrstufige doppelt-gerichtete Koppelanordnungen der Vermittlungstechnik mit Intern- und Externverkehr. a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1973. b) 18. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1973.

- /18/ Bazlen, D.: Link systems with both-way connections and outgoing finite-source traffic.
a) 7. ITC, Stockholm, 1973, Proceedings, S. 316/1-316/8.
b) NTZ 27(1974)9, S. 334-340.
- /19/ Bazlen, D.; Kampe, G.; Lotze, A.: On the influence of hunting mode and link wiring on the loss of link systems.
a) 7. ITC, Stockholm, 1973, Proceedings, S. 232/1-232/12.
b) Russisch: Исследование звеньевых систем группового искания. Экспресс-информация, передача информации, Москва, 1973, 35, 11-39.
- /20/ Bazlen, D.; Kampe, G.; Lotze, A.: Design parameters and loss calculation of link systems.
IEEE-Com 22(1974)12, S. 1908-1920.
- /21/ Behlendorff, E.; Eberhardt, W.; Hagenhaus, L.: Suchwahanordnungen - Prinzipien und ihre Ausführung im System ESK 10 000 E.
Inform. Fspr. Verm. techn 4(1968)3, S. 144-151.
- /22/ Bernard, R.; Grandjean, Ch.: Simulation von Wartesystemen der Fernsprechtechnik - Anwendung der Programmiersprache GPSS.
EL. Nachrichtenwesen 44(1969)4, S. 362-373.
- /23/ Bininda, N.; Wendt, W.: Die effektive Erreichbarkeit für Abnehmerbündel hinter Zwischenleitungsanordnungen.
NTZ 12(1959)11, S. 579-585, 14(1961)1, S. 40.
- /24/ Bininda, N.; Hofstetter, H.: Modelle für die Simulation des Fernsprechkverkehrsflusses bei mehrstufigen Koppelanordnungen.
NTZ 16(1963)7, S. 353-357.
- /25/ Botsch, D.: Die Verlustwahrscheinlichkeit einstufiger Koppelanordnungen der Vermittlungstechnik mit Extern- und Internverkehr.
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1966.
b) AEÜ 22(1968)3, S. 127-132.
- /26/ Brandt, J.G.: Simulation von Vermittlungssystemen auf einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage. Seminar "Experimental simulating and solving of probability problems", Prag, 1970, Prebook, S. 390-403.
- /27/ Brandt, J.G.: Das preemptive Warteverlustsystem.
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1971.
b) 14. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1971.

- /28/ Brockmeyer, E.; Halström, H.L.; Jensen, A.: The life and works of A.K. Erlang.
Transact. Danish Acad. Techn. Sci., Copenhagen, 2(1948).
- /29/ Engset, T.: Die Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Bestimmung der Wählerzahl in automatischen Fernsprechämtern.
ETZ 39(1918), S. 304-306.
- /30/ Einhorn, H.: Berechnung und Simulation von Mischwahl-Koppelanordnungen mit Wartemöglichkeit.
Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, 1975.
- /31/ Evers, R.: Measurement of subscriber reaction to unsuccessful call attempts and the influence of reasons of failure.
7. ITC, Stockholm, 1973, Proceedings, S. 544/1-544/8.
- /32/ Gambe, E.; Suzuki, T.; Itoh, M.: Artificial traffic studies on a two-stage link system with waiting.
5. ITC, New York, 1967, Prebook, S. 351-359.
- /33/ Gordon, G.: System simulation.
Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, N.J., 1969.
- /34/ Hayward, W.S.; Wilkinson, R.I.: Human factors in telephone systems and their influence on traffic theory, especially with regard to future facilities.
6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S. 431/1-431/10.
- /35/ Herzog, U.: Adaptation of the MPJ loss formula to gradings of various type.
4th Report on studies in congestion theory, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1967.
- /36/ Herzog, U.; Lotze, A.; Schehrer, R.: Die Berechnung von Leitungsbündeln hinter vereinfachten Mischungstypen.
NTZ 22(1969)12, S. 684-689.
- /37/ Herzog, U.: Preemption-distance priorities in real-time computer systems.
NTZ 25(1972)4, S. 201-203.
- /38/ Hieber, L.: Die Berechnung der Wartewahrscheinlichkeit und der mittleren Wartezeit von Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit.
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1970.
b) 11. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1970.
- /39/ Hieber, L.: About multistage link systems with queuing.
a) 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S. 233/1-233/7.
b) AEÜ 25(1971)9/10, S. 483-487.

- /40/ Hofstetter, H.; Trautmann, K.: Der Einfluß der Mischung auf die Verkehrsleistung der Abnehmerschaltglieder hinter einstufigen Vermittlungsanordnungen. NTZ 16(1963)12, S.635-642.
- /41/ Huber, M.: Die Verlustwahrscheinlichkeit zweistufiger Zeitmultiplex-Koppelanordnungen mit Spiegelanschlüssen. Dissertation, Universität Stuttgart, 1968.
- /42/ Huber, M.; Wagner, W.: Simulation von Nachrichtenvermittlungssystemen. In: Nichtnumerische Informationsverarbeitung, R. Gunzenhäuser (Herausg.), Springer-Verlag, Wien, New York, 1968.
- /43/ Iversen, V.B.: Analyses of real teletraffic processes based on computerized measurements. Ericsson Technics 29(1973)1, S.3-64.
- /44/ Jacobaeus, C.: A study on congestion in link-systems. Ericsson Technics (1950)48, S.1-68.
- /45/ Jonin, G.L.; Sedol, J.J.; Stucka, P.: Telephone systems with repeated calls. 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S.435/1-435/5.
- /46/ Kampe, G.: Simscript. Vieweg-Verlag, Wiesbaden, 1971.
- /47/ Kampe, G.; Kühn, P.; Langenbach-Belz, M.: Simulation in der Nachrichtenverkehrstheorie: Problemstellungen und Programmiersprachen. GI-Workshop "Methodik der rechnergestützten Simulation", Karlsruhe, 1973; Gesellschaft für Kernforschung, Karlsruhe, KFK-Bericht 1845, 1973, S.240-263.
- /48/ Kampe, G.; Kühn, P.: Graded delay systems with infinite or finite source traffic and exponential or constant holding time. 8. ITC, Melbourne, Australien, 1976, Proceedings, S.251/1-251/10.
- /49/ Kharkevich, A.D.: Приближенный метод расчета числа соединительных устройств в АТС координатной системы. a) Elektrosvjaz' (1959), S.55-63. b) Englisch: An approximate method for calculating the number of junctions in a crossbar system exchange. Telecommunications (1960), S.185-197.
- /50/ Knoblich, G.: Beziehungen zwischen Warte- und Verlustsystemen. NTZ 14(1961)8, S.404-405.
- /51/ Kosten, L.: Simulation in traffic theory. 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S.411/1-411/8.
- /52/ Kühn, P.: Combined delay and loss systems with several input queues, full and limited accessibility. a) 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S.323/1-323/7. b) AEU 25(1971)9/10, S.449-454.

- /53/ Kühn, P.: Über die Berechnung der Wartezeiten in Vermittlungs- und Rechner-systemen. a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1972. b) 15. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1972.
- /54/ Kühn, P.: Waiting time distributions in multi-queue delay systems with gradings. 7. ITC, Stockholm, 1973, Proceedings, S.242/1-242/9.
- /55/ Kühn, P.: On multi-queue delay systems with gradings. AEU 29(1975)2, S.53-61.
- /56/ Kümmerle, K.: Ein Vorschlag zur Berechnung der Vertrauensintervalle bei Verkehrstests. AEU 23(1969)10, S.507-511.
- /57/ Kümmerle, K.: Berechnungsverfahren für mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung - Systematik und Analyse. a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1969. b) 9. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1969. c) Englisch: Methodes of calculation for multi-stage switching systems with conjugate selection - classification and analysis. British Post Office, London, Translation 2929.
- /58/ Kümmerle, K.: An analysis of loss approximations for link systems. a) 5. ITC, New York, 1967, Prebook, S.327-336. b) AEU 25(1971)9/10, S.466-471. c) Russisch: Анализ приближенных методов определения потерь в многокаскадных схемах. Вероятностные задачи в структурно-сложных системах коммутации, изд-во НАУКА, Москва, 1969, 76-88, АН СССР, ИППИ.
- /59/ Kümmerle, K.: Point to point loss in link systems - models and calculation methods. a) 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S.235/1-235/8. b) AEU 25(1971)9/10, S.466-471. c) IEEE-Com 19(1971)3, S.261-267.
- /60/ Neovius, G.: Artificial traffic trials using digital computers. Ericsson Technics 11(1955), S.279-291.
- /61/ Lörcher, W.: Exact calculation of the probability of loss for two-stage link systems with preselection and group selection. a) 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S.236/1-236/9. b) AEU 25(1971)9/10, S.471-476.

- /62/ Lörcher, W.: Exakte Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten und der charakteristischen Verkehrsgrößen mehrstufiger Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung.
a) Dissertation, Universität Stuttgart, 1973.
b) 20. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1973.
- /63/ Lörcher, W.: Point-to-point selection in link systems.
a) 7. ITC, Stockholm, 1973, Congress-Book, S. 317/1-317/8.
b) AEU 29(1975)1, S. 24-30.
- /64/ Lotze, A.: Berechnung der Verkehrsgrößen im Wartezeit-system aus den Verkehrsgrößen eines Verlust-systems.
Fernmeldetechn. Zeitschr. 7(1954)9, S. 443-453.
- /65/ Lotze, A.: Über die statistische Sicherheit von Verkehrsmessungen.
NTZ 11(1958)1, S. 5-7.
- /66/ Lotze, A.: Eine Verlustformel, ihre Prüfung mit künstlichem Zufallsverkehr und Güteermale zur Charakterisierung von Mischungen.
3. ITC, Paris, 1961, Doc. 28.
- /67/ Lotze, A.: Verluste und Güteermale einstufiger Mischungen.
NTZ 14(1961)9, S. 449-453.
- /68/ Lotze, A.: Das Näherungsverfahren der "Kombinierten Eingangs- und Abnehmerblockierung" (CIRE) zur Berechnung zwei- und mehrstufiger Link-systeme mit Richtungswahl oder Vorwahl.
3. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1963.
- /69/ Lotze, A.: Über den Typ der Norm-Mischung.
NTZ 18(1965)7, S. 396-400.
- /70/ Lotze, A.: Optimum link systems.
a) 5. ITC, New York, 1967, Prebook, S. 242-251.
b) Russisch: Оптимальные многокаскадные коммутационные схемы. Вероятностные задачи в структурно-сложных системах коммутации, изд-во НАУКА, Москва, 1969, 49-56, АН СССР, ИППИ.
- /71/ Lotze, A.: History and development of grading theory.
a) 5. ITC, New York, Prebook, S. 148-161.
b) AEU 25(1971)9/10, S. 402-410.
- /72/ Lotze, A.: Field engineering methods for economic network planning with or without alternate routing.
XX int. Meeting, The Institute of Management Science, Tel Aviv, Israel, 1973, Proceedings Vol. I, S. 159-167.
- /73/ Lotze, A.: DDD network optimization in field engineering - from theory to application.
a) 7. ITC, Stockholm, 1973, Proceedings, S. 521/1-521/12.
b) IEEE-Com 22(1974)12, S. 1921-1931.
- /74/ Lotze, A.; Röder, A.; Thierer, G.: "PPL" - a reliable method for the calculation of point-to-point loss in link systems.
8. ITC, Melbourne, Australien, 1976, Proceedings, S. 547/1-547/14.
- /75/ Lotze, A.; Röder, A.; Thierer, G.: Point-to-point selection versus point-to-group selection in link systems.
8. ITC, Melbourne, Australien, 1976, Proceedings, S. 541/1-541/5.
- /76/ Lotze, A.; Röder, A.; Thierer, G.: Investigations on folded and reversed link systems (simulation results and approximate loss calculation).
8. ITC, Melbourne, Australien, 1976, Proceedings, S. 544/1-544/5.
- /77/ Oehme, F.: Über die Bedeutung der Hauptverkehrsstunde im Fernsprechverkehr.
a) NTZ 19(1966)12, S. 705-712.
b) Englisch: On the importance of the busy hour in telephone traffic.
NTZ CJ 7(1968)2/3, S. 60-64./83/
- /78/ Palm, C.: Några anmärkingar över de Erlang'ske formlerna för upptagesystem.
Tekn. Medd. Kungl. Telegrafstyreslen Special-nummer för teletrafikt teknik, 1946, (SFT), S. 18.
- /79/ Riordan, J.: Stochastic service systems.
J. Wiley and Sons, Inc., New York, London, 1962.
- /80/ Røgeberg, T.; Børre, S.: TETRASIM - a general purpose program for the simulation of telephone systems.
7. ITC, Stockholm, 1973, Proceedings, S. 211/1-211/8.
- /81/ Rubas, J.: Survey of gradings and interconnecting schemes.
The Telecomm. Journal of Australia (1965), S. 120-124.
- /82/ Scharr, M.: Reines Wartesystem mit einstufiger Koppelanordnung und vollkommener bzw. unvollkommener Erreichbarkeit.
Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Studienarbeit, 1974.
- /83/ Schiff, A.: Warte- und Warteverlustsysteme mit einstufigen Koppelanordnungen und vollkommener bzw. unvollkommener Erreichbarkeit.
Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Studienarbeit, 1975.

- /84/ Schlegel, K.: Auflegungsart und Absuchmodus bei Mischwahl-Linkssystemen mit Wartemöglichkeit. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Studienarbeit, 1975.
- /85/ Schmid, H.: Wartezeitverteilungsfunktion bei Wartesystemen mit endlicher Quellenzahl und vollkommener Erreichbarkeit. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Studienarbeit, 1975.
- /86/ Schurr, K.: Zeitreue Simulationsprogramme für Linkssysteme mit Wartemöglichkeit am Eingang. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, Diplomarbeit, 1972.
- /87/ Segal, M.: A multiserver system with a finite number of sources and delayed requests served at random. 6. ITC, München, 1970, Congress-Book, S.332/1-332/4.
- /88/ Stell, F.K.: Zweckmäßige Gestaltung von Mischungen. Wiss.Zeitschr. der Hochschule für Verkehrswesen "Friedrich List" Dresden, Teil I: 12(1965)2, S.271-277. Teil II: 12(1965)3, S.459-464.
- /89/ Störmer, H.: Anwendung des Stichprobenverfahrens beim Beurteilen von Fernsprechkennmessungen. AEU 8(1954), S.439-446.
- /90/ Störmer, H.: Wartezeitlenkung in handbedienten Vermittlungsanlagen. AEU 10(1956), S.58-64.
- /91/ Thierer, M.: Delay systems with limited accessibility. 5. ITC, New York, 1967, Prebook, S.203-213.
- /92/ Thierer, M.: Wartesysteme mit unvollkommener Erreichbarkeit. Dissertation, Universität Stuttgart, 1968.
- /93/ Wagner, H.; Dietrich, G.: Bestimmung der Verkehrsleistung von Wartesystemen durch künstlichen Fernsprechkennverkehr. NTZ 17(1964)6, S.273-279.
- /94/ Weisschuh, H.: Theoretical aspects of finite source input process simulation. a) 7. ITC, Stockholm, 1973, Proceedings, S.215/1-215/4. b) Angewandte Informatik 17(1975)1, S.5-8.

3. Tabellenwerke

- /95/ Agosthazi, M.; Gosztony, G.; Uxa, E.: Engset charts. Budavox Telecomm.Rev., Special Edition, 1973.
- /96/ Basharin, G.P.: Таблицы вероятностей и средних квадратических отклонений потер на полнодоступном пучке линий. Изд-во АН СССР, Москва, 1962.
- /97/ Descloux, A.: Delay tables for finite- and infinite-source systems. McGraw-Hill Book Comp.Inc., New York, Toronto, London, 1962.
- /98/ Herzog, U.; Lörcher, W.; Lotze, A.; Schehrer, R.: Tabellen für die wirtschaftliche Dimensionierung von Fernsprechnetzen mit alternativer Leitweglenkung. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 2.unveränderte Aufl. 1975.
- /99/ Kühn, P.: Tabellen für Wartesysteme. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1976.
- /100/ Lotze, A.; Wagner, W.: Tafeln der modifizierten Palm-Jacobaeus-Verlustformel. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1963.
- /101/ Lotze, A.; Botsch, D.; Schehrer, R.: Tabellen für Streuwert und Verlust von einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener und vollkommener Erreichbarkeit. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1964.
- /102/ Palm, C.: Table of the Erlang loss formula. Kungl.Telestyrelsen, Stockholm, 1954.
- /103/ Rubas, J.: Table of Engset loss formula. Postmaster-General's Dep.Headq., Fundamental Planning Section, Traffic Eng.Rep.No.11, Melbourne, Australien, 1969.
- /104/ Suzuki, T.: Table for waiting system with full availability - infinite sources. EL.Comm.Lab.Techn.Journal, Nippon Telegraph and Telephone Corp., Tokyo, 1959.
- /105/ Suzuki, T.; Takagi, K.: Table of Erlang's loss formula - loss fixed. EL.Comm.Lab.Techn.Journal, Nippon Telegraph and Telephone Corp., Tokyo, 1960.
- /106/ Thierer, M.: Wartesystem-Tafeln für unvollkommene und vollkommene Erreichbarkeit nach der Interconnections-Warteformel (IDF). 7.Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten, Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1968.
- /107/ - - Tabellenbuch Fernsprechkenntheorie Teil 1. Siemens-AG, Berlin, München, 1970.
- /108/ - - Berechnungsunterlagen für die Planung von Fernmeldeanlagen. Telefonbau und Normalzeit, Frankfurt/Main, 1966.

BEZEICHNUNGEN

1. Strukturgrößen

BF _j	Belegtfächer im mehrstufigen Teilsystem T _j
FF _j	Freifächer im mehrstufigen Teilsystem T _j
f _j	Faktor, welcher die Wegevielfalt im mehrstufigen Teilsystem T _j berücksichtigt
g	Anzahl der Koppelvielfache (KVF)
g _j	Anzahl der KVF in Stufe j eines Linksystems
\bar{g}_j	Anzahl der KVF in Stufe j des Verbindungsgraphen
g _j [*]	Anzahl der KVF des einstufigen Teilmodells M _j
g _{v, T_j}	Anzahl der KVF in Stufe v des Teilsystems T _j
i	Anzahl der Eingänge je KVF
i _j	Anzahl der Eingänge je KVF in Stufe j eines Linksystems
j	Index für die Nr. der Stufe innerhalb eines Linksystems, 1 ≤ j ≤ S
k	Anzahl der Ausgänge je KVF
k [*]	reduzierte Erreichbarkeit zur Berechnung der Sperrwahrscheinlichkeit in realen Mischungen
k _{BF_j}	Belegtfächererreichbarkeit im mehrstufigen Teilsystem T _j
k _{eff_j}	effektive Erreichbarkeit im mehrstufigen Teilsystem T _j , Anzahl der Ausgänge je KVF im einstufigen Teilmodell M _j
k _{FF_j}	Freifächer-Erreichbarkeit im mehrstufigen Teilsystem T _j
k _j	Anzahl der Ausgänge je KVF in Stufe j eines Linksystems
KVF	Koppelvielfach
M	Mischungsverhältnis
M _j	einstufiges Teilmodell bezüglich der Blockierung in Stufe j eines Linksystems
n	Anzahl der Leitungen
\bar{n}_j	Anzahl der Leitungen des Verbindungsgraphen hinter den KVF der Stufe j eines Linksystems
n _j [*]	Anzahl der Leitungen des einstufigen Teilmodells M _j
q	Anzahl der Quellen je KVF in der ersten Stufe
s	Anzahl der Warteplätze je KVF in der ersten Stufe
S	Anzahl der Stufen eines Linksystems

T _j	Teilsystem bezüglich der Blockierung in Stufe j eines Linksystems
v	Index für die Nr. der Stufe innerhalb eines mehrstufigen Teilsystems T _j , 1 ≤ v ≤ j

2. Verkehrsgrößen

α	Anrufrate je freie Quelle
α _j	Anrufrate je freie Quelle im einstufigen Teilmodell M _j
δ _j	Parameter für die Verteilungsfunktion der Wartezeiten im einstufigen Teilmodell M _j
ε	Wahrsch.dichte für ein Belegungsende (Enderate)
η _j	Parameter für die Verteilungsfunktion der Wartezeiten im einstufigen Teilmodell M _j
λ	gesamte Anrufrate
λ _j	gesamte Anrufrate des einstufigen Teilmodells M _j
ρ	Verkehrsangebot je Leitung
τ	Wartezeit ankommender Rufe, bezogen auf die mittlere Dauer einer Leitungsbelegung h
τ _w	mittlere Wartezeit wartender Rufe, bezogen auf die mittlere Dauer einer Leitungsbelegung h
Ω	Wartebelastung (mittlere Warteschlangenlänge)
a	mittlerer Anrufabstand
A	Verkehrsangebot in Erl.
A _j	Verkehrsangebot des einstufigen Teilmodells M _j in Erl.
B	Verlustwahrscheinlichkeit
B _j	Verlustwahrscheinlichkeit des einstufigen Teilmodells M _j
C	Rufhemmung
c _A	Mittelwert der je Zeiteinheit ankommenden Rufe
c _j	Rufhemmung des einstufigen Teilmodells M _j
c _w	Mittelwert der je Zeiteinheit wartenden Rufe
E _{1, n} ^(A)	Erlangs Verlustformel
E _{2, n} ^(A)	Erlangs Warteformel
Erl.	Erlang, dimensionslose Einheit für den Nachrichtenverkehr, nach A.K.Erlang (1878-1929)
f	mittlere Freizeitdauer einer Quelle
h	mittlere Dauer einer Leitungsbelegung (holding time)
m _{2, j}	zweites gewöhnliches Moment für die Verteilungsfunktion der Wartezeiten wartender Rufe im einstufigen Teilmodell M _j
T _A	Anrufabstand

- T_F Freizeitdauer einer Quelle
- T_H Dauer einer Leitungsbelegung
- t_W mittlere Wartezeit wartender Rufe
- t_{Wj} mittlere Wartezeit wartender Rufe im einstufigen Teilmodell M_j
- w mittlere Wartezeit ankommender Rufe
- w_j mittlere Wartezeit ankommender Rufe im einstufigen Teilmodell M_j
- W Wartewahrscheinlichkeit
- W_j Wartewahrscheinlichkeit des einstufigen Teilmodells M_j
- $W(>t)$ (komplementäre) Verteilungsfunktion der Wartezeiten ankommender Rufe
- $W_j(>t)$ (komplementäre) Verteilungsfunktion der Wartezeiten ankommender Rufe im einstufigen Teilmodell M_j
- Y Leitungsbelastung in Erl.
- Y_j^* Leitungsbelastung des einstufigen Teilmodells M_j in Erl.
- Y_{Tj} Leitungsbelastung des Teilsystems T_j in Erl.
- Y_v Belastung der Ausgänge je KVF in Stufe v , in Erl.
- ZV1 Zufallsverkehr 1.Art , siehe A1.4,Seite 88
- ZV2 Zufallsverkehr 2.Art , siehe A1.4,Seite 88

3. Zustandsabhängige Größen

- $a(\dots)$ Übergangsrate von einem bestimmten unteren Nachbarzustand zu dem in Klammern angegebenen Zustand
- $c(x)$ Sperrwahrscheinlichkeit im Zustand x
- $d(x)$ relativer Anteil von Rufen, die im Zustand x bedient werden und aus blockierten KVF stammen (bei ZV2)
- $e(\dots)$ Übergangsrate von dem in Klammern angegebenen Zustand zu einem bestimmten unteren Nachbarzustand
- $p(\dots)$ Wahrscheinlichkeit für das Bestehen des in Klammern angegebenen Zustandes
- $\{r\}$ Zustand, in dem insgesamt r Rufe bedient werden oder warten
- $r(\dots)$ Wahrscheinlichkeit im Zusammenhang mit der Abfertigung wartender Rufe, wobei der in Klammern angegebene Zustand besteht
- $\{x\}$ Zustand, in dem x Leitungen belegt sind
- $\{x, u_1, u_2, \dots, u_s\}$ Zustand, in dem x Leitungen und insgesamt u_1 erste Warteplätze, u_2 zweite Warteplätze usw. belegt sind
- $\{x, z\}$ Zustand, in dem x Leitungen und insgesamt z Warteplätze belegt sind

1. EINLEITUNG

1.1 Übersicht

Die vorliegende Arbeit behandelt die Berechnung der Verkehrsgrößen bei solchen vielstufig konjugierten Koppelanordnungen (Linkssystemen), welche den Nachrichtenverkehr von einer großen Zahl von Eingängen über mehrere Koppelstufen auf eine geringere Anzahl von Ausgängen konzentrieren.

Bild 1-1 zeigt am Beispiel eines Ortsvermittlungssystems /7/ zwei typische Anwendungsfälle für Linkssysteme zur Verkehrskonzentration.

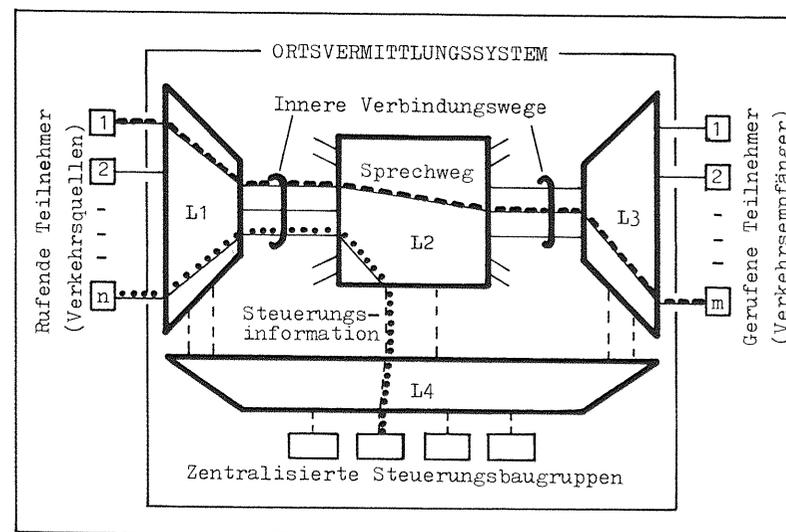


Bild 1-1: Ortsvermittlungssystem mit vielstufig konjugierten Koppelanordnungen (Linkssystemen).

- L1 Linkssystem zur Verkehrskonzentration
- L2 Linkssystem zur Verkehrsverteilung (Richtungswahl)
- L3 Linkssystem zur Verkehrsexpansion
- L4 Linkssystem zur Anschaltung zentralisierter Steuerungsbaugruppen
- Sprechweg zwischen rufendem Teilnehmer 1 und gerufenem Teilnehmer m
- Wählziffern des rufenden Teilnehmers n , die von einer zentralisierten Baugruppe aufgenommen werden
- Steuerleitungen ————— Sprechwege

- Linksystem L1 zwischen den rufenden Teilnehmern und den inneren Verbindungswegen. Da in der Regel nie mehr als z.B. 10% der an ein Linksystem L1 angeschlossenen 100..2000 Teilnehmer gleichzeitig zu sprechen wünschen, kann die Anzahl der inneren Verbindungswege z.B. um den Faktor 10 reduziert werden (genaue Berechnung mit verkehrstheoretischen Methoden).
- Linksystem L4 zwischen den Linksystemen L1,L2,L3 einerseits und den zentralisierten Baugruppen der Steuerung andererseits. Diese Baugruppen werden jeweils nur für kurze Zeit zur Verarbeitung von Steuerungsinformationen (z.B. Wählziffern) benötigt. Daher kann ihre Anzahl z.B. um den Faktor 5 kleiner sein als die Anzahl der inneren Verbindungswege.

Jede Stufe eines Linksystems besteht aus mehreren Koppelvielfachen (KVF), vgl. Bild 1-2. Diese sind mit den KVF der vorhergehenden

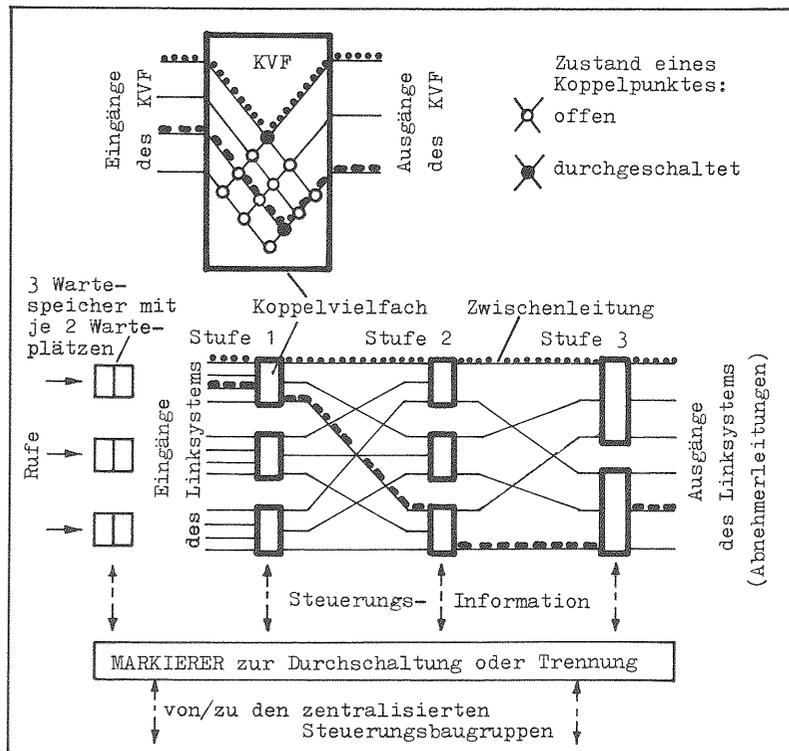


Bild 1-2: Einfaches Beispiel für ein dreistufiges Linksystem mit Wartemöglichkeit.

....., - - - - durchgeschaltete Verbindung

und der nachfolgenden Stufe durch Zwischenleitungen (englisch "link") verbunden. Bei einem KVF kann jeder Eingang zu jedem beliebigen Ausgang über einen Koppelpunkt durchgeschaltet werden. Die Belegung oder Freischaltung einer Zwischenleitung wird von der Linksystem-Steuerung (Markierer) vorgenommen, welche die Steuerungsinformation von den zentralisierten Steuerungsbaugruppen erhält oder die Steuerbefehle selbst aus einer logischen Schaltung gewinnt. Bei einem Verbindungswunsch (Ruf) erfolgt die Durchschaltung von einem Eingang zu einem freien Ausgang des Linksystems nur, wenn die Steuerung einen durchgehenden freien Weg durch sämtliche Stufen des Linksystems findet (konjugierte Durchschaltung). Die Wegesuche wird nach dem Prinzip der Bündelwahl durchgeführt, d.h. die Steuerung versucht, einen Ruf auf einen beliebigen freien Ausgang des Linksystems durchzuschalten.

In älteren Vermittlungssystemen bestehen die Durchschaltetzwerke von Linksystemen aus mechanischen Laufwählern oder aus Kreuzschielenwählern. Moderne Vermittlungssysteme verwenden Linksysteme, deren KVF aus einzelnen, individuell ansteuerbaren Edelmetall-Koppelpunkten bestehen (z.B. ESK-Relais, Herkon-Relais). Halbleiter-Koppelpunkte werden bisher sehr selten angewendet.

Im Vergleich zu Koppelanordnungen mit nur einer einzigen Stufe und gleicher Verkehrsleistung ermöglicht ein Linksystem mit S Stufen eine wesentliche Einsparung an Koppelpunkten bei einem höheren, aber kostengünstigeren Aufwand an Steuerungslogik. Durch den Einsatz von Linksystemen kann erreicht werden, daß auch sehr große Bündel mit wirtschaftlichem Aufwand praktisch vollkommen erreichbar abgesucht werden können /10,11,19,20,70/.

Bei Linksystemen ohne Wartemöglichkeit geht ein Ruf verloren, wenn er "blockiert" wird, d.h. wenn er nicht sofort bei Ankunft durchgeschaltet werden kann. Derartige Linksysteme werden somit als Verlustsysteme betrieben.

Mit einem geringen technischen Aufwand ist es häufig möglich, bei Linksystemen eine Wartemöglichkeit für blockierte Rufe einzurichten und dadurch ein Linksystem und dessen Ausgänge effektiver auszulasten. Z.B. kann ein Fernsprechteilnehmer nach dem Abheben des Handapparates auf das Amtszeichen warten, welches erst dann ertönt, wenn ein freies zentrales Register zur Aufnahme der Wählziffern gefunden und angeschaltet wurde. Abhängig von der Anzahl der Warteplätze werden grundsätzlich unterschieden:

- Linkssysteme mit unbegrenzter Wartemöglichkeit: jeder blockierte Ruf kann warten (Wartesystem).
- Linkssysteme mit begrenzter Wartemöglichkeit: ein blockierter Ruf wartet, wenn noch mindestens ein Warteplatz frei ist; andernfalls geht er verloren (kombiniertes Warte-Verlust-System).

Während des Wartens belegt ein Ruf einen Warteplatz im Wartespeicher und einen Eingang eines KVF in der ersten Stufe des Linksystems. Bei der Abfertigung eines wartenden Rufes wird der betreffende Warteplatz frei, und der bereits während des Wartens belegte Eingang des Linksystems bleibt weiterhin belegt.

Die verkehrstheoretischen Eigenschaften von Linksystemen können durch die folgenden charakteristischen Verkehrsgrößen beschrieben werden, wobei die Struktur der Linksysteme sowie die statistischen Eigenschaften des Verkehrs den Zahlenwert dieser Größen beeinflussen (alle Größen werden im allgemeinen für stationären Verkehr angegeben).

- Leitungsbelastung: Anzahl der im Mittel gleichzeitig belegten Leitungen.
- Verkehrsangebot: Leitungsbelastung, die auftreten würde, wenn alle ankommenden Rufe bedient werden könnten; Produkt aus Ankunftsrate und mittlerer Belegungsdauer.
- Rufhemmung: Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf bei Ankunft blockiert wird, d.h. wartet oder verloren geht.

- Wartewahrscheinlichkeit: Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf bei Ankunft warten muß.
- Verlustwahrscheinlichkeit: Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf bei Ankunft verloren geht.
- Wartebelastung: Anzahl der im Mittel gleichzeitig belegten Warteplätze (mittlere Warteschlangenlänge).
- Mittlere Wartezeit: Diese Zeit wird entweder auf alle ankommenden Rufe oder nur auf die wartenden Rufe bezogen.
- Verteilungsfunktion der Wartezeiten: Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf länger als eine vorgegebene Zeit warten muß. Diese Größe wird bezüglich aller ankommenden Rufe oder nur bezüglich der wartenden Rufe ermittelt.

Die grundsätzlichen Methoden zur Bestimmung dieser charakteristischen Verkehrsgrößen sind in Abschnitt 1.2 zusammengefaßt. Für Linksysteme mit oder ohne Wartemöglichkeit wäre eine exakte Berechnung der Verkehrsgrößen prinzipiell durchführbar, wenn die dabei auftretenden vieldimensionalen Zustandsgleichungen numerisch gelöst werden könnten. Bei Linksystemen üblicher Größe ist dies jedoch auch in naher Zukunft selbst mit den größten Rechenanlagen nicht möglich, da der Rang der Gleichungssysteme oft den Wert von 10^{10} übersteigt.

In der vorliegenden Arbeit wird daher ein approximatives Rechenverfahren vorgestellt. Für Linksysteme ohne Wartemöglichkeit ist eine Vielzahl von Näherungslösungen bekannt, die (bis 1967) in /57/ systematisch zusammengestellt wurden. Die jeweiligen mathematischen Modelle zur approximativen Berechnung sind recht unterschiedlich. Die Lösungsmethode der vorliegenden Arbeit stützt sich auf ein Modell, welches sich bereits in früheren Untersuchungen am Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung bei Linksystemen ohne Wartemöglichkeit /19,20,68/ wie auch bei Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit /38,39/ als zutreffend erwiesen hat. Dieses Modell wird in der vorliegenden Arbeit für Linksysteme mit begrenzter Wartemöglichkeit weiterentwickelt.

Der Lösungsweg ist durch die folgenden Schritte gekennzeichnet:

- Vorgabe der Verkehrsbelastung sowie des Typs von Ankunfts- und Bedienungsprozeß.
- Zerlegung des Linksystems in Teilsysteme, welche für die vorgegebene Verkehrsbelastung jeweils auf eine einstufige Koppelanordnung (Teilmodell) mit gleicher Verkehrsleistung abgebildet werden.
- Bestimmung der charakteristischen Verkehrsgrößen (Teilergebnisse) für die einstufigen Teilmodelle. Hierbei werden teils exakte, teils approximative Verfahren angewandt.
- Zusammensetzung der Teilergebnisse zur Bestimmung der charakteristischen Verkehrsgrößen des gesamten Linksystems.

In Abschnitt 2 wird der prinzipielle Lösungsweg des approximativen Rechenverfahrens ausführlich beschrieben.

Der Abschnitt 3 befaßt sich mit der Berechnung von Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit, wobei neben den Erwartungswerten der Verkehrsgrößen auch Formeln für die Wartezeitverteilungsfunktion hergeleitet werden.

In Abschnitt 4 wird dieses neue Verfahren auf die Berechnung von Linksystemen mit begrenzter Wartemöglichkeit ausgedehnt.

Der Abschnitt 5 berichtet über Untersuchungen mit Hilfe von Simulationsergebnissen. Dabei wird geprüft, in welcher Weise die charakteristischen Verkehrsgrößen bei Linksystemen zur Verkehrskonzentration von der Auflegungsart der Zwischenleitungen sowie vom Absuchmodus bei der Wegesuche abhängen.

Sowohl für die Berechnung als auch für die Simulation sind für die interessierenden Koppelanordnungen die Strukturparameter, Verkehrsparameter und Betriebsparameter festzulegen. Im Anhang A1 sind diese Parameter zur Beschreibung von Koppelanordnungen ausführlich erläutert.

1.2 Methoden zur verkehrstheoretischen Untersuchung von Linksystemen

1.2.1 Verkehrsmessungen am realen Vermittlungssystem

Hierzu sind jeweils während der Hauptverkehrszeit (Hauptverkehrsstunden, HVStd, /77/) die Belegungs-, Verlust- bzw. Wartefälle zu registrieren und als Funktion der Struktur, der Leitungsbelastung und der Betriebsart des Linksystems auszuwerten. Die Bündelbelastungen schwanken jedoch von Werktag zu Werktag, und z.B. nur an 3 Werktagen einer Woche tritt ein ungefähr gleich großer Verkehr während der HVStd auf. Deshalb muß eine Vielzahl von Messungen vorgenommen werden, um eine hinreichend große statistische Aussagesicherheit bei einer bestimmten Bündelbelastung zu erhalten /65,89/.

Beispiel: Von 20 zentralisierten Baugruppen (Registern) zur Aufnahme von Wählziffern seien während der HVStd im Mittel 12 Register gleichzeitig belegt (Schätzwert). Die mittlere Belegungsdauer pro Anforderung betrage 15 sec. Für eine hinreichend genaue Messung der Registerbelastung müssen etwa 100 000 Registerbelegungen durch die Messung jeweils während der HVStd erfaßt werden /65,89/. Diese Messung benötigt einen Zeitraum von 11 Wochen (11x3 Werktage)! Dabei sind genauigkeitsmindernde Einflüsse durch jahreszeitliche Verkehrsschwankungen nicht auszuschließen.

Wegen des hohen Zeitbedarfs ist dieses Verfahren bei verkehrstheoretischen Untersuchungen im allgemeinen nicht anwendbar. Wesentlich genauere Werte der gesuchten Verkehrsgrößen erhält man durch Anwendung von Simulationsmethoden.

1.2.2 Simulation von Linksystemen

Die Struktur des zu untersuchenden Linksystems sowie der Verkehrsablauf werden durch ein Simulationsmodell in einer Datenverarbeitungsanlage möglichst wirklichkeitstreu nachgebildet, vgl. /42/ und dortige Lit., sowie /24,26,33,47,51,56,60,93,94/. Während des zeitlich stark gerafften Verkehrsablaufs (z.B. 500 000 Anrufe pro Rechnerstunde) werden Messungen am Simulationsmodell durchgeführt. Für die Programmierung stehen neben ALGOL oder FORTRAN

auch Simulationssprachen wie GPSS, SIMSCRIPT oder SIMULA zur Verfügung /22,46/. Es wird zur Zeit eigens für diesen Anwendungsbereich eine spezielle Simulationssprache entwickelt: TETRASIM /80/.

Das Verfahren der Simulation ermöglicht einen zuverlässigen und relativ schnellen Vergleich des Verkehrsverhaltens bei unterschiedlichen Strukturen und Betriebsarten. Es wurde auch im Rahmen dieser Arbeit verwendet (Programme in ALGOL und SIMSCRIPT, /30,86/).

1.2.3 Exakte Berechnung von Linksystemen

Für den Verkehrsablauf im realen Linksystem wird ein möglichst wirklichkeitstreu mathematisches Modell gebildet. Hierzu werden Methoden der Statistik und der Wahrscheinlichkeitstheorie eingesetzt. Die hierbei sich ergebenden Gleichungssysteme sind jedoch so groß, daß nur für sehr kleine, in der Praxis unübliche Linksysteme Lösungen auf einem Digitalrechner ermittelt werden können /13,61,62/. Mit Hilfe der so gewonnenen Ergebnisse lassen sich in bestimmten Fällen prinzipielle Aussagen über die Leistungsfähigkeit von Linksystemen machen.

Für die in dieser Arbeit betrachteten Linksysteme scheidet das Verfahren der exakten Berechnung als mögliche Untersuchungsmethode aus.

1.2.4 Näherungsweise Berechnung von Linksystemen

Das reale Linksystem wird wie bei der exakten Berechnung durch ein mathematisches Modell nachgebildet. Mit Hilfe von Näherungsannahmen (Vereinfachung des Modells) wird jedoch der rechnerische Aufwand so weit reduziert, daß Linksysteme mit einer für die Praxis ausreichenden Genauigkeit berechnet werden können. Die Zuverlässigkeit von Näherungsmethoden muß in jedem Fall durch einen Vergleich mit Simulationsergebnissen nachgewiesen werden.

Die vorliegende Arbeit gibt ein neues Verfahren zur näherungsweisen Berechnung von Linksystemen mit Wartemöglichkeit und Verkehrskonzentration an (vgl. Abschnitt 1.1).

1.3 Bekannte Verfahren zur Berechnung von einstufigen Koppelanordnungen und Linksystemen

In der vorliegenden Arbeit werden zur Berechnung der charakteristischen Verkehrsgrößen bei Linksystemen mit S Stufen auch bekannte Lösungen für einstufige Koppelanordnungen mitbenutzt. Daher sind in Bild 1-3 die für diese Arbeit wichtigen, bisher bekannten Verfahren für einstufige Koppelanordnungen wie auch für Linksysteme zusammengestellt. Die Unterteilung der einstufigen Koppelanordnungen (Spaltenüberschriften in Bild 1-3) erfolgt nach den Strukturformen, die in Abschnitt A1.2, Seite 83 ausführlich erläutert sind.

Aus Bild 1-3 geht hervor, daß für den Fall unendlich vieler Verkehrsquellen (Zufallsverkehr 1. Art, ZV1, vgl. S.88) sowie für den Fall endlich vieler Verkehrsquellen (Zufallsverkehr 2. Art, ZV2, vgl. S.88) Lösungen bekannt sind, wobei zwischen Verlustsystemen, Wartesystemen und kombinierten Warte-Verlustsystemen unterschieden wird (Zeilenüberschriften in Bild 1-3). Die Schraffur in Bild 1-3 kennzeichnet die Themen dieser Arbeit.

Dort, wo außer dem Mittelwert der Wartezeit auch die Wartezeitverteilungsfunktion berechnet werden kann, ist dies durch die Abkürzung "VF" in Bild 1-3 angegeben, gefolgt von einer Kurzbezeichnung für die Disziplin, mit welcher wartende Rufe abgefertigt werden:

- R RANDOM, zufallsmäßige Auswahl,
- F FIFO, Abfertigung in Ankunftsreihenfolge,
- L LIFO, Abfertigung in inverser Ankunftsreihenfolge,
- R/F RANDOM/FIFO, zufallsmäßige Auswahl eines Wartespeichers und Abfertigung der darin wartenden Rufe in Ankunftsreihenfolge.

2.2 Struktur des Verbindungsgraphen

Der Verbindungsgraph stellt einen Ausschnitt aus dem S-stufigen Linkssystem dar und besteht selbst ebenfalls aus S Stufen. In Bild 2-1 ist ein kleines vierstufiges Linkssystem als einfaches Beispiel angegeben, wobei der Verbindungsgraph durch dicke Linien gekennzeichnet ist. Zum Verbindungsgraph gehören ein KVF in der ersten Stufe des Linksystems (Start-KVF, z.B. das KVF 1a in Bild 2-1) sowie alle jene KVF, Zwischenleitungen und Abnehmerleitungen, welche vom betrachteten Start-KVF aus erreicht werden können. Der Verbindungsgraph enthält somit alle Pfade, die für einen am Start-KVF ankommenden Ruf "von Interesse" sein können, wenn sie frei sind.

HINWEIS: Für die in dieser Arbeit betrachteten Linksysteme ist es wegen ihrer symmetrischen Struktur unwichtig, welches KVF der ersten Stufe als Start-KVF betrachtet wird. Die Struktur des Verbindungsgraphen ist davon unabhängig.

Die Strukturparameter des Verbindungsgraphen ergeben sich aus der Struktur des Linksystems:

\bar{g}_j Anzahl der KVF des Verbindungsgraphen in Stufe j , $1 \leq j \leq S$,
 \bar{n}_j Anzahl der Leitungen des Verbindungsgraphen hinter der Stufe j
 mit
$$\bar{n}_j = \bar{g}_j \cdot k_j \quad (2.1)$$

Für das Beispiel in Bild 2-1 gilt:

- Stufe 1: $\bar{g}_1 = 1$ (KVF 1a) $\bar{n}_1 = \bar{g}_1 \cdot k_1 = 1 \cdot 4 = 4$
- Stufe 2: $\bar{g}_2 = 2$ (KVF 2a, 2b) $\bar{n}_2 = \bar{g}_2 \cdot k_2 = 2 \cdot 3 = 6$
- Stufe 3: $\bar{g}_3 = 3$ (KVF 3a, 3b, 3c) $\bar{n}_3 = \bar{g}_3 \cdot k_3 = 3 \cdot 4 = 12$
- Stufe 4: $\bar{g}_4 = 2$ (KVF 4a, 4b) $\bar{n}_4 = \bar{g}_4 \cdot k_4 = 2 \cdot 5 = 10$

Aus dem Linksystem mit S Stufen wird nun mit Hilfe des Verbindungsgraphen bezüglich jeder Stufe ein Teilsystem festgelegt. Es gibt somit insgesamt S Teilsysteme.

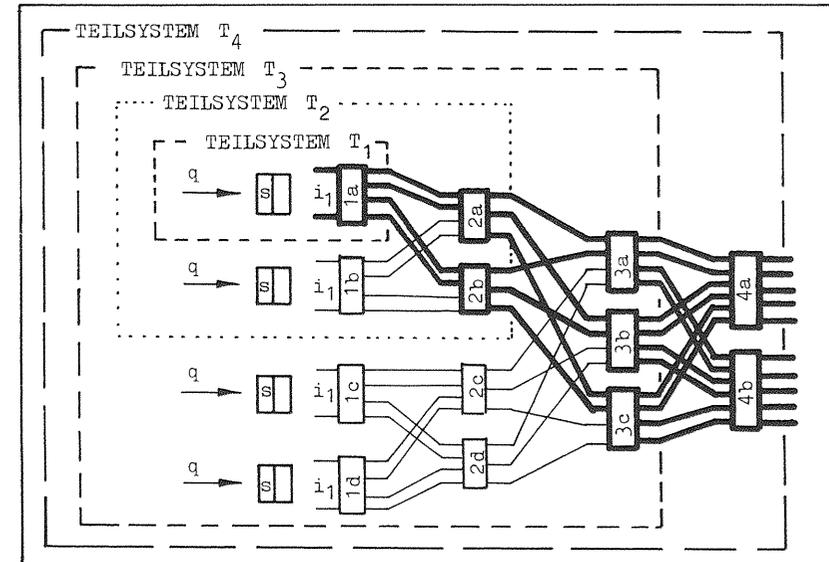


Bild 2-1: Festlegung von Teilsystemen eines Linksystems. Verbindungsgraph

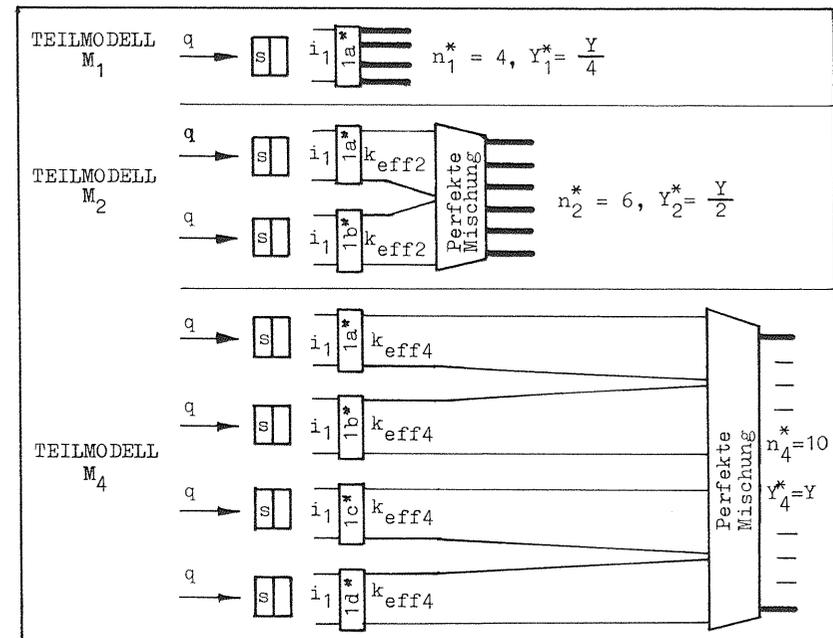


Bild 2-2: Abbildung der Teilsysteme auf einstufige Teilmodelle.

2.3 Struktur und Belastung der S Teilsysteme

Das Teilsystem T_j stellt einen Ausschnitt aus dem S-stufigen Linkssystem dar und besteht selbst aus j Stufen ($1 \leq j \leq S$).

Die letzte Stufe (= Stufe j) des Teilsystems T_j besteht aus den \bar{g}_j KVF des Verbindungsgraphen in dieser Stufe. Daher hat das Teilsystem T_j insgesamt $\bar{g}_j \cdot k_j = \bar{n}_j$ Ausgänge.

Die Stufen 1 bis j-1 (allgemein: Stufe v) des Teilsystems T_j bestehen aus g_{v,T_j} KVF. Dies sind jene KVF des Linksystems, über welche Verkehr auf die \bar{n}_j Ausgänge des Teilsystems T_j gelangen kann.

Die Strukturparameter der Teilsysteme T_1 bis T_S können somit aus der Struktur des Linksystems bestimmt werden.

Für das Beispiel in Bild 2-1 gilt:

- Teilsystem T_1 (besteht aus einer Stufe)

$$g_{1,T_1} = \bar{g}_1 = 1 \quad (\text{KVF 1a})$$

- Teilsystem T_2 (besteht aus zwei Stufen)

$$g_{1,T_2} = 2 \quad (\text{KVF 1a,1b}) \quad g_{2,T_2} = \bar{g}_2 = 2 \quad (\text{KVF 2a,2b})$$

- Teilsystem T_3 (besteht aus drei Stufen)

$$g_{1,T_3} = 4 \quad (\text{KVF 1a,1b,1c,1d}) \quad g_{2,T_3} = 4 \quad (\text{KVF 2a,2b,2c,2d})$$

$$g_{3,T_3} = \bar{g}_3 = 3 \quad (\text{KVF 3a,3b,3c})$$

- Teilsystem T_4 (besteht aus vier Stufen)

$$g_{1,T_4} = 4 \quad (\text{KVF 1a,1b,1c,1d}) \quad g_{2,T_4} = 4 \quad (\text{KVF 2a,2b,2c,2d})$$

$$g_{3,T_4} = 3 \quad (\text{KVF 3a,3b,3c}) \quad g_{4,T_4} = \bar{g}_4 = 2 \quad (\text{KVF 4a,4b})$$

Die Belastung Y_{T_j} der \bar{n}_j Ausgänge des Teilsystems T_j kann aus der vorgegebenen Gesamtbelastung Y des Linksystems berechnet werden, wobei eine gleichmäßige Verteilung der Belastung über die KVF jeder Stufe des Linksystems angenommen wird:

$$Y_{T_j} = \frac{\bar{g}_j}{g_j} \cdot Y \quad (2.2)$$

wobei g_j die Anzahl aller KVF des Linksystems in Stufe j bedeutet.

In Abhängigkeit von dieser vorgegebenen Belastung wird die Rufhemmung C_j jedes Teilsystems T_j ermittelt. Um die Berechnung zu vereinfachen, erfolgt für $j > 1$ die Abbildung des mehrstufigen Teilsystems T_j (bestehend aus j Stufen) auf ein einstufiges Teilmodell M_j .

HINWEIS: Falls in einer Stufe j ($j=1,2,\dots,S$) grundsätzlich keine Rufhemmung auftreten kann (vgl. Abschnitt A1.3, Seite 87), entfällt die Abbildung des zugehörigen Teilsystems T_j , weil dann für die Rufhemmung gilt

$$C_j = 0 \quad , \quad \text{wenn } i_j \leq k_j \quad (2.3)$$

2.4 Abbildung der Teilsysteme auf einstufige Teilmodelle mit gleicher effektiver Erreichbarkeit

Das einstufige Teilmodell M_j soll bei der vorgegebenen Belastung die gleiche Verkehrsgüte wie das abzubildende Teilsystem T_j ($1 \leq j \leq S$) aufweisen. Dies wird durch die folgenden Abbildungsregeln erreicht:

- Die Anzahl g_j^* der KVF des einstufigen Teilmodells M_j ergibt sich aus der Anzahl g_{1,T_j} der KVF in der ersten Stufe des Teilsystems T_j :

$$g_j^* = g_{1,T_j} \quad (2.4)$$

- Die Anzahl n_j^* der Leitungen des einstufigen Teilmodells M_j ist gleich der Anzahl \bar{n}_j der Ausgänge des Teilsystems T_j :

$$n_j^* = \bar{n}_j \quad (2.5)$$

mit \bar{n}_j nach (2.1)

- Die Belastung Y_j^* der n_j^* Leitungen des einstufigen Teilmodells M_j ist gleich der Belastung der Ausgänge des Teilsystems T_j :

$$Y_j^* = Y_{T_j} \quad (2.6)$$

mit Y_{T_j} nach (2.2)

- Die effektive Erreichbarkeit k_{effj} ist die wichtigste Größe bei der Abbildung mehrstufiger Teilsysteme auf einstufige Teilmodelle. Sie gibt an, wieviel Ausgänge des

Teilsystems T_j von einem Start-KVF bei vorgegebener Belastung im Mittel "effektiv" erreichbar sind. Die Größe k_{effj} wird aus der Struktur und der Belastung des mehrstufigen Teilsystems T_j berechnet. Die Formeln hierfür sind in Abschnitt A2, Seite 90, zusammengestellt.

- Die g_j^* KVF des Teilmodells M_j haben somit jeweils k_{effj} Ausgänge, von welchen aus die n_j^* Leitungen des Teilmodells M_j über eine "Perfekte" Mischung (hochwertige Mischung /66/) abgesucht werden, siehe Bild 2-2, S.31.

Für das Beispiel eines vierstufigen Linksystems in Bild 2-1 (S.31) ergeben sich damit die einstufigen Teilmodelle M_1 bis M_4 , die in Bild 2-2 und 2-3 beschrieben sind.

Einstufiges TEILMODELL	Anzahl KVF	Anzahl Leitungen	Belastung
M_1	$g_1^* = g_{1,T1} = 1$ (KVF 1a*)	$n_1^* = \bar{n}_1 = 4 (=k_1)$	$Y_1^* = \frac{\bar{g}_1}{g_1} \cdot Y = \frac{1}{4} \cdot Y$
M_2	$g_2^* = g_{1,T2} = 2$ (KVF 1a*, 1b*)	$n_2^* = \bar{n}_2 = 6$	$Y_2^* = \frac{\bar{g}_2}{g_2} \cdot Y = \frac{1}{2} \cdot Y$
M_3	entfällt wegen	$i_3 = k_3 = 4$, siehe Glg. (2.3)	
M_4	$g_4^* = g_{1,T4} = 4$ (KVF 1a*...1d*)	$n_4^* = \bar{n}_4 = 10 (=n)$	$Y_4^* = \frac{\bar{g}_4}{g_4} \cdot Y = 1 \cdot Y$

Bild 2-3: Einstufige TEILMODELLE zu dem Beispiel aus Bild 2-1.

2.5 Zusammensetzung der charakteristischen Verkehrsgrößen bei Linksystemen

Sobald die Struktur und die Belastung der einstufigen Teilmodelle M_j ermittelt sind, können für jedes Teilmodell M_j die zugehörige Rufhemmung C_j sowie weitere interessierende Verkehrsgrößen (z.B. Verlustwahrscheinlichkeit, Wartewahrscheinlichkeit, mittlere Wartezeit) berechnet werden. Die hierzu erforderlichen Formeln sind in den Kapiteln 3 bzw. 4 dieser Arbeit ausführlich hergeleitet. Zum Teil können die Verkehrsgrößen der einstufigen Teilmodelle auch aus Tabellen entnommen werden, vgl. Bild 2-4, S.35.

Unter der Näherungsannahme eines statistischen Unabhängigkeit der Blockierungsursachen in den einzelnen Stufen des Linksystems

EINSTUFIGE KOPPELANORDNUNGEN MIT WARTEMÖGLICHKEIT	WARTESYSTEM		WARTE-VERLUST-SYSTEM	
	ZV1	ZV2	ZV1	ZV2
1 KVF	/99/ sowie /97/ /104/ /106/ /107/ /108/	/99/ sowie /97/	/99/	4.3
mehrere KVF	vollkommene Erreichbarkeit		/99/	4.4
	unvollkommene Erreichbarkeit	/99/	3.4	4.4

Bild 2-4: Tabellenwerke für die charakteristischen Verkehrsgrößen der einstufigen Teilmodelle.

X.Y Verfahren nicht tabelliert; Beschreibung siehe Abschnitt X.Y in der vorliegenden Arbeit.

läßt sich damit die Rufhemmung C des Linksystems aus den Rufhemmungen C_1 bis C_S der Teilmodelle wie folgt zusammensetzen:

$$C = \dots \quad (2.7)$$

Rufhemmung in Stufe 1	C_1
Rufhemmung in Stufe 2 unter der Bedingung, daß nicht gleichzeitig eine Rufhemmung in Stufe 1 vorliegt	$+ (1-C_1) \cdot C_2$
Rufhemmung in Stufe 3 unter der Bedingung, daß nicht gleichzeitig eine Rufhemmung in Stufe 1 bzw. Stufe 2 vorliegt	$+ (1-C_1) \cdot (1-C_2) \cdot C_3$
⋮	⋮
Rufhemmung in Stufe S unter der Bedingung, daß nicht gleichzeitig eine Rufhemmung in Stufe 1 bis S-1 vorliegt	$+ \prod_{j=1}^{S-1} (1-C_j) \cdot C_S$

Aus Gleichung (2.7) ergibt sich als Rufhemmung C des Linksystems

$$C = 1 - \prod_{j=1}^S (1-C_j) \quad (2.8)$$

wobei das Produkt die Wahrscheinlichkeit angibt, daß ein Ruf weder in Stufe 1 noch in Stufe 2 ... noch in Stufe S blockiert wird.

Die weiteren charakteristischen Verkehrsgrößen eines Linksystems werden in entsprechender Weise aus den Ergebnissen der Teilmodelle M_1 bis M_S zusammengesetzt (Abschnitte 3.5, 4.5, A3.5).

3. LINKSYSTEME FÜR MISCHWAHL MIT UNBEGRENZTER WARTEMÖGLICHKEIT

3.1 Allgemeines

In Abschnitt 3 wird die Berechnung der Verkehrsgrößen von Linksystemen beschrieben, welche eine Verkehrskonzentration bewirken und als Wartesysteme betrieben werden: Trifft ein ankommender Ruf eine Blockierung in irgendeiner Stufe des Linksystems an, so kann er einen Warteplatz vor seinem Start-KVF belegen und auf seine Abfertigung warten. Bei einem Belegungsende werden wartende Rufe nach der in Abschnitt A1.5 erläuterten Disziplin abgefertigt.

In Abschnitt 3.2 sind die interessierenden Verkehrsgrößen für Linksysteme mit unbegrenzter Wartemöglichkeit aufgeführt. Zur Bestimmung dieser Größen werden, wie in Abschnitt 2 beschrieben, aus dem Linksystem mit Hilfe des Verbindungsgraphen Teilsysteme festgelegt und diese auf einstufige Teilmodelle abgebildet. Die Abschnitte 3.3 und 3.4 behandeln die Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der Verkehrsgrößen für die Teilmodelle. In Abschnitt 3.5 werden aus diesen Ergebnissen die Erwartungswerte für Linksysteme mit unbegrenzter Wartemöglichkeit zusammengesetzt. Abschnitt 3.6 gibt die Berechnung der Wartezeitverteilungsfunktion bei ZV1 an.

HINWEIS: Alle Formeln in Abschnitt 3 gelten, soweit nicht anders angegeben, sowohl für ZV1 als auch für ZV2 .

3.2 Interessierende Verkehrsgrößen bei Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit

In Abhängigkeit von der vorgegebenen Belastung Y der Abnehmerleitungen eines Linksystems sind die folgenden Größen von Interesse, wenn die Leistungsfähigkeit von Link-

systemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit beurteilt werden soll:

A Verkehrsangebot, welches die vorgegebene Belastung Y der Abnehmerleitungen bewirkt; da eine unbegrenzte Wartemöglichkeit besteht und kein wartender Ruf verzichtet, gilt

$$A = Y \tag{3.1}$$

C Rufhemmung

W Wartewahrscheinlichkeit; da eine unbegrenzte Wartemöglichkeit besteht, gilt

$$W = C \tag{3.2}$$

w Mittlere Wartezeit, bezogen auf alle ankommenden Rufe

t_w Mittlere Wartezeit, bezogen auf die wartenden Rufe

Ω Wartebelastung

W(>t) Wartezeitverteilungsfunktion

3.3 Einstufiges Teilmodell M₁ für die Eingangsblockierung je KVF der ersten Stufe

3.3.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M₁

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf in einem KVF der ersten Stufe eines Linksystems mit unbegrenzter Wartemöglichkeit bei Ankunft blockiert wird und somit warten muß, kann mit Hilfe des einstufigen Teilmodells M₁ nach Bild 3-1 (S.38) ermittelt werden.

Die Strukturparameter q, s, i₁ und k₁ des Teilmodells M₁ sind identisch mit der Anzahl von Quellen, Warteplätzen, Eingängen und Ausgängen eines KVF in Stufe 1 des Linksystems. Bei unbegrenzter Wartemöglichkeit ist das Verkehrsangebot gleich der Leitungsbelastung:

$$A_1 = Y_1^* \tag{3.3}$$

Daher ergibt sich bei ZV1 die Anrufrate λ₁ direkt aus der vorgegebenen Belastung auf den k₁ Leitungen des Teilmodells M₁ :

$$\lambda_1 = \varepsilon \cdot Y_1^* = Y_1^* / h \tag{3.4}$$

Bei ZV2 hingegen wird die Anrufrate α_1 iterativ so gewählt, daß sich die für das Teilmodell M_1 vorgegebene Belastung Y_1^* (mit einer relativen Genauigkeit von z.B. 10^{-5}) einstellt, vgl. Glg.(3.13), S.40. Die Enderate ϵ ist gleich der Enderate auf den Abnehmerleitungen des Linksystems. Die Betriebsparameter des Teilmodells M_1 sind in Bild 3-1 angegeben.

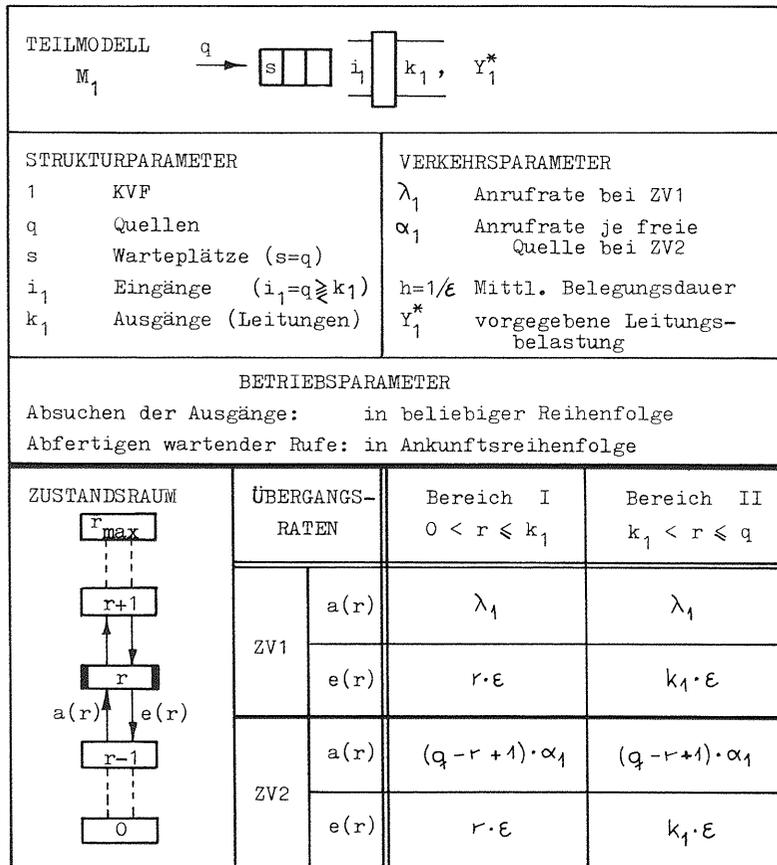


Bild 3-1: Einstufiges Teilmodell M_1 bei Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit.

Übergangsraten zwischen dem Zustand $\{r\}$ und seinem unteren Nachbarzustand $\{r-1\}$:

- a(r) durch Ankunft eines Rufes
- e(r) durch Endigen einer Leitungsbelegung

3.3.2 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_1

Im folgenden wird das Verfahren zur Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der gesuchten Verkehrsgrößen erläutert. Die Lösung für ZV1 stammt von A.K.ERLANG /28/ sowie für ZV2 von F.L.BAUER und H.STÖRMER /14/.

Der Belegungszustand im unbegrenzten Wartespeicher und auf den k_1 Ausgängen des Teilmodells M_1 nach Bild 3-1 wird durch die Zustandsvariable r gekennzeichnet. (insgesamt r Rufe warten oder werden bedient). Rufhemmung tritt auf, wenn im Zustand $r \geq k_1$ ein Ruf ankommt. In diesem Fall sind alle k_1 Ausgänge des KVF sowie $r-k_1$ Warteplätze bereits belegt.

Zur Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(r)$ wird aus dem Zustandsraum (Bild 3-1) das Gleichungssystem für das statistische Gleichgewicht hergeleitet. Durch Betrachtung der Zustände $r=1$ und $r=0$ kann gezeigt werden, daß sich ein beliebiger Zustand $\{r\}$ bereits mit seinem unteren Nachbarzustand $\{r-1\}$ im statistischen Gleichgewicht befindet.

Die allgemeine Zustandsgleichung lautet im stationären Fall, d.h. bei zeitunabhängigen Zustandswahrscheinlichkeiten, gemäß Bild 3-1 :

$$p(r) \cdot e(r) = p(r-1) \cdot a(r) \tag{3.5}$$

und damit bei ZV1

$$p(r) \cdot r \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot \lambda_1 \quad 0 < r \leq k_1 \tag{3.6a}$$

$$p(r) \cdot k_1 \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot \lambda_1 \quad k_1 < r \leq r_{\max} \tag{3.7a}$$

$$\text{mit } r_{\max} \rightarrow \infty \tag{3.8a}$$

bzw. bei ZV2

$$p(r) \cdot r \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot (q-r+1) \alpha_1 \quad 0 < r \leq k_1 \tag{3.6b}$$

$$p(r) \cdot k_1 \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot (q-r+1) \alpha_1 \quad k_1 < r \leq r_{\max} \tag{3.7b}$$

$$\text{mit } r_{\max} = q \tag{3.8b}$$

Mit der Normierungsbedingung

$$\sum_{r=0}^{r_{\max}} p(r) = 1 \quad (3.9)$$

(Summe aller Wahrscheinlichkeiten muß gleich 1 sein)
ergibt sich bei rekursiver Auflösung des Gleichungssystems für die Zustandswahrscheinlichkeiten

bei ZV1 $p(r) = p(0) \cdot \frac{1}{r!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^r \quad 0 < r \leq k_1 \quad (3.10a)$

$$p(r) = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right)^{r-k_1} \quad k_1 < r \leq r_{\max} \quad (3.11a)$$

mit $r_{\max} \rightarrow \infty$, vgl. (3.8a), und

$$p(0) = \sum_{i=0}^{k_1-1} \frac{1}{i!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^i + \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1} \cdot \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right)^i \quad (3.12a)$$

$$= \sum_{i=0}^{k_1-1} \frac{A_1^i}{i!} + \frac{A_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \frac{A_1}{k_1 - A_1}, \quad \text{mit } A_1 = \frac{\lambda_1}{\varepsilon}$$

bzw. bei ZV2

$$p(r) = p(0) \cdot \binom{q}{r} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{\varepsilon}\right)^r \quad 0 < r \leq k_1 \quad (3.10b)$$

$$p(r) = p(0) \cdot \frac{q! \cdot k_1^{k_1}}{k_1! \cdot (q-r)!} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right)^r \quad k_1 < r \leq r_{\max} \quad (3.11b)$$

mit $r_{\max} = q$, vgl. (3.8b), und

$$p(0) = \sum_{i=0}^{k_1-1} \binom{q}{i} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{\varepsilon}\right)^i + \frac{q! \cdot k_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \sum_{i=k_1+1}^q \left(\frac{\alpha_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right)^i \quad (3.12b)$$

Aus den Zustandswahrscheinlichkeiten lassen sich die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen für das Teilmodell M_1 berechnen:

- Belastung der n_j^* Ausgänge

$$y_1^* = \sum_{r=0}^{k_1} r \cdot p(r) + k_1 \cdot \sum_{r=k_1+1}^{r_{\max}} p(r) \quad (3.13)$$

mit r_{\max} nach (3.8a) bei ZV1 bzw. nach (3.8b) bei ZV2

- Rufhemmung

bei ZV1
$$C_1 = \sum_{r=k_1}^{\infty} p(r) = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1} \cdot \sum_{r=k_1}^{\infty} \left(\frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right)^{r-k_1} \quad (3.14a)$$

$$= p(0) \cdot \frac{A_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \frac{k_1}{k_1 - A_1}$$

bzw. bei ZV2

$$C_1 = \frac{c_W}{c_A} = \frac{\sum_{r=k_1}^{q-1} p(r) \cdot (q-r) \cdot \alpha}{\sum_{r=0}^q p(r) \cdot (q-r) \cdot \alpha} = \frac{\sum_{r=k_1}^{q-1} p(r) \cdot (q-r)}{q - A_1 - \Omega_1} \quad (3.14b)$$

- Wartewahrscheinlichkeit

$$W_1 = C_1 \quad (3.15)$$

- Verkehrsangebot

$$A_1 = y_1^* \quad (3.16)$$

- Wartebelastung

$$\Omega_1 = \sum_{r=k_1+1}^{r_{\max}} (r-k_1) \cdot p(r) \quad (3.17)$$

und damit bei ZV1

$$\Omega_1 = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1+1} \cdot \frac{k_1 \cdot \varepsilon^2}{(k_1 \cdot \varepsilon - \lambda_1)^2} = W_1 \cdot \frac{A_1}{k_1 - A_1} \quad (3.18a)$$

bzw. bei ZV2

$$\Omega_1 = q - A_1 \left(1 + \frac{\varepsilon}{\alpha_1}\right) \quad (3.18b)$$

- Mittlere Wartezeit bezogen auf alle ankommenden Rufe

$$w_1 = \frac{\Omega_1}{\varepsilon \cdot A_1} \quad (3.19)$$

und damit bei ZV1

$$w_1 = \frac{\Omega_1}{\lambda_1} = W_1 \cdot \frac{h}{k_1 - A_1} \quad (3.20a)$$

bzw. bei ZV2

$$w_1 = \frac{q}{\varepsilon \cdot A_1} - \frac{1}{\varepsilon} - \frac{1}{\alpha_1} \quad (3.20b)$$

Die Verkehrsgrößen C_1 , W_1 und w_1 des Teilmodells M_1 können auch aus Tabellen entnommen werden: /97,99,104,106,107,108/ bei ZV1 und /97,99/ bei ZV2.

Im Anhang A7 (S.123) wird für ZV1 ein Zusammenhang zwischen diesen Verkehrsgrößen und Erlangs Verlustformel gezeigt.

3.4 Einstufiges Teilmodell M_j für die Blockierung in Stufe j eines Linksystems mit insgesamt S Stufen ($2 \leq j \leq S$)

3.4.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_j mit mehreren Wartespeichern

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein ankommender Ruf in Stufe j ($j > 1$) eines Linksystems mit unbegrenzter Wartemöglichkeit blockiert wird und deshalb warten muß, kann mit Hilfe des betreffenden mehrstufigen Teilsystems T_j und des zugehörigen einstufigen Teilmodells M_j nach Bild 3-2 ermittelt werden. Das Teilmodell M_j weist eine vollkommene ($k_{effj} = n_j^*$) oder unvollkommene ($k_{effj} < n_j^*$) Erreichbarkeit k_{effj} auf.

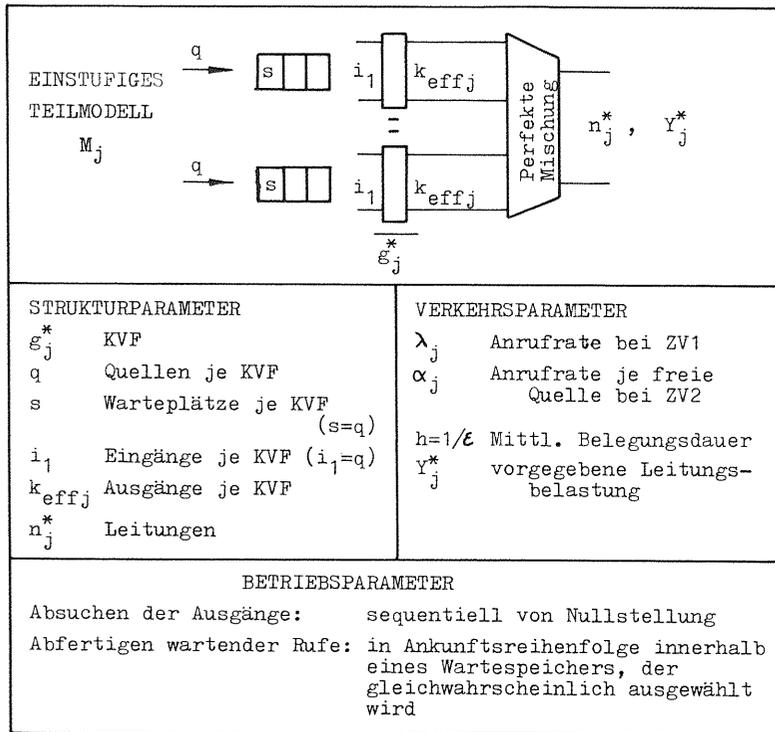


Bild 3-2: Einstufiges Teilmodell M_j bei Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit.

Die Strukturparameter q, s und i_1 je KVF des Teilmodells M_j sind identisch mit der Anzahl von Quellen, Wartepätzen und Eingängen je KVF in Stufe 1 des Linksystems. Die Strukturparameter g_j^* , k_{effj} und n_j^* des Teilmodells M_j werden gemäß Abschnitt 2.4 aus den Parametern des zugehörigen mehrstufigen Teilsystems T_j berechnet. Bei unbegrenzter Wartemöglichkeit ist das Verkehrsangebot gleich der Leitungsbelastung:

$$A_j = Y_j^* \quad (3.21)$$

Daher ergibt sich bei ZV1 die Anrufrate λ_j direkt aus der vorgegebenen Belastung auf den n_j^* Leitungen des Teilmodells M_j :

$$\lambda_j = \epsilon \cdot Y_j^* = Y_j^* / h \quad (3.22)$$

Bei ZV2 hingegen wird die Anrufrate α_j iterativ so gewählt, daß sich die für das Teilmodell M_j vorgegebene Belastung Y_j^* (mit einer relativen Genauigkeit von z.B. 10^{-5}) einstellt, vgl. Glg.(3.24b), S.44. Die Enderate ϵ ist gleich der Enderate auf den Abnehmerleitungen des Linksystems. Die Betriebsparameter des Teilmodells M_j sind in Bild 3-2 angegeben.

3.4.2 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_j

Im folgenden wird das Verfahren zur Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der gesuchten Verkehrsgrößen erläutert. Die Lösung für ZV1 stammt von M.THIERER /91,92/ und P.KÜHN /54/ sowie für ZV2 von P.KÜHN und G.KAMPE /48,82,83/.

Der Belegungszustand in den g_j^* Wartespeichern des Teilmodells M_j wird durch die pauschale Zustandsvariable z beschrieben; z gibt an, wieviel Rufe - über alle Wartespeicher des Teilmodells M_j gesehen - insgesamt warten.

Der Belegungszustand auf den n_j^* Leitungen des Teilmodells M_j wird durch die pauschale Zustandsvariable x gekennzeichnet.

Rufhemmung tritt auf, wenn ein Ruf an einem KVF ankommt, dessen k_{effj} Ausgänge blockiert sind. Die Möglichkeit einer Rufhemmung besteht somit bei den Zuständen

$$k_{effj} \leq x \leq n_j^* \quad (3.23)$$

Die wesentlichen Schritte zur Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(x,z)$ sind im Anhang A4, Seite 109 zusammengefaßt.

Aus den Zustandswahrscheinlichkeiten $p(x,z)$ lassen sich die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen für das Teilmodell M_j berechnen:

- Belastung der n_j^* Ausgänge

$$\begin{aligned} \text{bei ZV1} \quad Y_j^* &= \sum_{x=1}^{n_j^*} \sum_{z=0}^{\infty} x \cdot p(x,z) & (3.24a) \\ &= \sum_{x=1}^{n_j^*} x \cdot p(x) \end{aligned}$$

mit $p(x)$ nach (A4.7), S. 114

bzw. bei ZV2

$$Y_j^* = \sum_{x=1}^{n_j^*} \sum_{z=0}^{z_{\max}(x)} x \cdot p(x,z) \quad (3.24b)$$

mit $z_{\max}(x)$ nach (A4.3), S. 112

- Verkehrsangebot

$$A_j = Y_j^* \quad (3.25)$$

- Rufhemmung

$$\begin{aligned} \text{bei ZV1} \quad C_j &= \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} \sum_{z=0}^{\infty} p(x,z) & (3.26a) \\ &= \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} p(x) \end{aligned}$$

mit $p(x)$ nach (A4.7), S. 114

bzw. bei ZV2

$$C_j = \frac{1}{N} \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} \sum_{z=0}^{z_{\max}(x)-1} [g_j^* \cdot c(x) \cdot q - x \cdot d(x) - z] \cdot p(x,z) \quad (3.26b)$$

$$\begin{aligned} \text{mit} \quad N &= \sum_{x=0}^{n_j^*} \left\{ \sum_{z=0}^{z_{\max}(x)-1} [g_j^* \cdot q - x - z] \cdot p(x,z) \right. & (3.27) \\ &\quad \left. + [g_j^* \cdot (1-c(x)) \cdot q - x \cdot (1-d(x))] \cdot p(x, z_{\max}(x)) \right\} \end{aligned}$$

und $z_{\max}(x)$ nach (A4.3), S. 112

$c(x)$ nach (A4.1), S. 110 $d(x)$ nach (A6.3), S. 121

- Wartewahrscheinlichkeit

$$W_j = C_j \quad (3.28)$$

- Wartebelastung

$$\begin{aligned} \text{bei ZV1} \quad \Omega_j &= \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} \sum_{z=0}^{\infty} z \cdot p(x,z) & (3.29a) \\ &= \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} p(x) \cdot \sum_{i=k_{\text{eff}j}}^x \frac{\lambda_j \cdot c(i)}{i \cdot \epsilon - \lambda_j \cdot c(i)} \end{aligned}$$

mit $p(x)$ nach (A4.7), S. 114 und $c(x)$ nach (A4.1), S. 110

bzw. bei ZV2

$$\Omega_j = g_j^* \cdot q - A_j \cdot \left(1 + \frac{\epsilon}{\alpha_j}\right) \quad (3.29b)$$

- Mittlere Wartezeit, bezogen auf alle ankommenden Rufe

$$w_j = h \cdot \frac{\Omega_j}{A_j} \quad (3.30)$$

Die Verkehrsgrößen C_j , W_j und w_j des Teilmodells M_j sind in /99/ für ZV1 tabelliert.

ZAHLENBEISPIEL: Gegeben sei ein einstufiges Teilmodell M_j mit unbegrenzter Anzahl von Warteplätzen, ferner mit

$g_j^*=8$ KVF, $n_j^*=20$ Leitungen und einer Belastung von $Y_j^*=16$ Erl. bei ZV1. Die mittlere Belegungsdauer beträgt $h=15$ sec. Die effektive Erreichbarkeit (berechnet gemäß Abschnitt A2, Seite 90) sei $k_{\text{eff}j}=15$. Für dieses Beispiel liefert Tabelle 4.1 in /99/ als Ergebnis:

$$C_j = W_j = 0,276 ; w_j/h = 0,071 ; \Omega_j = \frac{A_j \cdot w_j}{h} = \frac{Y_j^* \cdot w_j}{h} = 1,13 \quad (3.30) \quad (3.25)$$

Wenn $k_{\text{eff}j}$ nicht ganzzahlig ist, so werden C_j und w_j interpoliert.

3.5 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen bei Linksystemen mit S Stufen und unbegrenzter Wartemöglichkeit

In Abschnitt 3.3 und 3.4 wurden die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen für die einstufigen Teilmodelle M_1 bis M_S eines Linksystems mit S Stufen und unbegrenzter Wartemöglichkeit hergeleitet. Gemäß Abschnitt 2 können damit die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen für das *g e s a m t e* Linksystem berechnet werden. Bild 3-3 enthält die Formeln für die Zusammensetzung der einzelnen Verkehrsgrößen aus den entsprechenden Werten der Teilmodelle. In Glg.(3.34) gibt der Ausdruck $w_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i)$

die mittlere Wartezeit wegen Rufhemmung in Stufe j an, wobei das Produkt die Bedingung berücksichtigt, daß gleichzeitig in Stufe 1,2,...,j-1 keine Rufhemmung vorliegt.

GRÖSSE	FORMEL (unbegr. Wartemöglichkeit)	
Verkehrsangebot	$A = \lambda$ (3.31)	
Rufhemmung	$C = 1 - \prod_{j=1}^S (1 - C_j)$ (3.32)	
Warte-wahrscheinlichkeit	$W = C$ (3.33)	
Mittlere Wartezeit aller Rufe	$w = w_1 + \sum_{j=2}^S \left[w_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i) \right]$ (3.34)	
Mittlere Wartezeit der wartenden Rufe	$t_W = \frac{w}{W}$ (3.35)	
Wartebelastung	$\Omega = \frac{w \cdot A}{h}$ (3.36)	
GLEICHUNG für	C_j	w_j
j = 1	(3.14a, b)	(3.20a, b)
2 ≤ j ≤ S	(3.26a, b)	(3.30)

Bild 3-3: Formeln für die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen bei Linksystemen mit S Stufen und unbegrenzter Wartemöglichkeit.

3.6 Wartezeitverteilungsfunktion bei Linksystemen mit S Stufen bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit

3.6.1 Zusammensetzung der Wartezeitverteilungsfunktion bei Linksystemen

Die Berechnung der Wartezeitverteilungsfunktion bei Linksystemen erfolgt analog zu den Erwartungswerten, indem die Verteilungsfunktionen der einstufigen Teilmodelle M_1 bis M_S zusammengesetzt werden:

$$W(>t) = W_1(>t) + \sum_{j=2}^S W_j(>t) \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i) \quad (3.37)$$

mit $W_j(>t)$ Wartezeitverteilungsfunktion des einstufigen Teilmodells M_j

C_i Rufhemmung des einstufigen Teilmodells M_i (vgl. Bild 3-3)

Die Abschnitte 3.6.2 bzw. 3.6.3 geben Formeln für die Wartezeitverteilungsfunktion der einstufigen Teilmodelle M_1 bis M_S an.

Aus Glg.(3.37) ergeben sich die Gleichungen für die Erwartungswerte W und w als Sonderfälle:

- $t=0$: $W = W(>0)$, Wartewahrscheinlichkeit
- Integration über t von $t=0$ bis $t \rightarrow \infty$: Gleichung für die mittlere Wartezeit aller ankommenden Rufe

$$w = \int_0^{\infty} W(>t) dt = \int_0^{\infty} W_1(>t) dt + \sum_{j=2}^S \left[\int_0^{\infty} W_j(>t) dt \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i) \right] \quad (3.38)$$

$$= w_1 + \sum_{j=2}^S w_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i), \text{ vgl. (3.34)}$$

3.6.2 Wartezeitverteilungsfunktion des einstufigen Teilmodells M_1 bei ZV1

Die wartenden Rufe werden innerhalb der g_1 Wartespeicher des Linksystems in Ankunftsreihenfolge abgefertigt (vgl. Abschnitt A1.5, Seite 89). Somit kann auch für den Wartespeicher des einstufigen Teilmodells M_1 (Bild 3-1) diese Abfertigungsdisziplin zugrunde gelegt werden. Damit gilt die von A.K.ERLANG /28/

für ZV1 angegebene Formel für die Verteilungsfunktion der Wartezeiten aller ankommenden Rufe im Teilmodell M_1 :

$$W_1(>t) = W_1 \cdot e^{-\frac{t}{w_1} \cdot W_1} \quad (3.39)$$

mit W_1 nach (3.14) und w_1 nach (3.19a).

Die Werte für $W_1(>t)$ können auch aus Tabellen /99,107,108/ entnommen werden.

3.6.3 Wartezeitverteilungsfunktion des einstufigen Teilmodells M_j bei ZV1 ($2 \leq j \leq S$)

Zur Abfertigung wartender Rufe werde aus den g_1 Wartespeichern des Linksystems zunächst gleichwahrscheinlich ein Wartespeicher ausgewählt (vgl. Abschnitt A1.5, Seite 89). Anschließend wird aus diesem Wartespeicher derjenige Ruf abgefertigt, der am längsten gewartet hat. Auch für die g_j^* Wartespeicher des einstufigen Teilmodells M_j (Bild 3-2, S.42) wird diese Abfertigungsdisziplin zugrunde gelegt.

Aus umfangreichen Untersuchungen von P.KÜHN bei einstufige Koppelanordnungen geht hervor /48/, daß die Verteilung der Wartezeiten aller ankommenden Rufe in sehr guter Näherung durch eine WEIBULL-Verteilung beschrieben werden kann. Daher wird auch für das einstufige Teilmodell M_j die Wartezeitverteilung durch eine WEIBULL-Verteilung approximiert:

$$W_j(>t) = W_j \cdot e^{-(\delta_j \cdot t)^{\eta_j}} \quad (3.40)$$

mit W_j Wartewahrscheinlichkeit des Teilmodells M_j gemäß Glg. (3.28)

δ_j, η_j Parameter der WEIBULL-Verteilung

Die Formeln für das erste bzw. zweite gewöhnliche Moment der WEIBULL-Verteilungsfunktion lauten

$$m_{1,j,WEIBULL} = \frac{1}{\delta_j} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{\eta_j}\right) \quad (3.41a)$$

$$m_{2,j,WEIBULL} = \frac{1}{\delta_j^2} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{2}{\eta_j}\right) \quad (3.41b)$$

Beim Teilmodell M_j (einstufige Koppelanordnung) gilt für das erste Moment der Wartezeit wartender Rufe

$$m_{1,j} = t_{w_j} = w_j / W_j \quad (3.42a)$$

mit w_j nach Glg.(3.30) und W_j nach Glg.(3.28).

Für das zweite gewöhnliche Moment der Wartezeit wartender Rufe gilt näherungsweise /54/:

$$m_{2,j}^{-1} = \frac{1}{4 \cdot t_{w_j}^2} \left\{ 2 - \left(\frac{Y_j^*}{\eta_j^*} \right) \frac{n_j^*}{k_{effj}} \cdot \left[1 - \left(\frac{n_j^*}{\delta_j^* \cdot k_{effj}} \right)^{\frac{3}{2}} \right] \right\} \quad (3.42b)$$

Durch Gleichsetzen von (3.41a) mit (3.42a) sowie (3.41b) mit (3.42b) ergeben sich die beiden Bestimmungsgleichungen für δ_j und η_j .

Die Werte der nach diesem Verfahren berechneten Wartezeitverteilungsfunktion bei ZV1 können auch aus den Tabellen /99/ unmittelbar entnommen werden, wenn Y_j^* , n_j^* und k_{effj} bekannt sind.

3.7 Beispiele

3.7.1 Erwartungswerte für zweistufige Linksysteime bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit

Bild 3-4 zeigt oben die Struktur der beiden Beispiele L203 und L205 sowie die zugehörigen Teilsysteme T_1 und T_2 . In beiden Beispielen hat das Teilsystem T_2 eine Fächerstruktur (vgl. Anhang A1.3, Seite 85). Die Teilsysteme lassen sich gemäß Abschnitt 2 in die einstufigen Teilmodelle M_1 bzw. M_2 abbilden, deren Parameter in Bild 3-4 angegeben sind.

In Bild 3-5 ist die Wartewahrscheinlichkeit und die mittlere Wartezeit wartender Rufe als Funktion der Belastung des Linksysteims L203 bzw. L205 dargestellt. Die Kurven sind Rechen-ergebnisse nach dem Verfahren aus Abschnitt 3.3 bis 3.5.

Das Linksysteim L203 zeigt im Vergleich zu Linksysteim L205 eine wesentlich schlechtere Verkehrsgüte. Die Ursache hierfür liegt in der kleinen Zahl von Ausgängen je KVF in Stufe 1 ($k_1 = 3$) bei L203. Dadurch tritt schon bei kleinen Belastungswerten häufig Rufhemmung in Stufe 1 auf. Wartende Rufe werden dann ungefähr mit der Rate $k_1 \cdot \epsilon = 3 \cdot \epsilon$ abgefertigt. Mit zunehmender Belastung (etwa ab $Y/n > 0,65$) wächst der Anteil der Rufe, die wegen Abnehmerblockierung nicht sofort bedient werden können und warten. Diese Rufe werden ungefähr mit der Rate $n \cdot \epsilon = 36 \cdot \epsilon$ abgefertigt und haben daher eine

geringere Wartezeit als die bei kleiner Belastung wartenden Rufe. Hierdurch erklärt sich bei L203 die Verminderung der Wartezeit wartender Rufe t_w im Belastungsbereich $Y/n \approx 0,85$. Die auf alle ankommende Rufe bezogene mittlere Wartezeit w hat jedoch einen monoton über der Belastung ansteigenden Verlauf (es gilt $w = t_w \cdot W$).

Beim Linksystem L205 spielt wegen $k_1 = 12$ die Eingangsblockierung eine geringe Rolle. Daher steigt die mittlere Wartezeit t_w mit zunehmender Belastung Y monoton an.

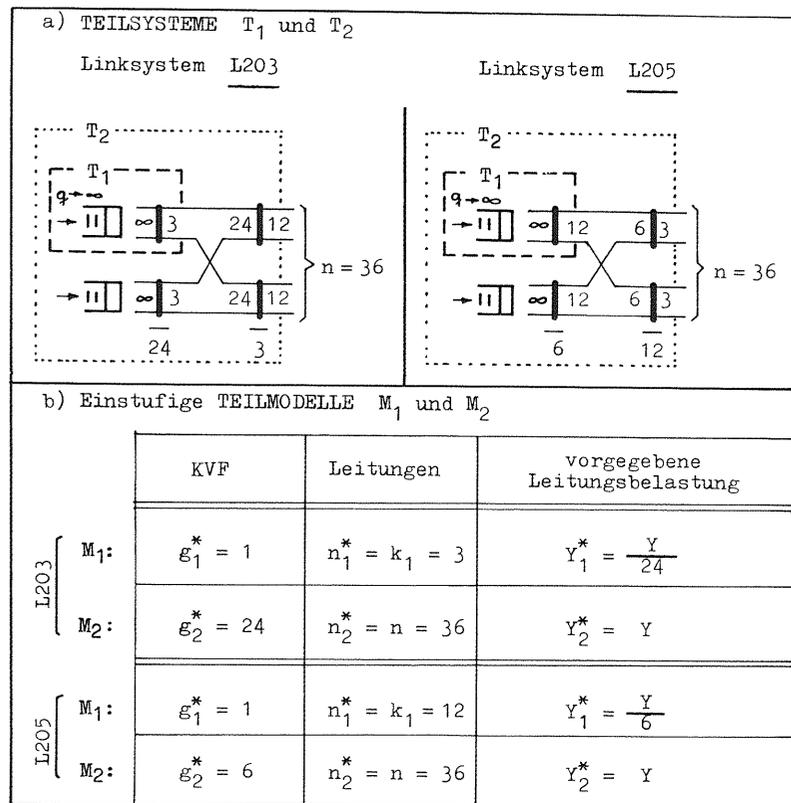


Bild 3-4: Teilsysteme und Parameter der einstufigen Teilmodelle zur Berechnung der zweistufigen Linksysteme L203 und L205 gemäß Abschnitt 2.

Y vorgegebene Leitungsbelastung des Linksystems
 Berechnung der effektiven Erreichbarkeit gemäß A2,S.90:
 $k_{eff2} = (k_1 - \nu_1) \cdot k_2 + [k_1 - (k_1 - \nu_1)] \cdot k_2 \cdot \frac{\nu_2^*}{n_2^*} \cdot \frac{1}{k_2}$

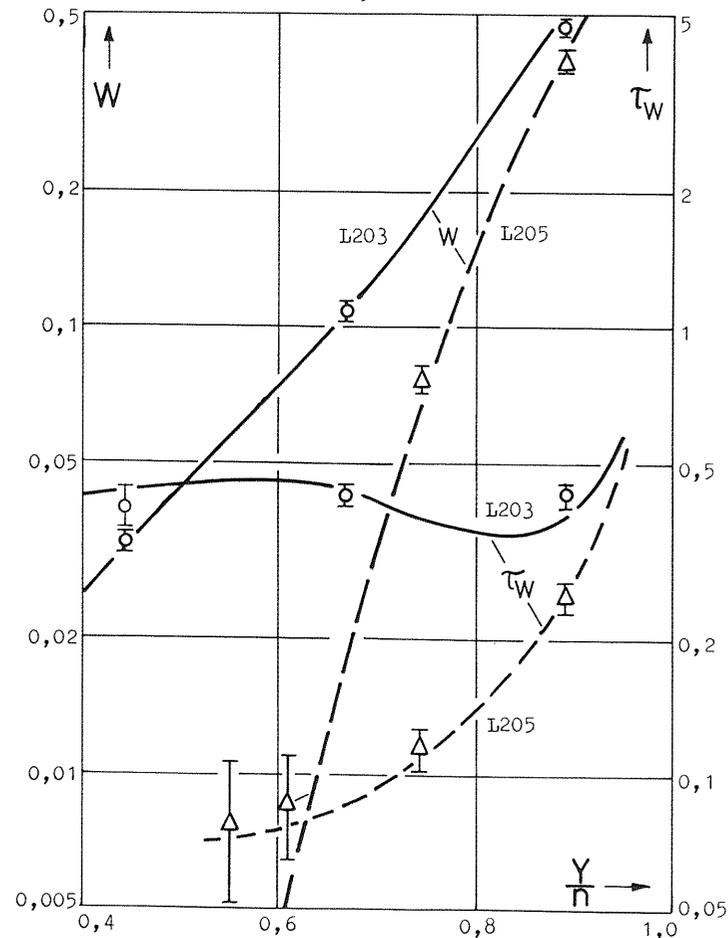


Bild 3-5: Wartewahrscheinlichkeit W und auf die mittlere Belegungsdauer h bezogene mittlere Wartezeit wartender Rufe $\tau_w (= t_w/h)$ als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung Y/n bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit.

LINKSYSTEM L203 und LINKSYSTEM L205

STRUKTUR: siehe Bild 3-4

RECHNUNG: — L203, --- L205

SIMULATION: \circ L203, \triangle L205

- Statistische Sicherheit 95%

- Auflegung Stufe 1-2 : Im Linkblock geordnet (S.73)

- Absuchmodus Stufe 1 : Seq. von Nullstellung

3.7.2 Erwartungswerte für ein dreistufiges Linkssystem bei ZV2 und unbegrenzter Wartemöglichkeit

Bild 3-6 zeigt oben die Struktur des Beispiels L300 sowie die zugehörigen Teilsysteme T1 bis T3. Sowohl T2 als auch T3 haben eine Fächerstruktur (vgl. Anhang A1.3, Seite 85). Die Teilsysteme lassen sich gemäß Abschnitt 2 in die einstufigen Teilmodelle M1, M2 und M3 abbilden, deren Parameter in Bild 3-6 angegeben sind.

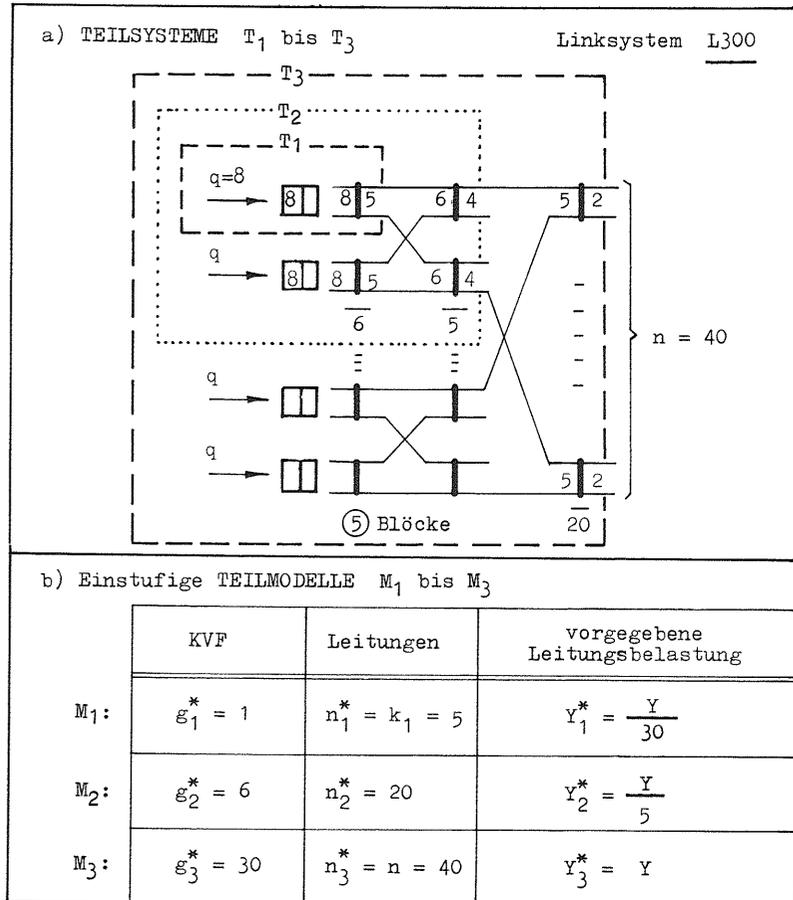


Bild 3-6: Teilsysteme und Parameter der einstufigen Teilmodelle zur Berechnung des dreistufigen Linksystems L300 gemäß Abschnitt 2.

Y vorgegebene Leitungsbelastung des Linksystems

Berechnung der effektiven Erreichbarkeit gemäß A2, S.90:

$$k_{eff2} = (k_1 - \gamma_1) \cdot k_2 + [k_1 - (k_1 - \gamma_1)] \cdot k_2 \cdot \frac{\gamma_2^*}{n_2^*} \cdot \frac{1}{k_2}$$

$$k_{eff3} = (k_1 - \gamma_1)(k_2 - \gamma_2) \cdot k_3 + [k_1 \cdot k_2 - (k_1 - \gamma_1)(k_2 - \gamma_2)] \cdot k_3 \cdot \frac{\gamma_3^*}{n_3^*} \cdot \frac{1}{k_3}$$

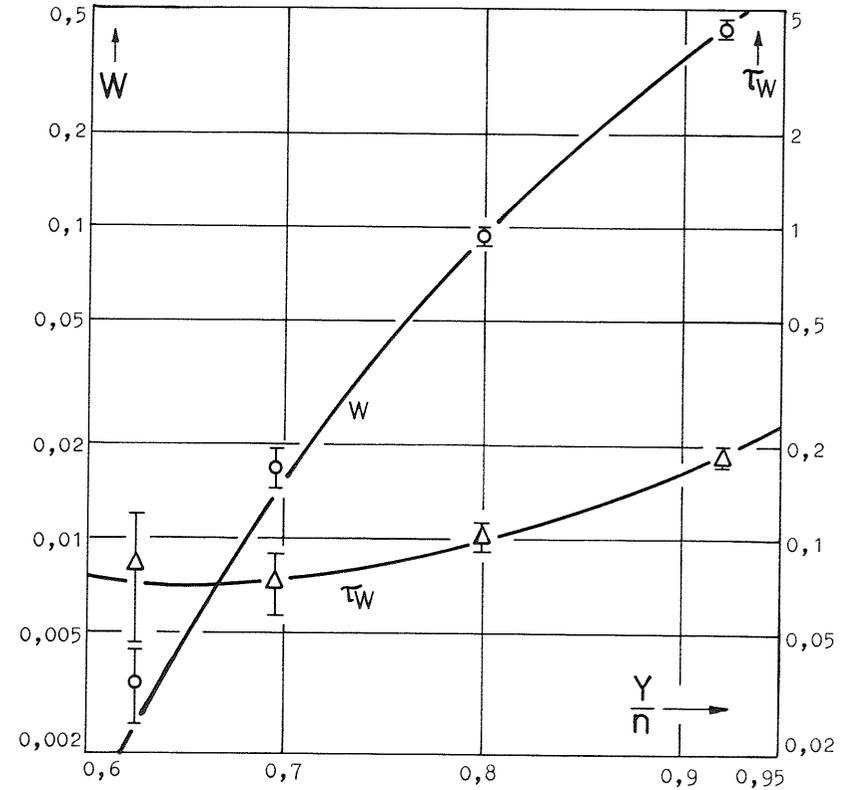


Bild 3-7: Wartewahrscheinlichkeit W und auf die mittlere Belegungsdauer h bezogene mittlere Wartezeit wartender Rufe τ_W ($= t_W/h$) als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung Y/n bei ZV2 und unbegrenzter Wartemöglichkeit.

LINKSYSTEM L300

STRUKTUR: siehe Bild 3-6

RECHNUNG:

SIMULATION: \bar{O} $\bar{\Delta}$

- Statistische Sicherheit 95%
- Auflegung Stufe 1-2 : Im Linkblock geordnet (S.73,74) Stufe 2-3 : Zwischen Linkbl. unterschiedlich zykl. vertauscht
- Absuchmodus Stufe 1,2 : Seq. von Nullstellung

In Bild 3-7 sind die Wartewahrscheinlichkeit und die mittlere Wartezeit wartender Rufe als Funktion der Belastung des Linksystems L300 dargestellt. Den Simulationsergebnissen sind Kurven gegenübergestellt, die nach dem Verfahren aus Abschnitt 3.3 bis 3.5 berechnet wurden. Im gesamten Belastungsbereich ist die Genauigkeit des Rechenverfahrens zufriedenstellend.

3.7.3 Wartezeitverteilungsfunktion für Linksysteme mit zwei bis sechs Stufen bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit

Bei allen Diagrammen dieses Abschnitts wurden die Rechenkurven nach dem Verfahren aus Abschnitt 3.6 ermittelt.

In Bild 3-8 ist die Wartezeitverteilungsfunktion für das zweistufige Linksystem L203 dargestellt. Dabei wurde im Bild links ein linearer und rechts ein logarithmischer Maßstab gewählt. Der logarithmische Maßstab ist wegen der genaueren Aussage über die im allgemeinen interessierenden kleinen bis mittleren Belastungswerte (Kurve a und b) vorzuziehen. Die Funktionswerte bei hoher Belastung (Kurve c) sind jedoch ebenfalls von Interesse, wenn die in modernen Nachrichtenvermittlungssystemen besonders wichtige Frage der Überlastung zentraler Baugruppen (z.B. durch wiederholte Anrufe bei Mißerfolg /32,35,46/) beantwortet werden soll.

In Bild 3-9 ist die Wartezeitverteilungsfunktion für das zweistufige Linksystem L205 (links) und für das dreistufige Linksystem L320 (rechts) dargestellt. In beiden Fällen stimmen Rechnung und Simulation überein.

Bild 3-10 zeigt die Anwendung des Rechenverfahrens für die Wartezeitverteilungsfunktion auf das vierstufige Linksystem L404 (links) und auf das sechsstufige Linksystem L603 (rechts). Bei L404 fällt auf, daß für den sehr hohen Belastungswert ($Y = 47,011$, $Y/n = 0,94$) die Rechenkurve oberhalb der Simulationsergebnisse verläuft. Dies hängt damit zusammen, daß bereits der Erwartungswert t_w/h in der Rechnung ($0,328$) etwas größer ausfällt als in der Simulation ($0,291 \pm 0,023$). Die Rechenergebnisse liegen somit auf der "sicheren Seite". Bei L603 werden die Rechenwerte durch die Simulation bestätigt.

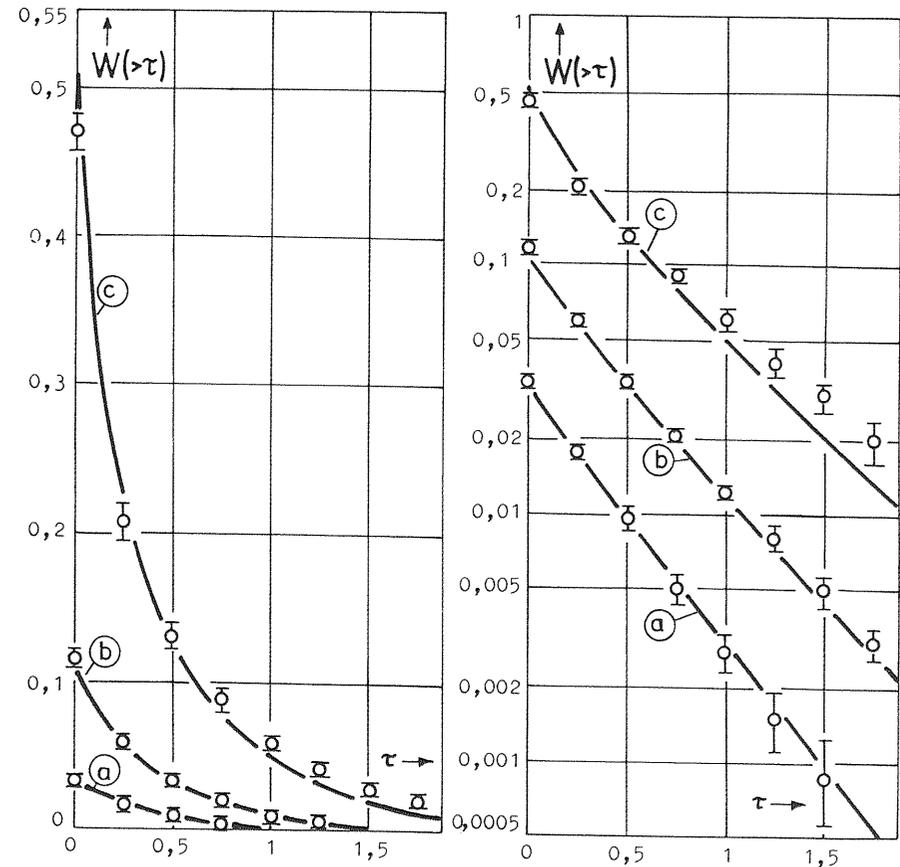


Bild 3-8: Wartezeitverteilungsfunktion $W(>\tau)$ ankommender Rufe als Funktion der auf die mittlere Belegungs-dauer h bezogenen Zeit t ($\tau = t/h$) bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit.

Linearer und logarithmischer Maßstab.

LINKSYSTEM L203

STRUKTUR: siehe Bild 3-4

RECHNUNG: ——— } Leitungsbelastung:

SIMULATION: ○ } (a): $Y=15,9$ (b): $Y=24$ (c): $Y=32$

- Statistische Sicherheit 95%

- Auflegung Stufe 1-2 : Im Linkblock geordnet(S.73)

- Absuchmodus Stufe 1 : Seq. von Nullstellung

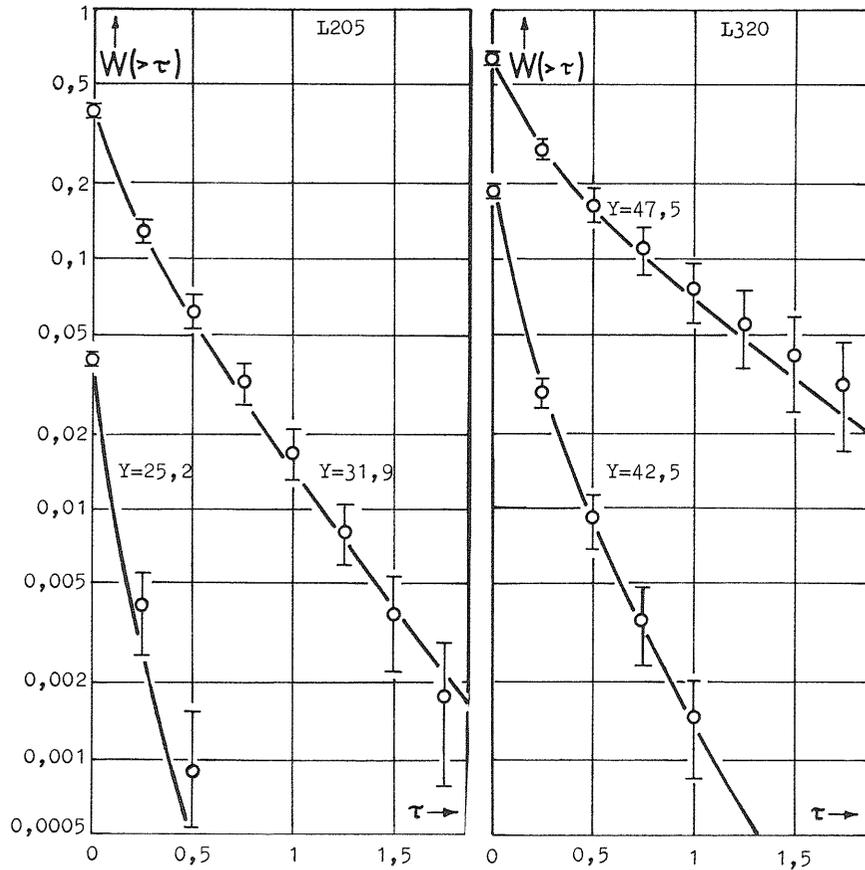
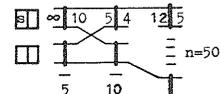
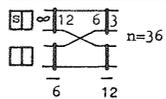


Bild 3-9: Wartezeitverteilungsfunktion $W(>\tau)$ ankommender Rufe als Funktion der auf die mittlere Belegungs-dauer h bezogene Zeit t ($\tau = t/h$) bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit. (Y Leitungsbelastung)

LINKSYSTEM L205 und LINKSYSTEM L320



RECHNUNG:

③ Blöcke 10

SIMULATION: Statistische Sicherheit 95%
 - Auflegung L205, Stufe 1-2: Im Linkblock geordnet (S.73,74) L320, Stufe 1-2: Im Linkblock geordnet Stufe 2-3: Zwischen Linkblöcken geordnet

- Absuchmodus L205 und L320: Seq. von Nullstellung in allen Stufen

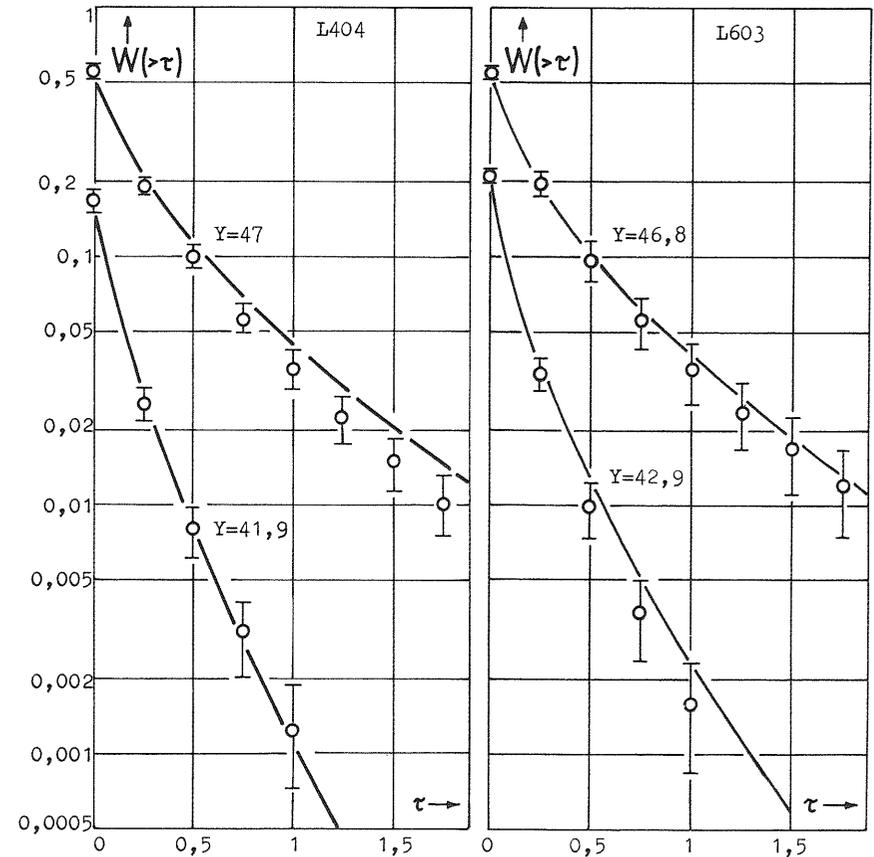
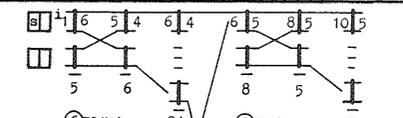
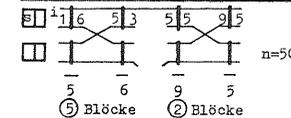


Bild 3-10: Wartezeitverteilungsfunktion $W(>\tau)$ ankommender Rufe als Funktion der auf die mittlere Belegungs-dauer h bezogene Zeit t ($\tau = t/h$) bei ZV1 und unbegrenzter Wartemöglichkeit. (Y Leitungsbelastung)

LINKSYSTEM L404 und LINKSYSTEM L603



RECHNUNG:

⑥ Blöcke 24

② Blöcke 5

SIMULATION: Stat. Sicherheit 95%
 - Auflegung L404, Stufe 1-2, 3-4 (S.73) und L603, Stufe 1-2, 4-5: S.74) Im Linkblock zykl. vert. L404, Stufe 2-3 und L603, Stufe 2-3, 3-4, 5-6: Zwischen Linkbl. gleichartig zykl. vert.

- Absuchmodus L404 und L603: Seq. von Nullstellung in allen Stufen

4. LINKSYSTEME FÜR MISCHWAHL MIT BEGRENZTER WARTEMÖGLICHKEIT

4.1 Allgemeines

In Abschnitt 4 wird die Berechnung der Verkehrsgrößen von Linksystemen beschrieben, welche eine Verkehrskonzentration bewirken und als kombinierte Warte-Verlust-Systeme betrieben werden: Trifft ein ankommender Ruf eine Blockierung in irgendeiner Stufe des Linksystems an, so kann er einen der s Warteplätze vor seinem Start-KVF belegen und auf seine Abfertigung warten. Sind jedoch bereits alle s Warteplätze des Start-KVF besetzt, so besteht für den ankommenden Ruf keine Wartemöglichkeit, und er geht verloren. Bei einem Belegungsende werden wartende Rufe nach der in Abschnitt A1.5 erläuterten Disziplin abgefertigt.

In Abschnitt 4.2 sind die interessierenden Verkehrsgrößen für Linksysteme mit begrenzter Wartemöglichkeit aufgeführt. Zur Bestimmung dieser Größen werden, wie in Abschnitt 2 beschrieben, aus dem Linksystem mit Hilfe des Verbindungsgraphen Teilsysteme festgelegt und diese auf einstufige Teilmodelle abgebildet. Die Abschnitte 4.3 und 4.4 behandeln die Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der Verkehrsgrößen für die Teilmodelle. In Abschnitt 4.5 werden aus diesen Ergebnissen die interessierenden Verkehrsgrößen für Linksysteme mit begrenzter Wartemöglichkeit zusammengesetzt. In Abschnitt 4.6 werden zwei Beispiele gezeigt.

HINWEIS: Alle Formeln in Abschnitt 4 gelten, soweit nicht anders angegeben, sowohl für ZV1 als auch für ZV2 .

4.2 Interessierende Verkehrsgrößen bei Linksystemen mit begrenzter Wartemöglichkeit

In Abhängigkeit von der vorgegebenen Belastung Y der Abnehmerleitungen eines Linksystems sind die folgenden Größen von Interesse, wenn die Leistungsfähigkeit von Link-

systemen mit begrenzter Wartemöglichkeit beurteilt werden soll:

- A Verkehrsangebot, welches die vorgegebene Belastung der Abnehmerleitungen bewirkt
- C Rufhemmung
- W Wartewahrscheinlichkeit
- B Verlustwahrscheinlichkeit
- w Mittlere Wartezeit, bezogen auf alle ankommenden Rufe
- t_w Mittlere Wartezeit, bezogen auf die wartenden Rufe
- Ω Wartebelastung

4.3 Einstufiges Teilmodell M_1 für die Eingangsblockierung je KVF der ersten Stufe

4.3.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_1

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf in einem KVF der ersten Stufe eines Linksystems mit begrenzter Wartemöglichkeit bei Ankunft blockiert wird und somit warten muß oder verloren geht, kann mit Hilfe des einstufigen Teilmodells M_1 nach Bild 4-1, S.60 ermittelt werden.

Die Strukturparameter q, s, i_1 und k_1 des Teilmodells M_1 sind identisch mit der Anzahl von Quellen, Warteplätzen, Eingängen und Ausgängen eines KVF in Stufe 1 des Linksystems. Die Anrufrate λ_1 bei ZV1 bzw. α_1 bei ZV2 wird iterativ so gewählt, daß sich die für das Teilmodell M_1 vorgegebene Belastung Y_1^* (mit einer relativen Genauigkeit von z.B. 10^{-5}) einstellt, vgl. S.62, Glg.(4.8). Die Enderate ε ist gleich der Enderate auf den Abnehmerleitungen des Linksystems. Die Betriebsparameter des Teilmodells M_1 sind in Bild 4-2 angegeben.

4.3.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_1

Im folgenden wird das Verfahren zur Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der gesuchten Verkehrsgrößen erläutert. Die Lösung für ZV1 stammt von H.STÖRMER /90/ sowie für ZV2 von J.G.BRANDT /27/.

Der Belegungszustand im begrenzten Wartespeicher und auf den k_1 Ausgängen des Teilmodells M_1 nach Bild 4-1 wird durch die Zustandsvariable r gekennzeichnet (insgesamt r Rufe warten oder werden bedient). Rufhemmung tritt auf, wenn im Zustand $r \geq k_1$ ein Ruf ankommt. In diesem Fall sind alle k_1 Ausgänge des KVF sowie $r-k_1$ Warteplätze bereits belegt.

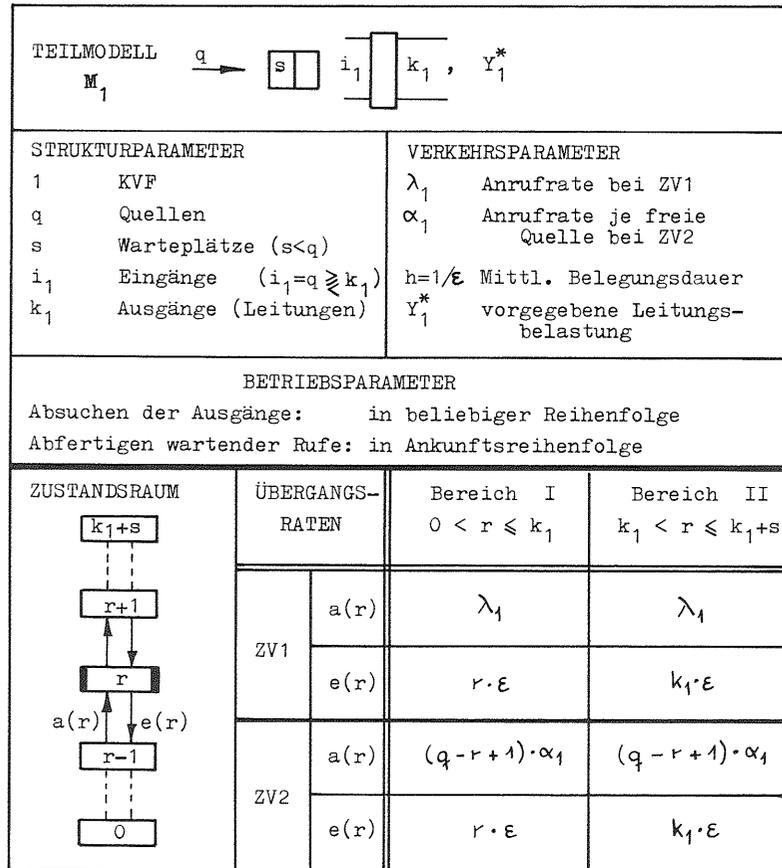


Bild 4-1: Einstufiges Teilmodell M_1 bei Linkssystemen mit begrenzter Wartemöglichkeit.
 Übergangsraten zwischen dem Zustand $\{r\}$ und seinem unteren Nachbarzustand $\{r-1\}$:
 $a(r)$ durch Anknft eines Rufes
 $e(r)$ durch Endigen einer Leitungsbelegung

Zur Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(r)$ wird aus dem Zustandsraum (Bild 4-1) das Gleichungssystem für das statistische Gleichgewicht hergeleitet. Durch Betrachtung der Zustände $r=1$ und $r=0$ kann gezeigt werden, daß sich ein beliebiger Zustand $\{r\}$ bereits mit seinem unteren Nachbarzustand $\{r-1\}$ im statistischen Gleichgewicht befindet.

Die allgemeine Zustandsgleichung lautet im stationären Fall, d.h. bei zeitunabhängigen Zustandswahrscheinlichkeiten, gemäß Bild 4-1 :

$$p(r) \cdot e(r) = p(r-1) \cdot a(r) \quad (4.1)$$

und damit bei ZV1

$$p(r) \cdot r \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot \lambda_1 \quad 0 < r \leq k_1 \quad (4.2a)$$

$$p(r) \cdot k_1 \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot \lambda_1 \quad k_1 < r \leq k_1+s \quad (4.3a)$$

bzw. bei ZV2

$$p(r) \cdot r \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot (q-r+1) \cdot \alpha_1 \quad 0 < r \leq k_1 \quad (4.2b)$$

$$p(r) \cdot k_1 \cdot \epsilon = p(r-1) \cdot (q-r+1) \cdot \alpha_1 \quad k_1 < r \leq k_1+s \quad (4.3b)$$

Mit der Normierungsbedingung

$$\sum_{r=0}^{k_1+s} p(r) = 1 \quad (4.4)$$

ergibt sich bei rekursiver Auflösung des Gleichungssystems für die Zustandswahrscheinlichkeiten

$$\text{bei ZV1} \quad p(r) = p(0) \cdot \frac{1}{r!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\epsilon}\right)^r \quad 0 < r \leq k_1 \quad (4.5a)$$

$$p(r) = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\epsilon}\right)^{k_1} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \epsilon}\right)^{r-k_1} \quad k_1 < r \leq k_1+s \quad (4.6a)$$

$$\text{mit} \quad p(0) = \sum_{i=0}^{k_1} \frac{1}{i!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\epsilon}\right)^i + \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\epsilon}\right)^{k_1} \cdot \sum_{i=1}^s \left(\frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \epsilon}\right)^i \quad (4.7a)$$

$$= \sum_{i=0}^{k_1} \frac{A_1^i}{i!} + \frac{A_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \sum_{i=1}^s \left(\frac{A_1}{k_1}\right)^i \quad A_1 = \frac{\lambda_1}{\epsilon}$$

bzw. bei ZV2

$$p(r) = p(0) \cdot \left(\frac{q}{r}\right) \cdot \left(\frac{\alpha_1}{\epsilon}\right)^r \quad 0 < r \leq k_1 \quad (4.5b)$$

$$p(r) = p(0) \cdot \frac{q! \cdot k_1^{k_1}}{k_1! \cdot (q-r)!} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{k_1 \cdot \epsilon}\right)^r \quad k_1 < r \leq k_1+s \quad (4.6b)$$

mit
$$p(0) = \sum_{i=0}^{k_1} \binom{q}{i} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{\varepsilon}\right)^i + \frac{q! \cdot k_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \sum_{i=k_1+1}^{k_1+s} \left(\frac{\alpha_1}{\varepsilon}\right)^i \quad (4.7b)$$

Aus den Zustandswahrscheinlichkeiten lassen sich die Verkehrsgrößen für das Teilmodell M_1 berechnen:

- Belastung der k_1 Ausgänge

$$y_1^* = \sum_{r=0}^{k_1} r \cdot p(r) + k_1 \cdot \sum_{r=k_1+1}^{k_1+s} p(r) \quad (4.8)$$

- Rufhemmung

$$C_1 = \sum_{r=k_1}^{k_1+s} p(r) \quad (4.9)$$

und damit bei ZV1

$$C_1 = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1} \cdot \sum_{r=k_1}^{k_1+s} \left(\frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right)^{r-k_1} \quad (4.10a)$$

$$= p(0) \cdot \frac{A_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \frac{k_1}{k_1 - A_1} \cdot \left[1 - \left(\frac{A_1}{k_1}\right)^{s+1}\right]$$

mit $p(0)$ nach (4.7a)

bzw. bei ZV2

$$C_1 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{r=k_1}^{k_1+s} p(r) \cdot (q-r) \quad (4.10b)$$

mit
$$N = \sum_{r=0}^{k_1+s} p(r) \cdot (q-r) \quad (4.11)$$

- Wartewahrscheinlichkeit

$$W_1 = \sum_{r=k_1}^{k_1+s-1} p(r) \quad (4.12)$$

und damit bei ZV1

$$W_1 = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1} \cdot \frac{k_1 \cdot \varepsilon}{k_1 \cdot \varepsilon - \lambda_1} \cdot \left[1 - \frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right] \quad (4.13a)$$

$$= p(0) \cdot \frac{A_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \frac{k_1}{k_1 - A_1} \cdot \left[1 - \left(\frac{A_1}{k_1}\right)^s\right]$$

mit $p(0)$ nach (4.7a)

bzw. bei ZV2

$$W_1 = \frac{1}{N} \sum_{r=k_1}^{k_1+s-1} p(r) \cdot (q-r) \quad (4.13b)$$

mit N nach (4.11)

- Verlustwahrscheinlichkeit

$$B_1 = p(k_1+s) \quad (4.14)$$

und damit bei ZV1

$$B_1 = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{k_1 \cdot \varepsilon}\right)^s = p(0) \cdot \frac{A_1^{k_1}}{k_1!} \cdot \left(\frac{A_1}{k_1}\right)^s \quad (4.15a)$$

mit $p(0)$ nach (4.7a)

bzw. bei ZV2

$$B_1 = \frac{1}{N} \cdot p(k_1+s) \cdot (q-k_1-s) \quad (4.15b)$$

mit N nach (4.11)

- Verkehrsangebot

$$A_1 = \frac{y_1^*}{1 - B_1} \quad (4.16)$$

- Wartebelastung

$$\Omega_1 = \sum_{r=k_1+1}^{k_1+s} (r-k_1) \cdot p(r) \quad (4.17)$$

- Mittlere Wartezeit, bezogen auf alle ankommenden Rufe

$$w_1 = h \cdot \frac{\Omega_1}{A_1} \quad (4.18)$$

Die Verkehrsgrößen W_1 , B_1 , $C_1 (= W_1+B_1)$ und w_1 des Teilmodells M_1 können für ZV1 auch aus Tabellen entnommen werden /99/. In Anhang A7, S.123, wird für ZV1 ein Zusammenhang zwischen diesen Verkehrsgrößen und Erlangs Verlustformel gezeigt.

4.4 Einstufiges Teilmodell M_j für die Blockierung in Stufe j eines Linksystems mit insgesamt S Stufen ($2 \leq j \leq S$)

4.4.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_j mit mehreren Wartespeichern

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein ankommender Ruf in Stufe j ($j > 1$) eines Linksystems mit begrenzter Wartemöglichkeit blockiert wird und deshalb warten muß oder verloren geht, kann mit Hilfe des betreffenden mehrstufigen Teilsystems T_j und des zugehörigen Teilmodells M_j nach Bild 4-2 (S.64) ermittelt werden.

Das Teilmodell M_j weist eine vollkommene ($k_{effj} = n_j^*$) oder unvollkommene ($k_{effj} < n_j^*$) Erreichbarkeit k_{effj} auf.

Die Strukturparameter q, s und i_1 je KVF des Teilmodells M_j sind identisch mit der Anzahl von Quellen, Wartepätzen und Eingängen je KVF in Stufe 1 des Linksystems. Die Strukturparameter g_j^*, k_{effj} und n_j^* des Teilmodells M_j werden gemäß Abschnitt 2.4 aus den Parametern des mehrstufigen Teilsystems T_j berechnet. Die Anrufrate λ_j bei ZV1 bzw. α_j bei ZV2 wird iterativ so gewählt, daß sich die für das Teilmodell M_j vorgegebene Belastung Y_j^* (mit einer relativen Genauigkeit von z.B. 10^{-5}) einstellt, vgl.S.65, Glg.(4.21). Die Enderate ϵ ist gleich der Enderate auf den Abnehmerleitungen des Linksystems. Die Betriebsparameter des Teilmodells M_j sind in Bild 4-2 angegeben.

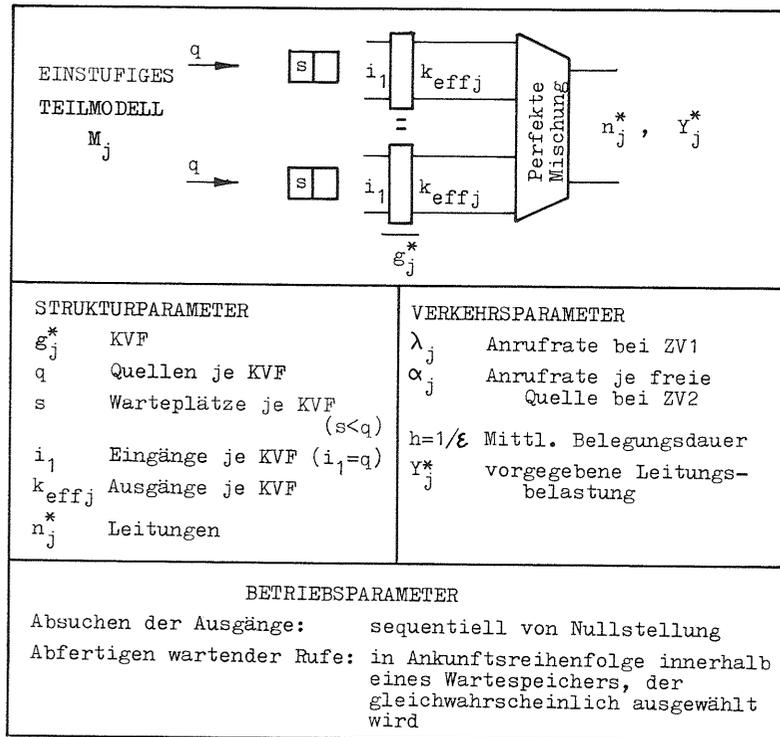


Bild 4-2: Einstufiges Teilmodell M_j bei Linksystemen mit begrenzter Wartemöglichkeit.

4.4.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_j

Im folgenden wird das Verfahren zur Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der gesuchten Verkehrsgrößen erläutert. Die Lösung für ZV1 stammt von P.KÜHN /52,53,83/ sowie für ZV2 von P.KÜHN und G.KAMPE /48,51/.

Der Belegungszustand in den g_j^* Wartespeichern des Teilmodells M_j wird durch sogenannte "Warteplatzreihen" beschrieben. Die Zustandsvariable u_1 gibt an, wieviel Rufe - über alle Wartespeicher des Teilmodells M_j gesehen - in der ersten (vordersten) Warteplatzreihe warten; die Zustandsvariable u_2 gibt an, wieviel Rufe in der zweiten Warteplatzreihe warten, usw. Jede Zustandsvariable u_i ($1 \leq i \leq s$) kann Werte zwischen 0 und g_j^* annehmen, wobei gilt

$$u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_s \quad (4.19)$$

Der Belegungszustand auf den n_j^* Leitungen des Teilmodells M_j wird durch die pauschale Zustandsvariable x gekennzeichnet.

Rufhemmung tritt auf, wenn ein Ruf an einem KVF ankommt, dessen k_{effj} Ausgänge blockiert sind. Die Möglichkeit einer Rufhemmung besteht somit bei den Zuständen

$$k_{effj} \leq x \leq n_j^* \quad (4.20)$$

Die wesentlichen Schritte zur Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ sind im Anhang A5, Seite 115 zusammengefaßt.

Aus den Zustandswahrscheinlichkeiten $p(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ lassen sich die Verkehrsgrößen für das Teilmodell M_j berechnen:

- Belastung der n_j^* Ausgänge

$$Y_j^* = \sum_{x=1}^{n_j^*} \sum_{u_1=0}^{g_j^* \cdot c(x)} \sum_{u_2=0}^{u_1} \dots \sum_{u_s=0}^{u_{s-1}} x \cdot p(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \quad (4.21)$$

- Rufhemmung

$$C_j = \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} \sum_{u_1=0}^{g_j^* \cdot c(x)} \sum_{u_2=0}^{u_1} \dots \sum_{u_s=0}^{u_{s-1}} f_C \cdot p(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \quad (4.22)$$

mit $c(x)$ nach (A5.1), S. 116 und

bei ZV1 $f_C = c(x) \quad (4.23a)$

bzw. bei ZV2 $f_C = \frac{1}{N} \cdot \left[g_j^* \cdot c(x) \cdot q - x \cdot d(x) - \sum_{i=1}^s u_i \right] \quad (4.23b)$

mit $d(x)$ nach (A6.3), S. 121 und

$$N = \sum_{x=0}^{n_j^*} \sum_{u_1=0}^{g_j^* \cdot c(x)} \sum_{u_2=0}^{u_1} \dots \sum_{u_s=0}^{u_{s-1}} \left(g_j^* \cdot q - x - \sum_{i=1}^s u_i \right) \quad (4.24)$$

- Wartewahrscheinlichkeit

$$W_j = \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} \sum_{u_1=0}^{g_j^* \cdot c(x)} \sum_{u_2=0}^{u_1} \dots \sum_{u_s=0}^{u_{s-1}} f_W \cdot p(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \quad (4.25)$$

mit $c(x)$ nach (A5.1), S. 116 und

bei ZV1 $f_W = c(x) - \frac{u_s}{g_j^*} \quad (4.26a)$

bzw. bei ZV2 $f_W = \frac{1}{N} \left[g_j^* \cdot c(x) \cdot q - x \cdot d(x) - \sum_{i=1}^s u_i - \left(q - \frac{x \cdot d(x)}{g_j^* \cdot c(x)} - s \right) \right] \quad (4.26b)$

mit N nach (4.24)

- Verlustwahrscheinlichkeit

$$B_j = C_j - W_j \quad (4.27)$$

- Verkehrsangebot

$$A_j = \frac{\sum_j^*}{1 - B_j} \quad (4.28)$$

- Wartebelastung

$$\Omega_j = \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} \sum_{u_1=0}^{g_j^* \cdot c(x)} \sum_{u_2=0}^{u_1} \dots \sum_{u_s=0}^{u_{s-1}} \left[\sum_{i=1}^s u_i \cdot p(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \right] \quad (4.29)$$

mit $c(x)$ nach (A5.1), S. 116

- Mittlere Wartezeit, bezogen auf alle ankommenden Rufe

$$w_j = h \cdot \frac{\Omega_j}{A_j} \quad (4.30)$$

GRÖSSE	FORMEL (begrenzte Wartemögl.keit)
Rufhemmung	$C = 1 - \prod_{j=1}^s (1 - C_j) \quad (4.31)$
Warte- wahrscheinlichkeit	$W = W_1 + \sum_{j=2}^s \left[W_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i) \right] \quad (4.32)$
Verlust- wahrscheinlichkeit	$B = B_1 + \sum_{j=2}^s \left[B_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i) \right] \quad (4.33)$
Verkehrsangebot	$A = \frac{y}{1 - B} \quad (4.34)$
Mittlere Wartezeit aller Rufe	$w = w_1 + \sum_{j=2}^s \left[w_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (1 - C_i) \right] \quad (4.35)$
Mittlere Wartezeit der wartenden Rufe	$t_W = \frac{w}{W} \quad (4.36)$
Wartebelastung	$\Omega = \frac{w \cdot A}{h} \quad (4.37)$
GLEICHUNG für	C_j W_j B_j w_j
j = 1	(4.10a, b) (4.13a, b) (4.15a, b) (4.18)
2 ≤ j ≤ S	(4.22) (4.25) (4.27) (4.30)

Bild 4-3: Formeln für die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen bei Links-systemen mit S Stufen und begrenzter Wartemöglichkeit (zu Abschnitt 4.5, S.68).

Die Verkehrsgrößen W_j , B_j , $C_j (=W_j+B_j)$ und w_j des Teilmodells M_j können für ZV1 auch aus Tabellen entnommen werden /99/, falls $k_{effj} = n_j^*$ gilt (vollkommene Erreichbarkeit).

4.5 Erwartungswerte der Verkehrsgrößen bei Linkssystemen mit S Stufen und begrenzter Wartemöglichkeit

In Abschnitt 4.3 und 4.4 wurden die Verkehrsgrößen für die einstufigen Teilmodelle M_1 bis M_S eines Linksystems mit S Stufen und begrenzter Wartemöglichkeit angegeben. Gemäß Abschnitt 2 können damit die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen für das gesamte Linksystem berechnet werden. Bild 4-3 enthält die Formeln für die Zusammensetzung der einzelnen Verkehrsgrößen aus den entsprechenden Werten der Teilmodelle.

In Glg.(4.32) gibt der Ausdruck $W_j \cdot \prod_{i=1}^{j-1} (4-C_i)$ die Wartewahrscheinlichkeit wegen Rufhemmung in Stufe j an, wobei das Produkt die Bedingung berücksichtigt, daß gleichzeitig in Stufe 1,2,..,j-1 keine Rufhemmung vorliegt.

4.6 Beispiele

4.6.1 Vierstufiges Linksystem bei ZV1 und begrenzter Wartemöglichkeit

Bild 4-4 zeigt oben die Struktur des Beispiels L411 sowie die zugehörigen Teilsysteme T_1 bis T_4 . Die Teilsysteme T_2 und T_3 weisen eine Fächerstruktur, T_4 eine Maschenstruktur auf (vgl. Anhang A1.3, Seite 85). Die Teilsysteme lassen sich gemäß Abschnitt 2 in die einstufigen Teilmodelle M_1 bis M_4 abbilden, deren Parameter in Bild 4-4 angegeben sind.

In Bild 4-5 sind die Wartewahrscheinlichkeit, die Verlustwahrscheinlichkeit und die mittlere Wartezeit wartender Rufe als Funktion der Belastung des Linksystems L411 dargestellt. Die Rechenkurven wurden gemäß Abschnitt 4.3 bis 4.5 ermittelt und zeigen eine gute Übereinstimmung mit den Simulationsergebnissen.

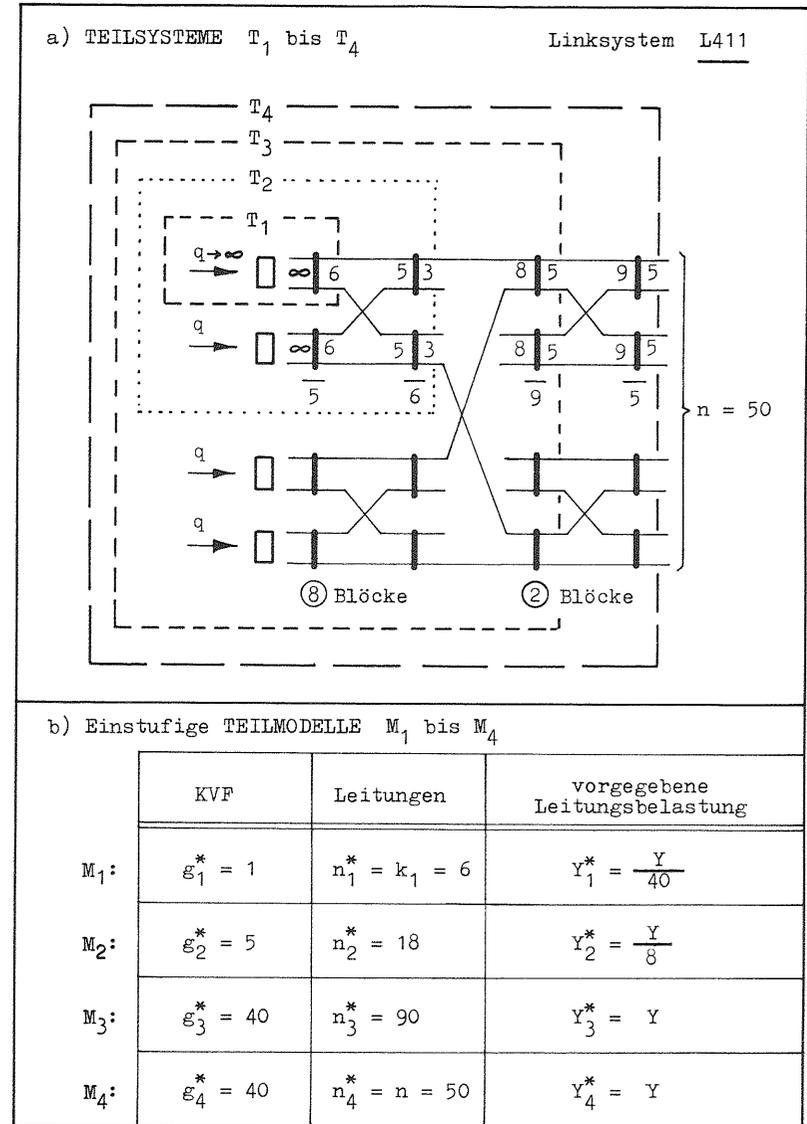


Bild 4-4: Teilsysteme und Parameter der einstufigen Teilmodelle zur Berechnung des vierstufigen Linksystems L411 gemäß Abschnitt 2.

Y vorgegebene Leitungsbelastung des Linksystems
 Berechnung der effektiven Erreichbarkeit gemäß A2,S.90.

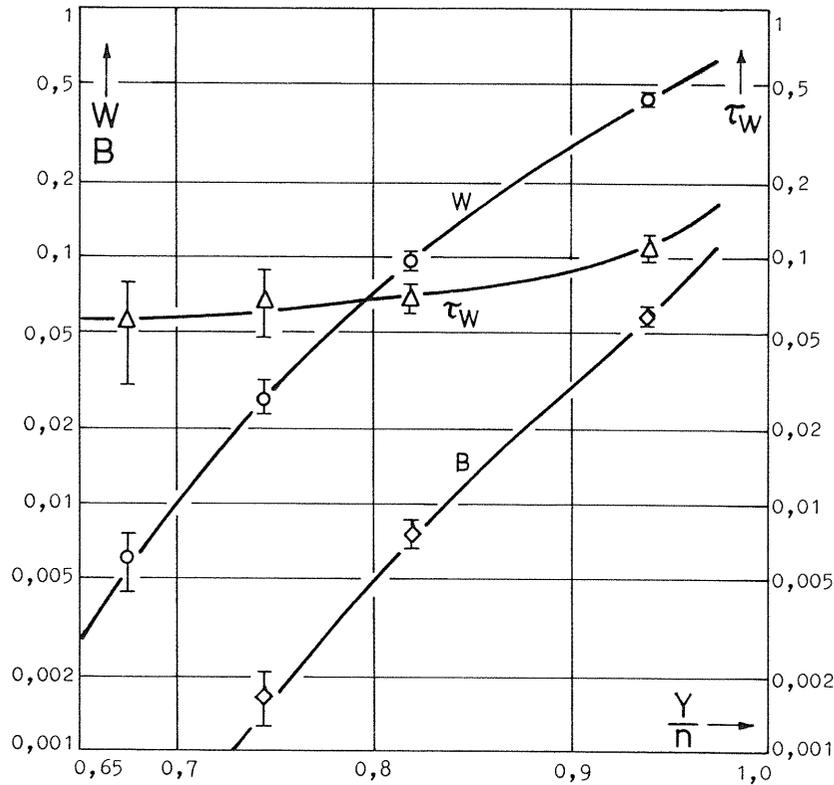


Bild 4-5: Wartewahrscheinlichkeit W , Verlustwahrscheinlichkeit B und auf die mittlere Belegungsdauer h bezogene mittlere Wartezeit wartender Rufe $\tau_W (= t_W/h)$ als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung Y/n bei ZV1 und 1 Warteplatz je KVF der ersten Stufe.

LINKSYSTEM L411

STRUKTUR: siehe Bild 4-4

RECHNUNG:

SIMULATION: \odot \triangle \diamond

- Statistische Sicherheit 95%
- Auflegung Stufe 1-2,3-4 : Im Linkblock zyklisch vertauscht (S.73,74)
- Stufe 2-3 : Zwischen Linkblöcken gleichartig zyklisch vertauscht
- Absuchmodus: Seq. von Nullstellung in allen Stufen

4.6.2 Zweistufiges Linksystme bei ZV2 und begrenzter

Wartemöglichkeit

Bild 4-6 zeigt oben die Struktur des Beispiels L208 sowie die zugehörigen Teilsysteme T_1 und T_2 . Das Teilsystem T_2 hat eine Fächerstruktur (vgl. Anhang A1.3, Seite 85). Nach Abschnitt 2 können die Teilsysteme in die einstufigen Teilmodelle M_1 und M_2 abgebildet werden, deren Parameter in Bild 4-6 angegeben sind.

Die Ergebnisse von Simulation und Rechnung (gemäß Abschnitt 4.3 bis 4.5) sind in Bild 4-7 aufgetragen. Sowohl für $s=1$ als auch für $s=2$ Warteplätze je KVF in Stufe 1 zeigen die Rechenergebnisse eine zufriedenstellende Genauigkeit.

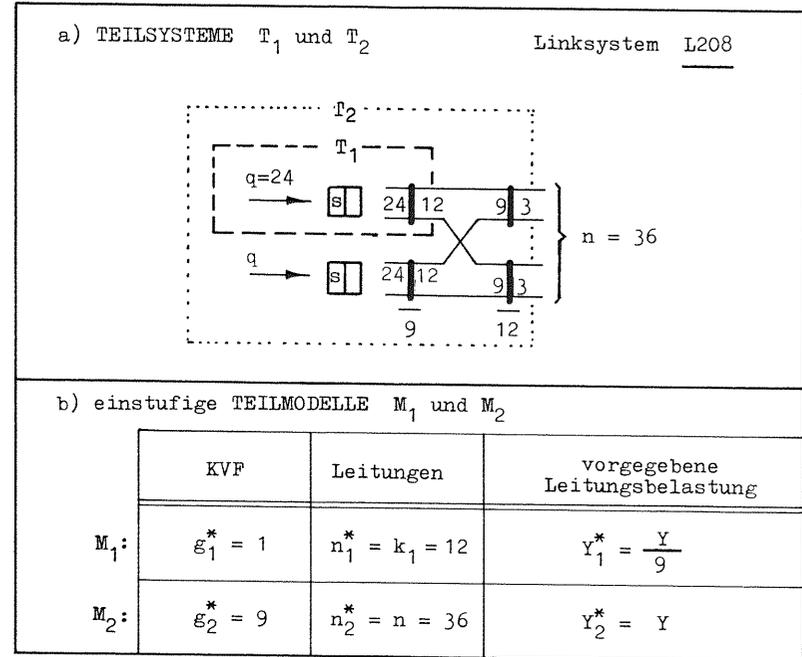


Bild 4-6: Teilsysteme und Parameter der einstufigen Teilmodelle zur Berechnung des zweistufigen Linksystms L208 gemäß Abschnitt 2.

Y vorgegebene Leitungsbelastung des Linksystms
Berechnung der effektiven Erreichbarkeit gemäß A2,S.90.

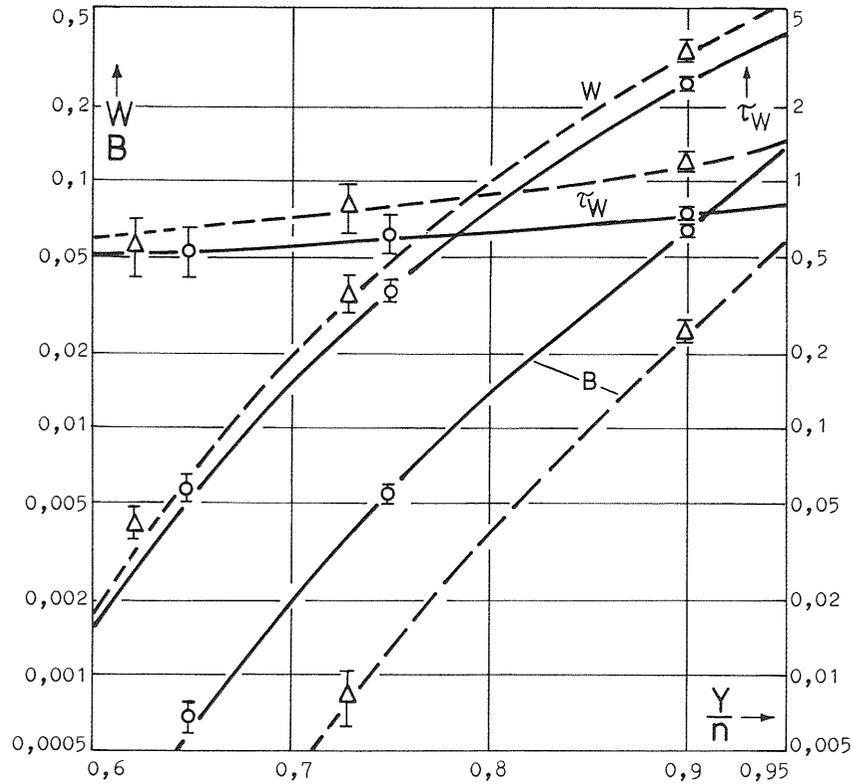


Bild 4-7: Wartewahrscheinlichkeit W , Verlustwahrscheinlichkeit B und auf die mittlere Belegungsdauer h bezogene mittlere Wartezeit wartender Rufe $\tau_w (=t_w/h)$ als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung Y/n bei ZV2 und 1 bzw. 2 Warteplätzen je KVF der 1.Stufe.

LINKSYSTEM L208

STRUKTUR: siehe Bild 4-6

RECHNUNG: — $s=1$, - - - $s=2$

SIMULATION: \circ $s=1$, \triangle $s=2$

- Statistische Sicherheit 95%

- Auflegung Stufe 1-2 : Im Linkblock geordnet (S.73)

- Absuchmodus Stufe 1 : Seq. von Nullstellung

5. AUFLEGUNGSART UND ABSUCHMODUS BEI LINKSYSTEMEN ZUR

VERKEHRSKONZENTRATION

5.1 Allgemeines

Aus Untersuchungen bei Linksystemen zur Verkehrsverteilung /19,20/ ist bekannt, daß neben dem Verkehrsangebot auch die Auflegungsart der Zwischenleitungen sowie der Absuchmodus der KVF-Ausgänge einen Einfluß auf die Verlustwahrscheinlichkeit haben können. In Abschnitt 5.2 werden diese Ergebnisse kurz zusammengefaßt und anschließend in Abschnitt 5.3 Untersuchungen von Linksystemen zur Verkehrskonzentration vorgestellt.

IM LINKBLOCK GEORDNET			
ohne parallele Zwischenleitungen		vermascht	streng parallel
	Block 1 		
	Block 2 		
1 Linkblock	2 Linkblöcke		
IM LINKBLOCK ZYKLISCH VERTAUSCHT			
ohne parallele Zwischenleitungen		vermascht	streng parallel
	Block 1 		
	Block 2 		
1 Linkblock	2 Linkblöcke		

Bild 5-1: Beispiele für die Auflegungsarten im Linkblock.

Mehrere Auflegungsarten werden untersucht. Dabei wird unterschieden zwischen Auflegungsarten innerhalb von Linkblöcken und zwischen Linkblöcken. Die Unterteilung eines Linksystems in Linkblöcke erleichtert die Erweiterung und ermöglicht auch für die Steuerung einen modularen Aufbau. In Bild 5-1 und 5-2 sind einfache Beispiele für die verschiedenen Auflegungsarten angegeben.

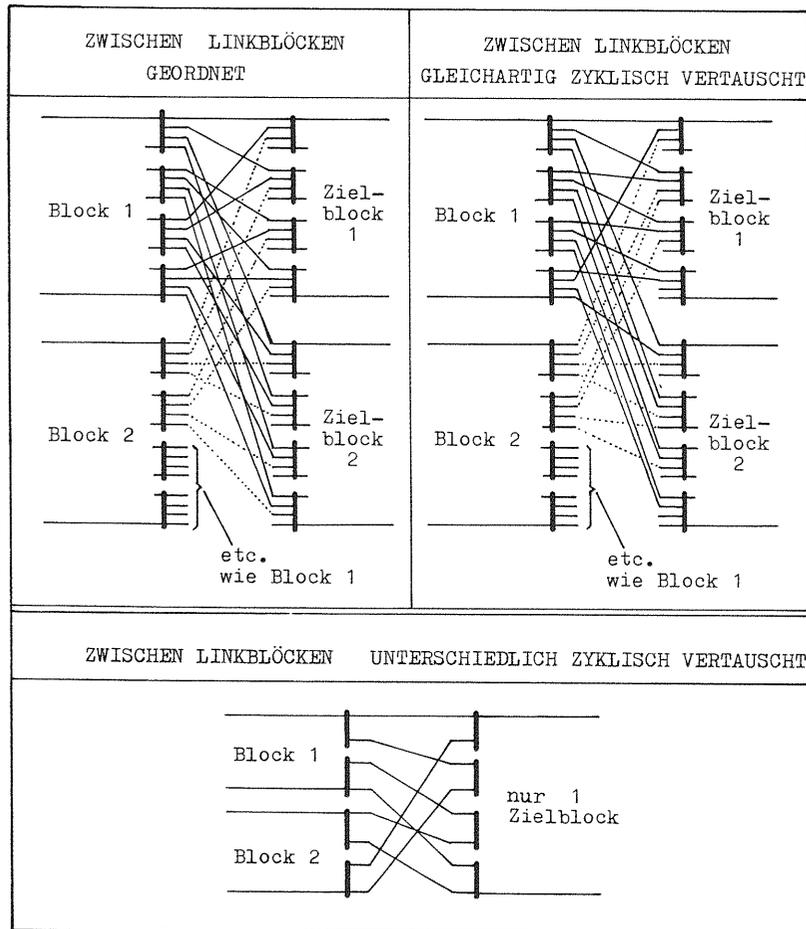


Bild 5-2: Beispiele für die Auflegungsarten zwischen Linkblöcken.

Zwei Absuchmodi werden - jeweils einheitlich für die KVF einer Stufe des Linksystems - betrachtet:

- Sequentiell von Nullstellung, d.h. es wird stets der oberste Ausgang eines KVF als erster daraufhin geprüft, ob er frei ist, dann der zweitoberste usw.
- Sequentiell von zufälliger Anfangsstellung, d.h. es wird ein gleichwahrscheinlich ausgewählter Ausgang eines KVF als erster daraufhin geprüft, ob er frei ist, dann der darunterliegende Ausgang usw.

5.2 Ergebnisse bei Linksyste-men zur Verkehrsverteilung

Die in /19,20/ ausführlich erläuterten Ergebnisse für Linksyste-me mit Bündelwahl und ohne Wartemöglichkeit lassen sich folgender-maßen zusammenfassen:

- a) Ein Einfluß von Auflegungsart und Absuchmodus auf die Verlustwahrscheinlichkeit B ist nur bei kleinen Belastungswerten zubeobachten, wo $B < 0,001$.
- b) Dieser Einfluß ist bei sogenannten weiten Linksyste-men vernachlässigbar. Derartige Linksyste-me haben mehr Zwischen-leitungen als Abnehmerleitungen (Aufweitung im Innern).
- c) eine Aufteilung in Linkblöcke bringt unter Umständen eine etwas höhere Verlustwahrscheinlichkeit mit sich.
- d) Bei Linksyste-men mit zwei oder drei Stufen ergeben geordnete Auflegung und sequentielles Absuchen von Null-stellung in allen Stufen die geringste Verlustwahrscheinlichkeit (bei vorgegebener Belastung), da hierbei die oberen KVF jeder Stufe stärker belastet werden und die unteren KVF als "Reserve" zur Verfügung stehen.
- e) Bei Linksyste-men mit mehr als drei Stufen ergeben zyklisch vertauschte Auflegung und sequentielles Absuchen von Nullstellung in allen Stufen die geringste Verlust-wahrscheinlichkeit. In diesem Fall ist eine gleichmäßige Verteilung der Belastung auf die KVF innerhalb jeder Stufe vorteilhaft.

5.3 Ergebnisse bei Linksystemen zur Verkehrskonzentration

5.3.1 Linksysteme ohne Wartemöglichkeit

Bei Linksystemen zur Verkehrskonzentration, die als Verlustsysteme betrieben werden, treten die in Abschnitt 5.2 genannten Unterschiede nicht signifikant auf. Da die Zwischenleitungen der vorderen Stufen wesentlich zahlreicher sind als die Abnehmerleitungen (Konzentration), ist die Belastung pro Zwischenleitung relativ klein; dies ist auch bei den weiten Linksystemen zur Verkehrsverteilung der Fall, vgl. Abschnitt 5.2, Punkt b). Somit stehen - unabhängig von der gewählten Auflegungsart und vom Absuchmodus - stets relativ viele freie Wege zur Verfügung. Bild A3-5, S.106, zeigt als Beispiel Ergebnisse eines vierstufigen Linksystems zur Verkehrskonzentration. Die Tendenzen entsprechen den Ergebnissen nach Abschnitt 5.2.

5.3.2 Linksysteme mit zwei Stufen und unbegrenzter

Wartemöglichkeit

Bild 5-3 zeigt Simulationsergebnisse, die bei zweistufigen Linksystemen ermittelt wurden /84/. Für jedes Linksystem (Struktur siehe Abschnitt A9, Seite130) wurden 4 Angebotswerte simuliert. Bei gleichem Angebotswert kamen jeweils 4 verschiedene Kombinationen von Auflegungsart und Absuchmodus zur Anwendung.

Für die Linksysteme L203 bis L208 (Fächerstrukturen) sind bei kleinem Angebot keine eindeutigen Tendenzen feststellbar: bei gleichem Angebot überschneiden sich die 4 Vertrauensintervalle. Bei mittlerem Angebot ist eine gewisse Verminderung der Wartewahrscheinlichkeit bei sequentiellm Absuchen von zufälliger Anfangsstellung zu erkennen (gleichmäßige Aufteilung des Verkehrs auf die KVF der Stufe 2), während bei hohem Angebot die Ergebnisse kaum von Absuchmodus und Auflegungsart beeinflusst werden.

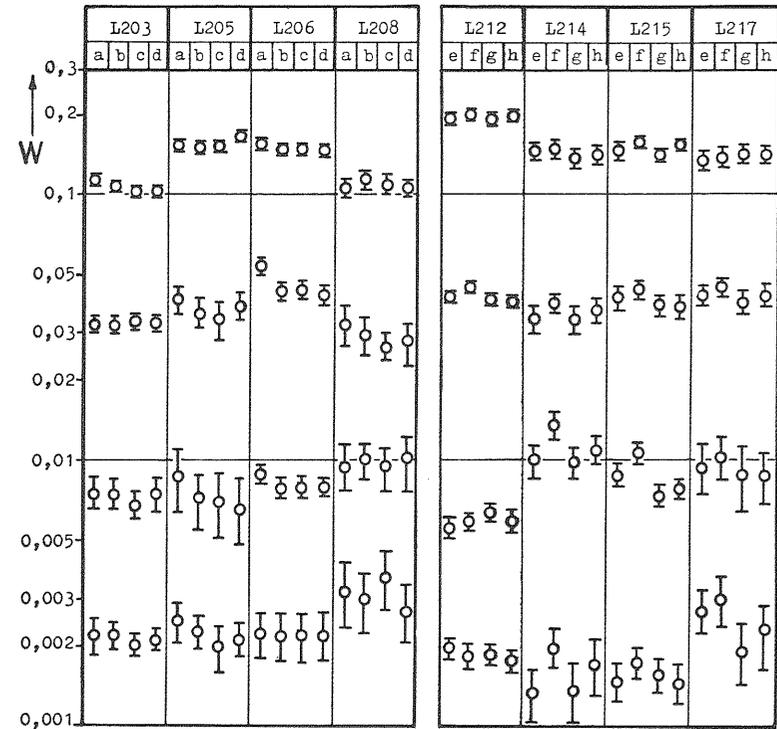


Bild 5-3: Wartewahrscheinlichkeit W als Funktion von Auflegungsart und Absuchmodus bei zweistufigen Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit und ZV1. (Simulation, Statistische Sicherheit 95%)

STRUKTUR der Linksysteme siehe Seite 130

L203 - L208	AUFLEGUNG	ABSUCHMODUS
a ..	Im Linkblock geordnet	Sequentiell von Nullstellung
b ..	Im Linkbl.zykl.vertauscht	" " "
c ..	Im Linkblock geordnet	Seq. von zuf.Anfangsstellung
d ..	Im Linkbl.zykl.vertauscht	" " " "

L212 - L217	AUFLEGUNG (Absuchmodus seq.von Nullstellg.)
e ..	Im Linkblock geordnet, vermascht
f ..	" " " , streng parallel
g ..	Im Linkbl.zykl.vertauscht, vermascht
h ..	" " " " , streng parallel

Die vierstufigen Linkssysteme L404, L411 und L451 wurden zwischen Stufe 1 und 2 sowie zwischen Stufe 3 und 4 in Linkblöcke aufgeteilt. Die Simulationsergebnisse lassen keinen eindeutigen Vorteil einer bestimmten Auflegungsart erkennen, d.h. bei vierstufigen Linkssystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit ist der Einfluß der Auflegungsart gering.

Auch das sechsstufige Linkssystem L601 zeigt bei der in der Simulation vorgenommenen Auflegung ohne Linkblöcke keine Abhängigkeit von der Auflegungsart. Bei dem Linkssystem L603 wurden je 2 Auflegungsarten mit Linkblöcken und ohne Linkblöcke erprobt. Nur bei mittlerem Angebot erweist sich im Fall von Linkblöcken (s) wie auch ohne Linkblöcke (q), daß die zyklisch vertauschte Auflegung in der Tendenz etwas günstiger ist als die sequentielle Auflegung (r,p). Die Unterschiede in der Wartewahrscheinlichkeit sind jedoch gering, wenn die Größe der Vertrauensintervalle mit berücksichtigt wird.

Somit gilt bei Linkssystemen mit 4 bis 6 Stufen und unbegrenzter Wartemöglichkeit, daß die Auflegungsart keinen wesentlichen Einfluß auf die Wartewahrscheinlichkeit hat. Als Ursache hierfür kann bei kleinem Angebot die Eingangsblockierung genannt werden, welche in diesem Angebotsbereich den Hauptteil der Wartewahrscheinlichkeit verursacht. Die Eingangsblockierung wird bei unbegrenzter Wartemöglichkeit offenbar kaum von der Auflegung der Zwischenleitungen im Linksystem beeinflusst.

6. ZUSAMMENFASSUNG

In modernen Nachrichtenvermittlungssystemen werden mehrstufige Koppelanordnungen mit konjugierter Durchschaltung (Linkssysteme) eingesetzt, die den Verkehr von vielen Eingängen auf eine geringere Anzahl zentralisierter Baugruppen konzentrieren. Oft wird vor diesen Linkssystemen eine begrenzte oder unbegrenzte Wartemöglichkeit vorgesehen, um eine effektivere Auslastung der Baugruppen zu erreichen.

Die Verkehrsgüte von Linkssystemen mit Wartemöglichkeit wird durch die charakteristischen Größen, wie z.B. Verlustwahrscheinlichkeit, Wartewahrscheinlichkeit oder mittlere Wartezeit beschrieben. Dabei ist sowohl der normale Belastungsfall wie auch der Überlastfall von Interesse.

Für Linkssysteme ohne Wartemöglichkeit wurde von A.Lotze ein handliches Näherungsverfahren zur Berechnung der charakteristischen Größen entwickelt. In der vorliegenden Arbeit wird gezeigt, daß der prinzipielle Lösungsweg dieses Verfahrens auch bei Linkssystemen mit begrenzter oder unbegrenzter Wartemöglichkeit zu hinreichend genauen Ergebnissen führt. Die Näherungslösung gliedert sich in vier Schritte:

1. Vorgabe der Belastung des Linksystems
2. Zerlegung des Linksystems in Teilsysteme, welche jeweils auf eine einstufige Koppelanordnung mit gleicher Verkehrsleistung abgebildet werden.
3. Bestimmung der charakteristischen Größen (Teilergebnisse) für diese einstufigen Koppelanordnungen. Hierzu können in vielen Fällen Tabellen benützt werden.
4. Zusammensetzung der Teilergebnisse zur Bestimmung der charakteristischen Größen des Linksystems.

Es wird angenommen, daß der Verkehr von einer endlichen bzw. unendlichen Zahl von Verkehrsquellen verursacht wird, und daß die Belegungsdauern negativ exponentiell verteilt sind. Im Fall unendlich vieler Verkehrsquellen wird neben dem Erwartungswert auch die Verteilungsfunktion der Wartezeiten angegeben, die bei Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit auftreten.

Zahlreiche Beispiele zeigen, daß die Rechenwerte durch Ergebnisse aus Simulationsläufen bestätigt werden. Durch einen Vergleich von Simulationsergebnissen wird außerdem festgestellt, daß bei Linksystemen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit und zwei oder drei Stufen eine gleichmäßige Verkehrsverteilung über die Koppelvielfache einer Stufe am günstigsten ist. Bei Linksystemen mit vier bzw. sechs Stufen haben dagegen die Auflegungsart der Zwischenleitungen und der Absuchmodus der Koppelvielfach-Ausgänge keinen wesentlichen Einfluß auf die Verkehrsgüte.

ANHANG

A1 Verkehrstheoretische Modelle für Koppelanordnungen zur Verkehrskonzentration

A1.1 Allgemeines

Im Anhang A1 werden die Parameter zur Beschreibung von Koppelanordnungen angegeben und damit verkehrstheoretische Modelle definiert. Es wird unterschieden zwischen

- Strukturparametern (Abschnitt A1.2 und A1.3)
- Verkehrsparametern (Abschnitt A1.4)
- Betriebsparametern (Abschnitt A1.5)

Die vorliegende Arbeit befaßt sich im wesentlichen mit der Wahrscheinlichkeit, daß ein ankommender Ruf wegen Blockierung nicht sofort bedient wird (Rufhemmung). Die Ursachen dieser Rufhemmung werden in Abschnitt A1.2 und A1.3 an einfachen Strukturbeispielen gezeigt.

A1.2 Strukturparameter und Blockierungsursachen bei einstufigen Koppelanordnungen

In Bild A1-1 sind die drei wesentlichen Strukturformen einstufiger Koppelanordnungen zusammengestellt. Bei jeder Strukturform sind einfache Beispiele für die Rufhemmung angegeben. Die Größe s gibt die Anzahl der Warteplätze je KVF an.

Strukturform I : Ein einziges KVF mit i Eingängen und k Ausgängen. Rufhemmung tritt auf, wenn ein ankommender Ruf alle k Ausgänge belegt antrifft.

Strukturform II : Insgesamt g KVF mit jeweils i Eingängen und k Ausgängen, welche so zusammengeschaltet sind, daß die $n=k$ Leitungen von jedem KVF aus erreicht werden können (vollkommene Erreichbarkeit). Rufhemmung tritt auf, wenn ein ankommender Ruf alle $n=k$ Leitungen belegt antrifft.

Strukturform III : Die jeweils k Ausgänge der g KVF sind über eine Mischung so zusammengeschaltet, daß von einem KVF aus nur k der $n>k$ Leitungen erreicht werden können (unvollkommene Erreichbarkeit). Rufhemmung tritt auf, wenn ein ankommender Ruf alle k erreichbaren Leitungen belegt antrifft.

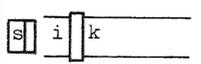
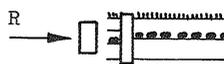
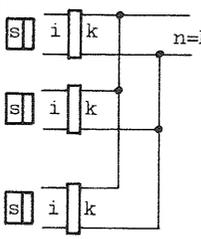
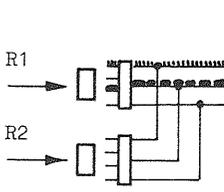
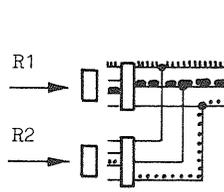
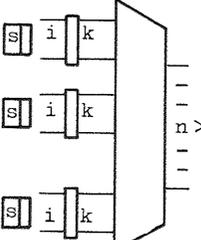
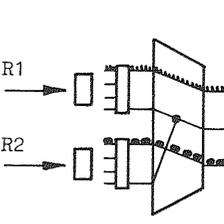
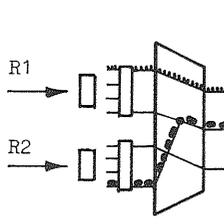
Strukturformen einstufiger Koppelanordnungen	Einfache Beispiele für die Blockierung eines Rufes	
<p>Strukturform I</p> 	 <p>Ruf R nicht blockiert</p>	 <p>Ruf R blockiert</p>
<p>Strukturform II</p>  <p style="text-align: center;">g</p>	 <p>Ruf R1 bzw. Ruf R2 nicht blockiert</p>	 <p>Ruf R1 bzw. Ruf R2 blockiert</p>
<p>Strukturform III</p>  <p style="text-align: center;">g</p>	 <p>Ruf R1 bzw. Ruf R2 nicht blockiert</p>	 <p>Ruf R1 blockiert, Ruf R2 nicht blockiert</p>

Bild A1-1: Strukturformen und Blockierung eines Rufes bei einstufigen Koppelanordnungen.

....., - - - - , Belegung

A1.3 Strukturparameter und Blockierungsursachen bei Linkssystemen

Bild A1-2 zeigt die Strukturparameter von Linkssystemen:

- S Stufenzahl ($S > 1$)
- g_j Anzahl der KVF in Stufe j
- i_j, k_j Anzahl der Eingänge bzw. Ausgänge je KVF in Stufe j
- n Anzahl der Abnehmerleitungen
- s Anzahl der Warteplätze je KVF in Stufe 1

Ein Linkssystem hat eine Fächerstruktur, wenn bei unbelastetem System von einem bestimmten KVF in Stufe 1 höchstens ein Pfad zu einem bestimmten KVF in der letzten Stufe führt. Im Gegensatz dazu besitzt ein Linkssystem eine Maschenstruktur, wenn bei unbelastetem System mehrere Pfade zwischen den beiden oben genannten KVF vorhanden sind.

Weitere Strukturparameter, welche die Auflegung der Zwischenleitungen zwischen jeweils zwei benachbarten Stufen betreffen, werden in Abschnitt 5 behandelt.

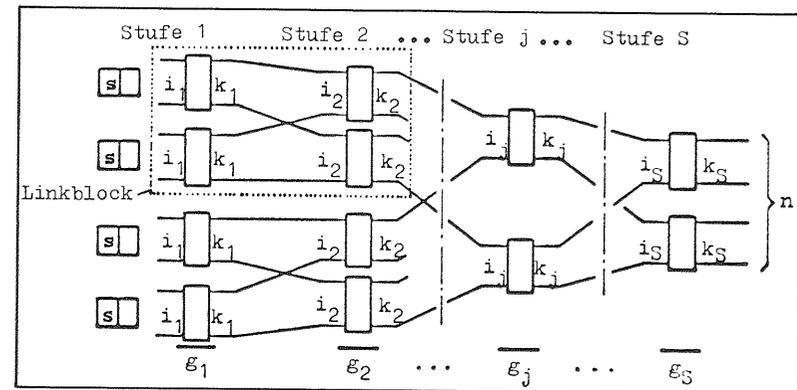


Bild A1-2: Allgemeine Struktur eines Linksystems zur Verkehrskonzentration.

Während bei einstufigen Koppelanordnungen die Rufhemmung nur vom Belegungsmuster auf den Abnehmerleitungen abhängt, spielen bei Linksystemen zusätzlich die Belegungsmuster auf den Zwischenleitungen zwischen den einzelnen Stufen eine Rolle.

Bild A1-3 zeigt als einfaches Beispiel ein vierstufiges Linksystem mit 10 Abnehmerleitungen. Die Zwischenleitungen vor der Stufe 2 sind so angeordnet, daß zwei "Linkblöcke" entstehen. Das in Bild A1-3 eingezeichnete momentane Belegungsmuster ermöglicht nur dem Ruf R1 die Belegung einer freien Abnehmerleitung (freier Pfad zur Abnehmerleitung Nr. 3), während die Rufe R2, R3 und R4 blockiert werden (kein freier Pfad zu einer freien Abnehmerleitung vorhanden).

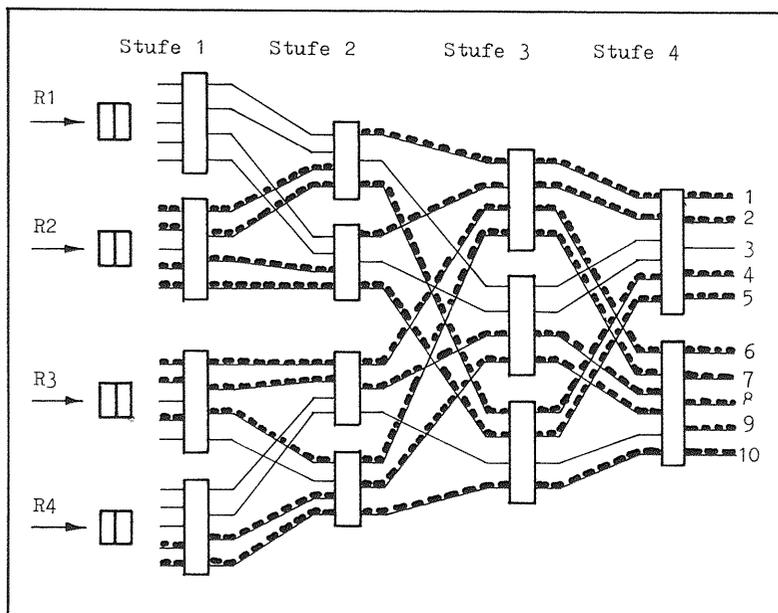


Bild A1-3: Beispiele für die Rufhemmung bei Linksystemen zur Verkehrskonzentration.
Belegungszustand: — frei, - - - belegt

Die Ursachen der Rufhemmung können bei Linksystemen danach unterschieden werden, bis zu welcher Stufe ein Ruf bei der Wegesuche über freie Pfade Zugang hat:

- Stufe 1: Eingangsblockierung

Der Ruf trifft alle k_1 Ausgänge jenes KVF blockiert an, bei welchem er ankommt (Start-KVF des Rufes).

Beispiel: Ruf R2 in Bild A1-3 .

- Stufe j ($2 \leq j \leq S-1$): Zwischenblockierung in Stufe j

Der ankommende Ruf findet über die Ausgänge seines Start-KVF noch mindestens einen freien Pfad bis zu den KVF der Stufe j des Linksystems (Bedingung P_j) ; für diesen Ruf ist jedoch keine freie Zwischenleitung hinter der Stufe j erreichbar.

Aus der Bedingung P_j folgt, daß Rufhemmung wegen Zwischenblockierung in Stufe j nur bei Rufen auftreten kann, die weder Eingangsblockierung noch Zwischenblockierung in den Stufen 2 bis $j-1$ antreffen. Zusätzlich gilt, daß Zwischenblockierung in Stufe j grundsätzlich nur auftreten kann, wenn

$$i_j > k_j$$

gilt, d.h. wenn in Stufe j eine Verkehrskonzentration erfolgt. Diese Voraussetzung ist in Stufe 2, nicht aber in Stufe 3 des Linksystems in Bild A1-3 erfüllt.

Beispiel: Ruf R3 in Bild A1-3 (Zwischenblockierung in Stufe 2).

- Stufe S : Abnehmerblockierung

Der ankommende Ruf findet über die Ausgänge seines Start-KVF noch mindestens einen freien Pfad bis zu den KVF der letzten Stufe des Linksystems (Bedingung P_S) ; für diesen Ruf ist jedoch keine freie Abnehmerleitung hinter der letzten Stufe des Linksystems erreichbar.

Aus der Bedingung P_S folgt, daß Rufhemmung wegen Abnehmerblockierung nur bei Rufen auftreten kann, die weder Eingangsblockierung noch Zwischenblockierung in irgendeiner Stufe des Linksystems antreffen.

Beispiel: Ruf R4 in Bild A1-3 .

Die unterschiedlichen Ursachen der Rufhemmung bei Linksystemen sind für die näherungsweise Berechnung der Rufhemmung von besonderer Bedeutung, siehe Abschnitt 2, Seite 29.

A1.4 Verkehrsparameter bei Koppelanordnungen

Die Verkehrsparameter legen den zeitlichen Ablauf der Ankünfte (Ankunftsprozeß) sowie der Bedienung (Bedienungsprozeß) der Rufe fest.

Bezüglich des Ankunftsprozesses werden zwei Modellvorstellungen unterschieden:

- Unendliche Zahl von Verkehrsquellen (Poisson-Angebot), d.h. an jedem KVF der ersten Stufe einer Koppelanordnung bleibt die Ankunftsrate λ konstant, unabhängig davon, wieviel Rufe bei dem betrachteten KVF bereits bedient werden oder warten. Die Ankunftsabstände T_A sind um den Mittelwert $a = 1/\lambda$ negativ exponentiell verteilt:

$$P(T_A \leq t) = 1 - e^{-\frac{t}{a}} \tag{A1.1}$$

- Endliche Zahl von Verkehrsquellen (Bernoulli-Angebot), d.h. bei jedem KVF der ersten Stufe einer Koppelanordnung hängt die Ankunftsrate davon ab, wieviel der q Quellen momentan frei sind und somit weder warten noch bedient werden. Jede freie Quelle hat die Ankunftsrate α . Die Freizeitdauern T_F jeder einzelnen Quelle sind um den Mittelwert $f = 1/\alpha$ negativ exponentiell verteilt:

$$P(T_F \leq t) = 1 - e^{-\frac{t}{f}} \tag{A1.2}$$

Bezüglich des Bedienungsprozesses wird in der vorliegenden Arbeit die folgende Modellvorstellung vorausgesetzt: Die Wahrscheinlichkeitsdichte für das Endigen einer Belegung ist konstant gleich ϵ , unabhängig davon, wie lange die betrachtete Belegung bereits besteht (Markoff-Eigenschaft). Die Belegungsdauern T_H sind um den Mittelwert $h = 1/\epsilon$ negativ exponentiell verteilt:

$$P(T_H \leq t) = 1 - e^{-\frac{t}{h}} \tag{A1.3}$$

Bei Zufallsverkehr 1.Art (ZV1) werden diese Belegungen durch unendlich viele Verkehrsquellen verursacht, während bei Zufallsverkehr 2.Art (ZV2) endlich viele Verkehrsquellen vorhanden sind.

Die oben genannten Modellvorstellungen wurden durch Messungen an bestehenden Nachrichtenvermittlungssystemen gewonnen bzw. bestätigt /35,44/ .

A1.5 Betriebsparameter bei Koppelanordnungen

Die Betriebsparameter legen den organisatorischen Ablauf bei der Bedienung von Rufen fest. In der vorliegenden Arbeit gelten folgende Betriebsparameter bezüglich

- Richtung des Verkehrsflusses: Es werden Linkssysteme mit einfach gerichtetem Verkehr betrachtet, d.h. auf der einen Seite des Linksystems befinden sich nur Eingänge und auf der anderen Seite nur Ausgänge, auf welche der Verkehr konzentriert wird. Im Gegensatz dazu fließt bei doppelt gerichtetem Verkehr /15,17,18,25/ der Verkehr in beiden Richtungen durch das Linksystem.
- Markierung der Ausgänge eines Linksystems: Die betrachteten Linkssysteme werden mit Punkt-Bündel-Markierung betrieben, d.h. die Durchschaltung erfolgt vom betreffenden Eingang des Linksystems zu einem beliebigen freien Ausgang des Linksystems. Im Gegensatz dazu wird bei Punkt-Punkt-Markierung ein ganz bestimmter freier Ausgang des Linksystems markiert und dann die Durchschaltung vom betreffenden Eingang her versucht /59,74,75,76,41/.
- Absuchen der Ausgänge eines KVF: Sequentiell von Nullstellung oder sequentiell von einer zufälligen Anfangsstellung, vgl. Abschnitt 5.1, Seite 75.
- Abfertigen wartender Rufe: Beim Endigen einer Leitungsbelegung wird aus den nichtleeren Wartespeichern vor den KVF der ersten Stufe einer Koppelanordnung gleichwahrscheinlich ein Wartespeicher ausgewählt (engl.: interqueue discipline RANDOM); von den wartenden Rufen des ausgewählten Wartespeichers wird, wenn möglich, derjenige abgefertigt, der am längsten in diesem Wartespeicher wartet (engl.: queue discipline FIFO, first in, first out). Falls dieser Abfertigungsversuch wegen Blockierung in der Koppelanordnung scheitert, kommt in zyklischer Folge der nächste nichtleere Wartespeicher an die Reihe, und dessen am längsten wartender Ruf wird, wenn möglich, abgefertigt. Falls auch dieser Abfertigungsversuch scheitert, werden die weiteren nichtleeren Wartespeicher zyklisch ausgewählt, bis entweder erstmals ein wartender Ruf bedient werden kann oder bis sich die Blockierung aller momentan wartenden Rufe herausstellt.

A2 Effektive Erreichbarkeit bei mehrstufigen Koppelanordnungen

1963 wurde für Verlustsysteme mit Punkt-Bündel-Markierung von A.LOTZE das Näherungsverfahren der "Kombinierten Eingangs- und Abnehmerblockierung zur Berechnung zwei- und mehrstufiger Koppelanordnungen" vorgeschlagen (Methode CIRB: Combined Inlet and Route Blocking). Dieses Verfahren stellt in gewissem Sinn einen Ausbau der Methode für zweistufige Linkssysteme von /23,49/ dar, vgl. /57/. Eine Weiterentwicklung, die noch wesentlich genauere Ergebnisse für Linkssysteme mit Mischwahl oder Richtungs- wahl liefert, wurde 1973 veröffentlicht (/19,20/ Methode CLIGS: Calculation of Loss in Link Systems with Group Selection).

Das Verfahren ist durch zwei wesentliche Merkmale gekennzeichnet:

- Die tatsächliche Belastung des Linksystems stellt die Grund- lage für die Berechnung dar.
- Mehrstufige Koppelanordnungen werden auf einstufige Koppel- anordnungen mit gleicher Verkehrsleistung abgebildet. Diese einstufigen Koppelanordnungen bestehen aus KVF mit einer gewissen "effektiven Erreichbarkeit", die sich aus der Struktur und der Belastung der mehrstufigen Koppelanordnung herleiten läßt.

Im Abschnitt A2 werden die in /19,20/ angegebenen Formeln für die effektive Erreichbarkeit zusammengestellt. Dabei wird davon ausgegangen, daß alle Abnehmerleitungen des Linksystems zum selben Bündel gehören (Mischwahl).

HINWEIS: Neben der auf den Mittelwerten der Belastung beruhenden Formel (Methode CLIGS-A) für die effektive Erreichbar- keit wird in /19,20/ auch noch eine zweite, etwas genau- ere Lösung (Methode CLIGS-B) angegeben, welche die Momentanwerte der Belastung im Start-KVF mit berück- sichtigt. Bei der Entwicklung entsprechender Lösungen für Linkssysteme mit Mischwahl und Wartemöglichkeit kommt nur ein Verfahren in Betracht, welches sich - wie die Methode CLIGS-A - auf die Berücksichtigung des Mittelwertes der Belastung im Start-KVF beschränkt (Mittelwerts-Methode). Ein Lösungsweg entsprechend der Methode CLIGS-B ist prinzipiell ebenfalls möglich, führt

jedoch auf sehr lange Rechenzeiten , die für eine in- genieurmäßige Anwendung wenig geeignet sind. Daher wurde auf eine solche Lösung verzichtet, zumal die Mittel- werts-Methode sehr gute Ergebnisse liefert und mit Hilfe vorhandener Wartezeit tabellen für einstufige Koppelan- ordnungen auch noch in einfacher Weise manuell (Rechen- schieber, Taschenrechner) auswertbar ist.

Die Berechnung von k_{eff} wird in mehreren Schritten durchgeführt:

- a) Das mehrstufige Teilsystem T_j ($2 \leq j \leq S$) wird durch die folgenden Parameter beschrieben, vgl. Abschnitt 2.3,S.32 und Bild 2-1, S.31 :

- j Anzahl der Stufen des Teilsystems T_j (laufender Stufen- index: v mit $1 \leq v \leq j$)
- ξ_{v,T_j} Anzahl der KVF des Teilsystems T_j in Stufe v
- i_{v,K_v} Eingänge, Ausgänge je KVF in Stufe v
- \bar{n}_j Anzahl der Ausgänge des Teilsystems T_j
- Y_j^* Belastung der Ausgänge des Teilsystems T_j
- Y_v Belastung je KVF in Stufe v

- b) Die effektive Erreichbarkeit der Ausgänge des Teilsystems T_j von einem Start-KVF aus wird durch die Größe k_{effj} beschrie- ben. Sie ist eine Funktion der Struktur und der Belastung des Teilsystems T_j und setzt sich aus zwei Teilen zusammen:

$$k_{effj} = k_{FFj} + k_{BFj} \tag{A2.1}$$

mit k_{FFj} Freifächer-Erreichbarkeit, siehe c)

k_{BFj} Belegtfächer-Erreichbarkeit, siehe d)

Maximal können alle \bar{n}_j Ausgänge des Teilsystems T_j erreicht werden:

$$k_{effj} \leq \bar{n}_j \tag{A2.2}$$

- c) Der Freifächer FF_j bis zur Stufe j gibt die mittlere Anzahl jener KVF in der (letzten) Stufe Nr. j des Teilsystems T_j an, die bei der vorgegebenen Belastung vom Start-KVF aus über freie Pfade erreicht werden können:

$$FF_j = \prod_{v=1}^{j-1} (k_v - Y_v) \quad (A2.3)$$

Da in keiner Stufe Nr. v ($1 \leq v \leq j$) des Teilsystems T_j mehr als alle g_{v,T_j} KVF vom Start-KVF über den Freifächer erreichbar sein können, gilt für Glg.(A2.3) die Begrenzung

$$\prod_{v=1}^i (k_v - Y_v) \leq g_{i+1,T_j}, \quad 1 \leq i \leq j-1 \quad (A2.4)$$

Die Freifächer-Erreichbarkeit k_{FFj} gibt die mittlere Anzahl jener freien oder belegten Ausgänge des Teilsystems T_j an, die bei der vorgegebenen Belastung vom Start-KVF aus über freie Pfade absuchbar sind:

$$k_{FFj} = FF_j \cdot k_j \quad (A2.5)$$

- d) In einer mehrstufigen Koppelanordnung sind - wie bei einer Mischung - alle jene Ausgänge effektiv erreichbar, die entweder über den Freifächer absuchbar sind (vgl. c)) oder vom Start-KVF aus sofort belegt werden können, sobald eine bestehende Belegung endet. Der letztgenannte Erreichbarkeitsanteil wird als Belegtfächer-Erreichbarkeit k_{BFj} bezeichnet.

Der Belegtfächer BF_j bis zur Stufe j gibt die mittlere Anzahl jener KVF in der (letzten) Stufe Nr. j des Teilsystems T_j an, die bei der vorgegebenen Belastung vom Start-KVF aus infolge belegter Zwischenleitungen nicht erreicht werden können:

$$BF_j = \min \left[g_{j,T_j}; \prod_{v=1}^{j-1} k_v \right] - FF_j \quad (A2.6)$$

Diese BF_j KVF haben insgesamt BF_j · k_j Ausgänge, die im Mittel mit der Wahrscheinlichkeit Y_{T_j} / \bar{n}_j belegt angetroffen werden.

Nicht alle BF_j · k_j · Y_{T_j} / \bar{n}_j im Mittel belegten Ausgänge werden beim Endigen der Belegung vom betrachteten Start-KVF aus erreichbar sein. Dieser Sachverhalt wird durch den Faktor f_j berücksichtigt, der mit Hilfe umfangreicher Verkehrstests ermittelt wurde:

$$f_j = \frac{1}{k_j}, \quad (A2.7a)$$

falls das Teilsystem T_j eine Fächerstruktur aufweist, bzw.

$$f_j = \frac{i_j - Y_j}{k_j}, \quad (A2.7b)$$

falls das Teilsystem T_j eine Maschenstruktur aufweist, vgl. Abschnitt A1.3, Seite 85 .

Die Formel für die Belegtfächer-Erreichbarkeit lautet somit

$$k_{BFj} = BF_j \cdot k_j \cdot \frac{Y_{T_j}}{\bar{n}_j} \cdot f_j \quad (A2.8)$$

e) Zahlenbeispiele

Als einfache Beispiele für die Berechnung der effektiven Erreichbarkeit mehrstufiger Koppelanordnungen werden die Teilsysteme T₂ und T₄ des Linksystems aus Bild 2-1, Seite 31 betrachtet.

Es wird angenommen, daß im Mittel

$$Y = 8,4 \text{ Abnehmerleitungen}$$

des gesamten Linksystems gleichzeitig belegt sind. Damit gilt für die Belastung je KVF in den einzelnen Stufen:

$$\text{Stufe 1: } Y_1 = 8,4 / 4 = 2,1 \quad \text{Stufe 2: } Y_2 = 8,4 / 4 = 2,1$$

$$\text{Stufe 3: } Y_3 = 8,4 / 3 = 2,8 \quad \text{Stufe 4: } Y_4 = 8,4 / 2 = 4,2$$

e1) Teilsystem T₂ aus Bild 2-1, S.31:

Das Teilsystem T₂ besteht aus 2 Stufen und hat $\bar{n}_2 = 6$ Ausgänge mit der Belastung $Y_{T_2} = Y/2 = 4,2$, vgl. auch Glg.(2.2), S.32 . Es gilt

$$(A2.3): \quad FF_2 = k_1 - Y_1 = 4 - 2,1 = 1,9$$

Die Bedingung (A2.4) ist wegen $1,9 < 2$ erfüllt. Somit

$$(A2.5): \quad k_{FF2} = FF2 \cdot k_2 = 1,9 \cdot 3 = \underline{5,7}$$

$$(A2.6): \quad BF2 = \min[g_{2,T2}; k_1] - FF2 \\ = \min[2; 4] - 1,9 = 0,1$$

Das Teilsystem T2 besitzt eine Maschenstruktur. Daher gilt

$$(A2.7b): \quad f_2 = \frac{i_2 - Y_2}{k_2} = \frac{4 - 2,1}{3} = 0,633$$

$$(A2.8): \quad k_{BF2} = BF2 \cdot k_2 \cdot \frac{Y_{T2}}{\bar{n}_2} \cdot f_2 \\ = 0,1 \cdot 3 \cdot \frac{4,5}{6} \cdot 0,633 = \underline{0,142}$$

$$(A2.1): \quad k_{eff2} = k_{FF2} + k_{BF2} = \underline{5,842}$$

Wegen $k_{eff2} < \bar{n}_2 = 6$ weist das Teilsystem T2 eine unvollkommene Erreichbarkeit auf.

e2) Teilsystem T4 aus Bild 2-1, S.31:

Das Teilsystem T4 besteht aus 4 Stufen und hat $\bar{n}_4 = 10$ Ausgänge mit der Belastung $Y_{T4} = Y = 8,4$. Es gilt

$$(A2.3): \quad FF4 = (k_1 - Y_1) \cdot (k_2 - Y_2) \cdot (k_3 - Y_3) \\ = (4 - 2,1) \cdot (3 - 2,1) \cdot (4 - 2,8) = 2,05$$

Die Bedingung (A2.4) ist zu berücksichtigen, da $2,05 > g_{4,T4} = 2$. Somit wird begrenzt

$$FF4 = 2,00$$

$$(A2.5): \quad k_{FF4} = FF4 \cdot k_4 = 2 \cdot 5 = \underline{10}$$

$$(A2.6): \quad BF4 = \min[g_{4,T4}; k_1 \cdot k_2 \cdot k_3] - FF4 \\ = \min[2; 48] - 2 = 0$$

$$(A2.8): \quad k_{BF4} = \underline{0}$$

$$(A2.1) \quad k_{eff4} = k_{FF4} + k_{BF4} = \underline{10}$$

Wegen $k_{eff4} = \bar{n}_4 = 10$ weist das Teilsystem T4 eine vollkommene Erreichbarkeit auf.

A3 LINKSYSTEME FÜR MISCHWAHL OHNE WARTEMÖGLICHKEIT

A3.1 Allgemeines

In Abschnitt A3 wird die Berechnung der Verkehrsgrößen von Linksystemen beschrieben, welche eine Verkehrskonzentration bewirken und als Verlustsysteme betrieben werden: Trifft ein ankommender Ruf eine Blockierung in irgendeiner Stufe des Linksystems an, so geht er verloren.

Die im Folgenden vorgestellten Berechnungsmethoden sind in /19,20/ ausführlich beschrieben. Sie werden hier in Kürze wiederholt, weil das neue Verfahren für Linksysteme mit Wartemöglichkeit darauf aufbaut.

In Abschnitt A3.2 sind die interessierenden Verkehrsgrößen für Linksysteme ohne Wartemöglichkeit aufgeführt. Zur Bestimmung dieser Größen werden, wie in Abschnitt 2 beschrieben, aus dem Linksystem mit Hilfe des Verbindungsgraphen Teilsysteme festgelegt und diese auf einstufige Teilmodelle abgebildet. Die Abschnitte A3.3 und A3.4 behandeln die Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der Verkehrsgrößen für die Teilmodelle. In Abschnitt A3.5 werden aus diesen Ergebnissen die interessierenden Verkehrsgrößen für Linksysteme ohne Wartemöglichkeit zusammengesetzt. In Abschnitt A3.6 werden zwei Beispiele gezeigt.

HINWEIS: Alle Formeln in Abschnitt A3 gelten, soweit nicht anders angegeben, sowohl für ZV1 als auch für ZV2.

A3.2 Interessierende Verkehrsgrößen bei Linksystemen ohne Wartemöglichkeit (Betriebsart Verlustsystem)

In Abhängigkeit von der vorgegebenen Belastung Y der Abnehmerleitungen eines Linksystems sind die folgenden Größen von Interesse, wenn die Leistungsfähigkeit von Link-

systemen ohne Wartemöglichkeit beurteilt werden soll:

- A Verkehrsangebot, welches die vorgegebene Belastung der Abnehmerleitungen bewirkt
- B Verlustwahrscheinlichkeit; da keine Wartemöglichkeit besteht, ist die Verlustwahrscheinlichkeit identisch mit der Rufhemmung.

A3.3 Einstufiges Teilmodell M_1 für die Eingangsblockierung je KVF der ersten Stufe

A3.3.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_1

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf in einem KVF der ersten Stufe eines Linksystems ohne Wartemöglichkeit bei Ankunft blockiert wird und somit verloren geht, kann mit Hilfe des einstufigen Teilmodells M_1 nach Bild A3-1, S.97 ermittelt werden.

Die Strukturparameter q , i_1 und k_1 des Teilmodells M_1 sind identisch mit der Anzahl von Quellen, Eingängen und Ausgängen eines KVF in Stufe 1 des Linksystems. Die Anrufrate λ_1 bzw. α_1 bei ZV1 bzw. ZV2 wird iterativ so gewählt, daß sich die für das Teilmodell M_1 vorgegebene Belastung Y_1^* (mit einer relativen Genauigkeit von z.B. 10^{-5}) einstellt, vgl. S.97, Glg.(A3.7). Die Enderate ϵ ist gleich der Enderate auf den Abnehmerleitungen des Linksystems. Die Betriebsparameter des Teilmodells M_1 sind in Bild A3-1 angegeben.

A3.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_1

Im Folgenden wird das Verfahren zur Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der gesuchten Verkehrsgrößen erläutert. Die Lösungen für ZV1 wie auch für ZV2 stammen von A.K.ERLANG /28/.

Der Belegungszustand auf den k_1 Ausgängen des Teilmodells M_1 nach Bild A3-1 wird durch die Zustandsvariable r gekennzeichnet (r Rufe werden bedient). Rufhemmung tritt auf, wenn im Zustand $r=k_1$ ein Ruf ankommt. In diesem Fall sind alle k_1 Ausgänge des KVF bereits belegt.

Zur Berechnung der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(r)$ wird aus dem Zustandsraum (Bild A3-1) das Gleichungssystem für das statistische Gleichgewicht hergeleitet. Durch Betrachtung der Zustände $r=1$ und $r=0$ kann gezeigt werden, daß sich ein beliebiger Zustand $\{r\}$ bereits mit seinem unteren Nachbarzustand $\{r-1\}$ im statistischen Gleichgewicht befindet.

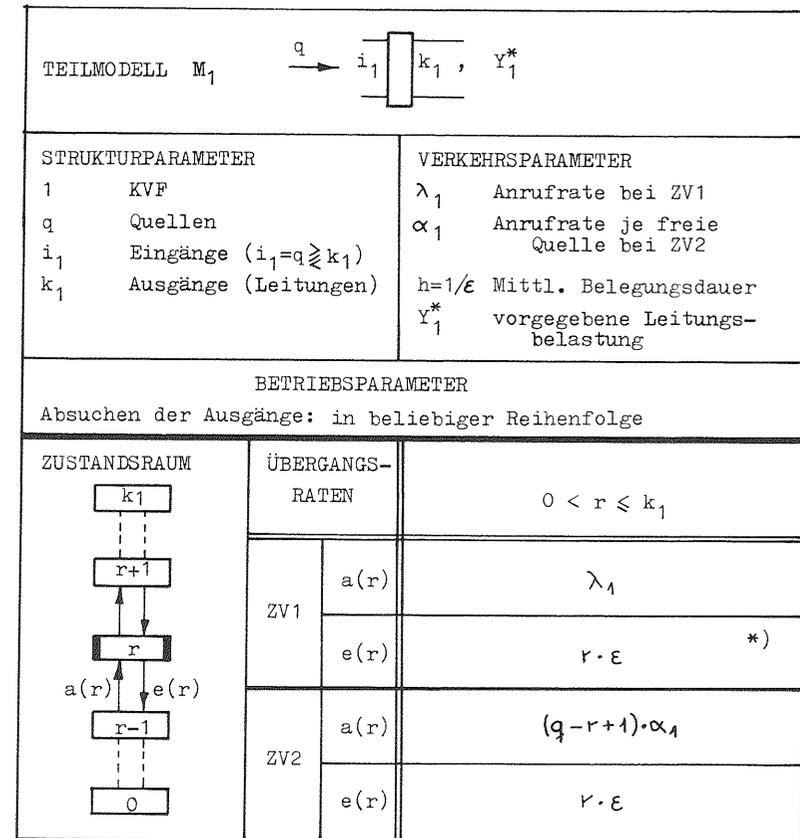


Bild A3-1: Einstufiges Teilmodell M_1 bei Linksystemen im Betrieb als Verlustsystem.

Übergangsraten zwischen dem Zustand $\{r\}$ und seinem unteren Nachbarzustand $\{r-1\}$:
 $a(r)$ durch Ankomst eines Rufes
 $e(r)$ durch Endigen einer Leitungsbelegung

*) Wegen der angenommenen neg.exp. Verteilungsfunktion der Belegungsdauern gilt $\epsilon=1/h$.

Die allgemeine Zustandsgleichung lautet im stationären Fall, d.h. bei zeitunabhängigen Zustandswahrscheinlichkeiten, gemäß Bild A3-1 :

$$p(r) \cdot e(r) = p(r-1) \cdot a(r) \quad (A3.1)$$

und damit bei ZV1

$$p(r) \cdot r \cdot \varepsilon = p(r-1) \cdot \lambda_1 \quad 0 < r \leq k_1 \quad (A3.2a)$$

bzw. bei ZV2

$$p(r) \cdot r \cdot \varepsilon = p(r-1) \cdot (q-r+1) \cdot \alpha_1 \quad 0 < r \leq k_1 \quad (A3.2b)$$

Mit der Normierungsbedingung

$$\sum_{r=0}^{k_1} p(r) = 1 \quad (A3.3)$$

ergibt sich bei rekursiver Auflösung des Gleichungssystems für die Zustandswahrscheinlichkeiten

bei ZV1
$$p(r) = p(0) \cdot \frac{1}{r!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^r \quad (A3.4a)$$

mit
$$p(0)^{-1} = \sum_{i=0}^{k_1} \frac{1}{i!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^i = \sum_{i=0}^{k_1} \frac{A_1^i}{i!}, \text{ wo } A_1 = \frac{\lambda_1}{\varepsilon} \quad (A3.5a)$$

bzw. bei ZV2

$$p(r) = p(0) \cdot \binom{q}{r} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{\varepsilon}\right)^r \quad (A3.4b)$$

mit
$$p(0)^{-1} = \sum_{i=0}^{k_1} \binom{q}{i} \cdot \left(\frac{\alpha_1}{\varepsilon}\right)^i \quad (A3.5b)$$

Aus den Zustandswahrscheinlichkeiten lassen sich die Verkehrsgrößen für das Teilmodell M1 berechnen:

- Belastung der k_1 Ausgänge

$$y_1^* = \sum_{r=0}^{k_1} r \cdot p(r) \quad (A3.6)$$

- Verkehrsangebot

bei ZV1
$$A_1 = \frac{\lambda_1}{\varepsilon} \quad (A3.7a)$$

bzw. bei ZV2

$$A_1 = (q - y_1^*) \cdot \alpha_1 \quad (A3.7b)$$

- Verlustwahrscheinlichkeit

bei ZV1
$$B_1 = p(k_1) = p(0) \cdot \frac{1}{k_1!} \cdot \left(\frac{\lambda_1}{\varepsilon}\right)^{k_1} = p(0) \cdot \frac{A_1^{k_1}}{k_1!} \quad (A3.8a)$$

bzw. bei ZV2

$$B_1 = \frac{p(k_1) \cdot (q - k_1)}{\sum_{r=0}^{k_1} p(r) \cdot (q - r)} = \frac{p(k_1) \cdot (q - k_1)}{q - y_1^*} \quad (A3.8b)$$

Die Verkehrsgröße B_1 des Teilmodells M_1 kann auch aus Tabellen entnommen werden: /96,98,100,101,102,105,107,108/ für ZV1 und /95,103,107/ für ZV2.

A3.4 Einstufiges Teilmodell M_j für die Blockierung in Stufe j eines Linksystems mit insgesamt S Stufen ($2 \leq j \leq S$)

A3.4.1 Parameter des einstufigen Teilmodells M_j

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein ankommender Ruf in Stufe j ($j > 1$) eines Linksystems ohne Wartemöglichkeit blockiert wird und deshalb verloren geht, kann mit Hilfe des betreffenden mehrstufigen Teilsystems T_j und des zugehörigen einstufigen Teilmodells M_j nach Bild A3-2, S.100 ermittelt werden.

Das Teilmodell M_j weist eine vollkommene ($k_{effj} = n_j^*$) oder unvollkommene ($k_{effj} < n_j^*$) Erreichbarkeit k_{effj} auf.

Die Strukturparameter q bzw. i_1 je KVF des Teilmodells M_j sind identisch mit der Anzahl von Quellen bzw. Eingängen je KVF in Stufe 1 des Linksystems. Die Strukturparameter g_j^* , k_{effj} und n_j^* des Teilmodells M_j werden gemäß Abschnitt 2.4 aus den Parametern des mehrstufigen Teilsystems T_j berechnet.

Die Verkehrsparameter λ_j ($= A_j / h$) bei ZV1 bzw. α_j ($= A_j / (h \cdot (g_j^* \cdot q - y_j^*))$) bei ZV2 werden aus der Ergebnisgröße A_j (S.102, Glg.A3.16) bestimmt, wobei für das Teilmodell M_j die Belastung y_j^* vorgegeben ist. Die Enderate ε ist gleich der Enderate auf den Abnehmerleitungen des Linksystems.

Die Betriebsparameter des Teilmodells M_j sind in Bild A3-2 angegeben.

A3.4.2 Verkehrsgrößen des einstufigen Teilmodells M_j

Im folgenden wird das Verfahren zur Berechnung der Erwartungswerte (Mittelwerte) der gesuchten Verkehrsgrößen erläutert. Die Lösung für ZV1 stammt von A.LOTZE /66,100/ sowie für ZV2 von A.BÄCHLE und U.HERZOG /12/.

Der Belegungszustand auf den n_j^{*} Leitungen des Teilmodells M_j wird durch die pauschale Zustandsvariable x gekennzeichnet. Rufhemmung tritt auf, wenn ein Ruf an einem KVF ankommt, dessen k_{effj} Ausgänge blockiert sind. Die Möglichkeit zu Verlustrufen besteht somit bei den Zuständen

$$k_{effj} \leq x \leq n_j^* \tag{A3.9}$$

Zur Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit werden zwei Näherungsannahmen gemacht:

ANNAHME 1: Die Wahrscheinlichkeit p(x) für x gleichzeitige Belegungen auf den n_j^{*} unvollkommen erreichbaren

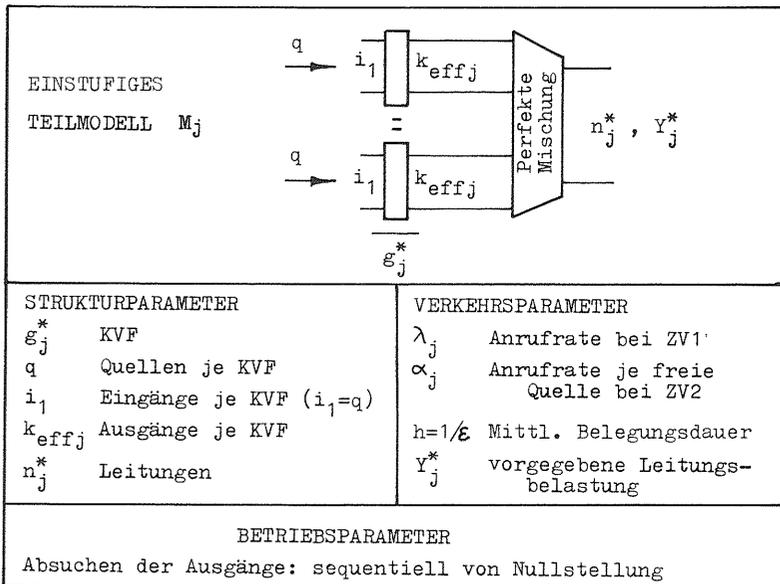


Bild A3-2: Einstufiges Teilmodell M_j bei Linkssystemen im Betrieb als Verlustsystem.

Leitungen des Teilmodells M_j kann näherungsweise durch die Zustandswahrscheinlichkeiten eines vollkommen erreichbaren Bündels mit n_j^{*} Leitungen bei der vorgegebenen Belastung Y_j^{*} angegeben werden. Somit gelten die in Abschnitt A3.4.2 hergeleiteten Formeln entsprechend:

bei ZV1

$$p(x) = p(0) \cdot \frac{1}{x!} \cdot \left(\frac{\lambda_{j0}}{\epsilon}\right)^x \tag{A3.10a}$$

mit

$$p(0)^{-1} = \sum_{i=0}^{n_j^*} \frac{1}{i!} \cdot \left(\frac{\lambda_{j0}}{\epsilon}\right)^i \tag{A3.11a}$$

bzw. bei ZV2

$$p(x) = p(0) \cdot \binom{g_j^* \cdot q}{x} \cdot \left(\frac{\alpha_{j0}}{\epsilon}\right)^x \tag{A3.10b}$$

mit

$$p(0)^{-1} = \sum_{i=0}^{n_j^*} \binom{g_j^* \cdot q}{i} \cdot \left(\frac{\alpha_{j0}}{\epsilon}\right)^i \tag{A3.11b}$$

Dabei sind λ_{j0} bzw. α_{j0} iterativ so zu wählen, daß gilt

$$\sum_{x=0}^{n_j^*} x \cdot p(x) = Y_j^* \tag{A3.12}$$

ANNAHME 2: Falls alle $\binom{n_j^*}{x}$ Muster x_v des pauschalen Zustandes

{x} (x der n_j^{*} Leitungen sind belegt) gleichwahrscheinlich auftreten, so gilt für die Sperrwahrscheinlichkeit (Wahrscheinlichkeit für ein blockierendes Muster an einem KVF des einstufigen Teilmodells M_j)

$$c(x) = \frac{\binom{n_j^* - k_{effj}}{x - k_{effj}}}{\binom{n_j^*}{x}} = \frac{\binom{x}{k_{effj}}}{\binom{n_j^*}{k_{effj}}} \tag{A3.13}$$

Die Muster x_v sind vor allem bei geordnetem Absuchen nur im Sonderfall der Idealen Erlang-Mischung /28/ gleichwahrscheinlich. Es wird jedoch angenommen, daß der Erwartungswert für die Sperrwahrscheinlichkeit im Zustand x näherungsweise durch Glg.(A3.13) angegeben werden kann:

$$c(x) = \sum_{v=1}^{\binom{n_j^*}{x}} x_v \cdot p(x_v) = \frac{\binom{x}{k_{effj}}}{\binom{n_j^*}{k_{effj}}} \tag{A3.14}$$

Durch einen umfangreichen Vergleich mit Simulationsergebnissen wurde gezeigt, daß die Ungenauigkeiten der Annahmen 1 und 2 sich bei hochwertigen (perfekten) Mischungen weitgehend kompensieren /66,67/ .

Mit Hilfe der Zustandswahrscheinlichkeit $p(x)$ und der Sperrwahrscheinlichkeit $c(x)$ lassen sich die Verkehrsgrößen für das Teilmodell M_j berechnen:

- Verlustwahrscheinlichkeit

$$\text{bei ZV1 } B_j = \sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} p(x) \cdot c(x) \quad (\text{A3.15a})$$

bzw. bei ZV2

$$B_j = \frac{\sum_{x=k_{\text{eff}j}}^{n_j^*} p(x) \cdot c(x) \cdot (g_j^* \cdot q - x)}{g_j^* \cdot q - Y_j^*} \quad (\text{A3.15b})$$

- Verkehrsangebot

$$A_j = \frac{Y_j^*}{1 - B_j} \quad (\text{A3.16})$$

Die Formel für die Verlustwahrscheinlichkeit (A3.15a) bzw. A3.15b) kann bei unvollkommener Erreichbarkeit so umgeformt werden, daß jeweils im Zähler und Nenner ein Wert steht, der für die Verlustwahrscheinlichkeit bei vollkommener Erreichbarkeit gilt:

$$\text{Bei ZV1 /67/ } B_j = \frac{B(n_j^*, A_{j0})}{B(n_j^* - k_{\text{eff}j}, A_{j0})} \quad (\text{A3.17a})$$

mit $B(n_j^*, A_{j0})$ Verlustwahrscheinlichkeit des vollkommen erreichbaren Bündels mit n_j^* Leitungen bei dem Angebot A_{j0} ($E_{1,n}$ -Formel von A.K.ERLANG). Dieses Angebot A_{j0} ist so zu bestimmen, daß sich auf den n_j^* Leitungen die vorgegebene Belastung Y_j^* einstellt.

Zur Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit in Zähler und Nenner von Glg.(A3.17a) wird das Verfahren für ZV1 aus Abschnitt A3.3.2 entsprechend angewendet.

bzw. bei ZV2 /71,12/

$$B_j = \frac{B(g_j^* \cdot q, n_j^*, \alpha_{j0})}{B(g_j^* \cdot q - k_{\text{eff}j}, n_j^* - k_{\text{eff}j}, \alpha_{j0})} \quad (\text{A3.17b})$$

mit $B(g_j^* \cdot q, n_j^*, \alpha_{j0})$ Verlustwahrscheinlichkeit des vollkommen erreichbaren Bündels mit n_j^* Leitungen, $g_j^* \cdot q$ Quellen und der Anrufrate α_{j0} je freie Quelle. Der Wert von α_{j0} ist so zu bestimmen, daß sich auf den n_j^* Leitungen die vorgegebene Belastung Y_j^* einstellt.

Zur Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit in Zähler und Nenner von Glg.(A3.17b) wird das Verfahren für ZV2 aus Abschnitt A3.3.2 entsprechend angewendet.

Die Verlustwahrscheinlichkeit B_j kann für ZV1 auch unmittelbar aus Tabellen /100/ entnommen werden. Für ZV2 gibt es Tabellen für vollkommen erreichbare Bündel /95,103,107/, sodaß Glg.(A3.17b) ausgewertet werden kann.

A3.5 Verkehrsgrößen bei Linkssystemen mit S Stufen im Betrieb als Verlustsysteme

In Abschnitt A3.3 und A3.4 sind die Verkehrsgrößen für die einstufigen Teilmodelle M_1 bis M_S angegeben. Gemäß Abschnitt 2, S.34, können damit die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen Angebot und Verlustwahrscheinlichkeit des g e s a m t e n Linksystems berechnet werden. Bild A3-3 enthält die Formeln für die Zusammensetzung dieser Verkehrsgrößen.

GRÖSSE	FORMEL
Verlustwahrscheinlichkeit	$B = 1 - \prod_{j=1}^S (1 - B_j)$ (A3.18)
Verkehrsangebot	$A = \frac{Y}{1 - B}$ (A3.19)
GLEICHUNG für	B_j
$j = 1$	(A3.15a, b)
$2 \leq j \leq S$	(A3.17a, b)

Bild A3-3: Formeln für die Erwartungswerte der Verkehrsgrößen bei Linkssystemen mit S Stufen im Betrieb als Verlustsysteme.

A3.6 Beispiele

A3.6.1 Vierstufiges Linkssystem ohne Wartemöglichkeit bei ZV1

Bild A3-4 zeigt oben die Struktur des Beispiels L451 sowie die zugehörigen Teilsysteme T₁ bis T₄. Die Teilsysteme T₂ und T₃ haben eine Fächerstruktur, T₄ eine Maschenstruktur (vgl. Abschnitt A1.3, Seite 85). Die Teilsysteme lassen sich gemäß Abschnitt 2 in die einstufigen Teilmodelle M₁ bis M₄ abbilden, deren Parameter in Bild A3-4 angegeben sind.

Die Ergebnisse von Simulation und Rechnung (gemäß Abschnitt A3.3 bis A3.5) sind in Bild A3-5 aufgetragen. Die Auflegungsart der Zwischenleitungen verliert bei hohen Belastungswerten ihren Einfluß auf die Verlustwahrscheinlichkeit, vgl. Abschnitt 5.3.1.

A3.6.2 Dreistufiges Linkssystem ohne Wartemöglichkeit bei ZV2

Bild A3-6 zeigt oben die Struktur des Beispiels L320 sowie die zugehörigen Teilsysteme T₁ bis T₃. Das Teilsystem T₂ weist eine Fächerstruktur, T₃ eine Maschenstruktur auf (vgl. Abschnitt A1.3, Seite 85). Die Teilsysteme lassen sich gemäß Abschnitt 2 in die einstufigen Teilmodelle M₁ bis M₃ abbilden, deren Parameter in Bild A3-6 angegeben sind.

In Bild A3-7 sind Simulationsergebnisse und Rechenergebnisse aufgetragen. Die Berechnung erfolgte nach Abschnitt A3.3 bis A3.5. Die Quellenzahl je KVF in Stufe 1 wurde zu q=10 bzw. q=15 gewählt. Bei q=10 kann keine Eingangsblockierung auftreten, da dann $q = i_1 = k_1$ gilt. In diesem Fall wird der Verlust nur durch die Abnehmerblockierung verursacht. Sowohl bei q=10 als auch bei q=15 stimmen die Rechenkurven mit den Simulationswerten überein.

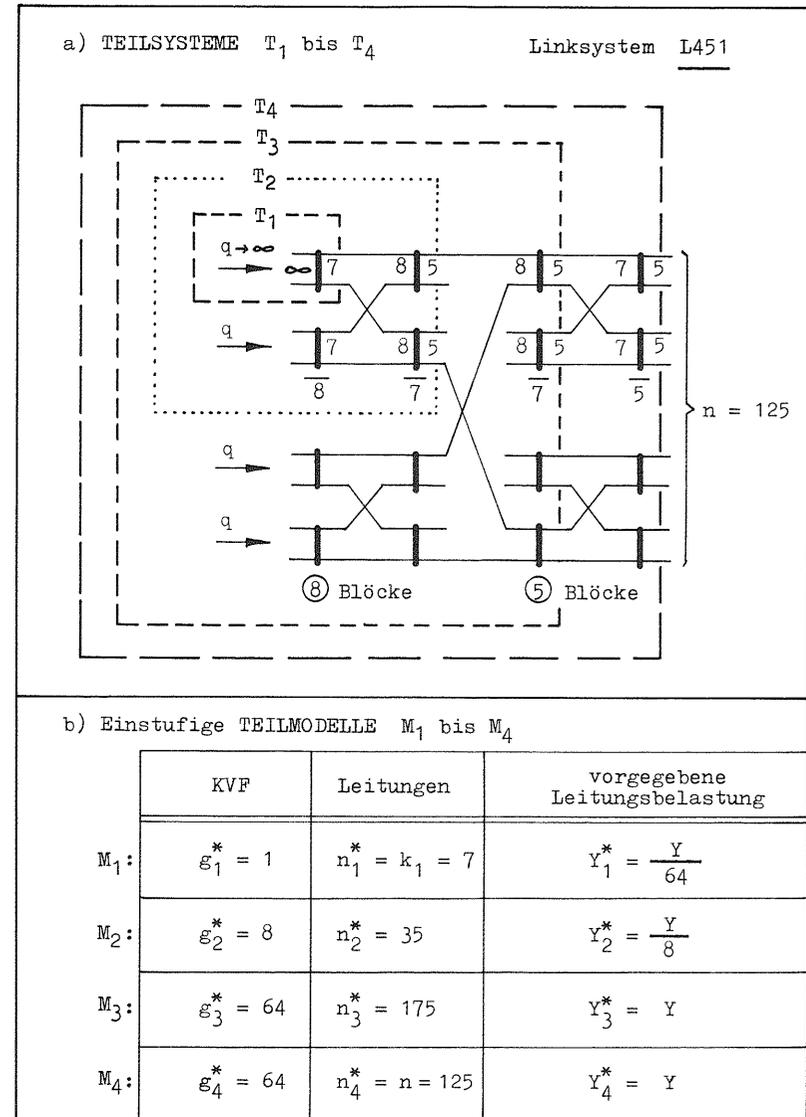


Bild A3-4: Teilsysteme und Parameter der einstufigen Teilmodelle zur Berechnung des vierstufigen Linksystems L451 gemäß Abschnitt 2.

Y vorgegebene Leitungsbelastung des Linksystems
 Berechnung der effektiven Erreichbarkeit gemäß A2,S.90.

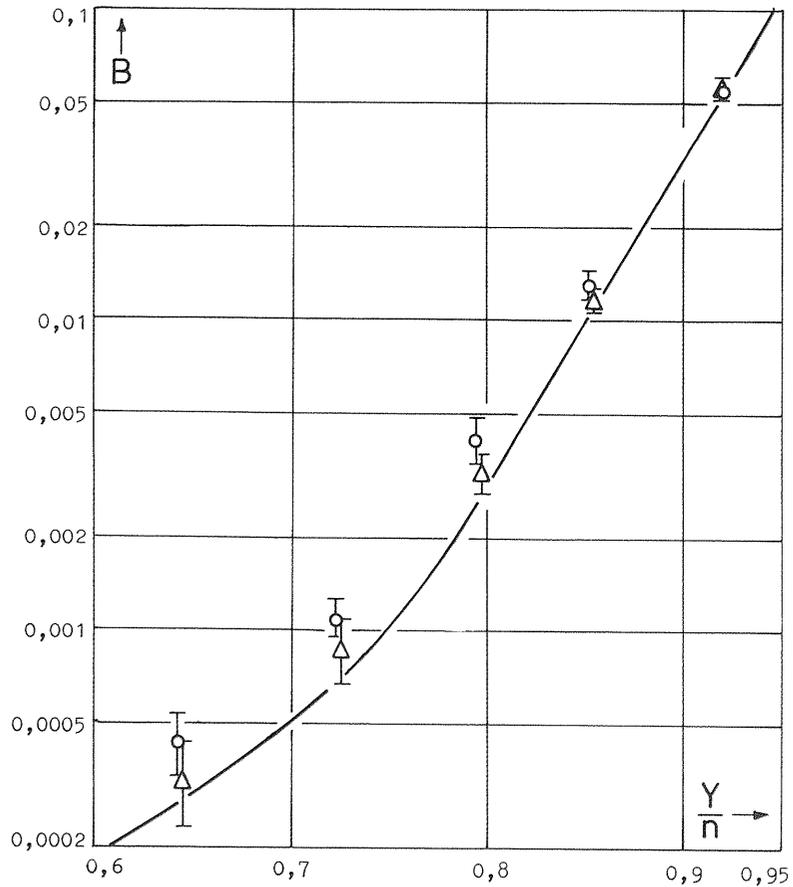


Bild A3-5: Verlustwahrscheinlichkeit B als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung Y/n bei ZV1 ohne Wartemöglichkeit.

LINKSYSTEM L451

STRUKTUR: siehe Bild A3-4

RECHNUNG: _____

SIMULATION: Statistische Sicherheit 95%

- Auflegung $\begin{matrix} \text{O} \\ | \end{matrix}$ Stufe 1-2,3-4: Im Linkblock geordnet (S.73,74)
- $\begin{matrix} | \\ | \end{matrix}$ Stufe 2-3 : Zwischen Linkblöcken geordnet
- $\begin{matrix} \Delta \\ | \end{matrix}$ Stufe 1-2,3-4: Im Linkblock zyklisch vertauscht
- $\begin{matrix} | \\ | \end{matrix}$ Stufe 2-3 : Zwischen Linkbl.gleichartig zykl.vertauscht

- Abschmodus: Seq. von Nullstellung in allen Stufen

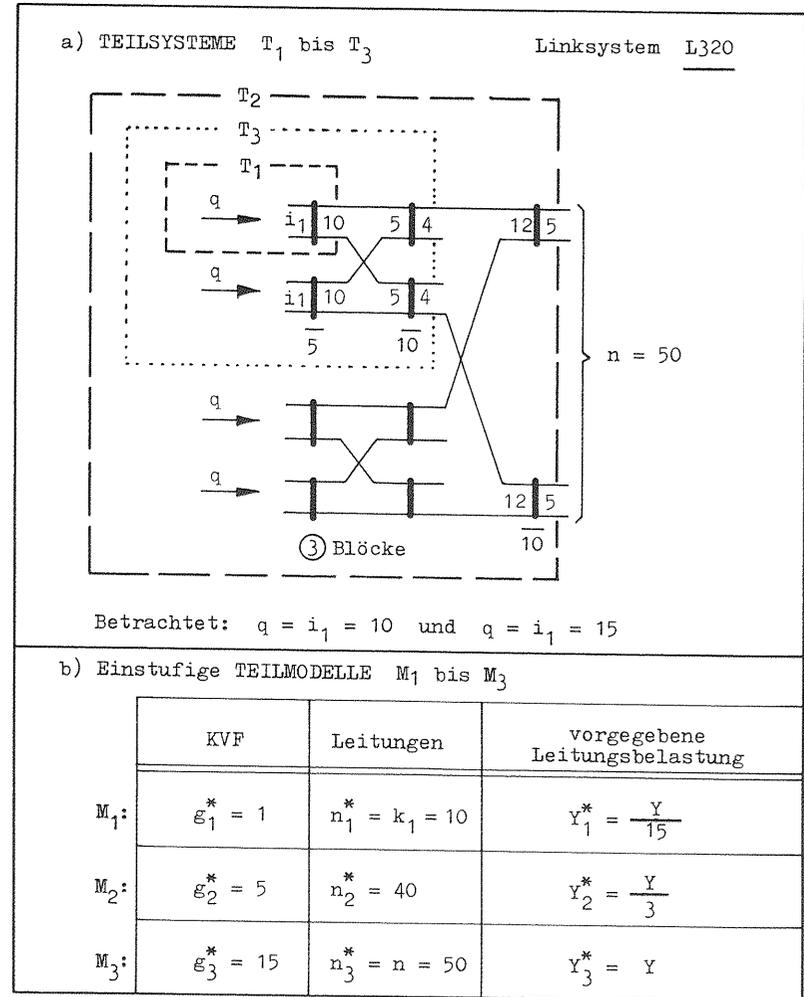


Bild A3-6: Teilsysteme und Parameter der einstufigen Teilmodelle zur Berechnung des dreistufigen Linksystems L320 gemäß Abschnitt 2 .

Y vorgegebene Leitungsbelastung des Linksystems

Berechnung der effektiven Erreichbarkeit gemäß A2,S.90.

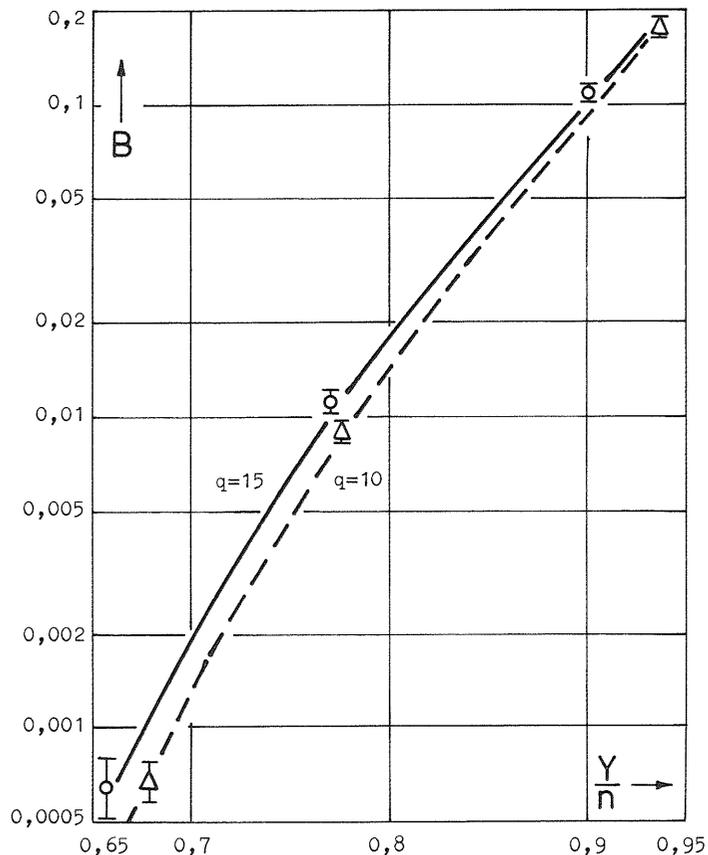


Bild A3-7: Verlustwahrscheinlichkeit B als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung Y/n bei ZV2 ohne Wartemöglichkeit.

LINKSYSTEM L320

STRUKTUR: siehe Bild A3-6

RECHNUNG: --- q=10, — q=15

SIMULATION: Δ q=10, \circ q=15

- Auflegung Stufe 1-2 : Im Linkblock geordnet (S.73,74) Stufe 2-3 : Zwischen Linkblöcken geordnet

- Absuchmodus: Seq. von Nullstellung in allen Stufen

- Statistische Sicherheit 95%

A4 Zustandswahrscheinlichkeiten bei einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit und unbegrenzter Wartemöglichkeit (Wartesystem)

Im Folgenden soll die in /54,91,92/ für ZV1 und in /48,82,83/ für ZV2 angegebene Berechnungsmethode in gekürzter Form dargelegt werden. Soweit nicht anders angegeben, gelten alle Formeln in diesem Abschnitt sowohl für ZV1 als auch für ZV2.

Bild A4-1 zeigt die Parameter von einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit und unbegrenzter Wartemöglichkeit. Da eine exakte Lösung des Gleichungssystems der Zustandsgleichungen einen zu hohen Rechenzeit- und Speicherplatzbedarf

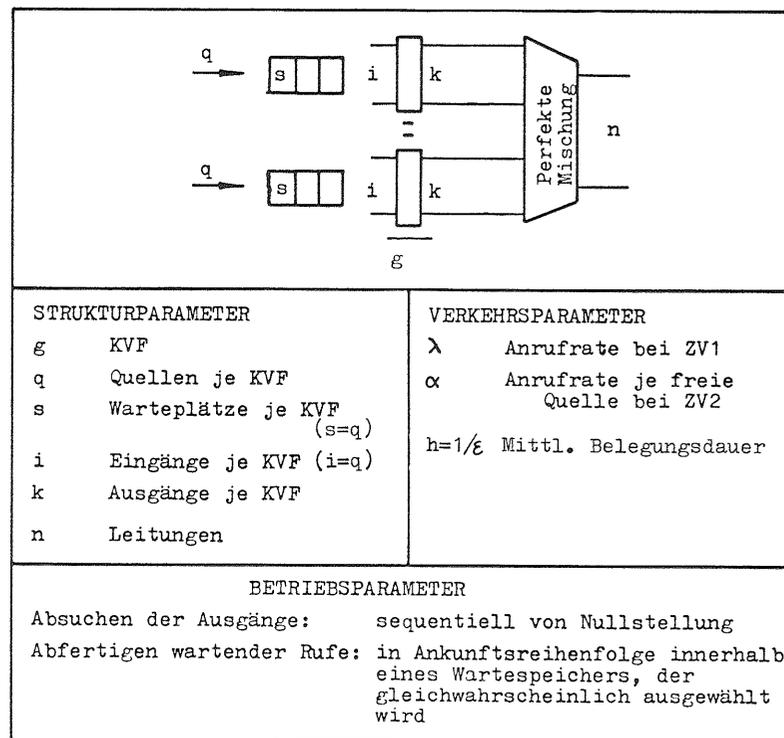


Bild A4-1: Parameter einstufiger Koppelanordnungen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit

erfordern würde, wenn für die Praxis interessierende Parameter gewählt werden, wird eine näherungsweise Lösung mit folgenden wesentlichen Merkmalen durchgeführt:

- a) Die Zustandsmuster für die Belegungen auf den n Leitungen werden pauschal durch die Zustandsvariable x (Makrozustand) beschrieben.
- b) Die Wahrscheinlichkeit, daß die k Ausgänge eines betrachteten KVF blockiert sind, wenn insgesamt x Leitungen hinter der Mischung belegt sind, ergibt sich unter der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit aller Belegungsmuster aus x belegten Leitungen zu

$$c(x) = 0 \text{ für } 0 \leq x < k, \text{ und } c(x) = \frac{\binom{x}{k}}{\binom{n}{k}} \text{ für } k \leq x \leq n \quad (A4.1a)$$

Diese Annahme führt bei Mischungen im Betrieb als Verlustsystem zu sehr guten Ergebnissen, vgl. S.101. Bei Perfekten Mischungen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit ist jedoch eine reduzierte Erreichbarkeit k^* einzusetzen, da diese Mischungen geordnet abgesucht werden und im Wartefall die stark gevielfachten hinteren Drehschritte selten zur Verfügung stehen. Daher gilt /54/

$$c(x) = 0 \text{ für } 0 \leq x < k, \text{ und } c(x) = \frac{\binom{x}{k^*}}{\binom{n}{k^*}} \text{ für } k \leq x \leq n \quad (A4.1b)$$

mit

$$k^* = k - \frac{n^2 - k^2}{n \cdot (g \cdot k - n)} \cdot \left[\frac{k \cdot Y}{5n} + \frac{k-3}{2} \cdot \left(\frac{Y}{n}\right)^4 + \frac{k}{5} \cdot \left(\frac{Y}{n}\right)^4 \right] \quad (A4.2)$$

wobei Y die Leitungsbelastung bedeutet.

- c) Für den Fall einer endlichen Quellenzahl q (ZV2) wird angenommen, daß bei insgesamt $x \geq k$ Belegungen (d.h., wenn mindestens ein KVF blockiert ist) näherungsweise $x \cdot d(x)$ Belegungen von den Quellen der blockierten KVF herkommen, (zur Herleitung der Funktion d(x) siehe Anhang A6, S.121).
- d) Die Anzahl der wartenden Rufe in den insgesamt g Warte- speichern wird pauschal durch die Zustandsvariable z (Makro- zustand) beschrieben.

- e) Der Zustandsraum hat somit zwei Dimensionen mit den Wertebereichen

$$(x, 0) \quad 0 \leq x \leq k-1$$

$$(x, z) \quad k \leq x \leq n, \quad 0 \leq z \leq z_{\max}(x)$$

Dabei ist $z_{\max}(x)$ die maximal mögliche Anzahl wartender Quellen bei insgesamt x Belegungen. Für ZV1 hat $z_{\max}(x)$ unabhängig von x den Wert Unendlich.

ZUSTANDSRAUM		ÜBERGANGS- RATEN		
		Bereich I $0 < x < k$ $z = 0$	Bereich II $x = k$ $z > 0$	Bereich III $k < x \leq n$ $z > 0$
ZV1	a_0	λ	0	$[1 - c(x-1)] \cdot \lambda$
	a_1	0	$c(k) \cdot \lambda$	$c(x) \cdot \lambda$
	e_0	$x \cdot \varepsilon$	0	$x \cdot \varepsilon \cdot r(x, z)$
	e_1	0	$k \cdot \varepsilon$	$x \cdot \varepsilon \cdot [1 - r(x, z)]$
ZV2	a_0	$(g \cdot q - x) \cdot \alpha$	0	$\{g \cdot [1 - c(x-1)] \cdot q - (x-1) \cdot [1 - d(x-1)]\} \cdot \alpha$
	a_1	0	$[g \cdot c(k) \cdot q - k \cdot d(k) - (z-1)] \cdot \alpha$	$[g \cdot c(x) \cdot q - x \cdot d(x) - (z-1)] \cdot \alpha$
	e_0	$x \cdot \varepsilon$	0	$x \cdot \varepsilon \cdot r(x, z)$
	e_1	0	$k \cdot \varepsilon$	$x \cdot \varepsilon \cdot [1 - r(x, z)]$

Bild A4-2: Zustandsraum und Übergangsraten bei einstufigen Koppelanordnungen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit. $r(x, z)$ Wahrscheinlichkeit, daß bei einem Belegungs- ende kein wartender Ruf abgefertigt werden kann.

Für ZV2 gilt

$$z_{\max}(x) = \text{entier} [g \cdot c(x) \cdot q - x \cdot d(x)] + 1 \quad k \leq x \leq n \quad (A4.3)$$

mit $d(x)$ nach (A6.3), S.121.

Bild A4-2 zeigt oben einen Ausschnitt des Zustandsraumes mit dem allgemeinen Zustand $\{x, z\}$ und seinen Nachbarzuständen.

- f) Wesentlich für eine möglichst einfache Form des Gleichungssystems für die Zustandswahrscheinlichkeiten ist die Annahme der Halbsymmetrie:

Der Zustand x, z befindet sich bereits mit seinen beiden unteren Nachbarzuständen (unterhalb der Symmetrielinie in Bild A4-2, S.111) im statistischen Gleichgewicht (diese Annahme kann auch bezüglich der beiden oberen Nachbarzustände getroffen werden).

- g) Mit den Übergangsraten

$a_0(x, z)$ und $a_1(x, z)$ für den Übergang von einem unteren Nachbarzustand in den betrachteten Zustand $\{x, z\}$ durch Ankunft eines Rufes,

$e_0(x, z)$ und $e_1(x, z)$ für den Übergang des betrachteten Zustandes $\{x, z\}$ in einen unteren Nachbarzustand durch Endigen einer Leitungsbelegung

gilt somit die folgende allgemeine Gleichung für das statistische Gleichgewicht im stationären Fall

$$[e_0(x, z) + e_1(x, z)] \cdot p(x, z) = a_0(x, z) \cdot p(x-1, z) + a_1(x, z) \cdot p(x, z-1) \quad (A4.4)$$

mit der Normierungsbedingung

$$\sum_{x=0}^{k-1} p(x, 0) + \sum_{x=k}^n \sum_{z=0}^{z_{\max}(x)} p(x, z) = 1 \quad (A4.5)$$

- h) Die Formeln für die Übergangsraten bei ZV1 bzw. ZV2 sind in Bild A4-2 unten für die drei Bereiche des Zustandsraumes angegeben. Zur Veranschaulichung der Formeln für die Übergangsraten bei ZV2 ist in Bild A4-3 die "Quellenbilanz" für den Zustand x, z angegeben. Aus der Skizze kann z.B. abgelesen werden, daß vor den blockierten KVF insgesamt

$$g \cdot c(x) \cdot q - x \cdot d(x) - z$$

Quellen frei sind und jeweils mit der Rate α einen Ruf erzeugen (vgl. hierzu in Bild A4-2 die Formel für $a_1(x, z)$ bei ZV2, wobei z durch $z-1$ ersetzt ist).

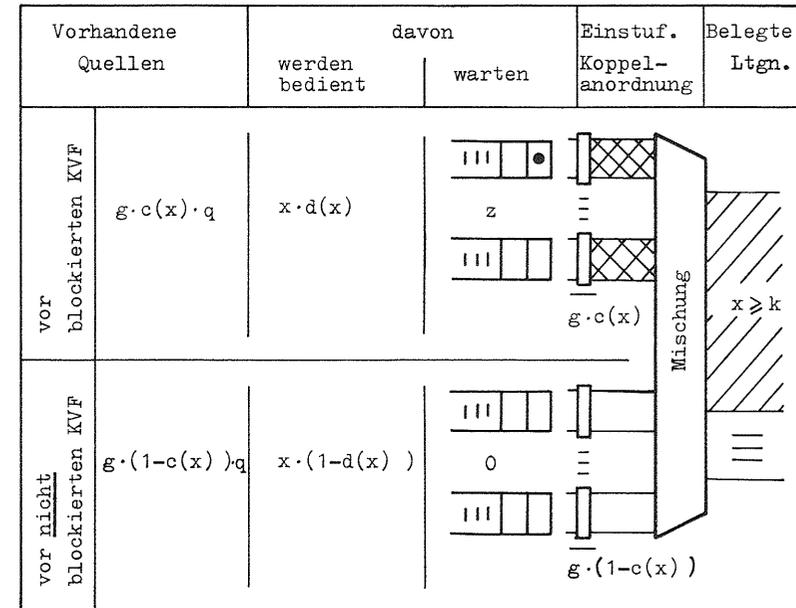


Bild A4-3: Quellenbilanz für einstufige Koppelanordnungen mit unbegrenzter Wartemöglichkeit bei ZV2.

● wartender Ruf. //, //, //, // Belegungen.

i) Durch Einsetzen der Übergangsraten in Glg.(A4.4) können die Wahrscheinlichkeiten $r(x,z)$ eliminiert werden. Die Zustandswahrscheinlichkeiten $p(x,z)$ lassen sich somit ohne Kenntnis der Wahrscheinlichkeiten $r(x,z)$ berechnen.

j) Bei ZV1 kann die pauschale Zustandswahrscheinlichkeit $p(x)$ wegen

$$p(x) = \sum_{z=0}^{\infty} p(x,z) \quad (A4.6)$$

aus den Zustandsgleichungen (A4.4) durch Aufsummieren über z rekursiv ermittelt werden /92/:

$$p(x) = p(0) \cdot \frac{\left(\frac{\lambda}{\epsilon}\right)^x \cdot \prod_{i=0}^{x-1} [1 - c(i)]}{\prod_{i=1}^x \left[i - \frac{c(i) \cdot \lambda}{\epsilon}\right]} \quad (A4.7)$$

mit

$$p(0)^{-1} = 1 + \sum_{r=1}^n \left(\frac{\lambda}{\epsilon}\right)^r \cdot \frac{\prod_{i=0}^{r-1} [1 - c(i)]}{\prod_{i=1}^r \left[i - \frac{c(i) \cdot \lambda}{\epsilon}\right]} \quad (A4.8)$$

A5 Zustandswahrscheinlichkeiten bei einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit und begrenzter Wartemöglichkeit (Warte-Verlust-System)

Im Folgenden soll die in /52,53,83/ für ZV1 und in /48,83/ für ZV2 angegebene Berechnungsmethode in gekürzter Form dargelegt werden. Soweit nicht anders angegeben, gelten alle Formeln in diesem Abschnitt sowohl für ZV1 als auch für ZV2.

Bild A5-1 zeigt die Parameter von einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit und begrenzter Wartemöglichkeit. Da eine exakte Lösung des Gleichungssystems der Zustandsgleichungen einen zu hohen Rechenzeit- und Speicherplatzbedarf erfordern würde, wenn für die Praxis interessierende Parameter gewählt werden, wird eine näherungsweise Lösung mit folgenden

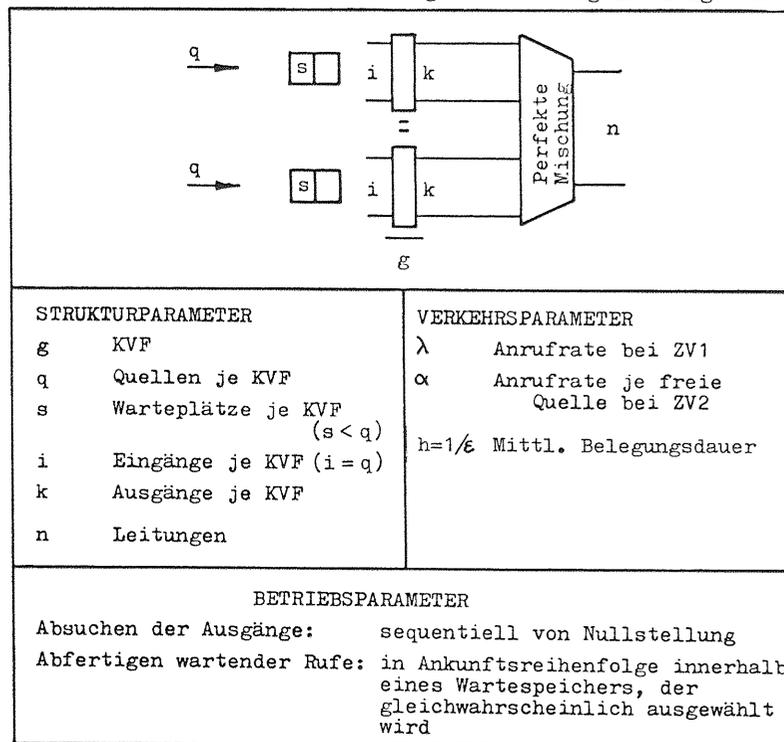


Bild A5-1: Parameter einstufiger Koppelanordnungen mit begrenzter Wartemöglichkeit

wesentlichen Merkmalen durchgeführt:

- a) Die Zustandsmuster für die Belegungen auf den n Leitungen werden pauschal durch die Zustandsvariable x (Makrozustand) beschrieben.
- b) Die Wahrscheinlichkeit, daß die k Ausgänge eines betrachteten KVF blockiert sind, wenn insgesamt x Leitungen hinter der Mischung belegt sind, ergibt sich unter der Annahme der Gleichwahrscheinlichkeit aller Belegungsmuster aus x belegten Leitungen zu

$$c(x) = 0 \text{ für } 0 \leq x < k, \text{ und } c(x) = \frac{\binom{x}{k}}{\binom{n}{k}} \text{ für } k \leq x \leq n \quad (A5.1a)$$

Diese Annahme führt bei Mischungen im Betrieb als Verlustsystem zu sehr guten Ergebnissen, vgl. S. 101. Bei Perfekten Mischungen mit begrenzter Wartemöglichkeit ist jedoch eine reduzierte Erreichbarkeit k^* einzusetzen, da diese Mischungen geordnet abgesucht werden und im Wartefall die stark gevielfachten hinteren Drehschritte selten zur Verfügung stehen. Daher gilt /51/

$$c(x) = 0 \text{ für } 0 \leq x < k, \text{ und } c(x) = \frac{\binom{x}{k^*}}{\binom{n}{k^*}} \text{ für } k \leq x \leq n \quad (A5.1b)$$

$$k^* = k - \frac{(n^2 - k^2) \cdot s}{n \cdot (g \cdot k - n) \cdot (s+1)} \left[\frac{k \cdot Y}{5n} + \frac{k-3}{2} \cdot \left(\frac{Y}{n}\right)^{\frac{k}{4}} + \frac{k}{5} \cdot \left(\frac{Y}{n}\right)^4 \right] \quad (A5.2)$$

wobei Y die Leitungsbelastung bedeutet.

- c) Für den Fall einer endlichen Quellenzahl q (ZV2) wird angenommen, daß bei insgesamt $x \geq k$ Belegungen (d.h., wenn mindestens ein KVF blockiert ist) näherungsweise $x \cdot d(x)$ Belegungen von den Quellen der blockierten KVF herkommen, (zur Herleitung der Funktion d(x) siehe Anhang A6, S. 121).
- d) Die Anzahl der wartenden Rufe in den insgesamt g Wartespeichern wird pauschal durch die Zustandsvariable u_i ($1 \leq i \leq s$, Makrozustände) beschrieben. Die Zustandsvariable u_1 gibt an, wieviel Rufe - über alle g Wartespeicher gesehen - auf den vordersten Wartepätzen warten (sie bilden die erste Warteplatzreihe); die Zustandsvariable u_2 gibt an, wieviel Rufe auf den zweiten Wartepätzen warten (zweite Warteplatzreihe) usw. Jede Zustandsvariable u_i ($1 \leq i \leq s$) kann Werte zwischen 0 und g annehmen, wobei stets gilt

$$g \cdot c(x) \geq u_1 \geq u_2 \geq \dots \geq u_s \geq 0 \quad (A5.3)$$

- e) Der Zustandsraum hat somit s+1 Dimensionen mit den Wertebereichen

$$(x, 0, 0, \dots, 0) \quad 0 \leq x \leq k-1$$

$$(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \quad k \leq x \leq n, \quad 0 \leq u_i \leq g$$

für $1 \leq i \leq s$ und mit (A5.3)

Bild A5-2 zeigt oben einen Ausschnitt des Zustandsraumes mit dem allgemeinen Zustand $\{x, u_1, u_2, \dots, u_s\}$ und seinen Nachbarzuständen.

- f) Wesentlich für eine möglichst einfache Form des Gleichungssystems für die Zustandswahrscheinlichkeiten ist die Annahme der Halbsymmetrie:

Der Zustand $\{x, u_1, u_2, \dots, u_s\}$ befindet sich bereits mit seinen s+1 unteren Nachbarzuständen (unterhalb der Symmetrielinie in Bild A5-2) im statistischen Gleichgewicht (diese Annahme kann auch bezüglich der s+1 oberen Nachbarzustände getroffen werden).

- g) Mit den Übergangsraten

$a_1(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ für den Übergang von einem unteren Nachbarzustand in den betrachteten Zustand $\{x, u_1, u_2, \dots, u_s\}$ durch Ankunft eines Rufes,

$e_1(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ für den Übergang des betrachteten Zustandes $\{x, u_1, u_2, \dots, u_s\}$ in einen unteren Nachbarzustand durch Endigen einer Leitungsbelegung,

gilt somit die folgende allgemeine Gleichung für das statistische Gleichgewicht im stationären Fall

$$\sum_{i=0}^s e_i(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \cdot p(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \quad (A5.4)$$

$$= a_0(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \cdot p(x-1, u_1, u_2, \dots, u_s)$$

$$+ \sum_{i=1}^s a_i(x, u_1, u_2, \dots, u_s) \cdot p(x, u_1, \dots, u_{i-1}, \dots, u_s)$$

mit der Normierungsbedingung

$$\sum_{x=0}^{k-1} p(x, 0, 0, \dots, 0) \quad (A5.5)$$

$$+ \sum_{x=k}^n \sum_{u_1=0}^{g \cdot c(x)} \sum_{u_2=0}^{u_1} \dots \sum_{u_s=0}^{u_{s-1}} p(x, u_1, u_2, \dots, u_s) = 1$$

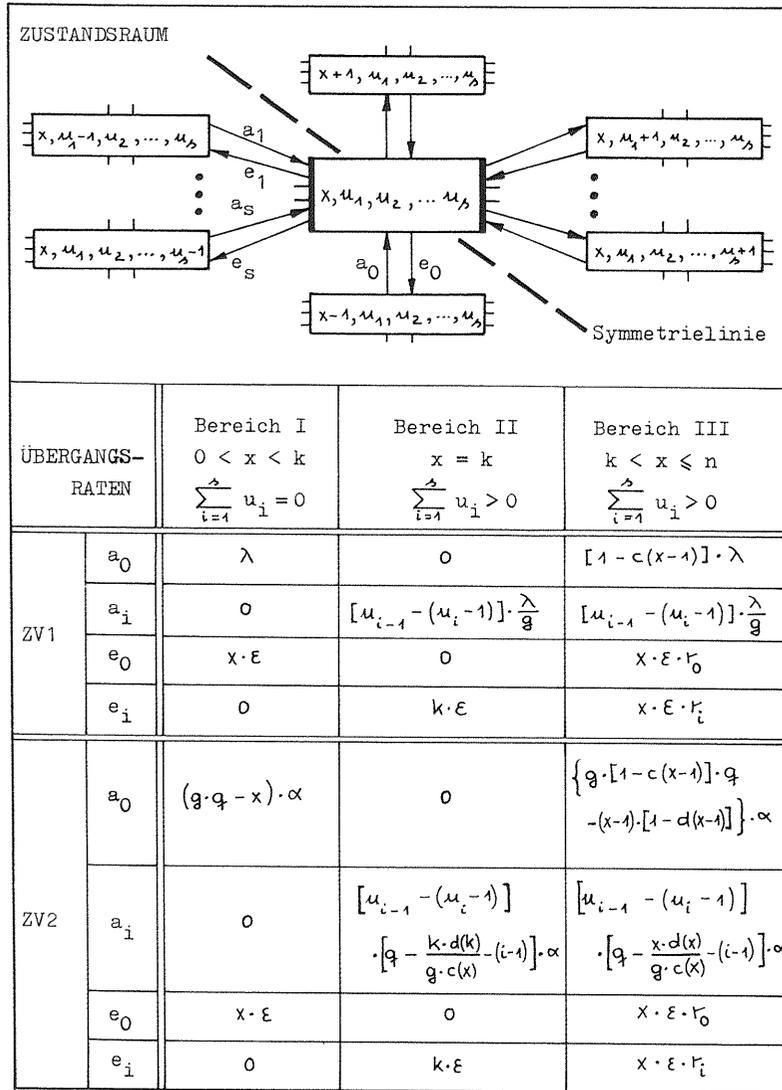


Bild A5-2: Zustandsraum und Übergangsraten bei einstufigen Koppelanordnungen mit begrenzter Wartemöglichkeit.
 $r_0(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ Wahrsch., daß bei Belegungsende kein wartender Ruf abgefertigt werden kann.
 $r_i(x, u_1, \dots, u_i, \dots, u_s)$ Wahrsch., daß bei Belegungsende die Warteplatzreihe Nr. i um einen wartenden Ruf vermindert wird (Übergang $u_i \rightarrow u_i - 1$).

h) Die Formeln für die Übergangsraten bei ZV1 bzw. ZV2 sind in Bild A5-2 unten für die drei Bereiche des Zustandsraumes angegeben. Zur Veranschaulichung der Formeln für die Übergangsraten bei ZV2 ist in Bild A5-3 die "Quellenbilanz" für den Zustand $\{x, u_1, u_2, \dots, u_s\}$ angegeben. Aus der Skizze kann z.B. abgelesen werden, daß vor jenen KVF mit nur einem einzigen wartenden Ruf insgesamt

$$(u_1 - u_2) \cdot q - (u_1 - u_2) \cdot \frac{x \cdot d(x)}{g \cdot c(x)} - (u_1 - u_2) \cdot 1$$

Quellen frei sind und jeweils mit der Rate α einen Ruf erzeugen (vgl. hierzu in Bild A5-2 die Formel für a_i bei ZV2, wobei $i=2$ gilt).

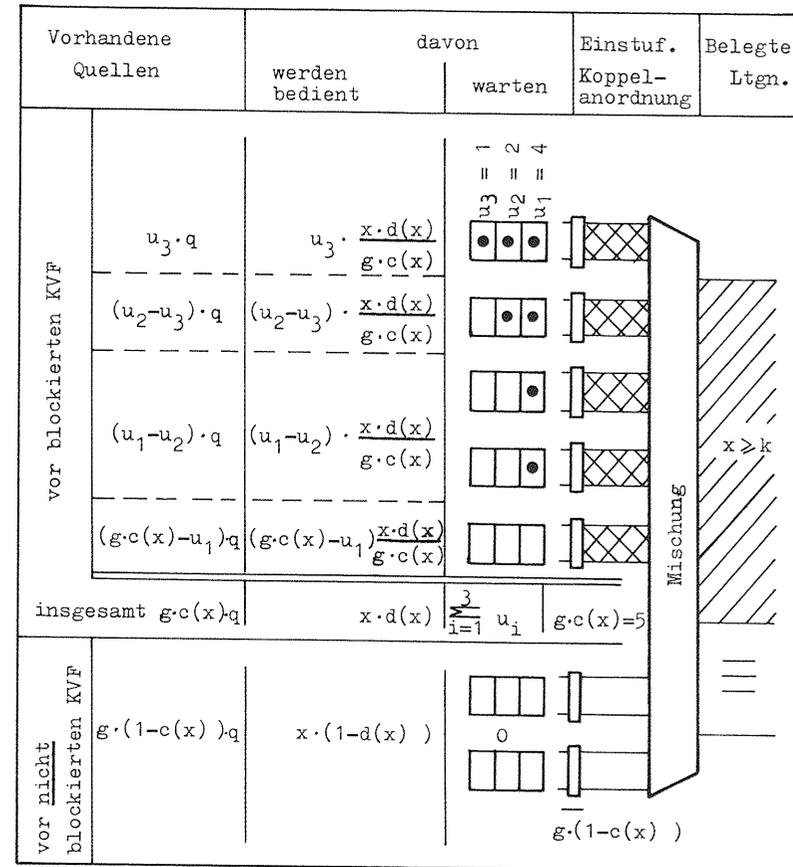


Bild A5-3: Quellenbilanz für einstufige Koppelanordnungen mit begrenzter Wartemöglichkeit bei ZV2.

• wartender Ruf. //, XXX Belegungen

i) Durch Einsetzen der Übergangsraten in Glg.(A5.4) können wegen

$$\sum_{i=0}^s r_i(x, u_1, u_2, \dots, u_s) = 1 \tag{A5.6}$$

die Wahrscheinlichkeiten $r_i(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ eliminiert werden. Die Zustandswahrscheinlichkeiten $p(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ lassen sich somit ohne Kenntnis der Wahrscheinlichkeiten $r_i(x, u_1, u_2, \dots, u_s)$ berechnen.

A6 Entwicklung eines Rechenmodells bei endlich vielen

Verkehrsquellen

Bei ZV2 geht das Rechenmodell für Mischungen ohne Wartemöglichkeit /71,12/ von folgender vereinfachender Annahme aus:

Die x Belegungen des unvollkommen erreichbaren Leitungsbündels werden durch die Quellen der g KVF im Mittel zu gleichen Teilen verursacht.

Dies bedeutet, daß jedes KVF mit x/g Belegungen zum Verkehr beiträgt und somit in jedem KVF noch $q - x/g$ Quellen frei sind (q ist die Quellenzahl je KVF). Die Anzahl der noch freien Quellen ist für den Fall $x \geq k$ von besonderer Bedeutung. Dann sind nämlich $g \cdot c(x)$ KVF blockiert, wobei $c(x)$ die Sperrwahrscheinlichkeit darstellt. Wenn die vor diesen blockierten KVF befindlichen freien Quellen einen Ruf erzeugen, so geht dieser verloren.

Die oben genannte Annahme führt bei sehr kleinen Quellenzahlen (z.B. 3 KVF mit je $q=3$ Quellen und der Erreichbarkeit $k=2$ bei $n=3$ Leitungen) zu gewissen Fehlern bei der Berechnung der Verlustwahrscheinlichkeit. Diese Abweichungen bei kleiner Quellenzahl treten noch deutlicher im Fall von unbegrenzter Wartemöglichkeit in Erscheinung (Bild A6-1, S.122).

Als Verbesserung des Rechenmodells bei ZV2 wird daher vorgeschlagen, eine modifizierte Annahme über die Herkunft der Belegungen bei $x \geq k$ zu treffen:

Die x Belegungen des unvollkommen erreichbaren Leitungsbündels werden zu einem größeren Teil durch Quellen der blockierten KVF verursacht.

Die modifizierte Annahme berücksichtigt, daß bei jedem der $g \cdot c(x)$ blockierten KVF alle k Ausgänge blockiert sind, während bei den $g \cdot [1 - c(x)]$ nicht blockierten KVF weniger Ausgänge blockiert sind. Durch jede der x Belegungen werden in einer Mischung im Mittel

$$M = \frac{g \cdot k}{n} \tag{A6.1}$$

Koppelpunkte belegt, davon $M-1$ in anderen KVF, die durch die Vielfachschtaltung mit dem belegten Koppelpunkt verknüpft sind (M = Mischungsverhältnis, mittlere Vielfachschtaltung einer Leitung). Somit sind insgesamt $x \cdot M$ Koppelpunkte belegt. Darunter befinden sich auch die $g \cdot c(x) \cdot k$ Koppelpunkte in blockierten KVF. Der Anteil $x \cdot d(x)$ von Belegungen aus blockierten KVF wird entsprechend dieser Überlegung abgeschätzt zu

$$x \cdot d(x) = x \cdot \frac{g \cdot c(x) \cdot k}{x \cdot M} \tag{A6.2}$$

oder mit (A6.1) $d(x) = \frac{n \cdot c(x)}{x}$ (A6.3)

Die hiermit berechneten Ergebnisse stimmen gut mit den Simulationsergebnissen überein (Bild A6-1). Bei höheren Quellenzahlen ergeben sich keine signifikanten Unterschiede zwischen den beiden Rechenverfahren.

Die modifizierte Annahme führt sowohl bei Idealen Erlang-Mischungen wie auch bei Perfekten Mischungen zu genaueren Rechenergebnissen. Sie wurden daher bei den Rechenverfahren in Abschnitt 3 und 4 verwendet.

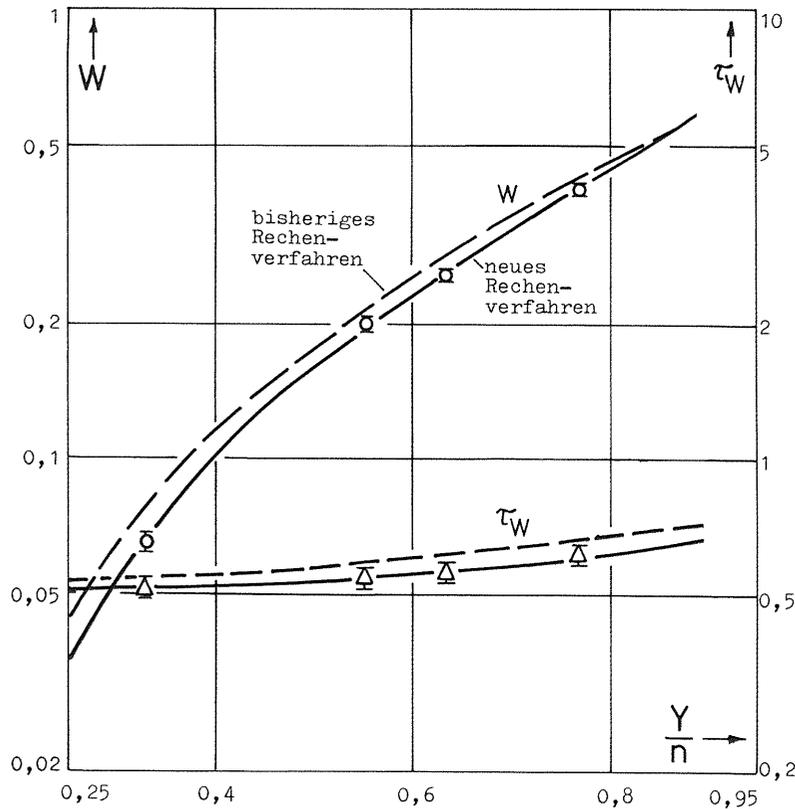
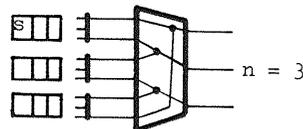


Bild A6-1: Wartewahrscheinlichkeit W und auf die mittlere Belegungsdauer h bezogene mittlere Wartezeit der wartender Rufe ($\tau_W = t_W/h$) als Funktion der Belastung je Abnehmerleitung Y/n bei ZV2.

EINSTUFIGE KOPPELANORDNUNG

$q = s = i = 3$



RECHNUNG: neu, bisher

SIMULATION: \bar{O} $\bar{\Delta}$

- Absuchmodus: Sequentiell von Nullstellung
- Statistische Sicherheit 95%

A7 Anwendung von Erlangs Verlustformel auf vollkommen erreichbare Bündel mit einem Wartespeicher bei ZV1

Aus der Literatur /50,64,106/ sind Verfahren zur Berechnung von Wartezeitgrößen aus Verlustgrößen bekannt. Insbesondere gilt für die Wartewahrscheinlichkeit bei vollkommen erreichbaren Bündeln mit unbegrenzter Wartemöglichkeit und ZV1 /78/ :

$$W(n,A) = \frac{E_{1,n}(A)}{1 - \frac{A}{n} \cdot [1 - E_{1,n}(A)]} = E_{2,n}(A) \quad (A7.1)$$

mit $E_{1,n}(A)$ Verlustwahrscheinlichkeit nach Erlang für vollkommen erreichbare Bündel ohne Wartemöglichkeit /28/
 n Leitungszahl
 A Verkehrsangebot

Tabellen für $E_{1,n}(A)$ sind allgemein in Verwendung /96,98,100, 101,102,105,107,108/ , während Tabellen über die charakteristischen Größen bei vollkommen erreichbaren Bündeln mit unbegrenzter oder begrenzter Wartemöglichkeit nicht überall zur Verfügung stehen. Im Folgenden werden Beziehungen zwischen diesen Größen und Erlangs Verlustformel aufgezeigt, wobei eine beliebige Warteplatzzahl $s > 0$ angenommen wird.

Die Beziehungen haben die allgemeine Form

$$X(s,n,A) = \frac{E_{1,n}(A)}{1 + E_{1,n}(A) \cdot F(s, \frac{A}{n})} \cdot H_X(s, \frac{A}{n}) \quad (A7.2)$$

mit X charakteristische Größe des vollkommen erreichbaren Bündels mit s Warteplätzen und n Leitungen beim Verkehrsangebot A (z.B. Rufhemmung, Wartewahrscheinlichkeit, Verlustwahrscheinlichkeit, Wartebelastung)

F Faktor, der nur von s und vom Verhältnis A/n abhängt

H_X Hilfsgröße zur Berechnung der charakteristischen Größe X ; der Wert von H_X hängt nur von s und vom Verhältnis A/n ab.

Die Formeln für die charakteristischen Größen sind in Bild A7-1 zusammengestellt. Sie werden im folgenden hergeleitet. Dabei sind die Zustandswahrscheinlichkeiten $p(r)$ für den allgemeinen Zustand "insgesamt r Rufe warten oder werden bedient" durch einen Index gekennzeichnet:

$p_0(r)$ für Bündel ohne Wartemöglichkeit ($s=0$)

$p_s(r)$ für Bündel mit Wartemöglichkeit ($s>0$)

a) Für $p_0(r)$ folgt aus den Gleichungen (A3.5a) und (A3.6a) in Abschnitt A3.3.2 :

mit
$$p_0(r) = p_0(0) \cdot \frac{A^r}{r!} \quad (A7.3)$$

$$p_0(0)^{-1} = \sum_{i=0}^n \frac{A^i}{i!} \quad (A7.4)$$

wobei
$$A = \lambda \cdot h \quad (A7.5)$$

λ Anrufrate
 h Mittlere Belegungsdauer

und aus Glg. (A3.10) mit (A3.9a)

$$E_{1,n}(A) = p_0(n) = \frac{\frac{A^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{A^i}{i!}} \quad (A7.6)$$

b) Für $p_s(r)$ folgt gemäß Abschnitt 3.3.2 ($s = q$) bzw. gemäß Abschnitt 4.3.2 ($s < q$)

$$p_s(r) = p_s(0) \cdot \frac{A^r}{r!} \quad 0 < r \leq n \quad (A7.7)$$

$$p_s(r) = p_s(0) \cdot \frac{A^n}{n!} \cdot \left(\frac{A}{n}\right)^{r-n} \quad n < r \leq n+s \quad (A7.8)$$

mit
$$p_s(0)^{-1} = \sum_{i=0}^n \frac{A^i}{i!} + \frac{A^n}{n!} \sum_{i=1}^s \left(\frac{A}{n}\right)^i \quad (A7.9)$$

c) Entsprechend den in Abschnitt 3.3.2 bzw. 4.3.2 hergeleiteten Formeln können die charakteristischen Größen X

(Rufhemmung C , Wartewahrscheinlichkeit W , Verlustwahrscheinlichkeit B , Wartebelastung Ω) jeweils dargestellt werden durch

$$X(s, n, A) = p_s(0) \cdot \frac{A^n}{n!} \cdot H_X\left(s, \frac{A}{n}\right) \quad (A7.10)$$

mit H_X nach Bild A7-1, S.126.

Der Ausdruck $p_s(0) \cdot \frac{A^n}{n!}$ kann umgeformt werden:

$$(A7.9): \quad p_s(0) \cdot \frac{A^n}{n!} = \frac{\frac{A^n}{n!}}{\sum_{i=0}^n \frac{A^i}{i!} + \frac{A^n}{n!} \sum_{i=1}^s \left(\frac{A}{n}\right)^i} \cdot \frac{\sum_{i=0}^n \frac{A^i}{i!}}{\sum_{i=0}^n \frac{A^i}{i!}} \quad (A7.11)$$

$$\stackrel{(A7.6)}{=} \frac{E_{1,n}(A)}{1 + E_{1,n}(A) \cdot \sum_{i=1}^s \left(\frac{A}{n}\right)^i}$$

Mit der Abkürzung
$$F\left(s, \frac{A}{n}\right) = \sum_{i=1}^s \left(\frac{A}{n}\right)^i \quad (A7.12)$$

d.h.
$$F\left(s, \frac{A}{n}\right) = \frac{\varrho - \varrho^{s+1}}{1 - \varrho} \quad 0 < \varrho < \infty \quad (A7.13a)$$

bzw.
$$F\left(s, \frac{A}{n}\right) = \frac{\varrho}{1 - \varrho} \quad \varrho \rightarrow \infty \quad (A7.13b)$$

bei
$$\varrho = \frac{A}{n} \quad (A7.14)$$

ergibt sich somit
$$p_s(0) \cdot \frac{A^n}{n!} = \frac{E_{1,n}(A)}{1 + E_{1,n}(A) \cdot F\left(s, \frac{A}{n}\right)} \quad (A7.15)$$

Die Diagramme in Bild A7-2 zeigen den Verlauf der Funktionen $F(s, \varrho)$, $H_C(s, \varrho)$, $H_W(s, \varrho)$ und $H(s, \varrho)$.

Charakteristische Größe		Formel						
Rufhemmung	$C(s, n, A) = \frac{E_{1,n}(A)}{1 + E_{1,n}(A) \cdot F(s, \frac{A}{n})} \cdot H_C(s, \frac{A}{n})$							
Warte- wahrscheinlichkeit	$W(s, n, A) = \frac{E_{1,n}(A)}{1 + E_{1,n}(A) \cdot F(s, \frac{A}{n})} \cdot H_W(s, \frac{A}{n})$							
Verlust- wahrscheinlichkeit	$B(s, n, A) = \frac{E_{1,n}(A)}{1 + E_{1,n}(A) \cdot F(s, \frac{A}{n})} \cdot H_B(s, \frac{A}{n})$							
Wartebelastung	$\Omega(s, n, A) = \frac{E_{1,n}(A)}{1 + E_{1,n}(A) \cdot F(s, \frac{A}{n})} \cdot H_\Omega(s, \frac{A}{n})$							
	$0 < s < \infty$			$s \rightarrow \infty$				
	FORMEL	GRENZWERTE			FORMEL	GRENZWERTE		
	$0 < \varrho < 1, \varrho > 1$	$\varrho \rightarrow 0$	$\varrho = 1$	$\varrho \rightarrow \infty$	$0 < \varrho < 1$	$\varrho \rightarrow 0$	$\varrho \rightarrow 1$	
	F	$\frac{\varrho - \varrho^{s+1}}{1 - \varrho}$	0	s	∞	$\frac{\varrho}{1 - \varrho}$	0	∞
	H_C	$\frac{1 - \varrho^{s+1}}{1 - \varrho}$	1	$s+1$	∞	$\frac{1}{1 - \varrho}$	1	∞
	H_W	$\frac{1 - \varrho^s}{1 - \varrho}$	1	s	∞	$\frac{1}{1 - \varrho}$	1	∞
H_B	ϱ^s	0	1	∞	0	0	0	
H_Ω	$\frac{\varrho}{(1 - \varrho)^2} \cdot \{1 - \varrho^s \cdot [s \cdot (1 - \varrho) + 1]\}$	0	$\frac{s(s+1)}{2}$	∞	$\frac{\varrho}{(1 - \varrho)^2}$	0	∞	

Bild A7-1: Formelsammlung zur Anwendung von Erlangs Verlustformel $E_{1,n}(A)$ auf vollkommen erreichbare Bündel mit $0 < s \leq \infty$ Wartepunkten bei ZV1.
 $\varrho = A/n$ Angebot je Leitung

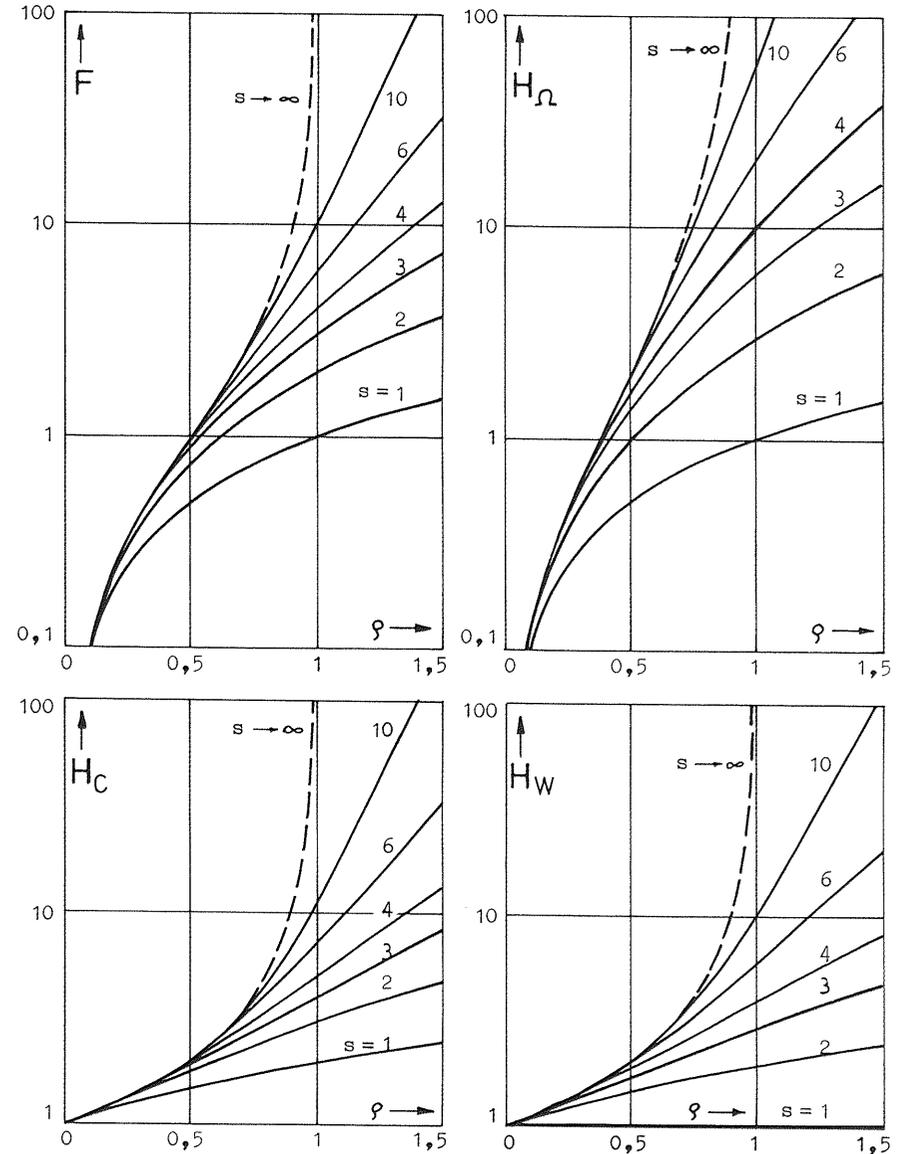


Bild A7-2: Die Hilfsgrößen F, H_n, H_C und H_W aus Bild A7-1 als Funktion des Angebotes je Leitung $\varrho = A/n$.
 s Anzahl der Wartepunkte.

A8 Beispiele für Koppelanordnungen zur Anschaltung zentralisierter Baugruppen in Nachrichtenvermittlungssystemen

In zahlreichen Fernsprechvermittlungssystemen werden zentralisierte Baugruppen (z.B. "Register") über ein- oder mehrstufige Koppelanordnungen (Suchwahlstufen) angeschaltet. Die Aufgaben der Register sind von System zu System sehr unterschiedlich und reichen von einer einfachen Ziffernabspeicherung bis zur Steuerung des Verbindungsaufbaus über mehrere Vermittlungsstellen hinweg. Entsprechend sind auch die zugehörigen Koppelanordnungen unterschiedlich in ihrer Struktur und Betriebsart.

Am Eingang derartiger Koppelanordnungen befinden sich i.a. Verbindungssätze, die den Verkehrsquellen als Wartepplätze dienen können, bis ein Register frei wird (Bild A8-1). Da diese Verbindungssätze im "Sprechweg" des Vermittlungssystems liegen, sind sie nicht nur wie die Register während des Auf- oder Abbaus einer Verbindung belegt, sondern zusätzlich noch während der gesamten Gesprächsdauer. Daher ist ihre Anzahl etwa um den Faktor 5 größer als die Anzahl der Register.

Aus der Vielzahl von Veröffentlichungen über Vermittlungssysteme mit zentralisierten Baugruppen sind in Bild A8-2 einige Beispiele zusammengestellt, vgl. auch /3/. Die Angaben über die Struktur derartiger Koppelanordnungen sind sehr allgemein gehalten, da erst das zu erwartende Verkehrsangebot über die endgültige Dimensionierung entscheidet.

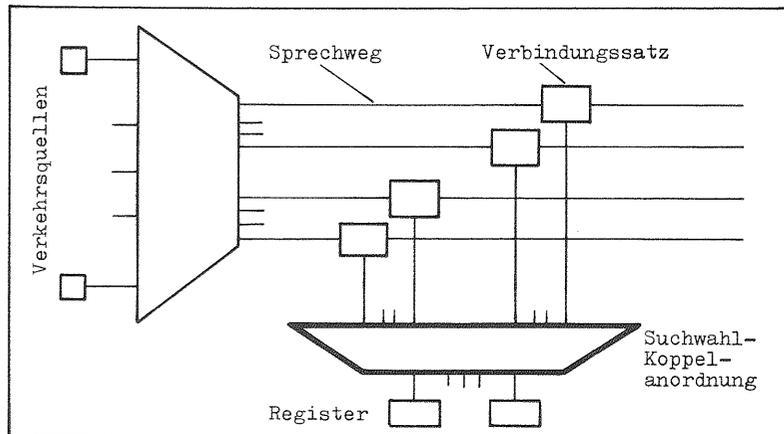


Bild A8-1: Registeranschlusung über eine Suchwahl-Koppelanordnung.

STUFEN	STRUKTUR	KONZ. VS:REG	VERMITTLUNGSSYSTEM
1		8	HKS 442 /6/
		ca. 5	MRK-NSA IIG /9/
2		7	HE-60 L (Wien) /8/
		4	EZM 3 /5/
		3..6	ESK 10 000 E /21/
		4	Metaconta 11C /2/
		5..7	Pentaconta GCI /4/
3		6	Fernwahlsystem 62 der DBP in Technik 69 /1/

Bild A8-2: Beispiele für Suchwahl-Koppelanordnungen.

VS Verbindungssatz , REG Register , Mischung

A9 Liste der Linkssysteme

In der vorliegenden Arbeit kann nur ein kleiner Teil der Untersuchungsergebnisse in Diagrammen gezeigt werden. Ebenso wird nur eine Auswahl aller untersuchten Linkssysteme vorgestellt. Jedes Linkssystem ist durch eine dreistellige Dezimalzahl gekennzeichnet, wobei die am weitesten links stehende Ziffer die Stufenzahl angibt (L300: dreistufiges Linkssystem). Die restlichen beiden Ziffern sind willkürlich gewählt.

Die nachfolgende Tabelle enthält jene Linkssysteme, deren charakteristische Größen in den Diagrammen dieser Arbeit dargestellt sind.

Zweistufige Linkssysteme		Fächerstruktur	Maschenstruktur
große Eingangsblockierung	Konzentration in Stufe 2 2 : 1	L203 (S.51,55,77) n=36	L212 (S.77) n=36
	Konzentration 3 : 1	L206 (S.77) n=36	L215 (S.77) n=36
Kleine Eingangsblockierung	Konzentration in Stufe 2 2 : 1	L205 (S.51,56,77) n=36	L214 (S.77) n=36
	Konzentration ca. 3 : 1	L208 (S.72,77) n=36	L217 (S.77) n=36

STUFEN	SYSTEM	STRUKTUR
3	L300 S.53 S.78	 n=40 Fächerstruktur bezüglich Stufe 3 5 Blöcke 20
	L310 S.78	 n=50 Maschenstruktur bezüglich Stufe 3, starke Konzentration in Stufe 2 5 Blöcke 5
	L320 S.56 S.78 S.108	 n=50 Maschenstruktur bezüglich Stufe 3, geringe Konzentration in Stufe 2 3 Blöcke 10
4	L404 S.54 S.78	 n=50 5 Blöcke 2 Blöcke
	L411 S.70 S.78	 n=50 8 Blöcke 2 Blöcke

STUFEN SYSTEM STRUKTUR		
4	<p>L451</p> <p>S.78 S.106</p>	<p>n=125</p> <p>⑧ Blöcke ⑤ Blöcke</p>
6	<p>L601</p> <p>S.78</p>	<p>n=50</p> <p>50 70 30 25 20 10</p>
	<p>L603</p> <p>S.56 S.78</p>	<p>n=50</p> <p>⑥ Blöcke 24 ② Blöcke 5</p> <p>⑥ Blöcke 24 ② Blöcke 5</p>