Simulation von Nachrichten-vermittlungssystemen

von

Manfred Huber · Werner Wagner

Vervielfältigung für Studierende der Elektrotechnik
an der Universität Stuttgart aus:
Nicht-numerische Informationsverarbeitung
(Herausgeber: R. Gunzenhäuser)
Springer-Verlag, Wien, New York, 1968

Simu..tion von Nachrichtenvermittlungssystemen

Von

M. Huber und W. Wagner

1. Einleitung

Zu den Nachrichtenvermittlungssystemen rechnen neben dem *Fernsprechnetz* auch das *Fernschreibnetz* und weitere bereits bestehende und zukünftige Datennetze. Da ein Vermittlungssystem im Mittel meist nur von einem Teil der angeschlossenen Teilnehmer gleichzeitig beansprucht wird, sind bei seiner Auslegung erhebliche Einsparungen an Leitungen, Schaltgliedern und Steuerungsaufwand möglich. Wenn jedoch die in der Zeiteinheit einfallenden Vermittlungswünsche der Teilnehmer, kurz *Rufe*, statistisch um einen Mittelwert schwanken, ist dabei nicht ausgeschlossen, daß ein Ruf aus Mangel an geeigneten freien Leitungen nicht sofort vermittelt werden kann. In einem *Verlustsystem* wird ein solcher Ruf abgewiesen (Besetztzeichen), während in einem *Wartesystem* der Vermittlungswunsch gespeichert und bei einer sich bietenden Gelegenheit automatisch ausgeführt wird. Bei einem Teilnehmerverkehr gegebener statistischer Eigenschaften

T V 5

müssen bestimmte Gütewerte für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Ruf zu Verlust geht bzw. für die Wartewahrscheinlichkeit und für die Dauer des Wartens eingehalten werden. Die Bestimmung der Verkehrsgüte von Vermittlungssystemen ist Aufgabe der Verkehrstheorie. Die Untersuchungen beziehen sich dabei auf die sogenannten Koppelanordnungen, worunter ganz allgemein Vermittlungseinrichtungen zu verstehen sind, bei denen Verbindungen zwischen je einer Zubringerleitung und einer Abnehmerleitung hergestellt werden können. Bereits belegte Leitungen stehen für weitere Verbindungen nicht zur Verfügung, es können aber in einer Koppelanordnung mehrere Verbindungen gleichzeitig bestehen.

Die exakte Berechnung der Verkehrsgüte führt in den meisten praktischen Fällen zu linearen Gleichungssystemen von so hohem Rang, daß die Auswertung mit vorhandenen Rechenautomaten nicht mehr möglich ist. Die Verkehrstheorie bemüht sich daher um *Näherungslösungen* mit herabgesetztem Rechenaufwand. Die Genauigkeit dieser Näherungslösungen muß durch Verkehrsmessungen an den untersuchten Koppelanordnungen überprüft werden. Ebenso sind Verkehrsmessungen immer dann erforderlich, wenn theoretisch begründete und auswertbare Lösungen noch ausstehen. Messungen an ausgeführten Koppelanordnungen, denen natürlicher Verkehr angeboten wird, sind mit drei Nachteilen verknüpft. Im Hinblick auf eine ausreichende statistische Aussagesicherheit der Meßergebnisse muß sich eine Messung bei natürlichem Verkehr meist über viele Tage erstrecken. Mit dieser Langwierigkeit verbunden ist die Gefahr, daß der angebotene natürliche Verkehr aufgrund von äußeren Einflüssen auf das Teilnehmerverhalten nicht stationär bleibt. Stationärer Verkehr mit zeitlich konstantem Mittelwert muß aber zweckmäßigerweise sowohl bei theoretischen Lösungsansätzen als auch beim Vergleich verschiedener Koppelanordnungen vorausgesetzt werden. Schließlich eignet sich das Verfahren der nachträglichen Messung schlecht für Planungsaufgaben, bei denen verschiedene Koppelanordnungen vor der eigentlichen Ausführung untersucht werden müssen.

Der erste Schritt in Richtung auf zeitraffende Verkehrsmessungen unabhängig von natürlichem Verkehr führte zum Bau von *Verkehrsmaschinen*. Künstlich erzeugter Verkehr bestimmter statistischer Eigenschaften wirkt auf ein nachgebautes Modell einer Koppelanordnung. Es handelt sich hierbei um einen schnellen spezialisierten Rechenautomaten, der bei teurer Einzelanfertigung für andere Verwendungszwecke nicht geeignet ist. Auch ist der Rahmen der untersuchbaren Arten von Koppelanordnungen bei einer einmal gebauten Verkehrsmaschine eingeschränkt. Nach dem Durchbruch der universellen speicherprogrammierbaren Ziffernrechenautomaten ging man dazu über, sowohl die Erzeugung von Verkehr als auch die Verkehrsabwicklung in einer Koppelanordnung künstlich nachzubilden, d. h. zu *simulieren*, und als *"soft-ware"* in Form eines Programms einer Rechenanlage einzugeben. Es ist sogar üblich, diese Programme in einer problemorientierten Formelsprache, z. B. ALGOL, abzufassen. Damit steht für die Untersuchung von Koppelanordnungen in Vermittlungssystemen ein heute vielbenutztes Hilfsmittel zur Verfügung, das im Gegensatz zu Messungen an natürlichem Verkehr nicht nur zeitraffend ist, sondern neben einer großen Flexibilität auch den Vorzug eines stationären, jederzeit reproduzierbaren Verkehrs hat.

2. Künstlicher Verkehr

Vor der Beschreibung der Verfahren zur Erzeugung von künstlichem Verkehr auf einem Ziffernrechenautomaten seien einige wichtige Definitionen vorausgeschickt [7]. Der Zahlenwert des Verkehrs auf einem Leitungsbündel, die Belastung Y, ist durch die Zahl der im Mittel gleichzeitig vorhandenen Belegungen gegeben. Zu Ehren des dänischen Verkehrstheoretikers A. K. ERLANG (1878 bis 1929) hat der Verkehrswert die dimensionslose Einheit Erlang. Der über eine Koppelanordnung an ein Leitungsbündel angebotene Verkehr wird als Angebot A bezeichnet und ebenfalls mit der Einheit Erlang versehen. Nur in Wartesystemen sind Angebot A und Belastung Y gleich, sofern Teilnehmerverzichte infolge zu langer Wartezeit ausgeschlossen werden. In Verlustsystemen, in denen ein einfallender Ruf mit der Verlustwahrscheinlichkeit B abgewiesen wird, gilt

$$A = \frac{Y}{1 - B} \tag{1}$$

In Verlustsystemen ist demnach das Angebot größer als die Belastung und entspräche einem Verkehr, der sich bei verlustfreier Vermittlung ergäbe.

Bei der Simulation von künstlichem Verkehr wird sehr häufig sogenannter *reiner Zufallsverkehr 1. Art* verwirklicht. Er ist durch zwei Eigenschaften gekennzeichnet [3]:

a) Die Wahrscheinlichkeitsdichte für den Einfall eines Rufes ist konstant und damit unabhängig von der Vorgeschichte und dem augenblicklichen Belegungszustand der Koppelanordnung. Dies bedeutet, daß die Einfallabstände der Rufe, kurz Anrufabstände, negativ exponentiell um einen Mittelwert a_m verteilt sind. Die Wahrscheinlichkeit, daß während der infinitesimal kleinen Beobachtungszeit $\mathrm{d}t$ ein Ruf einfällt, beträgt dann

$$w_a = \frac{\mathrm{d}t}{a_m} \tag{2}$$

b) Die Wahrscheinlichkeitsdichte für das Enden einer Belegung ist ebenfalls konstant und damit unabhängig davon, wie lange die betreffende Belegung schon bestanden hat. Die Belegungsdauern sind deshalb negativ exponentiell um einen Mittelwert t_m verteilt. Es ist

$$w_e = \frac{\mathrm{d}t}{t_m} \tag{3}$$

die Wahrscheinlichkeit, daß eine bestimmte Belegung in der infinitesimal kleinen Zeit $\mathrm{d}t$ endigt.

Mit der ersten Eigenschaft kann die Vorstellung verknüpft werden, daß das Verkehrsangebot von unendlich vielen, voneinander unabhängigen Verkehrsquellen erzeugt wird. Wegen der unendlichen Quellenzahl wirken sich die momentan an einer Verbindung beteiligten Verkehrsquellen, von denen vorübergehend keine Rufe zu erwarten sind, nicht angebotsmindernd aus. Auf den Fall *endlicher* Quellenzahl wird später noch eingegangen. Wird das gesamte Verkehrsangebot in Form von Teilangeboten über eigene Teilgruppen an eine Koppelanordnung herangeführt, so sind wegen der gegenseitigen Unabhängigkeit der Verkehrsquellen auch die Teilangebote voneinander unabhängig. Zusammen mit der zweiten Eigenschaft negativ exponentiell verteilter Belegungsdauern liegt ein Verkehrsmodell vor, das in vielen Fällen gute Übereinstimmung mit der Wirklichkeit hat. Auf den Fall konstanter Belegungsdauer, der bei Inanspruchnahme von Geräten mit fester Arbeitszeit vorliegt, wird ebenfalls noch eingegangen. Es folgen zwei grundsätzliche Verfahren zur Erzeugung von künstlichem Verkehr auf einem Ziffernrechenautomaten.

2.1. Das Verfahren mit Ruf- und Endezahlen

Das Verfahren mit Ruf- und Endezahlen [3, 5, 9, 10, 16] verwirklicht die Übergangswahrscheinlichkeiten zwischen diskreten Zuständen, die durch bestimmte Muster von belegten Leitungen in einer Koppelanordnung gegeben sind. Übergänge können bei einem Ruf- oder Endeereignis auftreten. Es wird eine zufällige Folge von Ruf- und Endeereignissen erzeugt, wobei die Wahrscheinlichkeiten für das Eintreten dieser Ereignisse vorgegeben sind (*Monte-Carlo-Methode*). Bei einer Verkehrssimulation mit Ruf- und Endezahlen können relative Häufigkeiten als Schätzwerte für gesuchte Wahrscheinlichkeiten gemessen werden. Zeitmessungen sind nicht möglich, da bei diesem Verfahren kein Zeitmaßstab verwendet wird. In [3] wird für reinen Zufallsverkehr 1. Art allgemein gezeigt, daß die nachfolgend beschriebene Verkehrsnachbildung mit Ruf- und Endezahlen zu einem Differenzengleichungssystem für die Zustandswahrscheinlichkeiten führt, das die gleiche stationäre Lösung hat wie ein Differentialgleichungssystem, das für reinen Zufallsverkehr 1. Art mit den Eigenschaften (2) und (3) aufgestellt werden kann.

2.1.1. Reiner Zufallsverkehr 1. Art

Gegeben sei eine Koppelanordnung mit g Teilgruppen und n Abnehmerleitungen. Bei dem angebotenen Verkehr soll es sich um Zufallsverkehr 1. Art handeln, bei dem Anrufabstände und Belegungsdauern negativ exponentiell verteilt sind. Das Zufallsangebot in einer Teilgruppe r mit $r = 1, 2, \ldots g$ sei A_r. Ist $a_{m,r}$ der mittlere Anrufabstand der Teilgruppe r, so bedeutet der Kehrwert $\frac{1}{a_{m,r}}$ für diese Teilgruppe die Zahl der in der Zeiteinheit im Mittel eintreffenden Rufe. Die verlustfreie Vermittlung von $\frac{1}{a_{m,r}}$ Rufen je Zeiteinheit führt bei einer mittleren Belegungsdauer t_m gerade auf das Angebot der Teilgruppe r

$$A_r = \frac{1}{a_{m,r}} \cdot t_m \tag{4}$$

Für eine Teilgruppe r folgt mit (2), (3) und (4)

$$\frac{w_{a,r}}{w_e} = \frac{\mathrm{d}t}{a_{m,r}} : \frac{\mathrm{d}t}{t_m} = A_r \tag{5}$$

d. h. die Wahrscheinlichkeit $w_{a,r}$, daß ein Ruf der Teilgruppe r einfällt, ist A_r-mal so groß wie die Wahrscheinlichkeit w_e, daß eine bestimmte Belegung endigt. Es können Pseudo-Zufallszahlen[1] errechnet werden, die bei einem Wertevorrat Z jeden einzelnen Wert mit der gleichen Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{Z}$ in regelloser Folge annehmen. Ausgehend von den Angeboten A_r und der Abnehmerleitungszahl n zeigt Abb. 28 eine Aufteilung der Zufallszahlen in Intervalle, die jeweils nur die rechte Grenze einschließen mögen.

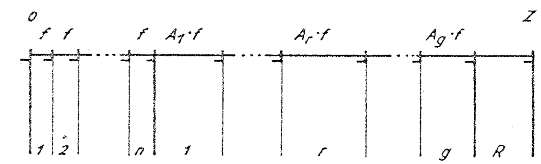

Abb. 28. Intervalleinteilung bei Zufallsverkehr 1. Art

Jeder der n Abnehmerleitungen hinter der Koppelanordnung wird ein Endeintervall mit f Zufallszahlen zugeordnet. Die Wahrscheinlichkeit, daß beim Eintreffen einer Zufallszahl ein Endeereignis für eine bestimmte Abnehmerleitung erzeugt wird, ist einheitlich für alle Abnehmerleitungen $\frac{f}{Z}$. Jede Teilgruppe erhält ein Rufintervall mit $f \cdot A_r$ Zufallszahlen. Die Wahrscheinlichkeit, daß aus dieser Teilgruppe ein Ruf einfällt, ist beim Eintreffen einer Zufallszahl gerade $\frac{f \cdot A_r}{Z}$. Damit folgt in Übereinstimmung mit (5) für die simulierten Ruf- und Endewahrscheinlichkeiten

$$\frac{f \cdot A_r}{Z} : \frac{f}{Z} = A_r.$$

Der Faktor f ist eine natürliche Zahl, die so gewählt wird, daß sämtliche Rufintervalle auch bei rational gebrochenen Angebotswerten A_r eine ganze Anzahl von Zufallszahlen umfassen und daß das Restintervall R in Abb. 28 möglichst klein wird. Die Intervallgrenzen lassen sich über einen geeigneten Faktor f berechnen und in einer Liste abspeichern, wenn der Wertevorrat Z der Zufallszahlen, die Abnehmerleitungszahl n und die Zufallsangebote A_r je Teilgruppe bekannt sind. Während der Verkehrssimulation wird für jede erzeugte Zufallszahl durch Vergleich mit den Intervallgrenzen festgestellt, in welches Intervall die Zufallszahl gefallen ist. Handelt es sich um das Restintervall R, wird eine neue Zufallszahl errechnet. Im anderen Fall ergibt sich entweder über ein bestimmtes Rufintervall die Teilgruppe, aus der ein Ruf einfällt, oder über ein bestimmtes Endintervall ein Endeereignis für eine bestimmte Abnehmerleitung. Das Endeereignis zieht eine Freischaltung der Abnehmerleitung nach sich, sofern diese Abnehmerleitung nicht schon frei angetroffen wird.

[1] Vgl. P. Roos: *Zufallsgeneratoren*, in diesem Band.

2.1.2. Erweiterung auf Zufallsverkehr 2. Art

Das Verfahren mit Ruf- und Endezahlen kann auch auf sogenannten *Zufallsverkehr 2. Art* ausgedehnt werden [5], bei dem eine *endliche* Zahl von Verkehrsquellen in den Teilgruppen berücksichtigt wird. Hierbei muß in Rechnung gestellt werden, daß von einer Verkehrsquelle, solange sie an einer Verbindung beteiligt ist, kein neuer Ruf ausgehen kann. Diese angebotsmindernde Wirkung kann bei einheitlicher Verkehrsbeteiligung der q_r Quellen einer Teilgruppe r dadurch nachgebildet werden, daß das betreffende Rufintervall in q_r Teilintervalle mit $\frac{f \cdot A_r^*}{q_r}$ Zufallszahlen unterteilt und eine bewegliche Intervallgrenze nach Abb. 29 eingeführt wird. Der Faktor f muß die zusätzliche Bedingung erfüllen, daß auch die Teilintervalle sämtlicher Zubringerteilgruppen ganzzahlig sind. Die Zahl der Teilintervalle, um die die bewegliche Intervallgrenze nach links verschoben ist, entspricht der Zahl der belegten Verkehrsquellen. Als Rufereignis in der Teilgruppe r werden nur solche Zufallszahlen gewertet, die in den nicht-schraffierten Bereich von Abb. 29 fallen, während Zufallszahlen im schraffierten Bereich die Berechnung einer neuen Zufallszahl unmittelbar nach sich ziehen. Führt das Rufereignis zu einer Belegung, muß die bewegliche Intervallgrenze um ein Teilintervall nach links versetzt werden. Umgekehrt erfolgt eine Verschiebung um den gleichen Betrag nach rechts, wenn eine Belegung endet, die durch eine Quelle der betreffenden Teilgruppe verursacht worden ist. Bei der Simulation von Zufallsverkehr 2. Art mit endlicher Quellenzahl müssen also die beweglichen Intervallgrenzen in einer zusätzlichen Liste auf dem jeweiligen Stand gehalten und bei der Bestimmung der Rufereignisse berücksichtigt werden.

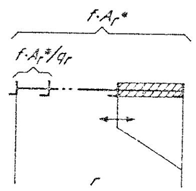

Abb. 29. Rufintervall einer Zubringerteilgruppe bei endlicher Quellenzahl

In Abb. 29 bedeutet A_r^* das maximale Angebot, das von den q_r Quellen erzeugt würde, wenn keine Angebotsminderung stattfände. Ist Y_r die Belastung der Koppelanordnung, herrührend von der Teilgruppe r, so sind im Mittel nur $(q_r - Y_r)$ von den q_r Quellen dieser Zubringerteilgruppe in der Lage, zum tatsächlichen Angebot

$$A_r = A_r^* \cdot \frac{q_r - Y_r}{q_r} \tag{6}$$

beizutragen. In (6) kann Y_r über (1) eliminiert werden. Auflösung nach A_r^* ergibt

$$A_r^* = \frac{A_r \cdot q_r}{q_r - A_r \cdot (1 - B_r)}. \tag{7}$$

Mit (7) kann für jede Teilgruppe r das für die Intervallaufteilung erforderliche maximale Angebot A_r^* bestimmt werden, wenn die Quellenzahl q_r sowie das tatsächlich gewünschte Angebot A_r gegeben sind und wenn für die Verlustwahrscheinlichkeit B_r der Teilgruppe r ein zunächst geschätzter Wert eingeführt wird. Das tatsächliche Angebot, das sich bei der Verkehrssimulation einstellt, kann

nachträglich entweder über eine Angebotskontrolle nach 4.5 oder über die nach 4.1 gemessene Verlustwahrscheinlichkeit bestimmt werden.

2.1.3. Richtungswahl

Das Verfahren mit Ruf- und Endezahlen behält seine Gültigkeit, wenn die Abnehmerleitungen hinter der Koppelanordnung mehrere Richtungsbündel bilden und jedes Angebot A_r an eine Teilgruppe in Teilangebote bezüglich dieser Richtungen aufgeteilt wird (*Richtungswahl*). Meist wird dabei so verfahren, daß zunächst, wie beschrieben, die Teilgruppe, aus der ein Ruf einfällt, festgestellt wird. In einem zweiten Schritt kann dann mit einer weiteren Zufallszahl die gewünschte Richtung bestimmt werden. Hierzu ist für die Zufallszahlen eine Intervalleinteilung erforderlich, die durch die Angebotsaufteilung auf die einzelnen Richtungen gegeben ist.

2.2. Zeittreues Testverfahren

Der zufällige zeitliche Verkehrsablauf wird in enger Analogie zum wirklichen Verkehr in einem Rechenautomaten nachgebildet. Zeitangaben sind die Grundlage des *zeittreuen Testverfahrens* [14, 15]. Im Programm gibt es eine Variable ZEIT. Das Programm behandelt ein Ereignis (einen Ruf oder das Ende einer Belegung) und verändert dann die Variable ZEIT zum nächsten Ereigniszeitpunkt. Das Programm schreitet unmittelbar von einem Ereignis zum nächsten Ereignis. Deshalb heißt das zeittreue Testverfahren auch *event-by-event simulation* [4, 12]. Es wurde von G. Neovius beschrieben [10].

2.2.1. Rufe

Die Rufe kommen mit zufälligen zeitlichen Abständen an. Man betrachtet Rufe, die in der Teilgruppe r der Koppelanordnung eintreffen. Mit der Wahr-

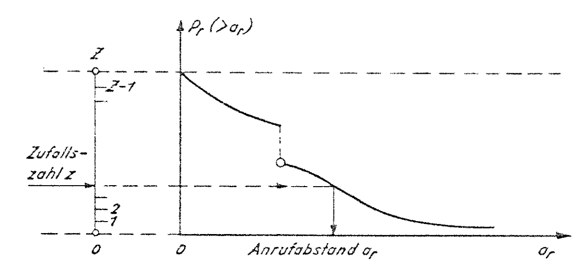

Abb. 30. Bestimmen eines Anrufabstandes a_r aus einer Zufallszahl z mit Hilfe der gegebenen Mindestwert-Verteilungsfunktion P_r $(+ a_r)$

scheinlichkeit $P_r\,(> a_r)$ ist der zeitliche Abstand zweier aufeinanderfolgender Rufe größer als das a_r-fache der mittleren Belegungsdauer t_m. Auf diese Weise werden von nun an die Zeiten als normierte dimensionslose Größen dargestellt.

Es sollen Zufallsvariable a_r erzeugt werden, die einer gegebenen Mindestwert-Verteilungsfunktion $P_r\,(> a_r)$ gehorchen. Wiederum geht man von gleichverteilten Pseudozufallszahlen z aus: $z = 1, 2, \ldots Z$. Man bezieht z auf den Wertevorrat Z und setzt

$$\frac{z}{Z} = P_r\,(> a_r) \tag{8}$$

Damit ist *jedem* Wert der Zufallszahl z ein bestimmter Anrufabstand a_r zugeordnet worden: Abb. 30.

Das Verfahren nach (8) kann für *jede* Verteilungsfunktion angewendet werden, um aus einer Zufallszahl z eine Realisation der zugehörigen Zufallsvariablen zu erhalten. Die Verteilungsfunktionen können als Formeln oder Tabellen gegeben sein.

Aus den nacheinander erzeugten Zufallszahlen z wird damit eine Folge von zufälligen Anrufabständen $a_{r,i}$ für jede Teilgruppe r errechnet. Der i-te Ruf in der Teilgruppe r kommt zum Zeitpunkt $t_{r,i}$ an.

$$t_{r,i} = t_{r,i-1} + a_{r,i} \tag{9}$$

Für alle Zeitangaben ist die mittlere Belegungsdauer die Zeiteinheit. Die Anrufzeitpunkte $t_{r,i}$ der g Teilgruppen der Koppelanordnung müssen geordnet in eine Folgeliste eingetragen werden, damit das Programm von Ereignis zu Ereignis, von Ruf zu Ruf voranschreiten kann. Ein Beispiel veranschaulicht das Ordnen der Anrufzeitpunkte:

Teilgruppe	Anrufabstände
1	$a_{1,1} = 5{,}12$; $a_{1,2} = 0{,}31$; $a_{1,3} = 0{,}02$; $a_{1,4} = 6{,}25$; ...
2	$a_{2,1} = 2{,}11$; $a_{2,2} = 0{,}52$; $a_{2,3} = 7{,}94$; $a_{2,4} = 0{,}49$; ...
3	$a_{3,1} = 0{,}01$; $a_{3,2} = 2{,}20$; $a_{3,3} = 3{,}61$; $a_{3,4} = 1{,}99$; ...

Dann lautet die Folgeliste der geordneten Anrufzeitpunkte $t_{r,i}$

$$t_{3,1} = 0{,}01;\quad t_{2,1} = 2{,}11;\quad t_{3,2} = 2{,}21;\quad t_{2,2} = 2{,}63;\quad t_{1,1} = 5{,}12;$$
$$t_{1,2} = 5{,}43;\quad t_{1,3} = 5{,}45;\quad t_{3,3} = 5{,}82;\quad t_{3,4} = 7{,}81;\quad \ldots$$

Beim Poisson-Rufprozeß [11] (das ist der Rufprozeß für Zufallsverkehr 1. Art) gehorchen die Anrufabstände a_r in der Teilgruppe r einer negativ exponentiellen Verteilung [11, 17]

$$P_r\,(> a_r) = e^{-a_r \cdot A_r} \tag{10}$$

Aus (4) folgt, daß beim Angebot A_r an die Teilgruppe r der Erwartungswert $a_{m,r}$ der zufälligen Anrufabstände das $\frac{1}{A_r}$-fache der mittleren Belegungsdauer t_m ist.

Bei negativ exponentieller Verteilung der Anrufabstände in jeder einzelnen der g Teilgruppen brauchen die Anrufzeitpunkte nicht geordnet zu werden. Der zeitliche Abstand bis zum nächsten Ruf in irgendeiner der g Teilgruppen ist

größer als a, falls alle g voneinander unabhängigen Anrufabstände größer als a sind. Die negativ exponentielle Verteilung (10) gilt auch für den zeitlichen Abstand von einem beliebigen Zeitpunkt bis zum nächsten Ruf. Deshalb ist die Wahrscheinlichkeit $P_{ges}\,(> a)$, daß der zeitliche Abstand bis zum nächsten Ruf, der in der Koppelanordnung ankommt, größer als a ist:

$$P_{ges}\,(> a) = \prod_{r=1}^{g} P_r\,(> a) = e^{-a \cdot \sum_{r=1}^{g} A_r} = e^{-a \cdot A} \tag{11}$$

Insgesamt ergibt sich wieder eine negativ exponentielle Verteilung der Anrufabstände. Das Verfahren nach (8) wird auf (11) angewendet. Man bestimmt aus einer Zufallszahl z den Anrufabstand a mit der Beziehung

$$a = -\frac{1}{A} \cdot \ln \frac{z}{Z} \tag{12}$$

Aus der nächsten Zufallszahl wird die Teilgruppe r ermittelt, in welche der Ruf einfallen soll. Der Wertevorrat Z wird in g Intervalle eingeteilt, deren relative Breite jeweils dem Verhältnis des Teilangebots A_r an die Teilgruppe r zum Gesamtangebot A an die Koppelanordnung entspricht. Die Einteilung des Rufzahlenabschnitts wurde bereits in 2.1 beim Verfahren mit Ruf- und Endezahlen behandelt.

2.2.2. Belegungsdauern

Aus Messungen ist bekannt, daß für die Belegungsdauern im Fernsprechverkehr angenähert die negativ exponentielle Verteilung gilt. Andererseits werden viele Geräte jeweils für eine konstante Zeit belegt.

Das zeittreue Testverfahren läßt sich an die tatsächlichen Mindestwert-Verteilungsfunktionen $P\,(> h)$ der Belegungsdauern sehr gut anpassen. Die einzelnen Belegungsdauern h werden nach dem Verfahren (8) aus Zufallszahlen z ermittelt:

$$P\,(> h) = \frac{z}{Z} \tag{13}$$

Für verschiedene Arten von Rufen oder für verschiedene Geräte als gerufene Teilnehmer können verschiedene Verteilungen der Belegungsdauern nachgebildet werden [1].

3. Nachbildung der Koppelanordnung

3.1. Wegestruktur und Wegesuche

Im allgemeinen Fall werden die Abnehmerleitungen über *mehrstufige Koppelanordnungen* abgesucht. Die einzelnen Stufen der Koppelanordnung sind in *Koppelvielfache* aufgeteilt. Jedes Koppelvielfach ermöglicht die Verbindung zwischen einer seiner freien Eingangsleitungen und einer seiner freien Abnehmerleitungen unabhängig von der Zahl und der Anordnung bereits durchgeschalteter

Verbindungen. Sogenannte Zwischenleitungen bilden die Verbindungswege zwischen den Koppelvielfachen einer Stufe und den Koppelvielfachen der nachfolgenden Stufe. Angenommen, über die Koppelanordnung soll eine Durchschaltung zwischen einer bestimmten Zubringerleitung und einer Abnehmerleitung, die in eine bestimmte Richtung führt, vermittelt werden. Dann muß hinter dem Koppelvielfach der Zubringerleitung eine freie Zwischenleitung vorhanden sein, die auf ein Koppelvielfach der nachfolgenden Stufe führt. Von diesem Koppelvielfach muß eine freie Zwischenleitung zur wiederum nächsten Stufe vorhanden sein und so fort bis zu einem Koppelvielfach der letzten Stufe, von dem eine freie Abnehmerleitung in die gewünschte Richtung führt.

Eine gegebene logische Wegestruktur einer Koppelanordnung kann stets in der folgenden Weise in einem Ziffernrechenautomaten nachgebildet werden. Jeder Zwischenleitung und jeder Abnehmerleitung wird eine adressierbare Speicherzelle zugeordnet. Diese Speicherzellen sind zur Aufnahme von verschiedenen Informationen bestimmt. Aus einer Eintragung geht hervor, ob die betreffende Leitung frei oder belegt ist. Im Falle einer Belegung wird mit einer variablen Adresse festgehalten, über welche Zwischenleitung aus der davorliegenden Stufe die betreffende Belegung weiterführt. Ein Endebefehl, der bei einem Endeereignis auftritt und für eine Abnehmerleitung gilt, kann dann durch schrittweise Rückwärtsverfolgung ausgeführt werden, indem ein Freikriterium in die über die Adressen gefundenen Zellen eingeschrieben wird. Bei Zufallsverkehr 2. Art mit endlicher Quellenzahl kann in Verbindung mit der Freischaltung von Leitungen auch leicht die erforderliche Angebotserhöhung durchgeführt werden, wenn in den Zellen der Zwischenleitungen hinter der ersten Stufe die zugehörigen Teilgruppen eingetragen sind. Für den Suchvorgang schließlich enthält jede Zelle einer Zwischenleitung eine Adresse für das nachfolgende Koppelvielfach und jede Zelle einer Abnehmerleitung eine Angabe über ihre zugeordnete Richtung. Neben den Zellen für die einzelnen Leitungen sind weitere Zellen für jedes Koppelvielfach vorhanden, in denen in Form einer Liste die Adressen der weiterführenden Leitungen eingetragen sind. Eine solche Liste entspricht den Suchstellungen eines Koppelvielfachs.

Vor Beginn einer Verkehrssimulation wird der Umfang der zu untersuchenden Koppelanordnung durch die Bereitstellung der erforderlichen Speicherzellen für die Leitungen und Koppelvielfache festgelegt. Die Anordnung der Leitungen (Verdrahtung) wird dadurch bestimmt, daß in die Listen der Koppelvielfache die Adressen der weiterführenden Leitungen, in die Zellen der Zwischenleitungen die Adressen der nachfolgenden Koppelvielfache und in die Zellen der Abnehmerleitungen die zugeordneten Richtungen eingetragen werden. Während einer Verkehrssimulation ändern sich in den Zellen der Leitungen lediglich die Angabe über den Zustand *frei* oder *belegt* sowie die Adresse der Zwischenleitung, über die die betreffende Leitung belegt wird. Bei Zufallsverkehr 2. Art ändert sich auch die Notierung der Teilgruppe, aus der ein Ruf gekommen ist.

Für die Wegesuche kann der folgende Algorithmus verwendet werden. Durch einen einfallenden Ruf steht ein bestimmtes Koppelvielfach der ersten Stufe und damit auch eine Liste der Adressen von weiterführenden Leitungen fest. Die Zellen dieser Leitungen werden der Reihe nach auf das Freikriterium abgesucht. Wird eine freie Leitung vorgefunden, so steht mit der vorgefundenen Adresse

das nächste Koppelvielfach fest, aus dessen zugeordneter Liste die Adressen der weiterführenden Leitungen der nächsten Stufe folgen. Diese Leitungen werden ihrerseits abgesucht und so fort. Stellt sich heraus, daß alle Leitungen eines Koppelvielfaches belegt sind, kann die nächste noch nicht untersuchte freie Zwischenleitung der davorliegenden Stufe gewählt werden. Bringen sämtliche Zwischenleitungen dieser Stufe keinen Erfolg, so müßte um eine weitere Stufe zurückgegangen werden und so fort. Auf diese Weise können sämtliche Möglichkeiten für die Vermittlung der gewünschten Verbindung systematisch durchgespielt werden. Wenn dabei ein freier durchgehender Weg gefunden wird, erhalten die Zellen der benutzten Leitungen ein Besetztkriterium und die Adresse der jeweils davorliegenden mitbenutzten Zwischenleitung.

In vielen Fällen führen symmetrische Wegestrukturen zu einer Vereinfachung des allgemeinen Nachbildungsverfahrens. Es wird an Speicherplatz gespart, da die Zuordnung der einzelnen Leitungen rechnerisch erfolgen kann. Diese Vereinfachungen, die sich von Fall zu Fall ergeben, sind eine Frage der geschickten Programmierung.

3.2. Wartespeicher und Abfertigungsdisziplin

Ein Ruf kommt an. Er prüft alle Leitungen, die er bei dem augenblicklichen Muster bereits bestehender Verbindungen erreichen kann. Sind alle erreichbaren Leitungen belegt, dann geht der Ruf im Verlustsystem verloren. Im Wartesystem belegt er einen freien Warteplatz des Wartespeichers.

Eine Leitung (oder ein gerufener Teilnehmer, ein Gerät) wird belegt, indem in der zugeordneten Speicherzelle das Kriterium *belegt* eingeschrieben wird. Das

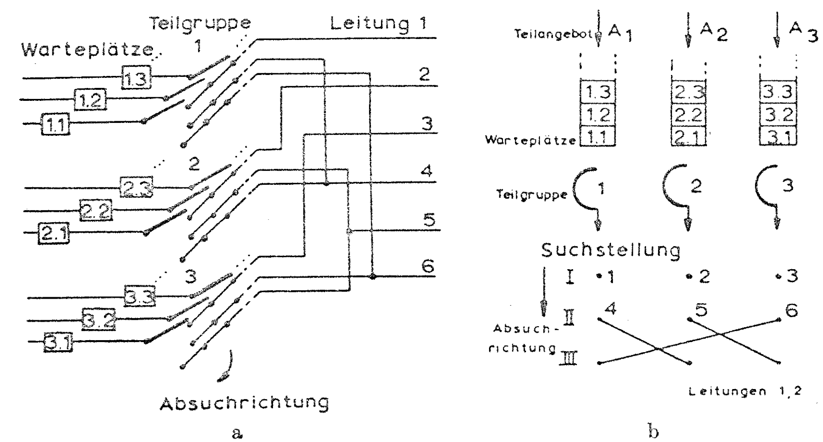

Abb. 31. Beispiel für eine Vermittlungseinrichtung. a) Warteplätze, Wählerstufe und nachfolgende Mischung, b) schematische Darstellung im Mischplan

geschieht beim zeittreuen Testverfahren dadurch, daß der Zeitpunkt T eingetragen wird, zu dem die Leitung wieder frei wird. Die Variable ZEIT hat einen bestimmten Wert. Zeigt die innere Uhr den Zeitpunkt ZEIT an, dann sind die Leitungen frei, deren Endezeitpunkte T vor ZEIT liegen.

Abb. 31 zeigt eine Vermittlungseinrichtung. Die Rufe kommen in $g = 3$ Teilgruppen an. Die Teilgruppe r hat einen Wartespeicher mit den Warteplätzen $r.1, r.2, \ldots$ Von jedem Warteplatz aus kann ein Ruf über einen eigenen Wähler mit 3 Suchstellungen 3 der insgesamt 6 Leitungen auf frei oder belegt prüfen. Die Wähler beginnen jedesmal mit Suchstellung 1. Die Anschaltung der Leitungen an die Suchstellungen der Teilgruppen heißt Mischung; sie ist schematisch im Mischplan festgehalten. In der Teilgruppe 2 werden nacheinander zuerst die individuelle Leitung 2, dann die Leitung 5, die auch von der Teilgruppe 3 aus erreichbar ist, und schließlich die Leitung 4, die auch von der Teilgruppe 1 aus erreichbar ist, auf frei oder belegt geprüft. So ergibt sich aus dem Mischplan die Wegesuchvorschrift.

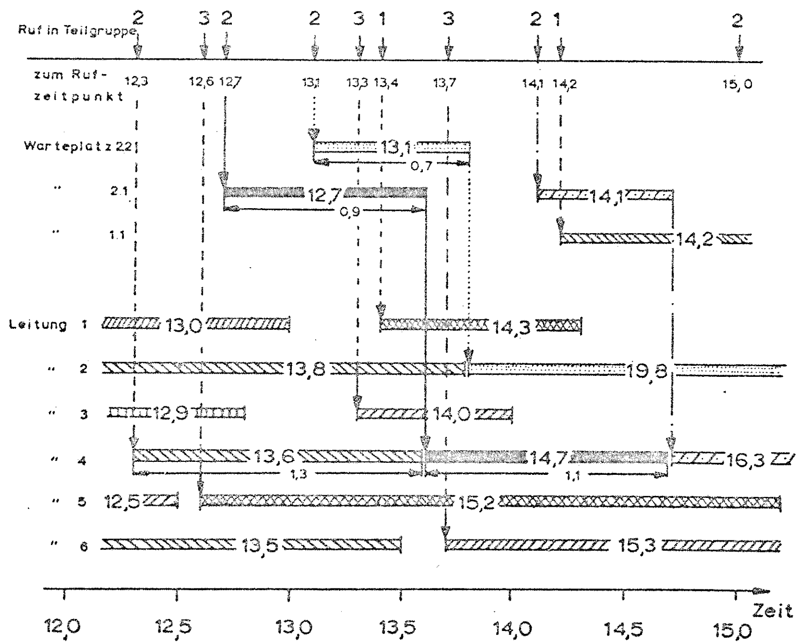

Abb. 32. Beispiel für einen zufälligen zeitlichen Ablauf der Rufe und Belegungen

Nun soll für dieses Beispiel einer Vermittlungseinrichtung ein Beispiel (Abb. 32) für einen zufälligen zeitlichen Ablauf der Rufe und Belegungen betrachtet werden. In der Teilgruppe 2 kommt zur Zeit $t = 12{,}3$ ein Ruf an. Weil die erreichbaren Leitungen 2 und 5 belegt sind, belegt der neue Ruf die Leitung 4. Ist seine Belegungsdauer $h = 1{,}3$, dann wird in die Speicherzelle der Leitung 4 der Endezeitpunkt

$$T = t + h \tag{14}$$

eingetragen. Im Beispiel ist der Endezeitpunkt $T = 13{,}6$.

Ein wartender Ruf belegt einen Warteplatz, indem in einer zugeordneten Speicherzelle der Ankunftszeitpunkt t des Rufs vermerkt wird. In der Teilgruppe 2 kommt zur Zeit 13,1 ein Ruf an (Abb. 32). Weil alle erreichbaren Leitungen 2, 5 und 4 und der Warteplatz 2.1 belegt sind, belegt der Ruf den Warteplatz 2.2. In die Speicherzelle des Warteplatzes 2.2 wird der Ankunftszeitpunkt 13,1 eingetragen.

Endet zur Zeit T' eine Belegung auf einer erreichbaren Leitung, dann muß entschieden werden, welcher der im Wartespeicher wartenden Rufe die Leitung belegen darf. Die Auswahlregel heißt *Abfertigungsdisziplin*. Zur Zeit $T' = 13{,}6$ wird die Leitung 4 frei. Sie ist von den Warteplätzen der Teilgruppen 1 und 2 aus erreichbar. In der Teilgruppe 2 warten 2 Rufe. Derjenige Ruf, der bereits länger wartet, darf die Leitung belegen. Die wartenden Rufe werden in der Reihenfolge ihrer Ankunft abgefertigt: *Ankunftsreihenfolge* (*first come — first served*). Die Wartedauer w des ausgewählten Rufes, der zum Zeitpunkt $t = 12{,}7$ eingetroffen ist, ist

$$w = T' - t. \tag{15}$$

Im Beispiel ist die Wartedauer $w = 0{,}9$.

Die Ankunftsreihenfolge strikt einzuhalten, erfordert großen technischen Aufwand. Viele Vermittlungseinrichtungen sind so aufgebaut, daß zufallsmäßig einer der wartenden Rufe ausgewählt wird. Es gibt viele andere Abfertigungsdisziplinen, von denen drei genannt werden:

1. Einer der Teilgruppen-Wartespeicher wird zufallsmäßig ausgewählt.
2. Die Teilgruppen-Wartespeicher werden immer zyklisch nacheinander abgefragt, ob Rufe warten.
3. Die wartenden Rufe haben verschiedene Prioritäten.

Die verschiedenartigsten Abfertigungsdisziplinen lassen sich mit dem zeittreuen Testverfahren simulieren. Eine Auswahl nach der Zahl der in einem Teilgruppen-Wartespeicher wartenden Rufe ist auch beim Verfahren mit Ruf- und Endezahlen möglich. Eine Auswahl nach den Ankunftszeiten kann nur mit dem zeittreuen Testverfahren nachgebildet werden.

4. Messungen

4.1. Verlust- und Wartewahrscheinlichkeit

Die Verkehrsgüte einer Vermittlungseinrichtung wird durch die Wahrscheinlichkeit, daß ein einfallender Ruf verloren geht (*Verlustwahrscheinlichkeit*) oder warten muß (*Wartewahrscheinlichkeit*), gegeben. Schätzwerte für die Wahrscheinlichkeiten sollen im Test ermittelt werden. Die während des Tests angebotenen Rufe werden gezählt. Ebenso werden die Rufe gezählt, die nicht sogleich durchgeschaltet werden können, weil keine geeigneten freien Leitungen vorhanden sind. Der Quotient

$$\frac{\text{Zahl der Verlustrufe}}{\text{Zahl der angebotenen Rufe}} \tag{16}$$

ist die *relative Verlusthäufigkeit*. Nimmt die Zahl der Ereignisse (angebotene Rufe und Verlustrufe) zu, dann wird die relative Verlusthäufigkeit ein besserer Schätzwert für die Verlustwahrscheinlichkeit. Der Quotient

$$\frac{\text{Zahl der Rufe, die warten müssen}}{\text{Zahl der angebotenen Rufe}} \tag{17}$$

ist ein Schätzwert für die *Wartewahrscheinlichkeit*. Die Häufigkeiten können für die gesamte Koppelanordnung oder aufgeschlüsselt nach einzelnen Teilgruppen oder einzelnen Richtungen des abgehenden Verkehrs ermittelt werden.

4.2. Verteilung in einem Bündel

Unter der Verteilung in einem Bündel von n Leitungen werden die Wahrscheinlichkeiten verstanden, daß $x = 0, 1, 2, \ldots$ oder n Leitungen gleichzeitig belegt sind. Eine solche Verteilung kann durch Stichproben ermittelt werden, indem jeweils das Vorfinden eines bestimmten Zustandes x in einer zugeordneten Zählzelle gezählt wird. Am Ende einer Verkehrssimulation werden sämtliche Zählerstände durch die Gesamtzahl der Stichproben dividiert. Damit stehen die relativen Häufigkeiten für das Auftreten der einzelnen Zustände fest.

4.3. Überlaufverkehr

Abgewiesene Verlustrufe bilden einen Überlaufverkehr, der andere statistische Eigenschaften als reiner Zufallsverkehr aufweist. Dies beruht auf einem Häufungseffekt, d. h. der Überlaufverkehr ist nur in den Zeitabschnitten besonders ausgeprägt, in denen das vorgeordnete Vermittlungssystem blockiert ist. Zur Beschreibung von Überlaufverkehr kann neben dem ersten Moment, dem *Mittelwert* R, auch noch das zweite Moment, die *Varianz* V, herangezogen werden. Anstelle der Varianz wird häufig der *Streuwert* $D = V - R$ benutzt. Das Wertepaar (R, D) kann gemessen werden, wenn der Überlaufverkehr auf ein Überlaufbündel geleitet wird, auf dem die Überlaufrufe wie normale Belegungen behandelt werden. Die Zahl der Überlaufleitungen soll nicht allzu groß sein, da diese zusätzlichen Leitungen als Abnehmerleitungen aufgefaßt werden und Endebefehle erhalten. Theoretisch müßte zwar das Abnehmerbündel unendlich groß sein, um auch im ungünstigsten Fall alle anfallenden Überlaufrufe aufnehmen zu können; da aber die Wahrscheinlichkeiten für hohe Zahlen gleichzeitiger Überlaufbelegungen sehr schnell abnehmen, genügt in der Praxis ein endliches Überlaufbündel. Der Mittelwert R des Überlaufverkehrs kann als die mittlere Zahl x_m gleichzeitig belegter Leitungen sehr leicht gemessen werden, indem die stichprobenweise angetroffenen momentanen Gleichzeitigkeitszahlen x_i aufaddiert und bei Testende durch die Zahl c_s der Stichproben dividiert werden.

$$R = x_m = \frac{\sum_{i=1}^{c_s} x_i}{c_s}. \tag{18}$$

Für den Streuwert gilt die Definition

$$D = V - R = \frac{\sum_{i=1}^{c_s} (x_i - x_m)^2}{c_s} - x_m. \tag{19}$$

Durch Umformung folgt

$$D = \frac{\sum_{i=1}^{c_s} (x_i)^2}{c_s} - R^2 - R. \tag{20}$$

Danach müssen die stichprobenweise angetroffenen momentanen Gleichzeitigkeitszahlen x_i in quadrierter Form aufaddiert werden, so daß am Ende einer Verkehrssimulation über (20) auch der Streuwert D feststeht.

4.4. Mittlere Wartezeit und Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten

In einem Wartesystem hängt die Verkehrsgüte nicht nur von der Wartewahrscheinlichkeit ab. Wenn die Zahl der Rufe, die warten müssen, relativ hoch ist, zugleich aber alle Wartezeiten außerordentlich kurz sind, dann kann die Verkehrsgüte bereits den Forderungen der Teilnehmer genügen. Maßgebend sind die Wartedauern; gesucht ist deshalb die Wahrscheinlichkeit $W\,(> \tau)$, daß ein Ruf, der warten muß, länger als das τ-fache der mittleren Belegungsdauer warten muß. Der Mittelwert der Wahrscheinlichkeitsverteilung $W\,(> \tau)$ ist die mittlere Wartezeit τ_W der wartenden Rufe, bezogen auf die mittlere Belegungsdauer t_m.

Beim *zeittreuen Testverfahren* bestimmt man die mittlere Wartezeit der Rufe, die warten müssen, durch

$$\frac{\text{Summe aller Wartedauern}}{\text{Zahl der Rufe, die warten müssen}} \tag{21}$$

Der Quotient ist der Durchschnittswert im Test und ein Schätzwert für den gesuchten *Erwartungswert* τ_W der *Wartedauer* w. Auf gleiche Weise kann man die auf den Ursprung bezogenen Momente höherer Ordnung der Verteilung der Wartezeiten bestimmen.

Beim *Verfahren mit Ruf- und Endezahlen* ermittelt man einen Schätzwert für die Wartebelastung, das ist die mittlere Zahl gleichzeitig wartender Rufe. Man stellt zu Stichprobenzeitpunkten, die vom Belegungszustand der Koppelanordnung unabhängig sein müssen, fest, wieviele Rufe im Wartespeicher warten. Der Quotient

$$\frac{\text{Summe aller bei Stichproben im Wartespeicher angetroffenen Rufe}}{\text{Zahl der Stichproben}} \tag{22}$$

ist ein Schätzwert für die *Wartebelastung* Ω. In einer mittleren Belegungsdauer t_m kommen im Mittel A Rufe an, wenn A das Angebot ist. Davon müssen $W \cdot A$ Rufe warten; W ist die *Wartewahrscheinlichkeit*. Während der mittleren bezogenen Wartezeit τ_W beenden einerseits im Mittel Ω wartende Rufe ihre Wartezeit und beginnen andererseits $W \cdot A \cdot \tau_W$ Rufe zu warten. Bei stationärem Verkehr ist damit

$$\Omega = W \cdot A \cdot \tau_W \tag{23}$$

Deshalb ist der Quotient

$$\frac{\{\text{Schätzwert der Wartebelastung nach (22)}\}}{\{\text{Schätzwert der Wartewahrsch. nach (17)}\} \cdot \{\text{Angebot}\}} \tag{24}$$

ein Schätzwert für die mittlere Wartezeit τ_W der wartenden Rufe, bezogen auf die mittlere Belegungsdauer t_m.

Einzelne Werte der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Wartezeiten können nur beim *zeittreuen Testverfahren* ermittelt werden. Die Wahrscheinlichkeit $W\ (> \tau)$ bestimmt man für die vorgegebenen Werte τ der Wartedauer. Der Schätzwert ist

$$\frac{\text{Zahl der Rufe, die länger als das } \tau\text{-fache von } t_m \text{ warten}}{\text{Zahl der Rufe, die warten müssen}} \tag{25}$$

4.5. Angebot

Die Definitionsgleichung für das Angebot A lautet, wenn c_A die mittlere Zahl angebotener Rufe in der Zeiteinheit ist,

$$A = c_A \cdot t_m \tag{26}$$

Im Abschnitt 2 wurde besprochen, wie ein vorgeschriebenes Angebot A eingestellt wird. Die gegebenen Werte A_r bestimmen die Einteilung der Rufzahlen- und Endzahlenabschnitte (*Verfahren mit Ruf- und Endezahlen*) oder sie legen die Ermittlung der Anrufabstände fest (*zeittreues Testverfahren*). Das tatsächliche Angebot im Test muß kontrolliert werden, weil der angebotene Verkehr statistisch um seinen Mittelwert schwankt und erst bei unbegrenzt langem Test dem vorgeschriebenen theoretischen Angebot A gleich ist.

Beim *zeittreuen Testverfahren* zeigt die Variable ZEIT als innere Uhr die Dauer des Tests an. Sie geht in den Wert für das tatsächliche Angebot der Teilgruppe r im Test ein. Man sucht Schätzwerte für die beiden Faktoren in (26):

$$A_{Test,r} = \frac{\left\{\begin{array}{l}\text{Zahl der angebotenen Rufe}\\ \text{in der Teilgruppe } r \text{ während}\\ \text{des Tests}\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{l}\text{Dauer des Tests, von der}\\ \text{inneren Uhr angezeigt}\end{array}\right\}} \cdot \frac{\left\{\begin{array}{l}\text{Summe aller Belegungs-}\\ \text{dauern in der Teilgruppe } r\end{array}\right\}}{\left\{\begin{array}{l}\text{Zahl der Belegungen in}\\ \text{der Teilgruppe } r\end{array}\right\}} \tag{27}$$

Beim *Verfahren mit Ruf- und Endezahlen* zählt man die Endeereignisse auf allen Abnehmerleitungen. Das Angebot ist nach (5) durch den Quotienten aus Rufwahrscheinlichkeit für die einzelne Teilgruppe und Endewahrscheinlichkeit, die für eine Belegung auf einer einzelnen Leitung gilt, bestimmt. Das tatsächliche Angebot der Teilgruppe r im Test ist dann der Quotient der absoluten Häufigkeiten der Rufe und aller Endeereignisse.

$$A_{Test,r} = \frac{\left\{\begin{array}{l}\text{Zahl der angebotenen Rufe in der Teilgruppe } r\\ \text{während des Tests}\end{array}\right\}}{\left\{\dfrac{\text{Zahl aller Endebefehle auf allen Abnehmerleitungen im Test}}{\text{Zahl aller Abnehmerleitungen}}\right\}} \tag{28}$$

Diese Angebotskontrolle gilt für Zufallsverkehr 1. oder 2. Art.

5. Flußdiagramm

5.1. Eigentliche Verkehrssimulation (Ruf- und Endezahlen)

In Abb. 33 ist der Ablauf der eigentlichen Verkehrssimulation für das Verfahren mit Ruf- und Endezahlen in Form eines stark vereinfachten Flußdiagramms zusammengefaßt. Das Beispiel gilt für ein Verlustsystem. Im Ereignis-

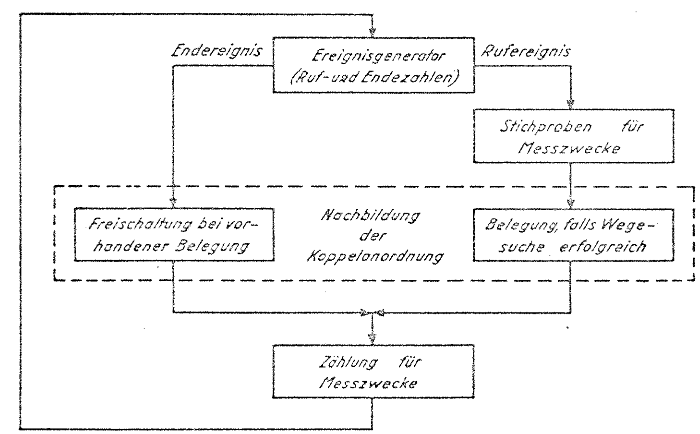

Abb. 33. Eigentliche Verkehrssimulation beim Verfahren mit Ruf- und Endezahlen für ein Verlustsystem

generator entstehen über Ruf- und Endezahlen die Ruf- und Endeereignisse (siehe 2.1). Im Fall eines Rufes steht bei Richtungswahl neben der Teilgruppe auch eine bestimmte Richtung fest. In der nachgebildeten Koppelanordnung wird ein freier Weg gesucht und bei Erfolg belegt (siehe 3.1). Umgekehrt wird in der nachgebildeten Koppelanordnung bei einem Endeereignis bezüglich einer bestimmten Abnehmerleitung eine Freischaltung vorgenommen, sofern die betreffende Leitung nicht schon frei angetroffen wird. Vor der Erzeugung eines neuen Ereignisses können die gewünschten Zählaufgaben ausgeführt werden (siehe 4). Für manche Messungen sind Stichproben erforderlich, die beispielsweise nach [8] unmittelbar vor der Ausführung eines Rufereignisses entnommen werden können.

5.2. Eigentliche Verkehrssimulation (zeittreues Verfahren)

Das Prinzipflußdiagramm (Abb. 34) soll anhand von Beispielen aus dem Verkehrsablauf (Abb. 32) besprochen werden. Zuerst wird der nächste Anrufzeitpunkt ermittelt. Zur Zeit 12,6 trifft ein Ruf in der Teilgruppe 3 ein. Damit kann die innere Uhr ZEIT vom letzten Anrufzeitpunkt 12,3 auf den neuen Anrufzeitpunkt 12,6 vorrücken. Das Belegungsende zum Zeitpunkt 12,5 auf Leitung 5 braucht nicht behandelt zu werden: die eingetragene Zeit 12,5 kennzeichnet die Leitung jetzt als frei, das Belegungsende zieht keine weiteren Veränderungen

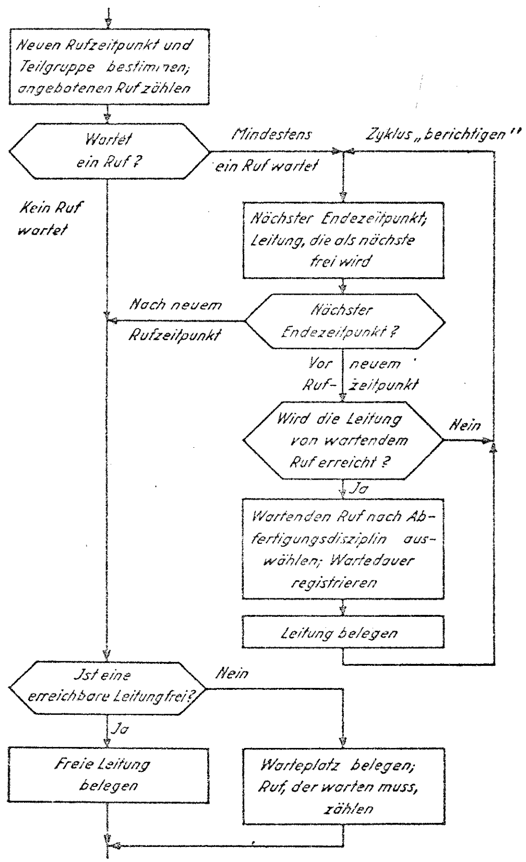

Abb. 34. Eigentliche Verkehrssimulation mit dem zeittreuen Testverfahren für ein Wartesystem

nach sich, weil zur Zeit 12,3 keine Rufe warten. Der Ruf in der Teilgruppe 3 prüft der Reihe nach die Leitungen 3, 6 und 5. Die Leitung 5 ist die erste freie Leitung. Sie wird belegt. Die neue Belegungsdauer 2,6 (vgl. 2.2 b) ergibt den neuen Endezeitpunkt 15,2. Damit wurde das Flußdiagramm (Abb. 34) längs

des linken senkrechten Pfades durchlaufen. Das Programm bestimmt einen neuen Rufzeitpunkt.

In einem zweiten Beispiel soll der Zyklus „Berichtigen" erläutert werden. Die innere Uhr zeigt ZEIT = 13,4 an. Das Programm ermittelt den neuen Anrufzeitpunkt 13,7. Zum Zeitpunkt 13,4 warten 2 Rufe im Wartespeicher. Die innere Uhr darf daher nicht vom Anrufzeitpunkt 13,4 auf 13,7 vorgerückt werden, sondern nur bis zum nächsten Endezeitpunkt 13,5 (vgl. Abb. 32). Zu diesem Zeitpunkt wird die Leitung 6 frei. Die 2 wartenden Rufe in der Teilgruppe 2 erreichen Leitung 6 nicht. Damit ist der Zyklus „Berichtigen" (vgl. Abb. 34) einmal in der kleinen Schleife durchlaufen. Die innere Uhr rückt jetzt zum nächsten Endezeitpunkt 13,6 vor. Die freiwerdende Leitung 4 kann von der Teilgruppe 2 aus erreicht werden. Unter den wartenden Rufen wird der ausgewählt, der bereits am längsten wartet (Abfertigungsdisziplin). Seine Wartedauer 0,9 wird registriert. Mit der neuen Belegungsdauer 1,1 belegt er die Leitung 4; der neue Endezeitpunkt ist 14,7. Damit ist der Zyklus „Berichtigen" zum zweiten Male durchlaufen, dieses Mal in der großen Schleife. Der nächste Endezeitpunkt liegt nicht mehr vor dem neuen Anrufzeitpunkt 13,7. Die innere Uhr rückt auf ZEIT = 13,7 vor, der Zyklus „Berichtigen" wird verlassen.

Der Zyklus „Berichtigen" erspart das zeitraubende Einschachteln der Endezeitpunkte in die in 2.2a besprochene Folgeliste der Anrufzeitpunkte. Wartet kein Ruf, dann bewirken Endezeitpunkte nur, daß die Leitung frei wird. Wartet mindestens ein Ruf, dann muß die innere Uhr von Endezeitpunkt zu Endezeitpunkt voranschreiten. So werden alle Veränderungen vorgenommen, bis der Zustand auf den Stand beim neuen Rufzeitpunkt berichtigt wurde.

Die Zahl der Warteplätze ist im Programm stets endlich, es können Verlustrufe auftreten. Um ein Wartesystem nachzubilden, muß die Zahl der Warteplätze so groß sein, daß während des ganzen Tests kein Verlustruf vorkommt.

5.3. Rahmenprogramm

Sowohl bei der zeittreuen Methode als auch beim Verfahren mit Ruf- und Endezahlen muß die eigentliche Verkehrssimulation in ein Rahmenprogramm eingebettet werden, für das ein vereinfachtes Flußdiagramm in Abb. 35 gezeigt wird. Nach dem Einlesen der Wegestruktur der zu untersuchenden Koppelanordnung und der Festlegung des Ereignisgenerators wird ein Nullzustand hergestellt, in dem sämtliche Leitungen frei und alle Zählzellen leer sind. In einem Vorlauf werden so lange Ruf- und Endeereignisse ausgeführt, bis der Verkehr in der Koppelanordnung

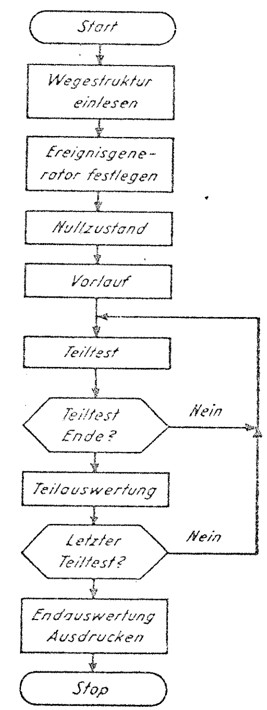

Abb. 35. Rahmenprogramm

einen eingeschwungenen Zustand erreicht hat. Beispielsweise wird die Zahl der Vorlaufrufe gleich dem 10- bis 20-fachen Wert des Gesamtangebots gewählt[1].

Alle gemessenen Werte einer Verkehrssimulation stellen statistische Größen dar. Um eine Aussage über die Genauigkeit der bei endlicher Testlänge erhaltenen Meßwerte machen zu können, kann wie folgt verfahren werden. Die Verkehrssimulation wird in *Teiltests* unterteilt mit jeweils der gleichen Zahl an Rufereignissen. Es wird näherungsweise angenommen, daß die Zwischenergebnisse der Teiltests normal verteilt und voneinander unabhängig sind. Dann kann mit Hilfe der *Student-Verteilung* [6] zu dem Mittelwert aus den Zwischenergebnissen auch ein Vertrauensintervall für eine vorgegebene Aussagesicherheit berechnet werden. Das *Vertrauensintervall* überdeckt mit der Aussagesicherheit den wahren Mittelwert. Das Rahmenprogramm sorgt dafür, daß eine Reihe von Teiltests, beispielsweise 10 oder 20, mit anschließender Teilauswertung ausgeführt werden. An den letzten Teiltest schließt sich die Endauswertung mit Ergebnisausdruck an. Das Rahmenprogramm kann so ausgelegt werden, daß nur so viele Teiltests ausgeführt werden, bis das Vertrauensintervall einer entscheidenden Meßgröße einen vorgegebenen Wert unterschreitet.

6. Spezielle Anordnungen

6.1. Mischungen

Abb. 31 zeigt eine ganz einfache Mischung. In Fernsprechvermittlungsstellen (Gruppenwahlstufe in Ortsvermittlungsstellen u. a.) werden große Mischungen eingebaut, z. B. mit 10 Suchstellungen und $n = 110$ Leitungen. Wähler, die

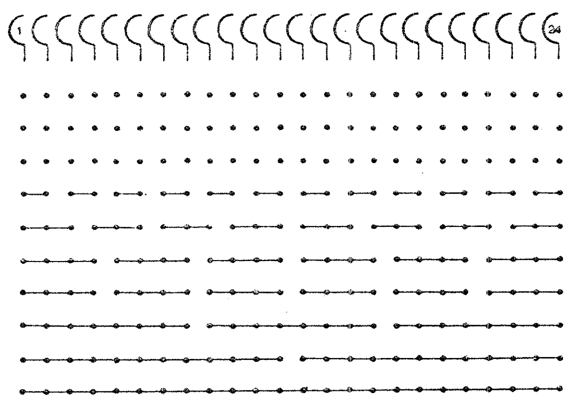

Abb. 36a. O'Dell-Mischung

110 Suchstellungen hätten, wären sehr teuer. Man braucht kaum mehr Leitungen, um die gleiche geringe geforderte Verlustwahrscheinlichkeit mit Wählern mit nur 10 Suchstellungen zu erreichen. Je nach Ausführung der Mischung beein-

[1] Vgl. hierzu auch [13].

flussen sich die Teilgruppen unterschiedlich stark. Man wünscht für gegebene Zahl von Suchstellungen und Leitungen die günstigste Struktur der Mischung zu bestimmen. Der Fernsprechverkehr läßt sich in guter Näherung als Zufalls-

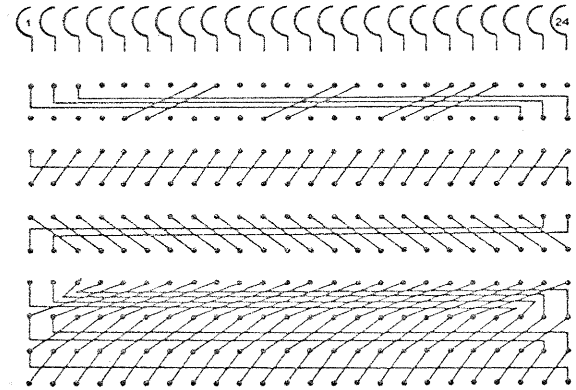

Abb. 36b. Vereinfachte Normmischung

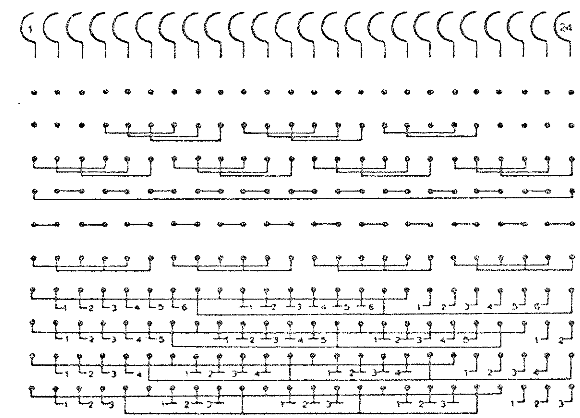

Abb. 36c. Mischung mit Staffeln und Übergreifen

verkehr 1. Art behandeln. Um die Verlustwahrscheinlichkeit zu berechnen, müßte ein lineares Gleichungssystem mit 2^n Unbekannten aufgelöst werden. Das ist etwa bis zu Leitungszahlen $n = 14$ möglich. Für $n = 110$ wird die Zahl der Unbekannten sehr groß. Es wurden daher drei Mischungstypen mit dem Testverfahren mit Ruf- und Endezahlen untersucht. Die *O'Dell-Mischung* (Abb. 36a), die vereinfachte Normmischung (Abb. 36b) und die Mischung mit Staffeln und Übergreifen (Abb. 36c) werden in Vermittlungsstellen europäischer Fernmeldeverwaltungen eingebaut. Die Verkehrsgüte soll hoch, also die Verlustwahrscheinlichkeit klein sein. Die Mischung soll einfach aufzubauen sein; sie soll erweitert werden können. Als Optimum zwischen diesen Forderungen wurde die vereinfachte Normmischung entworfen. Die Planungsunterlagen beruhen auf den Ergebnissen von Tests. Abb. 37 zeigt die Verlustwahrscheinlichkeit B in Abhängigkeit vom

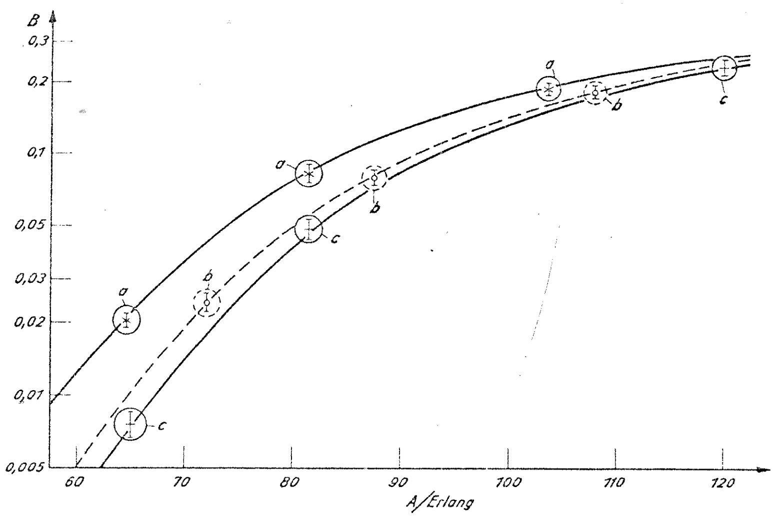

Abb. 37. Verlustwahrscheinlichkeit als Testergebnis mit Vertrauensintervall für drei Mischungen mit 110 Leitungen und 10 Suchstellungen. *a* O'Dell-Mischung, *b* vereinfachte Normmischung, *c* Mischung mit Staffeln und Übergreifen

Angebot A. Die eingezeichneten Kurven geben eine theoretische Näherung an. Geht man von einer mittleren Belegungsdauer von $t_m = 2$ min aus, dann sind die Testergebnisse mit dem Verfahren mit Ruf- und Endezahlen in einer Zeitraffung im Verhältnis 1 : 100 bis 1 : 200 gefunden worden. Die Tests sind mit einem ALGOL-Programm auf dem Ziffernrechenautomaten TR 4 (*Telefunken*) durchgeführt worden.

6.2. Gemischter Extern- und Internverkehr

Von großer Bedeutung in modernen Vermittlungssystemen sind Koppelanordnungen, die sowohl Extern- als auch Internverkehr verarbeiten (z. B. Wählsternschalter und wechselseitig betriebene Teilnehmer- und Gruppenwahlstufen im Fernsprechvermittlungssystem). Zum *Externverkehr* tragen diejenigen Verbindungen bei, die von einem Teilnehmer über genau eine Abnehmerleitung zu einem nachfolgenden Verbindungssatz führen, ohne in die gleiche Koppelanordnung zurückzukehren. Beim *Internverkehr* benötigt jede Verbindung zwei Abnehmerleitungen. Es werden hierbei zwei Teilnehmer der gleichen Koppelanordnung verbunden, wobei die eine Abnehmerleitung zu einem Verbindungssatz führt, der seinerseits auf die andere Abnehmerleitung durchgeschaltet werden kann. Gemischter Extern- und Internverkehr beeinflußt die Verteilung gleichzeitig belegter Leitungen auf dem Abnehmerbündel in der Weise, daß mit zu-

nehmendem Anteil an Internverkehr die Wahrscheinlichkeiten $p(x)$, eine gerade Anzahl x von Leitungen belegt vorzufinden, besonders ausgeprägt sind. Ein Beispiel für eine derartige getestete Verteilung zeigt Abb. 38 für eine spezielle

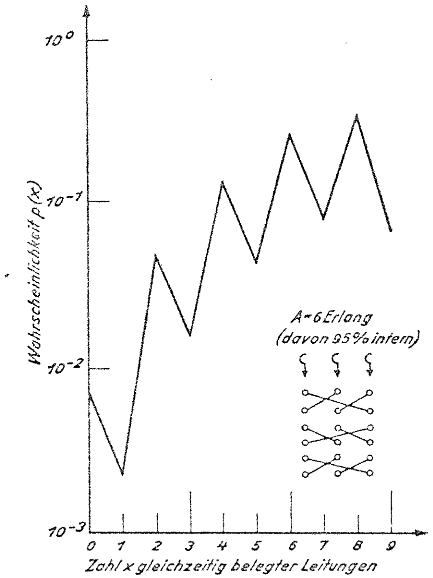

Abb. 38. Getestete Verteilung bei gemischtem Extern-Internverkehr

Mischung mit $n = 9$ Abnehmerleitungen, die von $g = 3$ Teilgruppen mit je 6 Suchstellungen abgesucht werden. Das Gesamtangebot beträgt 6 Erlang und der Anteil des Internangebots hiervon 95%. Das Simulationsprogramm dieses Beispiels wurde in der Maschinensprache für den Ziffernrechenautomaten ER 56 (*Standard Elektrik Lorenz*) abgefaßt. Die erzielte Zeitraffung betrug 1 : 320. Durch diese Art von Verkehrstests konnten Verfahren bestätigt werden, die es gestatten, über theoretisch ermittelte Verteilungen die Verlustwahrscheinlichkeiten, aufgeteilt nach der Verkehrsart, zu berechnen [2].

6.3. Ein Wartezeitproblem

In einem Wartesystem mit nur *einer* Leitung gilt für die mittlere Wartezeit τ_W^*, bezogen auf *alle* Rufe, die Pollaczek-Khintchine-Formel [11, 17], wenn dem Wartesystem ein Poisson-Rufprozeß angeboten wird. Die Belegungsdauern sind voneinander unabhängig und folgen einer beliebigen Verteilung. Der Erwartungswert der Belegungsdauern ist $t_m = 1$, ihre Varianz σ^2; das Angebot ist A.

$$\tau_W^* = \frac{A}{2 \cdot (1 - A)} \cdot (1 + \sigma^2) \tag{29}$$

Mit der mittleren Wartezeit $\tau^*_{W,c}$ aller Rufe bei konstanter Belegungsdauer und der mittleren Wartezeit $\tau^*_{W,e}$ aller Rufe bei negativ exponentieller Verteilung der Belegungsdauern ergibt sich

$$\tau^*_W = (1 - \sigma^2) \cdot \tau^*_{W,c} + \sigma^2 \cdot \tau^*_{W,e}. \qquad (30)$$

Björklund und Elldin [1] dehnen den Anwendungsbereich heuristisch auf ein Bündel von $n > 1$ vollkommen erreichbarer Leitungen aus. Für beliebige Werte n können $\tau^*_{W,c}$ und $\tau^*_{W,e}$ exakt berechnet werden [11]. Die lineare Abhängigkeit der mittleren Wartezeit aller Rufe τ^*_W von der Varianz σ^2 der Belegungsdauern läßt sich nur durch Tests prüfen. In Abb. 39 sind die in Tests gefundenen Werte

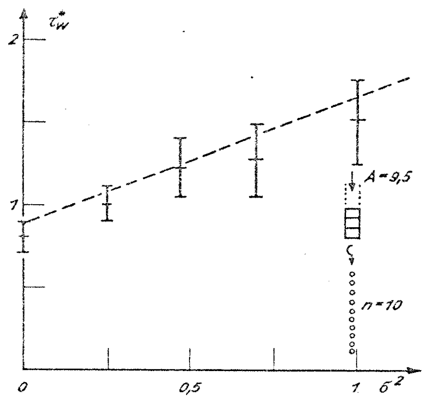

Abb. 39. Die Hypothese „die mittlere Wartezeit aller Rufe τ^*_W hängt linear von der Varianz σ^2 der Belegungsdauern ab", wird durch Tests geprüft

τ^*_W mit Vertrauensintervallen für eine statistische Aussagesicherheit 0,95 aufgetragen. Die Hypothese des linearen Zusammenhangs zwischen der mittleren Wartezeit aller Rufe τ^*_W und der Varianz σ^2 der Belegungsdauern wird auf Grund der Tests nicht verworfen. In jedem Test wurden 240 000 Rufe angeboten. Das ALGOL-Programm für das zeittreue Testverfahren erforderte für jeden Test auf dem Ziffernrechenautomaten TR 4 (*Telefunken*) eine Rechenzeit von etwa 1 Stunde 20 Minuten; bei jedem Test wurden zugleich andere Größen gemessen (vgl. Abschn. 4). Eine Messung bei natürlichem Verkehr würde, wenn die verlangten Parameter A und σ^2 eingehalten werden könnten, dann auch nur 1 Stunde 20 Minuten dauern, wenn die mittlere Belegungsdauer $t_m = 0{,}2$ s wäre. Im Fernsprechverkehr gilt häufig $t_m = 2$ min. Der Test weist in einem solchen Beispiel einen Maßstab von 1 : 600 auf; das ist eine deutliche Zeitraffung.

7. Schlußfolgerungen

Verglichen mit Verkehrsmessungen an Koppelanordnungen ausgeführter Vermittlungssysteme, die einen natürlichen Verkehr verarbeiten, weist die Simulation mit künstlichem Verkehr auf einem Ziffernrechenautomaten wichtige Vorteile auf. An erster Stelle ist die Zeitraffung zu nennen. Mit künstlichem Verkehr, der statistisch schwankt, aber stationär reproduzierbar ist, sind darüber hinaus

Vergleichsmessungen möglich, die in der Praxis nur schwer durchführbar sind. Die Simulationsprogramme können in einer problemorientierten Formelsprache abgefaßt werden. Die große Flexibilität liegt darin, daß die zu untersuchenden Vermittlungseinrichtungen und das Wirken der Verkehrsquellen in Form von leicht modifizierbaren Programmen vorliegen. Die Simulation des Verkehrsgeschehens in Vermittlungssystemen ist zu einem wichtigen Hilfsmittel bei Planungsaufgaben und beim Gewinnen von verkehrstheoretischen Erkenntnissen geworden. Mit noch schnelleren Rechenautomaten wird es möglich sein, die Größe der untersuchten Koppelanordnungen zu steigern.

Literatur

1. Björklund, M., and A. Elldin: A Practical Method of Calculation for Certain Types of Complex Common Control Systems. Ericsson Technics 20, 1–75 (1964), und 4. Intern. Teletraffic Congr. London 1964, Doc. 36, und Post Office Telecommunications Journal 1964 Special Issue, 25.
2. Botsch, D.: *Die Verlustwahrscheinlichkeit einstufiger Koppelanordnungen der Vermittlungstechnik mit Extern- und Internverkehr.* Dissertation Technische Hochschule Stuttgart, 1966.
3. Bretschneider, G., und A. Wendt: Datenverarbeitungsanlagen als Hilfsmittel für die Fernsprech- und Fernschreib-Verkehrsplanung. Nachrichtentechn. Zeitschrift 14, 487–492 (1961).
4. Cole, A. C., W. E. Thomson, and J. W. J. Williams: Digital Computer Simulation of Switching Systems Using the ALGOL Automatic Programming Language. 4. Intern. Teletraffic Congr. London 1964, Doc. 50, und Post Office Telecommunications Journal 1964 Special Issue, 35–37.
5. Dietrich, G., und H. Wagner: Simulation von Fernsprechverkehr mit elektronischen Rechenautomaten. Elektrisches Nachrichtenwesen 38, 538–548 (1963).
6. Gosset, W. S.: The Probable Error of a Mean. Biometrika 6, 1–25 (1908).
7. Grundbegriffe aus der Vermittlungstechnik. Nomenklaturvorschläge des International Teletraffic Congress. Deutsche Version des Report of the Nomenclature Committee, 4. Intern. Teletraffic Congr. London 1964, Doc. 102.
8. Hunter, D. G. N.: Artificial Traffic Trials Using a Digital Computer. 3. Intern. Teletraffic Congr. Paris 1961, Doc. 20, und The Inst. of Electr. Engineers' Paper No. 3537 E (June 1961).

Kosten, L.: On the Measurement of Congestion Quantities by Means of Fictitious Traffic. PTT Bedrijf 1948/49, 15–25.

10. Neovius, G.: Artificial Traffic Trials Using Digital Computors. Ericsson Technics 11, 279–291 (1955).
11. Riordan, J.: *Stochastic Service Systems*, S. 139. New York, London: J. Wiley. 1962.
12. Smith, J. R. W., and J. L. Smith: System Simulation Techniques. Plessey Communications Journal 1, 34–37 (1966).
13. Störmer, H.: Über den zeitlichen Verlauf der Zustandswahrscheinlichkeiten im vollkommenen Leitungsbündel. Archiv Elektr. Übertrag. 12, 173–176 (1958).
14. Wagner, H.: Traffic Simulation According to the Time-true Model (Methods and Results). 4. Intern. Teletraffic Congr. London 1964, Doc. 52, und Post Office Telecomm. Journal 1964 Special Issue, 39.
15. Wagner, H., und G. Dietrich: Bestimmung der Verkehrsleistung von Wartesystemen durch künstlichen Fernsprechverkehr. Nachrichtentechn. Zeitschrift 17, 273–279 (1964).
16. Wallström, B.: Artificial Traffic Trials on a Two-stage Link System Using a Digital Computer. Ericsson Technics 14, 259–289 (1958).
17. Zimmermann, G. O., und H. Störmer: *Wartezeiten in Nachrichtenvermittlungen mit Speichern*, S. 109. München: R. Oldenbourg. 1961.