

711110

# Die Bemessung von Linkssystemen mit alternativer Leitweglenkung nach dem verallgemeinerten RDA-Streuwertverfahren

Von Ulrich Herzog

DK 621.395.347:621.395.341.7

Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Universität Stuttgart

## 1. Einführung

Moderne Fernsprechnetzsysteme besitzen neben der bekannten, in der Regel hierarchischen Gliederung ihrer Netzebene auch die Möglichkeit der alternativen Leitweglenkung: Der Verkehr wird zunächst einem hochbelasteten „Primärbündel“ – dem sog. ersten Querweg – angeboten und erst bei Blockierung dieses direkten Weges einem „Sekundärbündel“ – dem Letztweg oder evtl. zuvor einem zweiten Querweg – zugeführt; Bild 1.

Derartige Fernsprechnetze sind aus Gründen der Wirtschaftlichkeit, ferner bei Überlastung und Bündelausfällen aus Gründen der Sicherheit, Vermittlungssystemen ohne alternative Leitweglenkung überlegen. Als Beispiel sei das Netz der deutschen Landesfernwahl erwähnt, jedoch werden auch internationale und interkontinentale Systeme nach diesem Prinzip geplant und aufgebaut.

Der dem Primärbündel (ersten Querweg) angebotene Verkehr kann in der Regel in sehr guter Näherung als „Zufallsverkehr erster Art“ (Definition siehe z. B. [8]) betrachtet werden. Die Berechnung der notwendigen Abnehmerleitungen bzw. der Verlustwahrscheinlichkeit solcher Primärbündel ist in vielen Arbeiten untersucht und gelöst worden.

Überlaufverkehr, d. h. Fernspreverkehr, der von einem oder mehreren Primärbündeln nicht mehr auf-

genommen werden kann und deshalb auf ein Sekundärbündel überläuft, hat jedoch andere statistische Eigenschaften als Zufallsverkehr. Die Berechnung seiner genauen, vom Zufallsverkehr abweichenden Verteilung der Anrufabstände ist mit tragbarem Aufwand nur in einigen Sonderfällen möglich. Die hinreichend genaue Charakterisierung von Überlaufverkehr und die Berechnung von Sekundärbündeln ist aber dennoch möglich, wenn man neben dem ersten gewöhnlichen Moment der Verteilungsfunktion, dem Mittelwert  $R$ , noch das zweite zentrale Moment, die Varianz  $\sigma^2$  (bzw. den Streuwert  $D = \sigma^2 - R$ ) benutzt (für Zufallsverkehr erster Art ist der Mittelwert  $A$ , die Varianz  $\sigma^2 = A$  und deshalb der Streuwert stets  $D = 0$ ).

Bisher wurde jedoch die Dimensionierung von Sekundärbündeln fast ausschließlich ohne jede Berücksichtigung des Streuwerts, d. h. gleich wie für direkt angebotenen Zufallsverkehr erster Art durchgeführt. Zu welchen Fehlplanungen diese Vernachlässigung des Streuwerts führen kann, veranschaulicht Bild 2: Bei gleichem Verkehrsmittelwert  $R$  steigt die Verlustwahrscheinlichkeit  $B_2$  mit wachsendem relativem Streuwert  $D/R$  stark an ( $D/R = 0$  für Zufallsverkehr). Häufig kommt in der Praxis ein relativer Streuwert von  $D/R = 1$  bis 2 vor (siehe auch [15] bzw. [15A]). Ein für Zufallsverkehr erster Art dimensioniertes unvollkommen erreichbares Sekundärbündel mit  $N_2 = 20$  Abnehmerleitungen und der Erreichbarkeit  $k_2 = 10$  wird deshalb bei  $D/R = 1,5$  anstelle der gewünschten Verlustwahrscheinlichkeit  $B_2(\text{plan}) = 1\%$  einen tatsächlichen Verlust von  $B_2(\text{ist}) = 7\%$  verursachen. Für kleinere Planwerte –  $B_2(\text{plan}) < 1\%$  – kann dieser Fehler noch beträchtlich größer werden.

Bereits dieses Beispiel zeigt deutlich, daß bei der Planung von Fernsprechnetzen mit alternativer Leitweglenkung die besonderen statistischen Eigenschaften der Überlaufverkehre unter allen Umständen berücksichtigt werden müssen.

Für Koppelanordnungen mit vollkommener Erreichbarkeit wurden bereits 1954/55 von Bretschneider [3] und Wilkinson [24] Verfahren angegeben, welche die Berücksichtigung des Streuwerts von Überlaufverkehr erlauben. Beide Verfahren liefern die gleichen Ergebnisse.

1964 wurde auf dem International Teletraffic Congress in London von A. Lotze [14, 5, 6, 6A, 9, 10] das sog. RDA-Streuwertverfahren angegeben. Das Verfahren berücksichtigt die besonderen statistischen Eigenschaften von Überlaufverkehr auch bei einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit. Mit Hilfe von Tabellen und Diagrammen ist sowohl die genaue und einfache Berechnung des Streuwerts  $D$ , als auch die Bemessung von unvollkommenen Sekundärbündeln mit angebotenen Überlaufverkehr ( $R, D$ ) möglich. (Das Verfahren wird im Abschnitt 2 kurz beschrieben.)

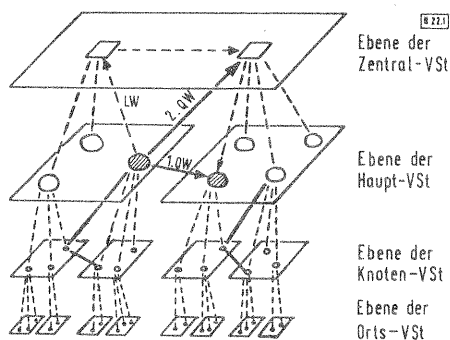


Bild 1. Schematische Darstellung eines Vermittlungssystems mit alternativer Leitweglenkung.

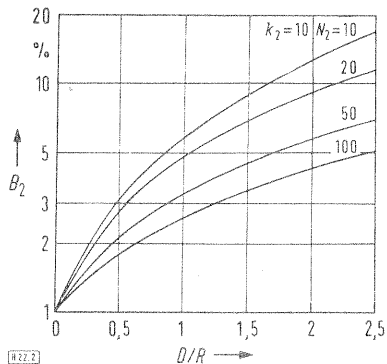


Bild 2. Verlustanstieg bei Sekundärbündeln mit der Erreichbarkeit  $k_2 = 10$  für gleichen Verkehrsmittelwert  $R$  je Bündel und wachsenden relativen Streuwert  $D/R$ .

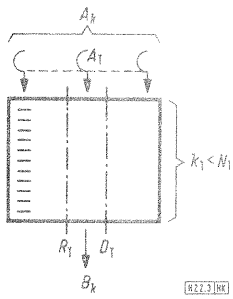


Bild 3. Unvollkommenes Bündel mit  $g_k = A_k/A_T$  Zubringerteilgruppen.

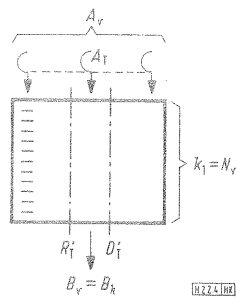


Bild 4. Vollkommenes Bündel mit  $g_v = A_v/A_T$  Zubringerteilgruppen.

Im folgenden wird gezeigt, daß eine Verallgemeinerung des RDA-Verfahrens von Lotze möglich ist und auf diese Weise auch die Leistung mehrstufiger Linksysteme unter Berücksichtigung des Streuwerts sehr genau berechnet werden kann.

Im Abschnitt 3.1. wird die Erweiterung des RDA-Verfahrens hergeleitet, mit welcher der Streuwert des Überlaufverkehrs hinter Linksystemen mit angebotennem Zufallsverkehr berechenbar ist. Daran anschließend wird im Abschnitt 3.2 gezeigt, wie die Leistung mehrstufiger Koppelanordnungen bestimmt werden kann, denen Streuwertverkehr – der von primären Koppelanordnungen überfließt – angeboten wird. Schließlich wird im Abschnitt 3.3 ein Verfahren angegeben, welches die Bemessung von Linksystemen mit Richtungswahl und systeminternem Überlauf erlaubt. Derartige Koppelanordnungen sind von besonderem Interesse für moderne Vermittlungsanlagen mit weitspannender Markierung und zentraler Logik.

Genau wie das RDA-Streuwertverfahren für unvollkommene Bündel hat das verallgemeinerte Verfahren den Vorteil, daß außer der exakten Auswertung des Verfahrens mit Hilfe eines Digitalrechners auch eine manuelle Bemessung mit Tabellen und Diagrammen noch einfach und genau möglich ist.

Für den Sonderfall vollkommener Erreichbarkeit liefert auch das verallgemeinerte RDA-Streuwertverfahren die gleichen Ergebnisse wie [3] und [24].

Zahlreiche Verkehrstests mit künstlich erzeugtem Fernspreverkehr wurden auf einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage durchgeführt (vgl. Abschnitte 3.1.3, 3.2.2 und 3.3.4). Der Vergleich von Simulationsergebnissen und Rechnung bestätigt die Genauigkeit des verallgemeinerten RDA-Streuwertverfahrens.

**2. Das RDA-Streuwertverfahren für Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit**  
[14, 6, 9, 10, 15, 16, 19, 20, 21]

**2.1. Die Berechnung des Streuwerts**

Der Überlaufverkehr eines exakt berechenbaren vollkommenen „Vergleichsbündels“ wird am genauesten dem des zu berechnenden unvollkommenen Bündels entsprechen, wenn beide „Überlaufcharakteristiken“, d. h. das Aufeinanderfolgen der Zustände „Überlauf“ und „kein Überlauf“, möglichst gut übereinstimmen [14, 5]: Vergleicht man das unvollkommene Bündel in Bild 3 mit dem vollkommen erreichbaren Bündel in Bild 4, so erkennt man, daß in beiden Fällen für eine betrachtete Zubringerteilgruppe die Wahrscheinlich-

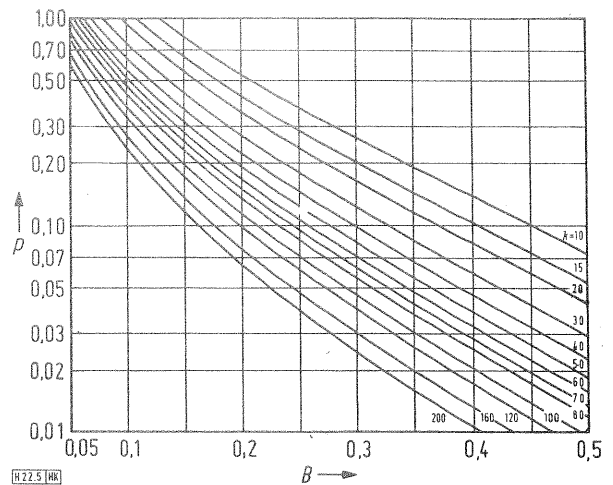


Bild 5. Spitzigkeitskoeffizient  $p$  in Abhängigkeit von der Verlustwahrscheinlichkeit  $B$  und der Erreichbarkeit  $k$ .

keit für Blockierung und Nichtblockierung sowie die Mittelwerte ( $R_T = R'_T$ ) gleichgroß sind. Auch die mittlere Länge  $1/k_1$  der Blockierungszeitabschnitte, deren Anzahl je Zeiteinheit und deren Verteilung sind gleich. Außerdem sind Anzahl und Mittelwert der Zeitabschnitte „Nichtblockierung“ in beiden Fällen identisch; lediglich die Verteilung der Nichtblockiert-Abschnitte wird nicht genau die gleiche sein, da die Beeinflussung durch die übrigen  $(g_k - 1)$  bzw.  $(g_v - 1)$  Zubringerteilgruppen beim unvollkommenen und vollkommenen Bündel verschieden ist.

Vernachlässigt man diese einzige Ungenauigkeit, so kann man auch die Streuwerte der Teilüberlaufverkehre gleichsetzen. Dann gilt aber

$$D_T = D'_T = R_T^2 \left\{ \frac{1}{B_k (k_1 + 1 - A_v (1 - B_k))} - 1 \right\},$$

$$D_T = D'_T = p R_T^2.$$

Der „Spitzigkeitskoeffizient“  $p$  ist in Bild 5 abhängig von  $B = B_k$  und  $k = k_1$  dargestellt.

Für den Zusammenhang zwischen Gesamt- und Teilstreuwert bei vollkommenen Bündeln ergibt sich [14, 5]

$$D'_{Ges} = g_v^2 D'_T.$$

Durch Berücksichtigung der Korrelation zwischen verschiedenen Zubringerteilgruppen erhält man den Zusammenhang zwischen Gesamt- und Teilstreuwert bei unvollkommenen Bündeln. Die in [14, 5] ausführlich beschriebene Herleitung liefert

$$D_I = p R^2 \frac{k_1}{N_1}, \tag{1}$$

$$D_{II} = D_I \cdot \left\{ 1 + \frac{1}{g_k} \left( \frac{N_1}{k_1} - 1 \right) \right\}, \tag{2}$$

mit

$$R = g_k \cdot R_T.$$

$D_I$  ist ein unterer Grenzwert,  $D_{II}$  eine obere Grenze, die durch Mischungen mit sehr gutem Besetztausgleich erreicht wird. Im allgemeinen genügt für die praktische Berechnung des Streuwerts von Mischungen der arithmetische Mittelwert aus  $D_I$  und  $D_{II}$ .

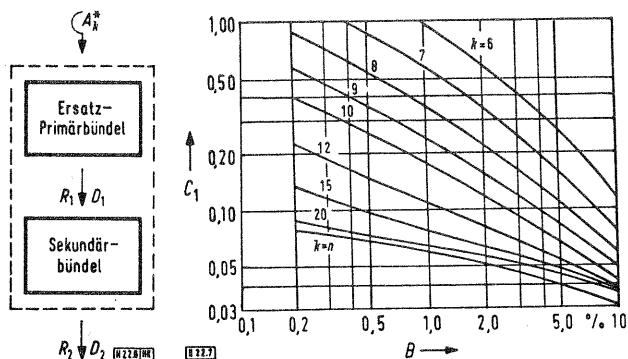


Bild 6. Ersatzbündel-Anordnung.

Bild 7. Koeffizient \$C\_1\$ zur Berechnung des zusätzlich notwendigen Leitungsbedarfs \$\Delta N\_2\$.

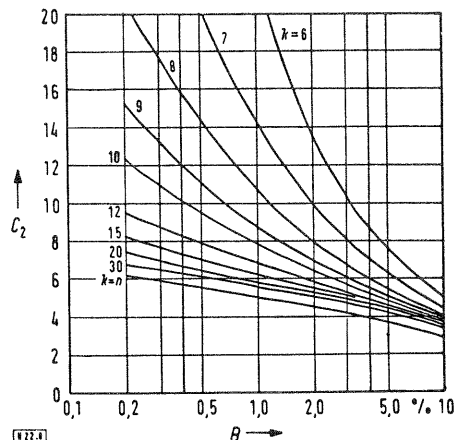


Bild 8. Koeffizient \$C\_2\$ zur Berechnung des zusätzlich notwendigen Leitungsbedarfs \$\Delta N\_2\$.

2.2. Bemessung von Sekundärbündeln

Der Grundgedanke des RDA-Verfahrens ist der gleiche wie bei Bündeln mit vollkommener Erreichbarkeit [3, 24]: Es wird ein fiktives, in diesem Fall unvollkommen erreichbares Ersatzprimärbündel (\$A\_k^\*\$, \$N\_1^\*\$, \$k\_1^\*\$) bestimmt, welches den dem Sekundärbündel (\$N\_2\$, \$k\_2\$) angebotenen Überlaufverkehr (\$R\_1\$, \$D\_1\$) erzeugt; Bild 6. Außerdem muß dieses Ersatzprimärbündel die Bedingung erfüllen, daß die Staffelung \$N\_1^\*/k\_1^\*\$ dem zuerst abgesuchten Teil einer Gesamtmischung mit den Daten (\$N\_1^\* + N\_2^\*\$, \$k\_1^\* + k\_2^\*\$) entspricht. Diese Gesamtanordnung mit dem Zufallsangebot \$A\_k^\*\$ kann nach der MPJ-Formel bemessen werden. Es gilt nach [11, 12, 13]

$$B_{Ges} = R_2/A_k^* = \frac{E_{N_1^*+N_2}(A_0)}{E_{N_1^*+N_2-k_1^*-k_2}(A_0)} \quad (3)$$

mit

$$E_N(A_0) = \frac{A_0^N}{N!} \cdot \sum_{i=0}^N \frac{A_0^i}{i!}$$

Bei vorgeschriebener Leitungszahl \$N\_2\$ ergibt sich dann für den Verlust des Sekundärbündels

$$B_2 = \frac{R_2}{R_1} = \frac{A_k^*}{R_1} \cdot B_{Ges} \quad (4)$$

Soll für vorgeschriebene Verlustwahrscheinlichkeit \$B\_2\$ die erforderliche Leitungszahl bestimmt werden, so wird \$N\_2\$ iterativ aus den Gl. (3) und (4) berechnet.

Für den gesamten interessierenden Bereich von \$B\_2\$ und \$k\_2\$ wurde von Schehrer mit einem Algol-Programm der Leitungsmehrbedarf \$N\_2\$ bzw. der Leitungsmehrbedarf \$\Delta N\_2\$ (im Vergleich zu angebotenen Zufallsverkehr erster Art) untersucht. Dieser Leitungsmehrbedarf wird durch folgende Beziehung sehr genau approximiert:

$$\Delta N_2 = \frac{D_1}{R_1} [C_1 \cdot (R_1 - 20) + C_2] \quad (5)$$

Die Koeffizienten \$C\_1\$ und \$C\_2\$ sind in den Bildern 7 und 8 - abhängig von \$B=B\_2\$ und \$k=k\_2\$ - dargestellt.

Für die erforderliche Leitungszahl eines Sekundärbündels ergibt sich dann

$$N_2 = N_{2,0} + \Delta N_2 \quad (6)$$

\$N\_{2,0}\$ kann aus den üblichen Tabellen (z. B. [9, 13] für angebotenen Zufallsverkehr abgelesen werden.

3. Das RDA-Streuwertverfahren für mehrstufige Linkssysteme

Die Erreichbarkeit mehrstufiger Koppelanordnungen ist nicht konstant, sondern vom momentanen Belegungszustand abhängig. Berechnet man die „effektive“ oder „mittlere“ Erreichbarkeit (Definitionen siehe Abschnitt 3.1 bzw. 3.2), so kann man jedoch das Verkehrsverhalten der mehrstufigen Koppelanordnung („Linkssystem“) sehr genau durch dasjenige einer einstufigen Vergleichsanordnung mit der gleichen Erreichbarkeit beschreiben. Die Struktur eines solchen Linksystems wird beim Bestimmen der „effektiven“ bzw. „mittleren“ Erreichbarkeit berücksichtigt [1, 13, 17, 18, 18A]. Nach dem vorgeschlagenen Verfahren können deshalb Misch- oder Richtungswahlssysteme mit oder ohne Mischung der Link- bzw. Abnehmerleitungen berechnet werden.

3.1. Die Berechnung der Überlaufverkehre

3.1.1. Streuwertberechnung für ein Richtungsbündel

Als effektive Erreichbarkeit [1] \$k\_{eff}\$ jedes Abnehmerbündels wird jene Erreichbarkeit \$k\$ eines einstufigen, unvollkommen erreichbaren Vergleichsbündels definiert, welches bei gleicher Abnehmerleitungszahl \$N\$ und gleicher Verlustwahrscheinlichkeit \$B\$ den gleichen Verkehr \$y\$ verarbeiten kann.

Sind bei einem Linkssystem mit angebotenen Zufallsverkehr die Belastung \$y\$ und die Verlustwahrscheinlichkeit \$B\$ des betrachteten Abnehmerbündels - aus Rechnung oder Verkehrsmessung - bekannt, so kann man mit Hilfe der effektiven Erreichbarkeit

$$k_{eff} = f(B, y, N)$$

direkt den Streuwert des Überlaufverkehrs angeben. Analog zur Theorie für einstufige Koppelanordnungen, veröffentlicht in [14, 5] und kurz skizziert in Abschnitt 2, ergibt sich für den Streuwert des Überlaufverkehrs

$$D = p \{B, k_{eff}\} \cdot R^2 \cdot \frac{k_{eff}}{N} \quad (7)$$

mit

$$R = B \cdot y / (1 - B)$$

Der Spitzigkeitskoeffizient \$p\$ (siehe auch Abschnitt 2.1) charakterisiert die Spitzigkeit des Überlaufverkehrs.

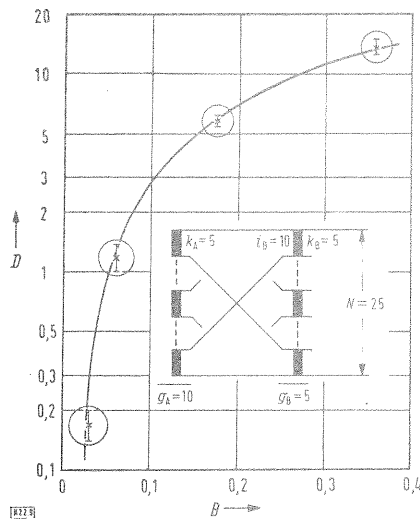


Bild 9. Streuwert  $D$  für eine zwei-stufige Koppelanordnung mit Mischwahl (Statistische Sicherheit  $S=95\%$  bei allen Simulationsergebnissen).

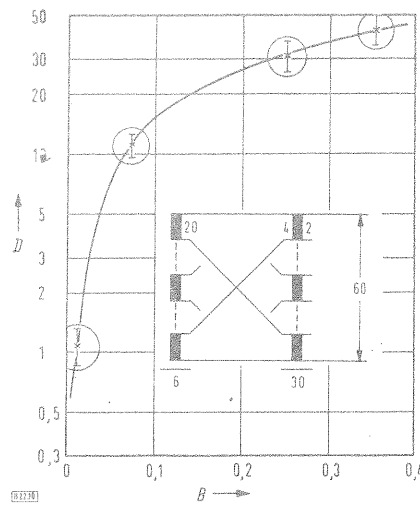


Bild 10. Streuwert  $D$  für eine zwei-stufige Koppelanordnung mit Mischwahl.

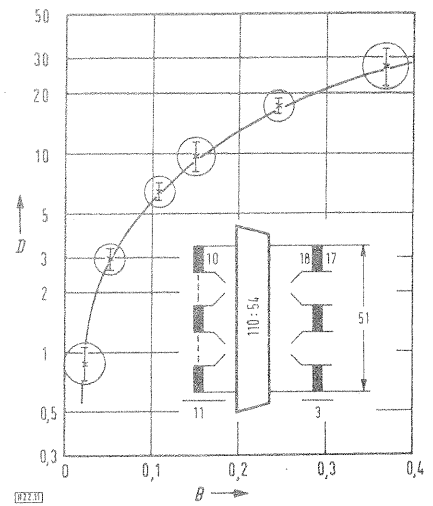


Bild 11. Streuwert  $D$  für eine zwei-stufige Koppelanordnung mit Mischung zwischen A- und B-Stufe.

Er kann aus Bild 5 als Funktion der effektiven Erreichbarkeit  $k=k_{eff}$  und der Verlustwahrscheinlichkeit  $B$  entnommen werden.

Für hochwertige einstufige Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit – d. h. für Mischungen mit Staffeln, Übergreifen und gutem Besetztgleich – liefert die Streuwertberechnung nach Gl. (7) einen unteren Grenzwert. Aus Verkehrstests ist bekannt, daß unvollkommen erreichbare Abnehmerbündel hinter mehrstufigen Linksystemen in ihrem Verkehrsverhalten Mischungen entsprechen, bei denen der Streuwert von Überlaufverkehr durch Gl. (1) am besten angenähert wird; Gl. (7) erlaubt deshalb hier – wie in Abschnitt 3.1.3 anhand von Verkehrstests gezeigt wird – eine sehr genaue Bestimmung des tatsächlichen Streuwerts.

3.1.2. Gesamtüberlaufverkehr

Werden  $r$  beliebige Überlaufverkehre ( $R_i, D_i, i=I, II, \dots, r$ ) eines Richtungswählers einem gemeinsamen Überlaufbündel angeboten, so gilt für den Mittelwert dieses Gesamtüberlaufverkehrs immer

$$R_{Ges} = \sum_{i=1}^r R_i, \tag{8}$$

es werden also die Mittelwerte addiert. Berechnet man den Gesamtstreuwert, so muß berücksichtigt werden, daß die verschiedenen Richtungsverkehre merklich korreliert sein können.

Eine Näherungsformel für den Zusammenhang zwischen Gesamtstreuwert  $D_{Ges}$  und Richtungsstreuwert  $D_i$  ergibt sich auf einfache Weise, wenn man den Streuwert des Überlaufverkehrs einer Abnehmerrichtung in zwei Anteile aufspaltet:  $D_{i,EIN}$  sei der Anteil, der durch Eingangsblockierung  $[k_A]$  entsteht und  $D_{i,AB}$  derjenige Teil, welcher durch Abnehmerblockierung  $[k_i]$  hervorgerufen wird (Definition von Eingangs- und Abnehmerblockierung siehe [17, 18A]).

In den Zeitabschnitten mit Eingangsblockierung  $[k_A]$  ist die mehrstufige Koppelanordnung für alle Richtungen gesperrt. Eintreffende Rufe nach beliebigen Richtungen können deshalb nicht das Abnehmerbündel in der betreffenden Richtung, sondern nur  $k_A$  von ins-

gesamt  $g_B \cdot i_B$  Zwischenleitungen zur B-Stufe (erfolglos) absuchen. Für den durch Eingangsblockierung hervorgerufenen Anteil des Gesamtüberlaufverkehrs gilt deshalb

$$D_{Ges, EIN} = p \{ [k_A], k_A \} \cdot R_{Ges, EIN} \cdot \frac{k_A}{g_B \cdot i_B} \tag{9}$$

mit

$$R_{Ges, EIN} = \sum_{i=1}^r R_{i, EIN}$$

und

$$R_{i, EIN} = A_i \cdot [k_A] = \frac{y_i}{1 - B_i} [k_A].$$

Da die Streuwerte  $D_{i,EIN}$  aller  $r$  Richtungen demnach voll korreliert sind, gilt ferner [5]

$$D_{i, EIN} = \left( \frac{R_{i, EIN}}{R_{Ges, EIN}} \right)^2 \cdot D_{Ges, EIN}. \tag{10}$$

Die durch Abnehmerblockierung entstehenden Anteile der Überlaufverkehre verschiedener Richtungen können dagegen in guter Näherung als statistisch unabhängig angenommen werden. Damit erhält man:

$$D_{Ges, AB} = \sum_{i=1}^r D_{i, AB} \tag{11}$$

mit

$$D_{i, AB} = D_i - D_{i, EIN}.$$

Für den Gesamtstreuwert des einem gemeinsamen Überlaufbündel angebotenen Verkehrs ( $R_{Ges}, D_{Ges}$ ) ergibt sich deshalb mit den Gl. (9), (10) und (11) die Beziehung

$$D_{Ges} = \left( \frac{R_{Ges, EIN}}{R_{i, EIN}} \right)^2 \cdot D_{i, EIN} + \sum_{i=1}^r D_{i, AB}. \tag{12}$$

Aus Gl. (12) folgt weiter für Richtungswähler mit  $r$  gleichgroßen Abnehmerbündeln und gleichen Verkehrsangeboten je Richtung:

$$D_{Ges} = r^2 \cdot D_{i, EIN} + r \cdot D_{i, AB}. \tag{13}$$

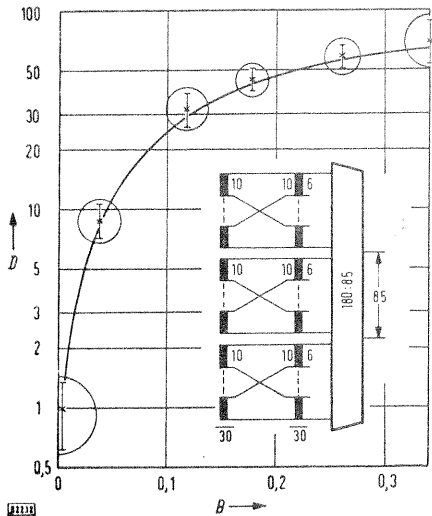


Bild 12. Streuwert  $D$  für eine zwei-stufige Koppelanordnung mit gemischten Ausgängen hinter der B-Stufe.

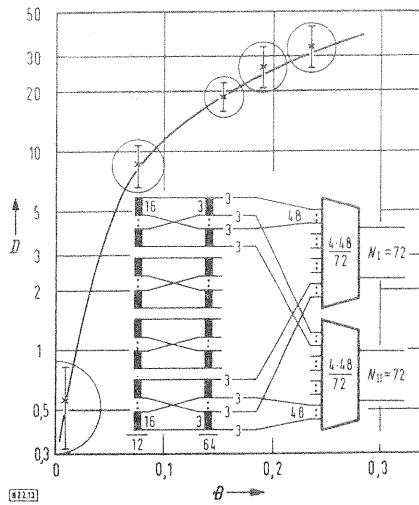


Bild 13. Streuwert  $D$  für Richtung I einer zwei-stufigen Koppelanordnung mit Richtungswahl und Mischung hinter der letzten Stufe.

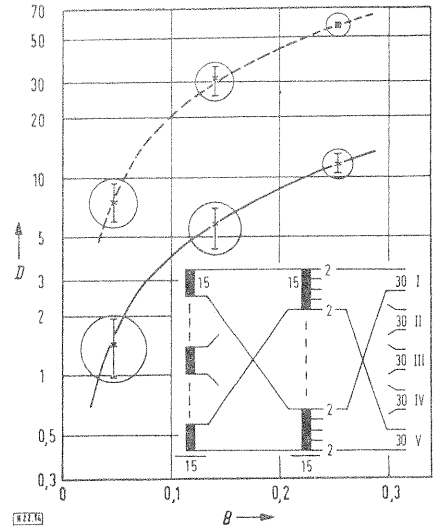


Bild 14. Streuwert  $D$  für Richtung I und Gesamtstreuwert einer zwei-stufigen Koppelanordnung mit Richtungswahl.

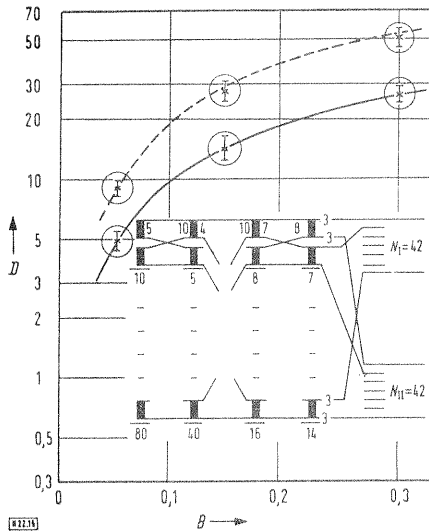


Bild 15. Streuwert  $D$  für Richtung I und Gesamtstreuwert einer vierstufigen Koppelanordnung mit Richtungswahl.

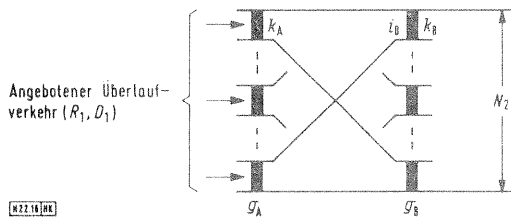


Bild 16. Zweistufiges Linksystem mit angebotenen Überlaufverkehr.

3.1.3. Vergleich mit Simulationsergebnissen

Für zwei- und vierstufige Linksysteme mit Misch- bzw. Richtungswahl wurden auf dem Digitalrechner TR4 zahlreiche Verkehrstests mit künstlich erzeugtem Fernspreverkehr durchgeführt. Verschiedenartigste Systemtypen wurden geprüft, d.h. Systeme mit Mischung der Link- oder Abnehmerleitungen, Systeme ohne Mischung mit geordnet oder zyklisch aufgelegten Zwischenleitungen, ferner Systeme mit hoher Eingang- oder hoher Abnehmerblockierung.

In den Bildern 9 bis 15 sind sowohl die Simulationsergebnisse (Testwerte mit Vertrauensintervallen) als auch die Rechenergebnisse (Kurven) eingetragen. In den Bildern 14 und 15 werden neben dem Streuwert je Richtung auch die Werte für den Gesamtstreuwert (gestrichelte Kurven) angegeben.

Der Vergleich von Verkehrstest und Rechnung nach dem verallgemeinerten RDA-Verfahren zeigt die Genauigkeit der neuen Berechnungsmethode.

3.2. Bemessung von Linksystemen, denen streuwertbehalteter Verkehr ( $R, D$ ) angeboten wird

3.2.1. Das Verfahren

Bekannt seien die Daten ( $R_1, D_1$ ) des angebotenen Überlaufverkehrs. Ferner die Erreichbarkeiten  $k_A$  und  $k_B$  sowie die Anzahl der Koppelvielfache  $g_A$  der A-Stufe des Linksystems, Bild 16.

Zu bestimmen ist die Anzahl  $N_2$  der Abnehmerleitungen für eine vorgeschriebene Verlustwahrscheinlichkeit

$$B_2 = R_2 / R_1 \tag{14}$$

Da die Belastung  $y_2$  des betrachteten Sekundärbündels nach der Gleichung

$$y_2 = R_1 \cdot (1 - B_2) \tag{15}$$

festliegt, kann auch die mittlere Erreichbarkeit  $\bar{k}$  [17, 18, 18 A] berechnet werden. Es gilt

$$\bar{k} = (k_A - y_2/g_A) \cdot k_B + y_2/g_A \tag{16}$$

Für Linksysteme mit angebotenen Überlaufverkehr kann die effektive Erreichbarkeit in sehr guter Näherung durch die mittlere ersetzt werden, wenn die Eingangblockierung [ $k_A$ ] gegenüber der Abnehmerblockierung [ $\bar{k}$ ] vernachlässigbar klein gehalten wird (siehe auch Anmerkung am Schluß dieses Abschnitts). Damit sind aber wieder alle Daten ( $D_1, R_1, k_2 = k_{eff}$ ) bekannt, die für die Anwendung des RDA-Verfahrens notwendig sind. Die maschinelle bzw. manuelle Berechnung der erforderlichen Leitungszahl  $N_2$  wird deshalb in folgenden Einzelschritten durchgeführt:

a) Bei vorgeschriebenem Verlust  $B_2$  und Angebot  $R_1$  wird aus Gl. (15) die Belastung  $y_2$  und nach Gl. (16) die mittlere Erreichbarkeit  $\bar{k}$  bestimmt.

b) Bei der maschinellen Auswertung wird mit einem Iterationsverfahren aus  $R_1$ ,  $D_1$ ,  $B_2$  und  $\bar{k}$  direkt die Leitungszahl  $N_2$  bestimmt. Bei der manuellen Berechnung entnimmt man zunächst für das Wertepaar  $(B_2, \bar{k})$  aus den Bildern 7 und 8 die Koeffizienten  $C_1$  und  $C_2$ . Der erforderliche Leitungsmehrbedarf – im Vergleich zu angebotenen Zufallsverkehr – ergibt sich deshalb aus

$$\Delta N_2 = \frac{D_1}{R_1} \cdot \{C_1 (R_1 - 20) + C_2\}. \quad (17)$$

c) Den Leistungsbedarf  $N_{2,0}$  für angebotenen Zufallsverkehr ( $R_1$ ,  $D_1 = 0$ ) entnimmt man den Tabellen in [9] bzw. [13] als  $N_{2,0} = f(R_1, \bar{k}, B_2)$ .

d) Die für den tatsächlich angebotenen Überlaufverkehr ( $R_1$ ,  $D_1$ ) erforderliche Anzahl von Abnehmerleitungen des Linksystems ist deshalb

$$N_2 = N_{2,0} + \Delta N_2. \quad (18)$$

Die Bemessung von drei- und mehrstufigen Linksystemen für angebotenen Überlaufverkehr ( $R$ ,  $D$ ) erfolgt völlig analog. Zur Berechnung der mittleren Erreichbarkeit sind die Formeln in [13, 17, 18, 18A] angegeben.

Anmerkung: Es ist zweckmäßig, bei Linksystemen mit angebotenen Überlaufverkehr und ( $i_A > k_A$ ) die Erreichbarkeit  $k_A$  der A-Stufe groß zu wählen. Wird dies nicht berücksichtigt, so sinkt infolge der hohen Eingangsblockierung [ $k_A$ ] die Erreichbarkeit  $k_{\text{eff}}$  und damit auch die Bündelausnutzung (vgl. auch [15, 15A]) für einstufige vollkommen erreichbare Bündel.

### 3.2.2. Anwendungsbeispiel und Vergleich mit Simulationsergebnissen

Einer zweistufigen Koppelanordnung für Mischwahl werde ein Überlaufverkehr ( $R_1$ ,  $D_1$ ) angeboten. Gesucht sei die Anzahl der notwendigen Abnehmerleitungen  $N_2$  und die Anzahl der Koppelvielfache  $g_B$  der B-Stufe bei vorgeschriebener Verlustwahrscheinlichkeit  $B_2$ .

Vorgegeben:

$$R_1 = 29,8 \text{ Erl.}; \quad D_1 = 29,4; \quad B_2 = 4,35\%; \\ k_A = 20; \quad k_B = 2; \quad g_A = 6.$$

Berechnung:

a) Belastung nach Gl. (15):  $y_2 = 28,5$  Erlang.

b) Mittlere Erreichbarkeit nach Gl. (16):  $\bar{k} = 35,25$ .

c) Abnehmerleitungszahl: Aus den Bildern 7 und 8 entnimmt man für das Wertepaar

$$(\bar{k} = 35,25; B_2 = 0,0435 = 4,35\%)$$

die Koeffizienten  $C_1$  und  $C_2$ :  $C_1 = 0,043$ ,  $C_2 = 4,15$ . Leitungsmehrbedarf nach Gl. (17):  $\Delta N_2 \approx 4,5$ .

Die für angebotenen Zufallsverkehr benötigte Leitungszahl wäre nach [9] bzw. [13]:

$$N_{2,0} = f(A = R_1; k = \bar{k}; B = B_2) = \\ = f(29,8; 35,25; 4,35) \approx 35,7.$$

Damit ist die tatsächlich benötigte Leitungszahl

$$N_2 = N_{2,0} + \Delta N_2 = 40,2 \approx 40 \text{ Leitungen.}$$

d) Anzahl der Koppelvielfache in der B-Stufe:

$$g_B = N_2/k_B = 20 \text{ Koppelvielfache.}$$

Anmerkung: In den meisten Fällen wird das Verhältnis  $N_2/k_B$  nicht ganzzahlig werden. Durch Runden der Anzahl  $g_B$  der Koppelvielfache verschiebt sich jedoch  $k_B$  nur unwesentlich. Eine Nachrechnung der mittleren Erreichbarkeit  $\bar{k}$  wird deshalb im allgemeinen nicht erforderlich sein.

Vergleich mit Verkehrstest: Die oben berechnete Koppelanordnung wurde auf einem Digitalrechner mit künstlich erzeugtem Fernsprechverkehr geprüft. Dabei ergab sich bei einem angebotenen Streuwertverkehr ( $R=29,8$ ;  $D=29,4$ ) und  $N_2=40$  Abnehmerleitung die Verlustwahrscheinlichkeit

$$B_2 = 0,0435 \pm 0,0055.$$

### 3.3. Berechnung von Linksystemen mit Richtungswahl und systeminternen Überlauf

In den modernen Fernsprechvermittlungsanlagen werden mehrstufige Richtungswähler mit *systeminternem* Überlauf verwendet. Bild 17 zeigt den prinzipiellen Aufbau und die Wirkungsweise einer derartigen Wahlstufe.

Zunächst wird ein freier Weg zum Querleitungsbündel der gewünschten Richtung gesucht. Ist dieser direkte Weg blockiert, wird der Verkehr auf den systeminternen Letztweg (evtl. zuvor auf einen zweiten oder dritten Querweg) umgesteuert. Dieser, dem Letztweg (oder zweiten bzw. dritten Querweg) angebotene Verkehr, hat wieder Überlaufcharakter. Sollen Fehlplanungen vermieden werden, so ist auch hier wieder die Berücksichtigung des Streuwerts notwendig.

Vorgeschrieben sind je Querleitungsbündel ( $i$ ) die gewünschte Belastung  $y_i(\text{QW})$  sowie die zulässige Überlaufwahrscheinlichkeit  $B_i(\text{QW})$  und für den Letztweg die Verlustwahrscheinlichkeit  $B(\text{LW})$ . Zu berechnen sind die erforderlichen Abnehmerleitungen für Quer- und Letztwegbündel.

#### 3.3.1. Die Berechnung der Querwegbündel und der Überlaufverkehrsdaten ( $R_i$ , $D_i$ ) je Richtung $i$

Die Bemessung der Querwegbündel wird nach dem in [13, 17, 18A] veröffentlichten „Verfahren der kombinierten Eingangs- und Abnehmerblockierung“ von Lotze durchgeführt. Die Berechnung der Streuwerte je Richtung erfolgt analog zu Abschnitt 3.1.

#### 3.3.2. Berechnung des Gesamtüberlaufverkehrs

Für den dem Kennzahlenwegbündel angebotenen Gesamtverkehr ( $R_{\text{Ges}}$ ,  $D_{\text{Ges}}$ ) gelten die bereits in Abschnitt 3.1.2 abgeleiteten Formeln (8) und (12).

Da bei Koppelanordnungen für Richtungswahl im allgemeinen bereits die Eingangsleitungen hochbelastet sind, ist eine Konzentration des Verkehrs in der A-Stufe ( $i_A > k_A$ ) nicht mehr erforderlich. Für  $i_A < k_A$  verschwindet die Eingangsblockierung ( $[k_A] = 0$ ). Für den Gesamtstreuwert des Überlaufverkehrs gilt deshalb mit den Gln. (9) bis (12)

$$D_{\text{Ges}} = \sum_{i=1}^r D_i, \quad (19)$$

und bei gleicher Verkehrsaufteilung nach Gl. (13) gilt

$$D_{\text{Ges}} = r \cdot D_i. \quad (20)$$

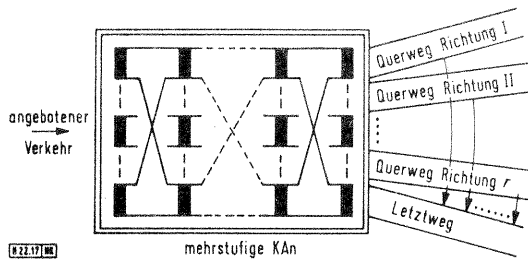


Bild 17. Schematische Darstellung einer mehrstufigen Koppelanordnung mit Richtungswahl und systeminternem Überlauf.

**3.3.3. Berechnung des Kennzahlwegbündels**

Nachdem gemäß Abschnitt 3.3.2 Mittelwert und Streuwert des Gesamtüberlaufverkehrs ( $R_{Ges}$ ,  $D_{Ges}$ ) bekannt sind, erfolgt die Berechnung des Kennzahlwegbündels analog zu Abschnitt 3.2.

Anmerkung: Das Verfahren eignet sich nicht nur für den hier beschriebenen Fall eines gemeinsamen Letztweges aller Querleitungsbündel, vielmehr können für bestimmte Richtungen verschiedene Letztwege vorgesehen werden. Weiter kann der Überlaufverkehr eines ersten Querwegbündels zunächst einem zweiten und dritten Querwegbündel angeboten werden. Erst bei Blockierung all dieser vorgeordneten Bündel wird der Verkehr dem Letztweg zugeführt. Aus Gründen der Übersichtlichkeit wurde jedoch auf eine allgemeine, diese Sonderfälle einschließende Darstellung verzichtet.

**3.3.4. Berechnungsbeispiele und Vergleiche mit Simulationsergebnissen**

**3.3.4.1. Zweistufiges Linkssystem mit einem Querleitungsbündel und Kennzahlweg**

Vorgegeben ist die Struktur des Linksystems, die Belastung  $y(QW)$  und die Überlaufwahrscheinlichkeit  $B(QW)$  des Querwegbündels sowie die Verlustwahrscheinlichkeit  $B(LW)$  des Kennzahlwegbündels (Letztweg):

$$k_A = 15; \quad g_A = 15; \quad k_B(QW) = 4; \quad k_B(LW) = 2; \\ y(QW) = 56 \text{ Erlang}; \quad B(QW) = 0,19; \quad B(LW) = 0,02.$$

Berechnet wird die Anzahl der notwendigen Abnehmerleitungen für das Querweg- und Letztwegbündel.

a) Mittelwert des Überlaufverkehrs:

$$R(QW) = y(QW) \cdot B(QW) / (1 - B(QW)) \approx 13,1 \text{ Erlang.}$$

b) Belastung des Letztweges:

$$y(LW) = R(QW) \cdot (1 - B(LW)) \approx 12,9 \text{ Erlang.}$$

c) Gesamtbelastung:

$$y = y(QW) + y(LW) = 68,9 \text{ Erlang.}$$

d) Mittlere Erreichbarkeit des Querwegbündels:

$$\bar{k}(QW) = (k_A - y/g_A) \cdot k_B(QW) + y(QW)/g_A \approx 45,3.$$

e) Mittlere Erreichbarkeit des Letztwegbündels:

$$\bar{k}(LW) = (k_A - y/g_A) \cdot k_B(LW) + y(LW)/g_A \approx 21,7.$$

f) Berechnung des Querwegbündels [9, 14]:

$$N(QW) = f \{ B(QW), \bar{k}(QW), y(QW) \} \approx 60,3 \approx 60 \text{ Leitungen.}$$

g) Streuwert des Überlaufverkehrs:

$$D(QW) = p \cdot R(QW)^2 \cdot \bar{k}(QW) / N(QW) \approx 29,9 \text{ mit } p = 0,23.$$

h) Berechnung des Letztwegbündels:

Für das Wertepaar  $\bar{k}(LW)$  und  $B(LW)$  entnimmt man aus den Bildern 7 und 8 die Koeffizienten

$$C_1 = 0,055 \quad \text{und} \quad C_2 = 5,15.$$

Leitungsmehrbedarf:

$$\Delta N(LW) = D(QW) / R(QW) \{ C_1 \cdot (R(QW) - 20) + C_2 \} \approx \\ \approx 10,9 \text{ Leitungen.}$$

Die für angebotenen Zufallsverkehr benötigte Leitungszahl wäre nach [9] bzw. [13]

$$N_0(LW) = f \{ B(LW), \bar{k}(LW), R(QW) \} \approx 19,5 \text{ Leitungen.}$$

Damit wird

$$N(LW) = \Delta N(LW) + N_0(LW) = 30,4 \approx 30 \text{ Leitungen.}$$

**Vergleich mit Simulationsergebnissen**

Das obenberechnete zweistufige Linkssystem mit systeminternem Überlauf wurde auf einem Digitalrechner mit künstlich erzeugtem Fernspreverkehr geprüft.

Simulationsergebnisse:

$$y(QW) = 56,180 \pm 0,009 \text{ Erlang,} \\ B(QW) = 0,1929 \pm 0,0062, \\ y(LW) = 13,164 \pm 0,403 \text{ Erlang,} \\ B(LW) = 0,0208 \pm 0,0058.$$

**3.3.4.2. Vierstufiges Linkssystem mit vier Querleitungsbündeln und gemeinsamem Letztwegbündel**

Vorgegeben ist die Struktur des Linksystems, die Belastung  $y_i(QW)$  und die Überlaufwahrscheinlichkeit  $B_i(QW)$  für jedes Querwegbündel ( $i=I, II, III, IV$ ) sowie der Verlust  $B(LW)$  für das Letztwegbündel:

$$k_A = 5; \quad k_B = 4; \quad k_C = 7; \quad k_{Di}(QW) = 1; \\ g_A = 80; \quad g_B = 40; \quad g_C = 16; \quad k_D(LW) = 2. \\ y_i(QW) = 12 \text{ Erlang}; \quad B_i(QW) = 0,255; \quad B(LW) = 0,03.$$

Die Berechnung nach dem in den Abschnitten 3.3.1 bis 3.3.3 beschriebenen Verfahren ergibt folgende Leitungszahlen:

$$n_i(QW) = 14; \quad n(LW) = 28; \quad i = I, II, III, IV.$$

Simulationsergebnisse:

Verkehrsbelastung und Überlaufwahrscheinlichkeit der Querwegbündel:

$$y_I(QW) = 12,02 \text{ Erlang,} \quad B_I(QW) = 0,261 \pm 0,010, \\ y_{II}(QW) = 11,98 \text{ Erlang,} \quad B_{II}(QW) = 0,258 \pm 0,009, \\ y_{III}(QW) = 11,91 \text{ Erlang,} \quad B_{III}(QW) = 0,251 \pm 0,009, \\ y_{IV}(QW) = 11,92 \text{ Erlang,} \quad B_{IV}(QW) = 0,257 \pm 0,011.$$

Verkehrsbelastung und Verlustwahrscheinlichkeit des gemeinsamen Letztwegbündels:

$$y(LW) = 15,93 \text{ Erlang,} \quad B(LW) = 0,0200 \pm 0,005.$$

\* \* \*

Herr Professor Dr.-Ing. A. Lotze hat dem Verfasser die Möglichkeit gegeben, die hier vorliegenden Untersuchungen an seinem Institut durchzuführen. Für diese Unterstützung sowie für viele interessante und wertvolle Diskussionen sei ihm herzlich gedankt.



**Schrifttum**

Die Abkürzung IND bedeutet: Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Universität (TH) Stuttgart.

- [1] *Bininda, N.; Wendt, A.*: Die effektive Erreichbarkeit für Abnehmerbündel hinter Zwischenleitungsanordnungen. Nachrichtentechn. Z. 12 (1959) S. 579 bis 585.
- [2] *Brockmeyer, E.*: The simple overflow problem in the theory of telephone traffic. Teletechnik 5 (1954) S. 361 bis 374.
- [3] *Breitschneider, G.*: Die Berechnung von Leitungsgruppen für überfließenden Verkehr in Fernsprechwählanlagen. Nachrichtentechn. Z. 9 (1956) S. 533 bis 540.
- [4] *Bridgford, J.*: The geometric group concept and its application to the dimensioning of link access systems. ITV London (1964) Dok.-Nr. 13.
- [5] *Herzog, U.*: Näherungsverfahren zur Berechnung des Streuwerts von Überlaufverkehr hinter Mischungen. Monographie des IND (1964).
- [6] *Herzog, U.; Lotze, A.*: Das RDA-Verfahren, ein Streuwertverfahren für unvollkommene Bündel. Nachrichtentechn. Z. 19 (1966) S. 640 bis 646.
- [6A] *Herzog, U.; Lotze, A.*: The RDA-Method, a method regarding the variance coefficient for limited access trunk groups. NTZ-Commun. J. 7 (1968) S. 47 bis 52.
- [7] *Herzog, U.*: A general variance theory applied to link systems with alternate routing. Kongreßbuch zum ITC New York (1967) S. 398 bis 406.
- [8] *Herzog, U.*: Die Bemessung ein- und mehrstufiger Koppelanordnungen der Vermittlungstechnik für angebotenen Überlaufverkehr. Dissertation an der Universität Stuttgart (1968) und 5. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten des IND (1968).
- [9] **IND**: Tabellen für Streuwert und Verlust von einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener und vollkommener Erreichbarkeit. 2. Auflage (1966).
- [10] **IND**: Tafeln für Streuwert  $D$  und Überlaufverkehr  $R$  von einstufigen Koppelanordnungen mit unvollkommener Erreichbarkeit. Berechnung von Sekundärbündeln für angebotenen Überlaufverkehr ( $R, D$ ), (1965).
- [11] *Lotze, A.*: Loss formula, artificial traffic checks and quality standards for characterizing one stage gradings. ITC Paris (1961) Dok.-Nr. 28.
- [12] *Lotze, A.*: Verluste und Güteermerekmale einstufiger Mischungen. Nachrichtentechn. Z. 14 (1961) S. 449 bis 453.
- [13] *Lotze, A.; Wagner, W.*: Table of the modified Palm-Jacobaeus-loss-formula. **IND** (1962) und 3. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten (1963).
- [14] *Lotze, A.*: A traffic variance method for gradings of arbitrary type. ITC London (1964) Dok.-Nr. 80.
- [15] *Lotze, A.*: Verkehrstheoretische Fragen bei der Gestaltung internationaler Fernwählnetze. Nachrichtentechn. Z. 19 (1966) S. 633 bis 639.
- [15A] *Lotze, A.*: Problems of traffic theory in the design of international direct distance networks. NTZ-Commun. J. 7 (1968) S. 41 bis 46.
- [16] *Lotze, A.; Schehrer, R.*: Die streuwertgerechte Bemessung von Leitungsbündeln in Wählnetzen mit Leitweglenkung. Nachrichtentechn. Z. 19 (1966) S. 719 bis 724.
- [16A] *Lotze, A.; Schehrer, R.*: The design of alternate routing systems with regard to the variance coefficient. NTZ-Commun. J. 7 (1968) S. 52 bis 56.
- [17] *Lotze, A.*: Berechnung der Blockierungs- und Verlustwahrscheinlichkeit zwei- und mehrstufiger Linkssysteme für Mischwahl oder Gruppenwahl nach dem Näherungsverfahren der „kombinierten Eingangs- und Abnehmerblockierung“. 3. Bericht über verkehrstheoretische Untersuchungen des IND (1963).
- [18] *Lotze, A.*: Optimierung von Linksystemen **IND** (1966).
- [18A] *Lotze, A.*: Optimum link systems. Kongreßbuch zum ITC New York (1967) S. 242 bis 251.
- [19] *Schehrer, R.*: Die Berücksichtigung des Streuwerts bei der Bemessung von Querleitungsbündeln und Kennzahlwegbündeln in der Landesfernwahl. Monographie des IND (1964).
- [20] *Schehrer, R.*: Ein Verfahren zur wirtschaftlich optimalen Bemessung von Wählnetzen mit Leitweglenkung. Monographie des IND (1965).
- [21] *Schehrer, R.*: Optimal design of alternate routing systems. Kongreßbuch zum ITC New York (1967) S. 378 bis 389.
- [22] *Smith, N. M. H.*: More accurate calculation of overflow traffic from link trunked crossbar group selectors. Austral. Telecommun. Monographs Nr. 1.
- [23] *Wallström, B.*: Artificial traffic trials on a two-stage link system. Congestion theory and simulated traffic studies. Ericsson Techn. (1961), Nr. 2.
- [24] *Wilkinson, R. I.; (Riordan, J.)*: Theories for toll traffic engineering in the U.S.A. ITC Paris (1955), Dok.-Nr. 43 und Bell Syst. techn. J. 35 (1956) S. 421 bis 514.
- [25] *Wilkinson, R. I.*: Simplified engineering of single stage alternate routing systems. ITC London (1964), Dok.-Nr. 75.

(Eingangsdatum: 13. August 1969)