

# Die Berechnung von Leitungsbündeln hinter vereinfachten Mischungstypen

Mitteilung aus dem Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung der Universität Stuttgart

## Calculation of Trunk Groups for Simplified Gradings

A report from the Institute for Switching and Data Techniques of the University of Stuttgart

Von Ulrich Herzog, Alfred Lotze und Rudolf Schehrer

DK/UDC 621.395.657.2

### 1. Einleitung

In der Vermittlungstechnik werden häufig anstelle hochwertiger Mischungen sogenannte „vereinfachte“ Mischungstypen verwendet (z. B. O'Dell-Mischungen, Normmischungen, vereinfachte Normmischungen usw.). Derartige vereinfachte Mischungstypen haben zwar eine höhere Verlustwahrscheinlichkeit zur Folge als hochwertige Mischungen; aus Gründen der Wirtschaftlichkeit ist jedoch dieser Nachteil oft vertretbar (einfache Mischpläne, geringer Arbeitsaufwand beim Einbau und bei Erweiterungen). Eine Schwierigkeit liegt nun darin, auch für diese verschiedenen vereinfachten Mischungstypen möglichst genaue Projektierungsunterlagen [Tabellen  $B = f(A, n, k)$ ] zu berechnen.

Erlang's Interconnection-Formel (1920) liefert für sogenannte „Ideale Erlangmischungen“ exakte Ergebnisse [1]. Als Berechnungsgrundlage für praktisch realisierbare Mischungen konnte sie sich jedoch nicht durchsetzen, da fast in allen Fällen die berechneten Werte zu optimistisch sind.

O'Dell's Verlust-Formel (1927) wurde für den speziellen Typ der O'Dell-Mischung entwickelt [2] und kann – durch geeignete Wahl der Interpolations-Konstanten – auch an andere Mischungstypen angepaßt werden [3]. Im Bereich kleiner Verluste ( $B < 5\%$ ) liefert diese Formel dann ebenfalls hinreichend genaue Ergebnisse; für höhere Verluste, wie sie bei Querleitungsbündeln auftreten, sind die berechneten Werte jedoch zu ungenau.

Die Modifizierte Palm-Jacobaeus-Verlust-Formel (MPJ) liefert für geordnetes Absuchen hochwertiger Mischungen mit Staffeln, Übergreifen und gutem

setzt ausgleich von kleinen bis zu hohen Verlustwerten sehr wirklichkeitstreue Ergebnisse [4 bis 7].

Im folgenden wird gezeigt, wie mit Hilfe dieser MPJ-Formel und einer der nachstehenden zwei einfachen Anpassungsfunktionen

$$\Delta A_1 = f(n, k, \text{Mischungstyp})$$

$$\Delta A_2 = f(n, k, B, \text{Mischungstyp})$$

auch eine genaue Berechnung verschiedenartigster vereinfachter Mischungstypen möglich ist (Unterschied der beiden Anpassungsfunktionen vgl. Abschnitt 3).

Die Unterscheidung der einzelnen Mischungstypen erfolgt bei beiden Anpassungsfunktionen durch einen für jeden Mischungstyp charakteristischen konstanten Anpassungsfaktor  $F$ . Bild 1 zeigt hierzu ein Beispiel. Eingezeichnet sind die Simulationsergebnisse sowie die mit  $\Delta A_1$  angepaßte MPJ-Formel für drei verschiedene Mischungstypen:

I: Hochwertige Mischung mit Staffeln, Übergreifen und gutem Besetztgleich. Anpassungsfaktor  $F = 0$ .

II: Vereinfachte Normmischung der Deutschen Bundespost. Anpassungsfaktor  $F = -0,3$ .

III: O'Dell-Mischung nach den Unterlagen des British Post Office. Anpassungsfaktor  $F = -1,1$ .

Alle drei Mischungstypen wurden in diesen Beispielen für die Erreichbarkeit  $k = 10$ , die Abnehmerleitungszahl  $n = 110$  und für  $g = 24$  Zubringerteilgruppen auf einem Digitalrechner mit künstlich erzeugtem Zufallsverkehr getestet. Die Mischpläne sind in den Bildern 2, 3 und 4 dargestellt. Man erkennt die beträchtlichen Verlustunterschiede zwischen den einzelnen Mischungstypen sowie die Genauigkeit der angepaßten MPJ-Verlust-Formel.

Der Grundgedanke der MPJ-Verlustformel [5 bis 9] wird im Abschnitt 2 kurz beschrieben. Daran anschließend werden im Abschnitt 3 beide Anpassungsfunktionen angegeben und miteinander verglichen. (Die Anpassungsfunktion  $\Delta A_1$  wurde bereits in [8], [9] und [10] veröffentlicht.) Zahlreiche Simulationsergebnisse zeigen die Genauigkeit beider Anpassungsfunktionen für vereinfachte Normmischungen der Deutschen Bundespost (Simulationsergebnisse für andere Mischungstypen siehe [10]).

### 2. Grundgedanke der MPJ-Verlustformel, [5] bis [9]

Allgemein gilt für die Verlustwahrscheinlichkeit  $B$  einer Koppelanordnung mit unvollkommener Erreichbarkeit bei angebotenenem Zufallsverkehr 1. Art:

$$B = \sum_{x=k}^n p(x) \cdot \sigma(x). \quad (1)$$

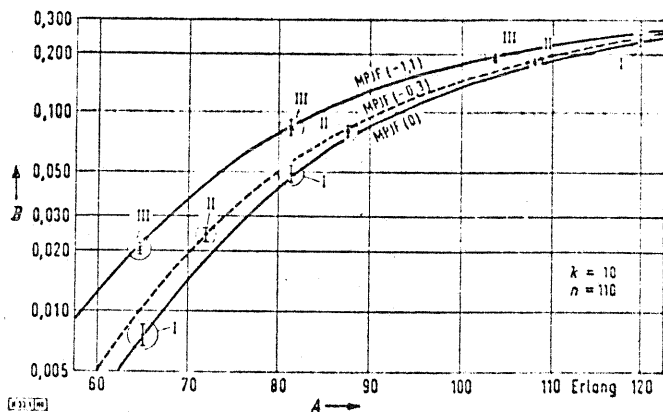


Bild 1. Anpassung der MPJ-Formel an Mischungen verschiedenen Typs (I hochwertige Mischung, II vereinfachte Normmischung, III O'Dell-Mischung). Mischpläne siehe Bild 2, 3 und 4.

Fig. 1. Adaption of the MPJ Loss Formula to gradings of various types (I: high efficiency grading, II: simplified standard grading, III: O'Dell grading). Grading schemes see Fig. 2, 3 and 4.

**1. Introduction**

In switching networks so-called simplified gradings are often used in place of high-efficiency gradings. Simplified gradings include for example gradings of the O'Dell type, standard gradings, and simplified standard gradings. Compared with high-efficiency gradings, simplified gradings have a higher probability of loss for a given amount of offered traffic. This disadvantage, however, is offset by economic advantages such as simple manufacturing and small labour costs for installation and extension. The introduction of simplified gradings involves the problem of how to get accurate data for planning purposes (tables for the probability of loss as a function of offered traffic, availability, and number of trunks).

Erlang's Interconnection Formula (1920) gives exact results for so-called Ideal Erlang gradings [1]. Yet this formula did not succeed in becoming a generally accepted base of calculation with respect to gradings as realized in practice, because in most of all these cases calculated values show clearly an optimistic tendency.

O'Dell's Loss Formula (1927) has been developed for the special type of the O'Dell gradings [2]. By a suitable chosen coefficient of interpolation the

formula can be adapted to other types of gradings [3]. Then in the range of small losses ( $B < 0.5\%$ ) good results are obtained. For higher losses occurring in high-usage routes, the calculated values are inaccurate.

The Modified Palm-Jacobaeus Loss Formula - MPJ - yields realistic results in the whole range from small to high values of loss which hold true for sequentially hunted inhomogeneous gradings with skipping and slipping, i.e. high efficiency gradings with good traffic balance [4-7].

It will be shown how gradings of various types can accurately be calculated, too, by means of the MPJ Loss Formula in conjunction with one of the following adaptation formulae:

$$\Delta A_1 = f(n, k, \text{type of grading})$$

$$\Delta A_2 = f(n, k, B, \text{type of grading})$$

(Difference of these adaptation formulae see Section 3).

In these adaptation functions the various types of gradings are distinguished by means of a characteristic "fitting parameter  $F$ " having a constant value for each type of grading.

An example is given in Fig. 1 showing the probability of loss  $B$  as a function of the offered traffic  $A$ . Results of artificial traffic tests and the curves of the MPJ Loss Formula being adapted according to the function  $\Delta A_1$  are presented for three different types of gradings:

- I. Inhomogeneous grading of high efficiency with skipping and good traffic balance. Fitting parameter  $F = 0$ .
- II. Simplified standard grading of the German GPO. Fitting parameter  $F = -0.3$ .
- III. O'Dell's grading according to the British GPO. Fitting parameter  $F = -1.1$ .

In the example all three types of gradings have  $n = 110$  trunks being hunted by  $g = 24$  selector groups with an availability of  $k = 10$ .

These gradings have been investigated by means of artificial traffic trials carried out on a digital computer. As to the grading schemes see Figs. 2, 3 and 4. Comparing the different gradings, the remarkable differences of loss for the same offered traffic and the good

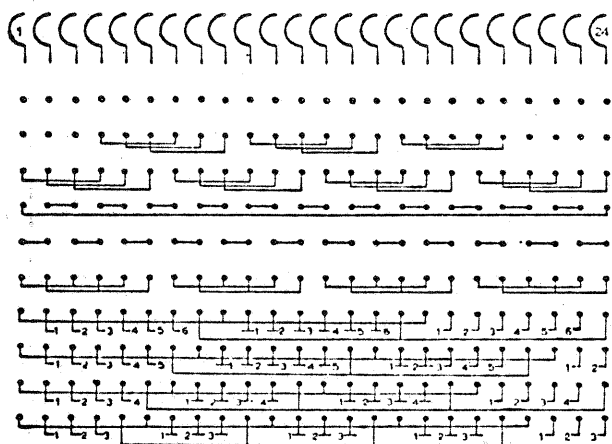


Bild 2. Hochwertige Mischung mit Staffeln und Übergreifen für die Erreichbarkeit  $k = 10$  und  $n = 110$  Abnehmerleitungen.

Fig. 2. Inhomogeneous high efficiency grading with skipping and good traffic balance for the availability  $k = 10$  and  $n = 110$  outgoing lines.

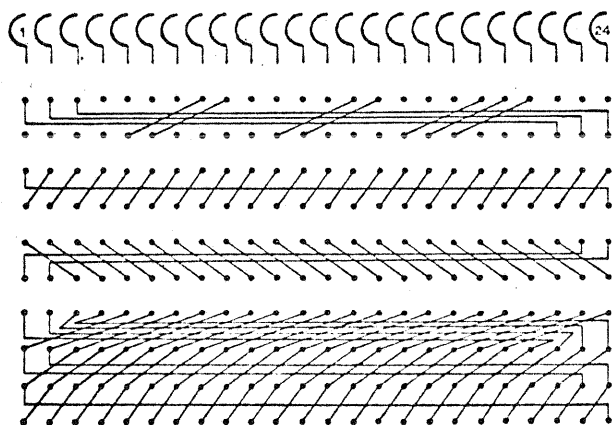


Bild 3. Vereinfachte Normmischung der Deutschen Bundespost für die Erreichbarkeit  $k = 10$  und  $n = 110$  Abnehmerleitungen.

Fig. 3. Simplified standard gradings of the German Post Office for the availability  $k = 10$  and  $n = 110$  outgoing lines.

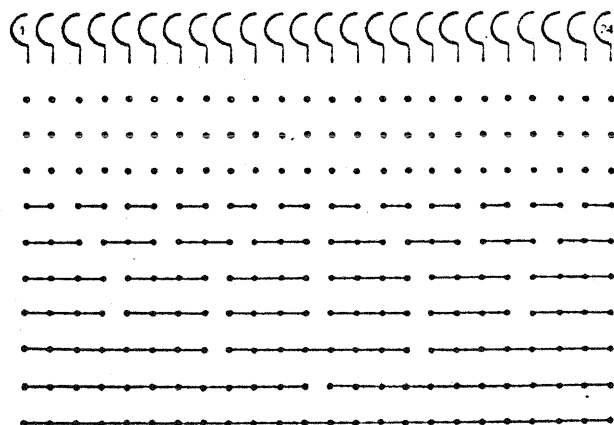


Bild 4. O'Dell-Mischung für die Erreichbarkeit  $k = 10$  und  $n = 110$  Abnehmerleitungen.

Fig. 4. O'Dell grading for the availability  $k = 10$  and  $n = 110$  outgoing lines.

$p(x)$  Belegungswahrscheinlichkeit

„gerade  $x$  Leitungen gleichzeitig belegt“,

$\sigma(x)$  Sperrwahrscheinlichkeit

„ein Anruf erreicht im Zustand „ $x$  Leitungen belegt“ keine freie Abnehmerleitung“.

Die Wahrscheinlichkeit  $p(x)$  eines Bündels mit  $n$  Abnehmerleitungen ist bei derselben Belastung  $Y$  in erster Näherung unabhängig davon, ob diese Belastung durch vollkommenes, unvollkommenes einstufiges oder mehrstufiges Absuchen des Bündels entsteht.

Aus diesem Grund wird in Gl. (1) für ein vorgegebenes Wertetripel  $(Y, n, k)$  die Verteilung  $p(x)$  eines vollkommen erreichbaren Bündels gleicher Belastung  $Y$  und Leitungszahl  $n$  benutzt. Daraus ergibt sich

$$p(x) = \frac{A_0^x}{x!} \cdot \frac{1}{\sum_{\xi=0}^n \frac{A_0^\xi}{\xi!}}, \quad (2)$$

$$Y = \sum_{x=0}^n x \cdot p(x). \quad (3)$$

$A_0$  ist jenes Angebot, welches für die vorgeschriebene Belastung  $Y$  im Falle vollkommener Erreichbarkeit notwendig wäre. Daraus folgt

$$A_0 = \frac{Y}{1 - E_{1,n}(A_0)}. \quad (4)$$

Der Berechnung der Sperrwahrscheinlichkeit liegt folgende Überlegung zugrunde:

a) Bei Gleichwahrscheinlichkeit aller  $\binom{n}{x}$  Muster eines Zustandes „ $x$  aus  $n$  Abnehmerleitungen sind belegt“ gilt

$$\sigma(x) = \frac{\binom{n-k}{x-k}}{\binom{n}{x}} = \frac{\binom{x}{k}}{\binom{n}{k}}. \quad (5a)$$

b) Bei geordnetem Absuchen einer Mischung sind zwar die Wahrscheinlichkeiten der  $\binom{n}{x}$  Muster eines Zustandes „ $x$  Leitungen belegt“ ungleich groß. Es kann aber als Näherung angenommen werden, daß sich der Erwartungswert der Sperrwahrscheinlichkeit nicht ändert:

$$\sigma(x) = \sum_{\gamma=1}^n \sigma(x_\gamma) \cdot p(x_\gamma) = \frac{\binom{x}{k}}{\binom{n}{k}}. \quad (5b)$$

Setzt man die Gl. (2) und (5) in Gl. (1) für die Verlustwahrscheinlichkeit ein, so erhält man nach einigen Umformungen die MPJ-Verlust-Formel. Es gilt

$$B = B_{MPJ} = \frac{E_{1,n}(A_0)}{E_{1,n-k}(A_0)}, \quad (6)$$

$$A_{MPJ} = \frac{Y}{1 - B_{MPJ}}. \quad (7)$$

Dabei ist

$$E_{1,z}(A_0) = \frac{A_0^z}{z!} \cdot \frac{1}{\sum_{\xi=0}^z \frac{A_0^\xi}{\xi!}}. \quad (8)$$

### 3. Anpassung an verschiedenartige Mischungstypen

#### 3.1. Die Anpassungsformeln

Vergleicht man die MPJ-Formel mit Testergebnissen z. B. für O'Dell-Mischungen (ohne Übergreifen) oder Normmischungen der Deutschen Bundespost, so erkennt man, daß für feste Werte  $(n, k)$  die Differenz zwischen dem rechnerischen MPJ-Angebot  $A_{MPJ}$  und dem tatsächlich zulässigen Angebot bei jedem Mischungstyp einen nahezu konstanten, vom Verlust fast unabhängigen Wert  $\Delta A$  hat<sup>1)</sup>.

Dieser Anpassungswert  $\Delta A$  steigt bei konstanter Erreichbarkeit  $k$  mit wachsender Leitungszahl  $n$ . Mit zunehmender Erreichbarkeit und konstanter Leitungszahl  $n$  wird  $\Delta A$  kleiner.

Folgende Anpassungsfunktion, die anhand sehr vieler Tests mit künstlichem Zufallsverkehr empirisch gefunden wurde, erlaubt die Berücksichtigung dieser Unterschiede:

$$\Delta A_1 = F \cdot \left\{ \frac{n}{k} - 1 \right\}^2 \cdot \frac{k-2}{60+4k}. \quad (9)$$

Das zulässige Angebot an einen bestimmten Mischungstyp ist deshalb

$$A_{zul1} = A_{MPJ} + \Delta A_1. \quad (10)$$

$F$  ist der Anpassungsfaktor und charakterisiert einen bestimmten Mischungstyp. Allgemein ist

$F < 0$  bei vereinfachten Mischungstypen (z. B. O'Dell-Mischungen, Normmischungen, vereinfachten Normmischungen),

$F = 0$  für hochwertige Mischungen mit Staffeln, Übergreifen und gutem Besetztgleichgewicht,

$F > 0$  für besonders hochwertige Mischungen mit extrem hohem Mischungsverhältnis.

Anhand zahlreicher Verkehrstests auf einer elektronischen Datenverarbeitungsanlage wurde der Anpassungsfaktor  $F$  für die wichtigen vereinfachten Mischungstypen ermittelt. Es gilt

$F = -1,1$  für O'Dell-Mischungen,

$F = -0,3$  für vereinfachte Normmischungen,

$F = -0,25$  für Normmischungen.

Die aus Verkehrstests gewonnene besonders einfache  $\Delta A_1$ -Formel (9) hat den Vorzug, unabhängig vom zugehörigen Verlustwert  $B$  zu sein. Dadurch kommt es in Einzelfällen vor, daß eine Verdoppelung der Leitungszahl von  $n_1$  auf  $2n_1$  (bei konstantem Verlust) ein Angebot  $A_2$  liefert, das geringfügig kleiner als  $2A_1$  ist. Dieser Effekt läßt sich durch folgende, etwas kompliziertere Anpassungsformel vermeiden:

$$\Delta A_2 = F \cdot \left\{ \frac{n}{k} - 1 \right\}^2 \cdot \frac{k-2}{60+4k} \cdot \frac{1-B}{1+kB^2}. \quad (11)$$

Dann ergibt sich für das zulässige Angebot

$$A_{zul2} = A_{MPJ} + \Delta A_2. \quad (12)$$

#### 3.2. Lineare Extrapolation für große Leitungsbündel

Für Bündelgrößen mit  $n_{\text{grenz}} > k^2$ , spätestens jedoch ab  $n_{\text{grenz}} = 10k$  kann das zulässige Angebot wie folgt linear extrapoliert werden:

<sup>1)</sup> Vergleicht man die Simulationsergebnisse statt dessen mit Erlang's Interconnection-Formel oder O'Dell's Verlust-Formel, so sieht man, daß hier  $\Delta A$  stark verlustabhängig ist. Eine ganz oder nahezu verlustinvariante Anpassung dieser Formeln an verschiedene Mischungstypen ist deshalb nicht möglich.

accuracy of the adapted MPJ Loss Formula in all three cases can readily be seen.

A short description of the basic idea of the MPJ Loss Formula [5-9] will be given in Section 2. Subsequently, both adaptation functions are stated and compared with each other in Section 3. (The adaptation function  $\Delta A_1$  has already been published in [8], [9] and [10]). Numerous results of artificial traffic tests are showing the accuracy of both adaptation functions for simplified standard gradings of the German Post Office (artificial traffic tests for other types of gradings see [10]).

## 2. Outline of the MPJ Loss Formula

The general formula for the probability of loss  $B$  in a connecting array with  $n$  trunks and limited availability  $k \leq n$  for offered pure chance traffic no. 1 is given by Eqn. (1), where  $p(x)$  is the probability that  $x$  out of  $n$  trunks are simultaneously busy ( $x = 0, 1, 2, \dots, n$ ) and  $\sigma(x)$  is the complement of passage probability in the state ( $x$ ).

For a given carried traffic  $Y$ , the probability  $p(x)$  is assumed to be approximately constant independent of whether this traffic originates from hunting with full or limited availability in connecting arrays with one or more stages.

For given values of ( $Y, n, k$ ), therefore, the distribution  $p(x)$  of a full available route with  $n$  trunks carrying a traffic  $Y$  is taken in Eqn. (1). Hence Eqns. (2) and (3) result.  $A_0$  means the traffic which has to be offered in case of full availability in order to generate the given traffic  $Y$  on  $n$  trunks. Thus, with  $E_{1,n}(A_0)$  denoting Erlang's time and call congestion in a full available route,  $A_0$  may be determined from Eqn. (4). An expression for  $\sigma(x)$  is obtained by arguing along the following lines:

- When all  $\binom{n}{x}$  patterns of the state "x out of n trunks simultaneously busy" would be equally probable, then the expression is given by Eqn. (5a).
- The probabilities of the  $\binom{n}{x}$  different patterns ( $x_i$ ) in state  $x$  being unequal in case of sequential hunting, it can be assumed that the expectation of  $\sigma(x)$  remains approximately unchanged (Eqn. 5b).

Inserting Eqns. (2) and (5) in Eqn. (1) one obtains the MPJ Loss Formula which can be written as in Eqn. (6). For  $A_{MPJ}$  and  $E_{1,z}(A_0)$  see Eqns. (7) and (8).

## 3. Adaptation to Different Types of Gradings

### 3.1. Adaptation Formulae

Comparing the results of the MPJ Loss Formula with test results as obtained for example with O'Dell gradings (without skipping) or standard gradings of the German GPO, an important fact becomes obvious. For given values ( $n, k$ ) the difference between the admissible offered traffic  $A_{adm}$  and the offered traffic  $A_{MPJ}$  as evaluated by means of the MPJ Loss Formula amounts to an almost constant value  $\Delta A$  which is nearly independent of the loss<sup>1)</sup>. For a given availability  $k$  the value of  $\Delta A$  increases with the number of

trunks. Conversely  $\Delta A$  decreases with increasing availability, when the number of trunks is given. The function of adaptation, Eqn. (9), results empirically from a large number of artificial traffic tests. The admissible traffic  $A_{adm}$  which can be actually offered to a certain grading is then  $A_{adm1} = A_{MPJ} + \Delta A_1$ . In Eqn. (9)  $F$  is the "fitting parameter", characterizing a distinct type of grading. Three cases may be distinguished:

- $F < 0$ : Simplified types of gradings (for instance O'Dell's gradings, standard gradings, simplified standard gradings);
- $F = 0$ : Inhomogeneous gradings of high efficiency with a good traffic balance by skipping;
- $F > 0$ : Outstandingly efficient gradings with extremely high grading ratios.

Numerous traffic tests have been performed on a digital computer to determine the fitting parameter  $F$  for some of the most important simplified gradings.

One obtains

- $F = -1.1$  for gradings according to O'Dell,
- $F = -0.3$  for simplified standard gradings of the German GPO,
- $F = -0.25$  for standard gradings of the German GPO.

The most simple  $\Delta A_1$  formula which is based on test results has the advantage of being independent of the corresponding value of the loss  $B$ . Thus, in particular cases, it can happen that the doubling of the number of lines from  $n_1$  to  $2n_1$  yields an offered traffic  $A_2$  which is slightly smaller than  $2A_1$ . This effect can be avoided by Eqn. (11) which is a little more complicated. Then for the admissible traffic  $A_{adm2} = A_{MPJ} + \Delta A_2$  is obtained.

### 3.2. Linear Extrapolation for Large Trunk Groups

For group sizes with  $n > n_{bound} = k^2$ , starting, however, from  $n_{bound} = 10k$  at the latest, the offered traffic admissible may be obtained by linear extrapolation according to Eqn. (13).  $A_{grenz}$  means  $A_{bound}$  and is equal to  $A_{adm1}(bound)$  respectively  $A_{adm2}(bound)$ . The increment  $A_2$  of the offered traffic in Eqn. (13) is given at the end of each table  $n = i(A, k, B)$ .

### 3.3. Comparison with Simulation Results

Examples of simplified standard gradings for the availabilities  $k = 10$  and  $k = 20$  are shown in Fig. 5 and Fig. 6; grading schemes see Fig. 7 to Fig. 11. It can be seen that the difference between both adaptation functions is very small. The good accordance between test results and the adapted MPJ-Loss-Formula (MPJF) is evident.

## 4. Conclusion

The MPJ Loss Formula yields accurate results for high efficiency gradings. Furthermore, each of the two adaptation formulae (9) and (11) permits a realistic calculation of simplified grading types as e.g. O'Dell gradings and standard gradings. The adaptation function  $\Delta A_1$  is only dependent of the number of lines  $n$ , the availability  $k$  and the quality of grading, i. e. invariant to loss. Eqn. (11) of  $\Delta A_2$  yields an adaptation which is a little more complicated and therefore even more accurate.

1) If, however, the test results are compared with Erlang's Interconnection Formula or O'Dell's Formula, it can be seen that in these cases  $\Delta A$  is considerably dependent of the loss. Therefore an adaptation of these formulae to different types of gradings will not be invariant or nearly invariant to loss.

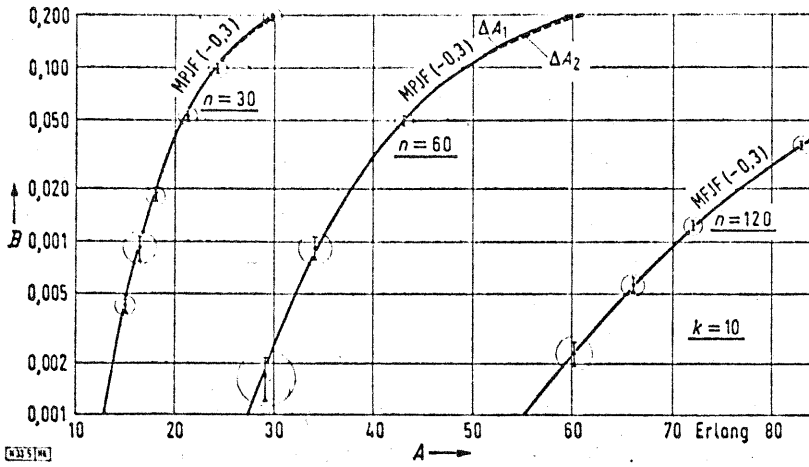


Bild 5. Vergleich der angepassten MPJ-Verlustformel (MPJF) mit Simulationsergebnissen (Anpassungsfaktor  $F = -0,3$ ; Anpassungsfunktion  $\Delta A_1$  — und  $\Delta A_2$  ---). Erreichbarkeit  $k=10$ .

Fig. 5. Comparison of the adapted MPJ Loss Formula (MPJF) with test results (Fitting Coefficient  $F = -0,3$ ; adaption function  $\Delta A_1$  — and  $\Delta A_2$  ---). Availability  $k=10$ .

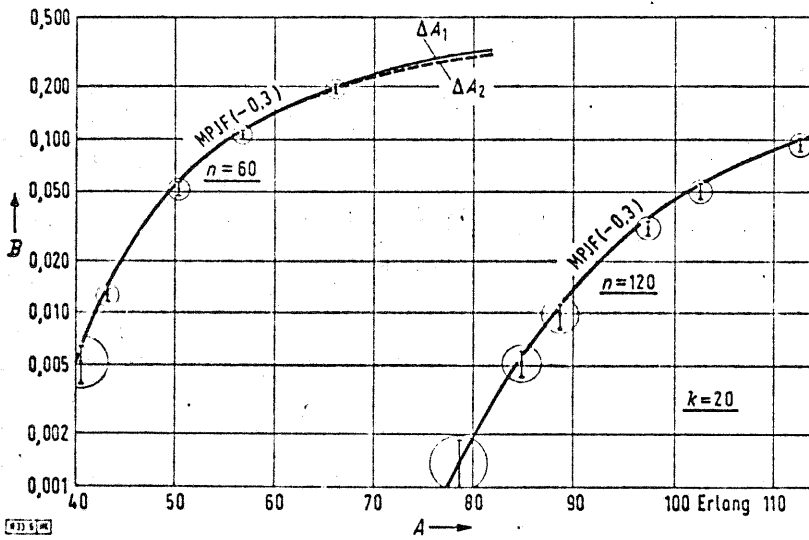


Bild 6. Vergleich der angepassten MPJ-Verlustformel (MPJF) mit Simulationsergebnissen (Anpassungsfaktor  $F = -0,3$ ; Anpassungsfunktion  $\Delta A_1$  — und  $\Delta A_2$  ---). Erreichbarkeit  $k=20$ .

Fig. 6. Comparison of the adapted MPJ Loss Formula (MPJF) with test results (Fitting Coefficient  $F = -0,3$ ; adaption function  $\Delta A_1$  — and  $\Delta A_2$  ---). Availability  $k=20$ .

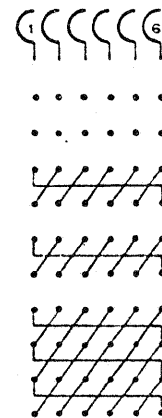


Bild 7.

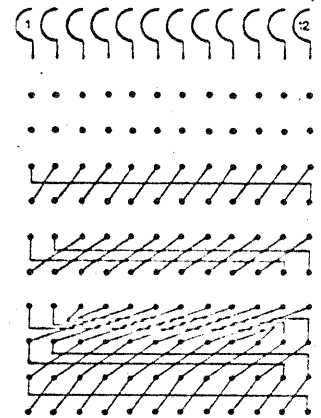


Bild 8.

Bild 7. Vereinfachte Normmischung ( $k=10, n=30$ ).

Fig. 7. Simplified standard grading ( $k=10, n=30$ ).

Bild 8. Vereinfachte Normmischung ( $k=10, n=60$ ).

Fig. 8. Simplified standard grading ( $k=10, n=60$ ).

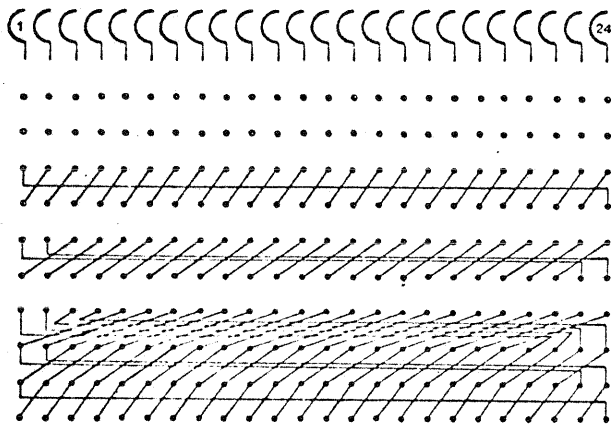


Bild 9. Vereinfachte Normmischung ( $k=10, n=120$ ).  
Fig. 9. Simplified standard grading ( $k=10, n=120$ ).

Bild 10. Vereinfachte Normmischung ( $k=20, n=60$ ).  
Fig. 10. Simplified standard grading ( $k=20, n=60$ ).

Bild 11. Vereinfachte Normmischung ( $k=20, n=120$ ).  
Fig. 11. Simplified standard grading ( $k=20, n=120$ ).

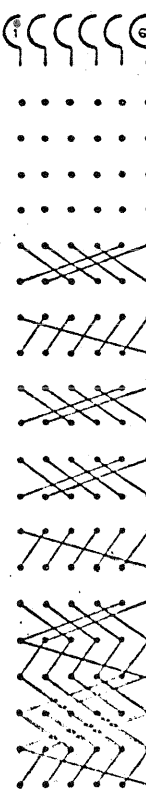


Bild 10.

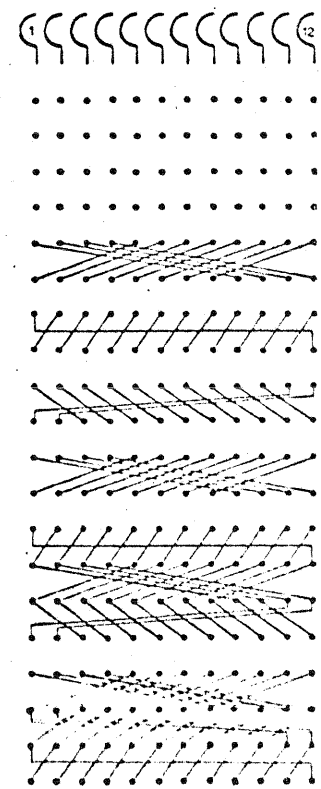


Bild 11.

$$A = \frac{n A_{\text{grenz}}}{n_{\text{grenz}}} = n A_z \quad (13)$$

$$A_{\text{grenz}} = A_{\text{zul1}}(\text{grenz}), \quad A_{\text{grenz}} = A_{\text{zul2}}(\text{grenz}).$$

Der Angebotszuwachs  $A_z$  in Gl. (13) wird am Ende jeder Tabelle  $n = f(A, k, B)$  angegeben.

### 3.3. Vergleich mit Simulationsergebnissen

In den Bildern 5 und 6 sind Beispiele von vereinfachten Normmischungen für die Erreichbarkeiten  $k = 10$  und  $k = 20$  angegeben. Mischpläne zeigen die Bilder 7 bis 11.

Man erkennt, daß der Unterschied zwischen beiden Anpassungsfunktionen sehr gering ist. Der Vergleich von Testergebnissen mit den Resultaten der angepaßten MPJ-Formel zeigt die gute Übereinstimmung.

### 4. Zusammenfassung

Die MPJ-Verlustformel liefert für hochwertige Mischungen genaue Ergebnisse. Die beiden Anpassungsformeln (9) und (11) erlauben auch jede eine wirklichkeitsnahe Berechnung vereinfachter Mischungstypen wie z. B. O'Dell- und Normmischungen. Die Anpassungsfunktion  $\Delta A_1$  ist nur von der Leitungszahl  $n$ , der Erreichbarkeit  $k$  und der Güte der Mischung abhängig, also verlustinvariant. Gl. (11) für  $\Delta A_2$  liefert eine etwas kompliziertere Anpassungsfunktion und ist deshalb noch genauer.

### Schrifttum References

- [1] Brockmeyer, E.; Halström, H.L.; Jensen, A.: The life and works of A. K. Erlang. Trans. Danish Acad. Techn. Sci. N. 2, Copenhagen, 1940.
- [2] O'Dell, G. F.: An outline of the trunking aspect of Automatic Telephony. Journal of the IEE 65 (1927) S. 185 bis 214.
- [3] Einarsson, K. A.; Haakanson, L.; Lundgreen, E.; Tange, J.: Simplified type of gradings with skipping. Tele (1961) H. 2, pp. 74 bis 96 und 3. ITC Paris (1961) Doc. 40.
- [4] Lotze, A.: Loss formula, artificial traffic checks and quality standards for characterizing one-stage gradings. 3. ITC Paris (1961) Doc. 28.
- [5] Lotze, A.: Verluste und Güteermerekmale einstufiger Mischungen. Nachrichtentech. Z. 14 (1961) H. 9, S. 449 bis 453.
- [6] Lotze, A.; Wagner, W.: Table of Modified Palm-Jacobaeus loss formula. Institute for Switching and Data Technics, Techn. Univ., Stuttgart, 1963.
- [7] Institute for Switching and Data Technics, Techn. Univ. Stuttgart: Tables for overflow variance coefficient and loss of gradings and full available groups. 2nd. Edition. Stuttgart, 1966.
- [8] Lotze, A.: History and Development of grading theory. Prebook of the 5th International Teletraffic Congress, New York, 1967.
- [9] Botsch, D.: International standardizing of loss formulae. Prebook of the 5th International Teletraffic Congress, New York, 1967.
- [10] Herzog, U.: Adaptation of the MPJ loss formula to gradings of various type. 4th Report on Studies in Congestion Theory, Institute for Switching and Data Technics, Techn. Univ. Stuttgart, 1967.
- [11] Heinrich, G.; Trautmann, K.: Vereinfachte Normmischung hinter einstufigen Koppelanordnungen in der Vermittlungstechnik. Nachrichtentech. Z. 21 (1968) H. 3, S. 141 bis 146.

(Eingangsdatum, 12. September 1969)