

# UNTERSUCHUNGEN ZUR VERKEHRSGERECHTEN DIMENSIONIERUNG VON SPEICHERVERMITTLUNGEN

W. Bux, P. Kühn

Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart

## Zusammenfassung

Beim Entwurf von Speichervermittlungsnetzen ist u.a. eine verkehrsgerechte Dimensionierung der Speicher und Übertragungskanäle anzustreben. Hierzu wird das tatsächliche Ablaufgeschehen durch Modelle beschrieben und quantitativ untersucht. In der vorliegenden Arbeit wird die Dimensionierung der Nachrichtenspeicher innerhalb der Speichervermittlungsknoten mit Hilfe eines mehrstufigen Warteschlangenmodelles unter Berücksichtigung der Quittungssignalisierung behandelt. Die Einflüsse von Speichergröße, Übertragungsgüte und Nachrichtenlängen auf Speicherüberlauf und Durchlaufzeiten werden anhand numerischer Beispiele aufgezeigt.

Die einzelnen Kapitel sind:

1. Einleitung
2. Modellbildung
3. Verkehrstheoretische Untersuchung des Modells
4. Ergebnisse und Dimensionierung

## 1. Einleitung

Wie bei allen Nachrichtennetzen stellt sich auch bei der Planung und dem Entwurf von Datennetzen die Frage einer dem abzuwickelnden Verkehr angemessenen Dimensionierung. Als Kriterien werden hierbei z.B. Auslastungen von Speichern und Übertragungskanälen sowie Durchlaufzeiten für den Vermittlungs- und Übertragungsvorgang herangezogen. Die verkehrsmäßige Analyse des Ablaufgeschehens erfolgt i.a. durch verkehrstheoretische Modelle, welche die wesentlichsten Vorgänge (Transport, Verarbeitung, Abfertigungsauswahl usw.) beschreiben.

Wegen der Vielzahl der Bedienungs- und Transportvorgänge und deren komplexen Zusammenhänge ist es i.a. nicht möglich, das gesamte Netz in einem einzigen verkehrstheoretischen Modell zu erfassen. Man zerlegt deshalb das Netz an geeigneten Schnittstellen in Teilsysteme, untersucht diese und schließt aus den Teilergebnissen auf die verkehrsmäßigen Eigenschaften des Gesamtnetzes. Dieses Verfahren wird bei der Dimensionierung von Fernsprechnetzen erfolgreich angewandt und läßt sich auch auf Datennetze übertragen.

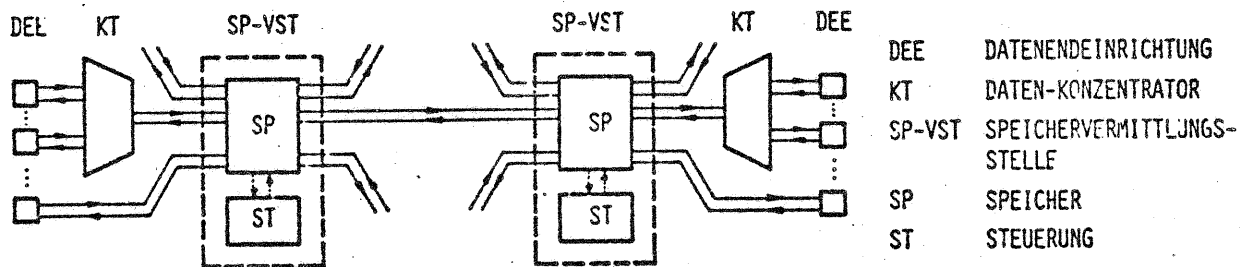
Eine Hauptschwierigkeit dieser Vorgehensweise liegt in der Wahl der Schnittstellen für das Teilmodell, so daß dieses einerseits einer analytischen oder simulationstechnischen Behandlung zugänglich ist, andererseits aber die Wechselwirkung zwischen der Netzumgebung und dem Teilmodell genügend genau nachgebildet wird.

Für Datennetze mit dem Speichervermittlungsprinzip (store-and-forward switching) führt die Modellbildung i.a. auf Netze aus Warteschlangen-Teilmodellen, welche entweder analytisch oder simulationstechnisch untersucht werden. Die im folgenden vorgeschlagene Modellbildung läßt sich prinzipiell auf alle Speichervermittlungsknoten anwenden, welche nach der abschnittsweisen Fehlersicherung mit einer Quittungssignalisierung arbeiten.

## 2. Modellbildung

### 2.1 Speichervermittlungsnetze

Im Gegensatz zur Durchschaltvermittlung wird bei Speicher- oder Teilstreckenvermittlung zwischen rufendem und gerufenem Teilnehmer kein durchgehender Weg geschaltet, sondern die zu vermittelnde Nachricht wird stafettenweise durch das Vermittlungsnetz transportiert. Hierbei wird die Nachricht vor ihrem Weitertransport in jedem durchlaufenen Vermittlungsknoten zwischengespeichert. In Bild 1 sind die wesentlichsten Komponenten eines Speichervermittlungsnetzes dargestellt.



**Bild 1.** Prinzipieller Aufbau eines Speichervermittlungsnetzes

Wird in der oben beschriebenen Weise die komplette vom Teilnehmer (Datenendeinrichtung) abgesetzte Nachricht (message) vermittelt, so spricht man von "Message Switching". Wird dagegen die Nachricht im Ursprungsknoten in relativ kurze Pakete (packets) zerlegt, welche getrennt vermittelt und im Zielknoten wieder zur ursprünglichen Nachricht zusammengestellt werden, so handelt es sich um "Packet Switching".

Eine Nachrichteneinheit (message bei Message Switching bzw. packet bei Packet Switching) besteht aus drei Teilen, dem Nachrichtenkopf für Ursprungs- und Zielinformationen, dem Nachrichtenrumpf für die eigentliche Nutzinformation sowie dem Sicherungsteil für Prüfinformationen.

Die Zwischenspeicherung der Nachrichteneinheiten in jeder durchlaufenen Vermittlungsstelle bietet die Möglichkeit einer abschnittswisen Fehlersicherung, bei welcher jede Vermittlungsstelle eine Kopie der abgesandten Nachrichteneinheit so lange zurückbehält, bis die folgende Vermittlungsstelle deren korrekten Empfang quittiert hat. Ein Übertragungsfehler wird i. a. durch eine Negativ-Quittung angezeigt und führt zu einer wiederholten Aussendung der Nachrichteneinheit. Infolge momentaner Speicher-Vollbelegung abgewiesene Nachrichteneinheiten werden entweder ebenfalls negativ quittiert oder nach einer Karenzzeit erneut ausgesandt ("time-out routine"). Das Warten auf Quittierung verursacht eine Mehrbelastung der Nachrichtenspeicher, deren Größe mit Hilfe des im folgenden entwickelten Modelles untersucht wird.

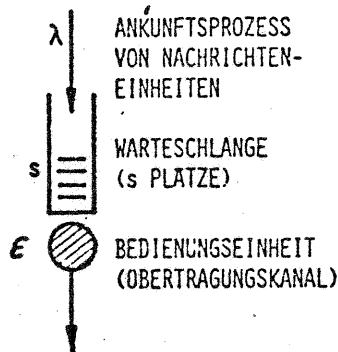
### 2.2 Modelle für Speichervermittlungsnetze

Das tatsächliche Ablaufgeschehen in Speichervermittlungsnetzen ist durch den Transport und die Zwischenspeicherung von Nachrichteneinheiten sowie die Verarbeitung von Steuerinformationen gekennzeichnet. Es wird beschrieben durch ein verkehrstheoretisches Modell mit folgenden Komponenten [1]:

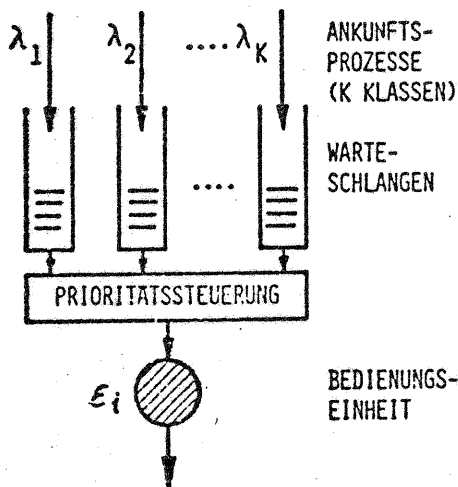
- Bedienungseinheiten (Übertragungskanäle, Prozessoren)
- Wartepplätze (Speicherplätze, Listen)
- Ankunftsprozeß von Anforderungen (Steuerbefehle, Nachrichteneinheiten)
- Endeprozeß (Bedienungsdauern von Anforderungen)
- Systemeinfluß (Systemstruktur, Betriebsart).

Im folgenden werden einige Beispiele unterschiedlich komplexer Warteschlangenmodelle angegeben.

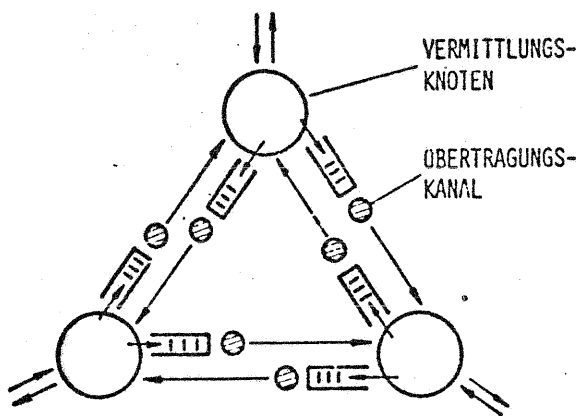
### 2.2.1 Einstufige Warteschlangenmodelle



**Bild 2.** Einstufiges Warteschlangenmodell  
 $\lambda$ : Ankunftsrate,  $\epsilon$ : Enderate



**Bild 3.** Einstufiges Mehrschlangenmodell



**Bild 4.** Mehrstufiges Warteschlangenmodell (Warteschlangennetz)

Für die Modellierung eines Übertragungskanals in einem Speichervermittlungsnetz bietet sich das in Bild 2 dargestellte Warteschlangen-Grundmodell an. Im einfachsten Falle warten alle Nachrichten, die den Übertragungskanal belegt vorfinden, innerhalb einer einzigen Warteschlange und werden vom Kanal in der Reihenfolge ihres Eintreffens bedient.

Komplexere Modelle mit mehreren Eingangswarteschlangen erhält man bei der Modellierung zentraler Prozessoren mit Anforderungen unterschiedlicher Dringlichkeit, vergl. Bild 3.

Die wartenden Anforderungen der verschiedenen Klassen werden nach nichtunterbrechenden oder unterbrechenden Prioritäten (bzw. Kombinationen aus beiden), in zyklischer Reihenfolge oder taktgebunden abgefertigt.

Für derartige Modelle ist unter verschiedensten Voraussetzungen bezüglich der Ankunfts- bzw. Endeprozesse sowie der Systemparameter eine Vielzahl von Lösungen bekannt, welche eine verkehrsgerechte Dimensionierung ermöglichen [1-3].

### 2.2.2 Mehrstufige Warteschlangenmodelle

Abhängig von der zugrundeliegenden Fragestellung einer verkehrstheoretischen Untersuchung genügt es oft nicht, ausschließlich einstufige Teilmodelle zu betrachten, sondern es muß das Zusammenspiel mehrerer Funktionseinheiten in einem Gesamtmodell des Systems untersucht werden.

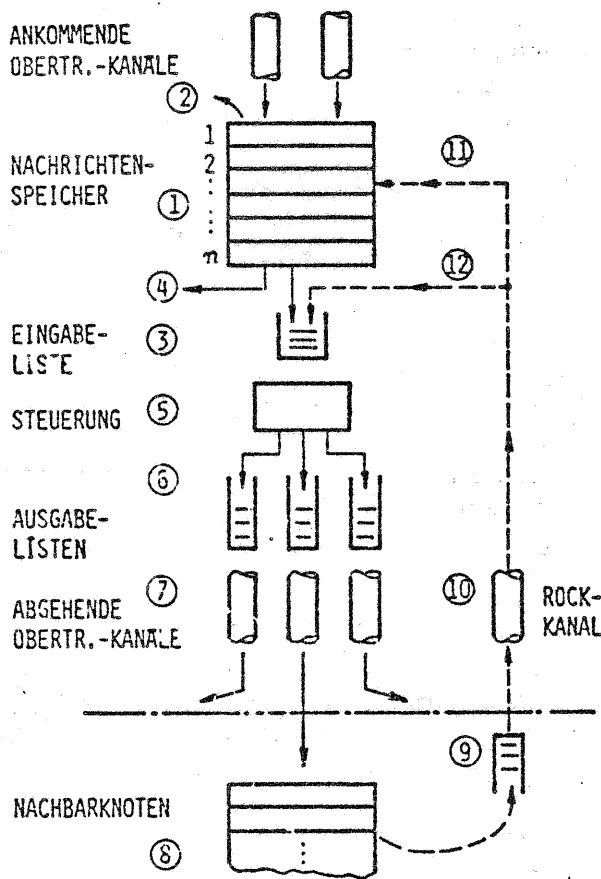
Mehrstufige Warteschlangenmodelle entstehen z.B. bei der Nachbildung ganzer Speichervermittlungsnetze. In Bild 4 ist ein Ausschnitt eines solchen Modells dargestellt, wobei vereinfachend nur die Übertragungskanäle berücksichtigt wurden. Dies ist zulässig, wenn die Bedienungszeiten der Steuerung in den Vermittlungsknoten gegenüber den Übertragungszeiten vernachlässigbar sind [4].

Wegen der komplexen Modellstruktur sind für derartige Warteschlangennetze exakte Ergebnisse fast ausschließlich unter Markoffschen Voraussetzungen (exponentiell verteilte Ankunftsabstände und Bedienungszeiten) bekannt [5]. Exakte Lösungen existieren darüberhinaus bei nicht exponentiell verteilten Bedienungszeiten für sehr spezielle Abfertigungsdisziplinen [6].

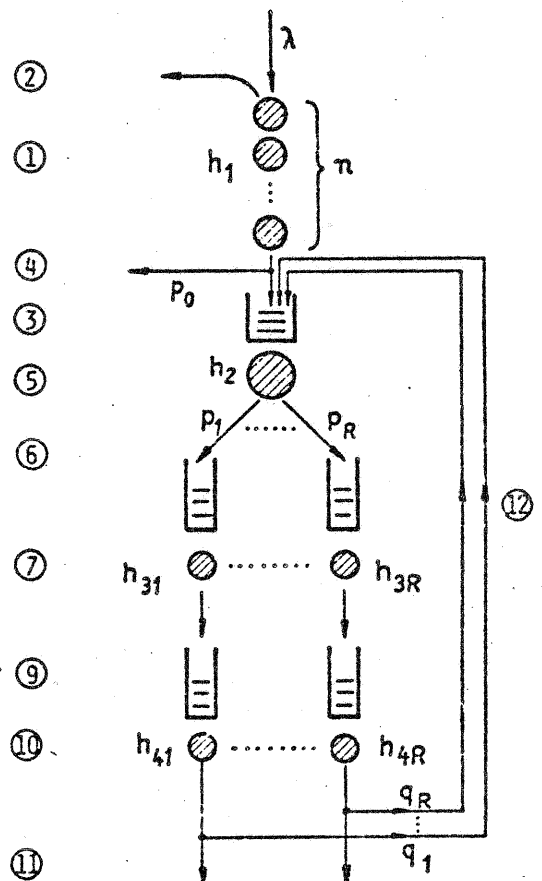
Für die näherungsweise Analyse allgemeiner Warteschlangennetze wurden verschiedene Verfahren entwickelt. Eines dieser Verfahren basiert auf der approximativen Beschreibung des Ablaufgeschehens im Netz mit Hilfe eines Diffusionsprozesses [7]. Ein zweites Verfahren arbeitet mit einer Reduktion des Netzes [8]. Eine dritte Methode ist die näherungsweise Beschreibung der Prozesse im Netz mit Hilfe von zwei Momenten [9].

### 2.3 Modell eines Speichervermittlungsknotens

Im folgenden wird ein verkehrstheoretisches Modell entwickelt, welches das Ablaufgeschehen in einer Speichervermittlung nachbildet. Dazu sollen zunächst die Vorgänge bei der Vermittlung einer Nachrichteneinheit in einem Vermittlungsknoten anhand von Bild 5 beschrieben werden [10,11,12].



**Bild 5.** Ablaufgeschehen in einem Speichervermittlungsknoten



**Bild 6.** Verkehrstheoretisches Modell eines Speichervermittlungsknotens

#### 2.3.1 Ablaufgeschehen

##### Speicherung

Der Nachrichtenspeicher sei in eine Anzahl gleich großer Rahmen aufgeteilt, in denen jeweils eine Nachrichteneinheit Platz findet. Dies setzt voraus, daß die Nachrichteneinheiten, die vermittelt werden, eine maximale Länge nicht überschreiten, was aus verschiedenen Gründen von praktischem Vorteil ist [10].

Wenn das erste Zeichen einer Nachrichteneinheit eingetroffen ist, wird ein kompletter Rahmen belegt, auch dann, wenn die Nachrichteneinheit kürzer ist (1). Dies ist ein einfaches und häufig angewandtes Verfahren zur Speicherplatzzuwei-

sung. Nachrichteneinheiten, welche auf einen vollen Speicher treffen, werden abgewiesen (2). Ist die Nachrichteneinheit vollständig und fehlerfrei eingespeichert, wird eine Anforderung in die Eingabeliste der Steuerung eingetragen (3). Als fehlerhaft erkannte Nachrichteneinheiten werden gelöscht (4).

### Vermittlung

Die Steuerung arbeitet die wartenden Nachrichteneinheiten in der Reihenfolge ihres Eintreffens ab (5). Dabei kann sie mehr oder weniger oft durch Anforderungen höherer Priorität (Speicherplatzzuweisungen, Signalisierungsmeldungen) kurz unterbrochen werden. Dies führt dazu, daß die Gesamtbearbeitungszeiten der Nachrichteneinheiten durch die Steuerung (Vermittlungsroutinen zur Verarbeitung der Steuerinformation) u.U. beträchtlich streuen können. Die Steuerung bestimmt aufgrund der Zielinformation im Nachrichtenkopf den Weg, den die Nachrichteneinheit nehmen soll und trägt diese sodann in die Ausgabeliste vor dem betreffenden Kanal ein (6).

### Übertragung

Wenn die Nachrichteneinheit übertragen wird, bleibt im Speicher des Abgangsknotens solange eine "Kopie" zurück, bis eine positive Quittung des Nachbarknotens eingetroffen ist. Der "Nachbarknoten" kann in diesem Zusammenhang ein benachbarter Vermittlungsknoten, ein Konzentrador oder auch ein direkt angeschlossener Teilnehmer sein (vergl. Bild 1). Vernachlässigt man Laufzeiten auf den Übertragungstrecken, so läuft die Einspeicherung der Nachrichteneinheit im Nachbarknoten praktisch gleichzeitig mit der Übertragung ab (8).

### Quittierung

Eine korrekt empfangene Nachrichteneinheit wird vom Nachbarknoten bestätigt, indem er eine Quittung über den Rückkanal absetzt (9), (10). Nach Empfang der positiven Quittung kann die Kopie der übertragenen Nachrichteneinheit im Speicher des Abgangsknotens gelöscht werden (11).

Im Falle einer fehlerhaften Übertragung oder einer Abweisung der Nachrichteneinheit aufgrund eines vollen Speichers im Nachbarknoten wird nach einer negativen Quittung die Übertragung vom Abgangsknoten aus wiederholt (12).

### 2.3.2 Verkehrstheoretisches Modell

Das beschriebene Ablaufgeschehen läßt sich mit dem Modell in Bild 6 nachbilden.

Jeder Rahmen des Nachrichtenspeichers wird durch eine von insgesamt  $n$  Bedienungseinheiten einer ersten Stufe dargestellt. Die Nachrichteneinheiten treffen mit einem mittleren Ankunftsabstand von  $1/\lambda$  ein. Sie werden abgewiesen, falls momentan alle  $n$  Rahmen (Bedienungseinheiten) belegt sind (2). Eine erfolgreiche Nachrichteneinheit dagegen belegt eine der  $n$  Bedienungseinheiten zunächst während ihrer Einspeicherzeit (1). Diese Zeit ist proportional zur Nachrichtenlänge; ihr Mittelwert sei  $h_1$ .

Mit Wahrscheinlichkeit  $p_0$  ist eine eingetroffene Nachrichteneinheit fehlerhaft und verläßt das System (4): die belegte Bedienungseinheit der ersten Stufe wird frei. Dagegen bleibt mit Wahrscheinlichkeit  $(1-p_0)$  die betreffende Bedienungseinheit weiter belegt. Jede eingespeicherte Nachrichteneinheit erzeugt eine Anforderung an eine Wartestufe (3), (5). Die Verweilzeit in dieser Stufe entspricht dem Zeitbedarf für Warten bzw. Bearbeitung der Nachrichteneinheit vor bzw. in der Steuerung. Die mittlere Bedienungszeit der Steuerung betrage  $h_2$ .

Hiernach verzweigt sich der Verkehr nach festen Wahrscheinlichkeiten  $p_1, \dots, p_R$  in  $R$  Richtungen (6). Die Übertragungskanäle zu den Nachbarknoten sind durch je eine Bedienungseinheit mit den mittleren Bedienungszeiten  $h_{31}, \dots, h_{3R}$  modelliert

⑦; es folgen die Stufen für die Rückkanäle mit den mittleren Bedienungszeiten  $h_{41}, \dots, h_{4R}$  für die Quittungssignalisierung ⑨, ⑩.

Mit der Wahrscheinlichkeit  $q_i$  ( $i \in \{1, \dots, R\}$ ) wird eine Nachrichteneinheit im Nachbarknoten  $i$  abgewiesen (Übertragungsfehler oder Speicherüberlauf); die Anforderung muß das System von der zweiten Stufe an erneut durchlaufen ⑫. Mit der Komplementärwahrscheinlichkeit  $(1 - q_i)$  wurde sie korrekt empfangen; die dazugehörige Anforderung verläßt das Gesamtsystem ⑪. Dies entspricht gerade dem Empfang einer positiven Quittung im Abgangsknoten, welcher daraufhin die zurückbehaltene Kopie löscht und den bis dahin belegten Rahmen für andere Nachrichteneinheiten freigibt. Im Modell wird diese Speicherbelegung durch die Belegung einer Bedienungseinheit der Stufe 1 dargestellt, bis die betreffende Anforderung das gesamte Warteschlangennetz durchlaufen hat.

Zur vollständigen Modellbeschreibung gehört neben Modellstruktur und Ablaufvorgängen ferner die Angabe der Ankunfts- und Bedienungs-(Ende-) Prozesse. Die Festlegung der untersuchten Prozesse erfolgt in Kapitel 3.

### 3. Verkehrstheoretische Untersuchung des Modells

#### 3.1 Ziel der Untersuchung

Ziel der verkehrstheoretischen Untersuchung des Modells ist die Bestimmung von charakteristischen Größen für die Bedienungsgüte:

- Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit
- Auslastungen von Speicher, Steuerung und Übertragungskanälen
- Warte- und Durchlaufzeiten
- Durchsatz (Anzahl vermittelter Nachrichteneinheiten pro Zeiteinheit).

Diese hängen ab von der Struktur, der Betriebsweise und den Parametern des Modells, wie

- Anzahl der Rahmen  $n$
- Anzahl der Richtungen  $R$
- Verzweigungs- und Wiederholungswahrscheinlichkeiten  $p_i$  bzw.  $q_i$  ( $i \in \{1, \dots, R\}$ )
- Verteilung der Ankunftsabstände
- Verteilung der Bedienungszeiten.

#### 3.2 Simulation

Unter Simulation wird die Nachbildung des Modelles und des dynamischen Ablaufgeschehens auf einem digitalen Rechner verstanden. Sie wird immer dann eingesetzt, wenn die Komplexität des Systems oder der Ankunfts- und Endeprozesse die exakte Analyse nicht zuläßt. Ferner wird sie eingesetzt zur Überprüfung approximativ gewonnener Rechenergebnisse. Bei exponentiellen Ankunfts- und Bedienungsprozessen wird die zeitsparende "Ruf- und Löschnummenmethode" (Monte Carlo simulation) angewandt; liegen dagegen allgemeinere Ankunfts- und Bedienungsprozesse vor, so wendet man die sog. "zeittreue Simulation" (event-by-event simulation) an [13, 14].

#### 3.3 Analytische Lösung

##### 3.3.1 Markoffsche Voraussetzungen

Unter der Annahme exponentialverteilter Ankunftsabstände und Bedienungszeiten läßt sich das Ablaufgeschehen in unserem Modell mit Hilfe eines mehrdimensionalen Markoffschen Prozesses beschreiben. Charakteristisch für Markoffsche Prozesse ist die Unabhängigkeit von der Vorgeschichte, d.h. die Wahrscheinlichkeit für das Auftreten eines Zustandes  $\phi(t_{n+1})$  zu einem Zeitpunkt  $t_{n+1}$  ist höchstens abhängig vom Zustand  $\phi(t_n)$  des Prozesses zur Zeit  $t_n$ , nicht aber von den Zuständen  $\phi(t_i)$  mit  $i \leq n-1$ .

Unter einem Zustand  $\phi(t)$  verstehen wir in diesem Zusammenhang den Vektor, der beschreibt, wieviele (u.U. auch welche) Bedienungseinheiten und Wartepplätze in jeder Stufe des Modells zum Zeitpunkt  $t$  belegt sind.

In unserem Modell ist ein Zustand also der  $(2R+2)$ -dimensionale Vektor:

$$\phi(t) = (x_1(t), x_2(t), x_{31}(t), \dots, x_{3R}(t), x_{41}(t), \dots, x_{4R}(t)).$$

Dabei ist  $x_1(t)$  die Anzahl der zum Zeitpunkt  $t$  belegten Bedienungseinheiten der 1. Stufe und  $x_2(t)$  die Anzahl der Anforderungen in Stufe 2 zur Zeit  $t$ , usw. Die Anzahl  $|\mathcal{Z}|$  aller möglichen Zustände ergibt sich aus der Zahl der Möglichkeiten, daß sämtliche  $2R+2$  Komponenten die Werte  $0, 1, \dots, n$  annehmen können unter der Einschränkung

$$x_1(t) \geq x_2(t) + \sum_{i=1}^R [x_{3i}(t) + x_{4i}(t)].$$

Es zeigt sich, daß der Zustandsraum  $\mathcal{Z}$  aus  $|\mathcal{Z}| = \binom{n+2R+2}{2R+2}$  Zuständen besteht.

Wegen der o.a. Eigenschaft kann zur Analyse Markoffscher Prozesse ein Standardlösungsweg eingeschlagen werden, der über Aufstellung und Lösung des Chapman-Kolmogoroffschen Differentialgleichungssystems zu den zeitabhängigen Zustandswahrscheinlichkeiten des Prozesses führt. Aus diesen können dann die charakteristischen Größen bestimmt werden [1].

Für die Analyse unseres Modells interessieren nur die zeitunabhängigen Zustandswahrscheinlichkeiten im stationären Fall. Bei Stationarität geht das Chapman-Kolmogoroffsche Differentialgleichungssystem über in ein System linearer algebraischer Gleichungen (bzw. Differenzgleichungen) für die Zustandswahrscheinlichkeiten  $p(\phi)$ , welche den Prozeß im sog. "Statistischen Gleichgewicht" beschreiben. Dies sagt für jeden Zustand aus, daß er gleich häufig verschwindet wie er aus seinen Nachbarzuständen entsteht.

Für einen allgemeinen Zustand  $\phi = (x_1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R})$  mit  $x_1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R} \in \{1, \dots, n-1\}$  und  $x_1 > x_2 + \sum_{i=1}^R (x_{3i} + x_{4i})$  liefert das Statistische Gleichgewicht die Beziehung:

$$\begin{aligned} & p(x_1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R}) \cdot [\lambda + x_1 \varepsilon_1 - x_2 \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \sum_{i=1}^R (\varepsilon_{3i} + \varepsilon_{4i} - x_{3i} \varepsilon_1 - x_{4i} \varepsilon_1)] \\ &= p(x_1+1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R}) \cdot [x_1+1-x_2 - \sum_{i=1}^R (x_{3i} + x_{4i})] \cdot p_0 \varepsilon_1 \\ &+ p(x_1-1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R}) \cdot \lambda \\ &+ p(x_1, x_2-1, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R}) \cdot [x_1+1-x_2 - \sum_{i=1}^R (x_{3i} + x_{4i})] \cdot (1-p_0) \varepsilon_1 \\ &+ p(x_1, x_2+1, x_{31}-1, x_{32}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R}) p_1 \varepsilon_2 + \dots + p(x_1, x_2+1, x_{31}, \dots, x_{3, R-1}, x_{3R}-1, x_{41}, \dots, x_{4R}) p_R \varepsilon_2 \\ (1) \quad &+ p(x_1, x_2, x_{31}+1, x_{32}, \dots, x_{3R}, x_{41}-1, x_{42}, \dots, x_{4R}) \varepsilon_{31} + \dots + p(x_1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3, R-1}, x_{3R}+1, x_{41}, \dots, x_{4, R-1}, x_{4R}-1) \varepsilon_{3R} \\ &+ p(x_1, x_2-1, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}+1, x_{42}, \dots, x_{4R}) q_1 \varepsilon_{41} + \dots + p(x_1, x_2-1, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4, R-1}, x_{4R}+1) q_R \varepsilon_{4R} \\ &+ p(x_1+1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}+1, x_{42}, \dots, x_{4R}) \cdot (1-q_1) \varepsilon_{41} + \dots + p(x_1+1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4, R-1}, x_{4R}+1) \cdot (1-q_R) \varepsilon_{4R}, \end{aligned}$$

$$\text{mit } \varepsilon_1 = \frac{1}{h_1}, \quad \varepsilon_2 = \frac{1}{h_2}, \quad \varepsilon_{3i} = \frac{1}{h_{3i}}, \quad \varepsilon_{4i} = \frac{1}{h_{4i}}, \quad i \in \{1, \dots, R\}.$$

An den Rändern des Zustandsraumes gelten etwas abgewandelte Gleichungen. (Zu den Rändern gehören die Zustände, bei denen mindestens eine Komponente gleich Null oder  $n$  ist, sowie die Zustände, bei denen  $x_1$  gleich der Summe der übrigen Komponenten ist). Für solche Zustände ist die Vielfalt der Übergangsmöglichkeiten in andere Zustände eingeschränkt, so daß das Statistische Gleichgewicht jeweils etwas andere Beziehungen liefert. Zu diesen Gleichgewichtsbedingungen kommt noch die Normierungsbedingung hinzu:

$$(2) \quad \sum_{\substack{\text{alle} \\ \phi \in \mathfrak{Z}}} p(\phi) = 1.$$

Durch Einsetzen in die Gleichungen (1), (2) und in sämtliche Gleichgewichtsbedingungen an den Rändern kann gezeigt werden, daß dieses Gleichungssystem die folgende Lösung besitzt:

$$(3) \quad p(x_1, x_2, x_{31}, \dots, x_{3R}, x_{41}, \dots, x_{4R}) = \frac{\frac{A_1^{x_1}}{[x_1 - x_2 - \sum_{i=1}^R (x_{3i} + x_{4i})]!} \cdot A_2^{x_2} \cdot \prod_{i=1}^R A_{3i}^{x_{3i}} \cdot \prod_{i=1}^R A_{4i}^{x_{4i}}}{\sum_{\substack{\text{alle} \\ \phi \in \mathfrak{Z}}} \frac{A_1^{x_1}}{[x_1 - x_2 - \sum_{i=1}^R (x_{3i} + x_{4i})]!} \cdot A_2^{x_2} \cdot \prod_{i=1}^R A_{3i}^{x_{3i}} \cdot \prod_{i=1}^R A_{4i}^{x_{4i}}},$$

mit:

$$A_1 = \frac{\lambda}{\varepsilon_1}, \quad A_2 = \frac{1-p_0}{1 - \sum_{j=1}^R p_j q_j} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}, \quad A_{3i} = \frac{(1-p_0)p_i}{1 - \sum_{j=1}^R p_j q_j} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{3i}}, \quad A_{4i} = \frac{(1-p_0)p_i}{1 - \sum_{j=1}^R p_j q_j} \cdot \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{4i}}, \quad i \in \{1, \dots, R\}.$$

Ein anderer Weg, die Gültigkeit dieser Lösung nachzuweisen, ist die Zurückführung des Problems auf ein Theorem für Warteschlangennetze von Jackson [5,17].

Mit Hilfe der Lösung Gl. (3) bestimmen sich die gesuchten charakteristischen Größen in einfacher Weise [1]:

Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit

$$(4) \quad B = P(X_1 = n) = \sum_{\substack{\phi \in \mathfrak{Z} \\ \text{mit } x_1 = n}} p(\phi).$$

Belastung des Speichers

$$(5) \quad Y_1 = \sum_{j=1}^n j \cdot P(X_1 = j) = \sum_{j=1}^n j \cdot \sum_{\substack{\phi \in \mathfrak{Z} \\ \text{mit } x_1 = j}} p(\phi).$$

Belastung der Steuerung

$$(6) \quad Y_2 = \sum_{j=1}^n P(X_2 = j) = \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{\phi \in \mathfrak{Z} \\ \text{mit } x_2 = j}} p(\phi) = 1 - \sum_{\substack{\phi \in \mathfrak{Z} \\ x_2 = 0}} p(\phi).$$

Belastung der Übertragungskanäle

$$(7) \quad Y_{3i} = \sum_{j=1}^n P(X_{3i} = j) = \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{\phi \in \mathfrak{Z} \\ \text{mit } x_{3i} = j}} p(\phi) = 1 - \sum_{\substack{\phi \in \mathfrak{Z} \\ x_{3i} = 0}} p(\phi), \quad i \in \{1, \dots, R\}.$$



Mittlere Wartezeit aller Nachrichten vor der Steuerung

$$(8) \quad t_{W_2} = \frac{\sum_{j=2}^n (j-1)P(x_2=j)}{N}, \quad \text{mit } N = \frac{1-p_0}{1 - \sum_{j=1}^R p_j q_j} \cdot \lambda(1-B).$$

Mittlere Wartezeit aller Nachrichten vor einem Übertragungskanal

$$(9) \quad t_{W_{3i}} = \frac{\sum_{j=2}^n (j-1)P(x_{3i}=j)}{N p_i}, \quad i \in \{1, \dots, R\}.$$

Mittlere Aufenthaltszeit der Nachrichteneinheiten im Speicher

$$(10) \quad t_{SP} = \frac{Y_1}{\lambda(1-B)}.$$

Mittlere Anzahl durchgesetzter Nachrichteneinheiten pro Zeiteinheit (Durchsatz)

$$(11) \quad D = \lambda(1-B).$$

### 3.3.2 Nicht-Markoffsche Voraussetzungen

Ein für die Praxis interessanter Nicht-Markoffscher Fall ist die Annahme konstanter Nachrichtenlängen. Wird nämlich ein Speichervermittlungsnetz nach dem Packet Switching-Prinzip betrieben, so zeigen die vermittelten Nachrichtenpakete eine Tendenz zu konstanter Länge, und zwar um so deutlicher, je kürzer die vorgeschriebene maximale Paketlänge ist.

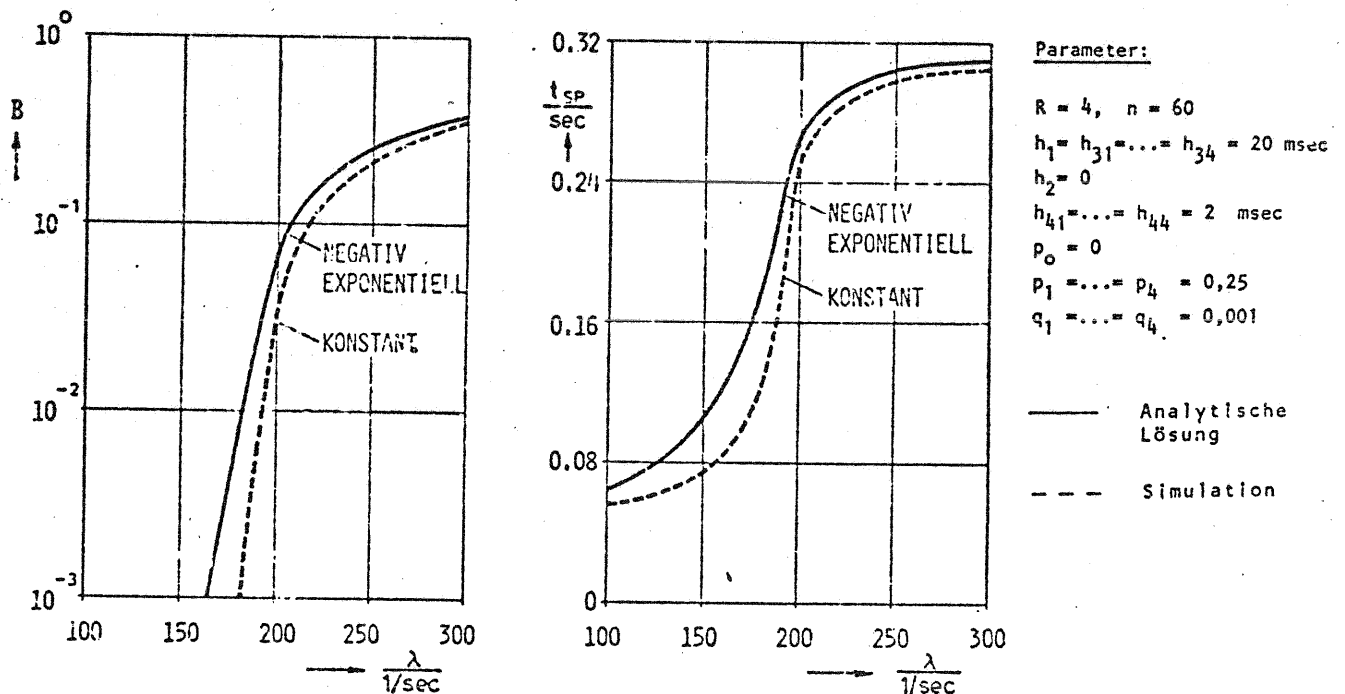


Bild 7. Vergleich von Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit  $B$  und mittlerer Speicherzeit  $t_{SP}$  für negativ exponentiell verteilte bzw. konstante Nachrichtenlängen

Unter diesen Voraussetzungen wird eine exakte Modellanalyse sehr viel komplexer. Mit für die Praxis ausreichender Genauigkeit lassen sich dennoch die charakteristischen Größen noch näherungsweise berechnen. Hierauf soll jedoch in diesem Zusammenhang nicht eingegangen werden. Eine bemerkenswerte Eigenschaft der Lösung unter Markoffschen Voraussetzungen ist es, daß sie zugleich eine Abschätzung der charakteristischen Größen nach der sicheren Seite für den Fall konstanter Nachrichtenlängen darstellt. Diese anschaulich plausible Aussage läßt sich mittels Simulation bestätigen; in Bild 7 sind zwei Beispiele angegeben.

#### 4. Ergebnisse und Dimensionierung

Die numerische Bestimmung der charakteristischen Größen ist im Prinzip einfach; allerdings müssen für die Berechnung realer Systeme wegen der i. a. sehr großen Zustandszahl spezielle effektive Algorithmen angewandt werden, um die Rechenzeit in vertretbaren Grenzen zu halten [15,16].

##### 4.1 Dimensionierung eines Nachrichtenspeichers

Eine Hauptaufgabe bei der verkehrsgerechten Dimensionierung der Speichervermittlungsknoten ist die Bestimmung der notwendigen Kapazität der Nachrichtenspeicher bei gegebenen Parametern von Steuerung und Übertragungskanälen.

Diese Frage läßt sich nun unter den beschriebenen Voraussetzungen mit Hilfe von Diagrammen wie in Bild 8 beantworten. Bei gegebenen Parametern läßt sich daraus für eine vorgeschriebene Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit  $B$  die notwendige Anzahl  $n$  von Rahmen des Speichers bestimmen.

##### 4.2 Untersuchung der Einflüsse von Speicherkapazität und Wiederholungen

Im Bild 9 ist die Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit  $B$  über der Ankunftsrate  $\lambda$  für verschiedene Werte der einheitlichen Wiederholungswahrscheinlichkeit  $q$  aufgetragen. Wie man sieht, steigt der Überlauf im betrachteten Knoten beträchtlich an, wenn die Wiederholrate zunimmt. Umgekehrt wirkt sich der Anstieg des Überlaufs auf die Wiederholrate des vorausgehenden Knotens (Abgangsknotens) verstärkend aus, so daß zu klein dimensionierte Speicher das Netz verstopfen können.

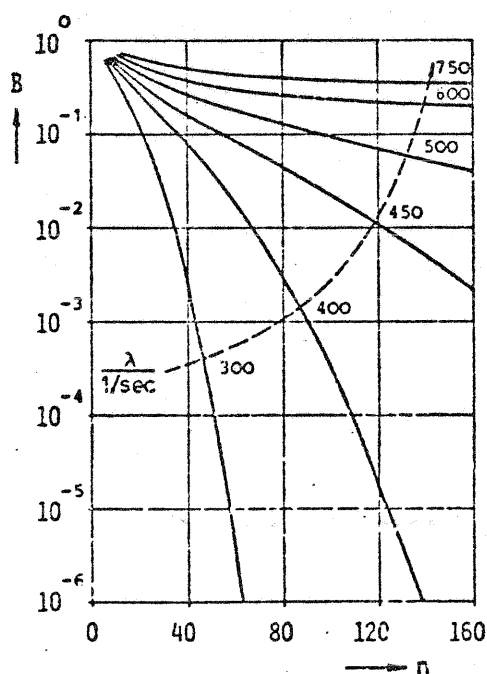


Bild 8. Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit  $B$  in Abhängigkeit der Rahmenschichtzahl  $n$  und der Ankunftsrate  $\lambda$

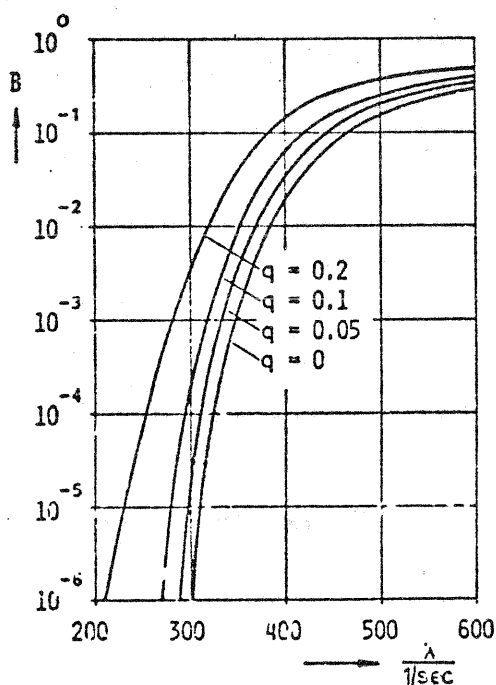


Bild 9. Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit  $B$  in Abhängigkeit der Ankunftsrate  $\lambda$  und der Wiederholungswahrscheinlichkeit  $q$

Parameter:

Bilder 8,9:

$R = 10$

$h_1 = 20 \text{ msec}, h_2 = 0$

$h_{31} = \dots = h_{3,10} = 20 \text{ msec}$

$h_{41} = \dots = h_{4,10} = 2 \text{ msec}$

$P_0 = 0$

$P_1 = \dots = P_{10} = 0,1$

Bild 8:

$q_1 = \dots = q_{10} = 0,001$

Bild 9:

$n = 60$

$q_1 = \dots = q_{10} = q$

### 4.3 Dimensionierung des Gesamtnetzes

Die oben angenommenen Wiederholungswahrscheinlichkeiten  $q_i$  hängen außer von der Übertragungsgüte des Kanals  $i$  (Blockfehlerwahrscheinlichkeit  $p_{B_i}$ ) noch von der Speicherüberlauf-Wahrscheinlichkeit  $B_i$  des Nachbarknotens  $i$  ab:  $q_i = p_{B_i} + B_i - p_{B_i} \cdot B_i$ . Das gesamte Netz kann nun mit Hilfe obiger Ergebnisse dimensioniert werden, wenn durch eine iterative Prozedur alle  $q_i$ ,  $B_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, K$  ( $K = \text{Knotenzahl}$ ) entsprechend der oben angegebenen Beziehung in Übereinstimmung gebracht werden.

### Zusammenfassung und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit wurde ein Modell zur Beschreibung des Ablaufgeschehens in Speichervermittlungsnetzen entwickelt, welches die Belegung der endlich großen Nachrichtenspeicher in den Vermittlungsknoten sowie die Quittungssignalisierung mit einbezieht. Es wurde unter Markoffschen Voraussetzungen eine exakte Analyse des Modelles durchgeführt. Die wesentlichsten Einflüsse der Systemparameter wurden in Form von numerischen Ergebnissen aufgezeigt.

Darüberhinaus wurde mit Hilfe der Simulation gezeigt, daß die gewonnenen Ergebnisse zugleich eine Abschätzung nach der sicheren Seite für den Nicht-Markoffschen Fall konstanter Nachrichtenlängen darstellen. Weitere analytische Untersuchungen befassen sich mit dem Fall konstanter Nachrichtenlängen sowie anderen Signalisierungsmechanismen [17].

### Schrifttumsverzeichnis

- [1] Herzog, U.: Methoden zur Analyse des dynamischen Ablaufgeschehens in Datennetzen. NTG-Fachtagung "Datennetze", Baden-Baden, 18.-20.2.1976.
- [2] Kleinrock, L.: Queueing Systems, Vol. 1: Theory. John Wiley & Sons, London/New York, 1975.
- [3] Herzog, U.: Optimal Scheduling Strategies for Real-Time Computers. IBM Journ. of Res. & Dev. 19(1975)5, S. 494 - 504.
- [4] Kleinrock, L.: Communication Nets: Stochastic Message Flow and Delay. MacGraw-Hill Book Company, New York, 1964.
- [5] Jackson, J.R.: Jobshop-Like Queueing Systems. Management Science 10(1963)1, S. 131 - 142.
- [6] Baskett, F., Chandy, K.M., Huntz, R.R., Palacios, F.G.: Open, Closed and Mixed Networks of Queues with Different Classes of Customers. J.ACM 22(1975)2, S. 248 - 260.
- [7] Kobayashi, H.: Application of the Diffusion Approximation to Queueing Networks. I: Equilibrium Queue Distributions. J.ACM 21(1974)2, S. 316 - 328.
- [8] Chandy, K.M., Herzog, U., Woo, L.: Approximate Analysis of General Queueing Networks. IBM Journ. of Res. & Dev. 19(1975)1, S. 43 - 49.
- [9] Kühn, P.: Analysis of Complex Queueing Networks by Decomposition. 8. ITC, Melbourne, 10.-17.11.1976.
- [10] Davies, D.W., Barber, D.L.A.: Communications Networks for Computers. John Wiley & Sons, London/New York, 1973.
- [11] Heart, F.E., Kahn, R.E., Ornstein, S.M., Crowther, W.R., Walden, D.C.: The Interface Message Processor for the ARPA Computer Network. Proc. AFIPS SJCC 36(1970), S. 551 - 567.
- [12] Beeforth, T.H., Grimsdale, R.L., Halsall, F., Woolons, D.J.: Proposed Organization for Packet-Switched Data-Communication Networks. Proc. IEE 119(1972)12, S. 1677 - 1682.
- [13] Huber, M., Wagner, W.: Simulation von Nachrichtenvermittlungssystemen. In: Nichtnumerische Informationsverarbeitung (Hsg. R. Gunzenhäuser), Springer-Verlag, Wien/New York, 1968.
- [14] Wucher, P.: Simulation von Warteschlangennetzen. Studienarbeit. Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung, Universität Stuttgart, 1975.
- [15] Buzen, J.P.: Computational Algorithms for Closed Queueing Networks with Exponential Servers. C.ACM 16(1973)9, S. 527 - 531.
- [16] Reiser, M., Kobayashi, H.: Horner's Rule for the Evaluation of General Closed Queueing Networks. C.ACM 18(1975)10, S. 592 - 593.
- [17] Bux, W.: Modelling and Analysis of Store-and-Forward Data Switching Centres with Finite Buffer and Acknowledgement Signalling. 8. ITC, Melbourne, 10.-17.11.1976.