

Institut für Nachrichtenvermittlung und Datenverarbeitung

Universität Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

**13. Bericht über verkehrstheoretische Arbeiten**

**Modelle für Entwicklungsprognosen  
im Fernsprechwesen**

von  
ERICH BÖHM

Institute for Switching and Data Technics

University Stuttgart

Prof. Dr.-Ing. A. Lotze

**13th Report on Studies in Congestion Theory**

**Models for Telephony Development  
Forecasting**

by  
ERICH BÖHM



## Übersicht

(Abstract in English p. 6\*)

Die in dieser Arbeit behandelten Prognosemethoden beziehen sich hauptsächlich auf den Bedarf an Fernsprechnschlüssen (= Bestand an Hauptanschlüssen + unerledigte Anträge), z. T. aber auch auf die gesamten Fernsprechan-schlüsse (einschließlich der Nebenstellen) sowie auf den Fernsprechorts- und -fernverkehr, ausgedrückt in Gesprächs-zahlen oder in Erlang. Die praktische Anwendung wird zwar überwiegend am Beispiel der Bundesrepublik Deutschland de-monstriert, die Methoden und Gedankengänge können aber grundsätzlich auch auf andere Länder übertragen werden, im besonderen auf solche, die sich in einer ähnlichen Ent-wicklungsphase der Fernsprechdichte befinden.

### Kapitel 1. (S. 13 - 15)

Einleitend wird auf die große wirtschaftliche Bedeutung der Entwicklungsprognosen im Fernsprechwesen hingewiesen.

### Kapitel 2. (S. 16 - 43)

Es werden die wichtigsten bekannten Modelle mit reiner Zeitabhängigkeit (Wachstumsfunktionen) in ihren Grundzügen beschrieben und nach möglichst objektiven Kriterien darauf-hin untersucht, ob sie sich zur Vorausschätzung des Be-darfs an Fernsprechan-schlüssen bzw. der Anschlußdichte eig-nen. Es zeigt sich, daß die logistische Funktion anderen üblichen Wachstumsgesetzen, wie der Exponentialfunktion oder der Gompertz-Funktion, überlegen ist. Aber auch die logistische Funktion befriedigt bei hohen Anschlußdichten nicht voll, und zwar u n t e r s c h ä t z t man mit ihr die tat-sächliche Entwicklung in der Mehrzahl der Fälle.

Als erster Schritt zur Verbesserung der Prognosemethoden wird eine neue Wachstumsfunktion hergeleitet, nämlich die potenzierte logistische Funktion mit dem Exponenten  $1/m$ . Sie beruht auf Überlegungen über die Zeitabhängigkeit der Sättigungsdichte und hat folgende Form ( $D$  = Anschlußdichte;

$D_{\max}$  = Sättigungswert der Anschlußdichte):

$$y = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{1}{\left[1 + e^{-c(t - t_0)}\right]^{1/m}}$$

Mit Parametern  $m > 1$  erhält man Wachstumskurven, die bei gleichem exponentiellen Anlauf steiler als eine logistische Kurve ansteigen und deren Wendepunkte über  $y = 0,5$  liegen (vgl. Bild 12, S. 40: Potenzierte logistische Funktionen mit verschiedenen Exponenten  $1/m$ ). Bei geeigneter Wahl des Parameters  $m$  läßt sich mit der potenzierten logistischen Funktion die tatsächliche Entwicklung der Sprechstellen-dichte und der Hauptanschlußdichte in den führenden Län-dern (USA, Schweden, Schweiz) wesentlich besser beschreiben als mit der gewöhnlichen logistischen Funktion ( $m = 1$ ). Der Auswerteaufwand wird im Vergleich zu dieser nur unwesent-lich erhöht. Auch die potenzierte logistische Funktion läßt sich leicht in eine lineare Beziehung transformieren (vgl. Gleichung A35, S. 105).

In den folgenden Kapiteln werden Kausalmodelle behandelt. Diese berücksichtigen explizit wirtschaftliche, demogra-fische und andere äußere Einflüsse und beschreiben deren Auswirkungen auf die interessierenden Größen, die sogenann-ten Zielgrößen.

### Kapitel 3. (S. 44 - 50)

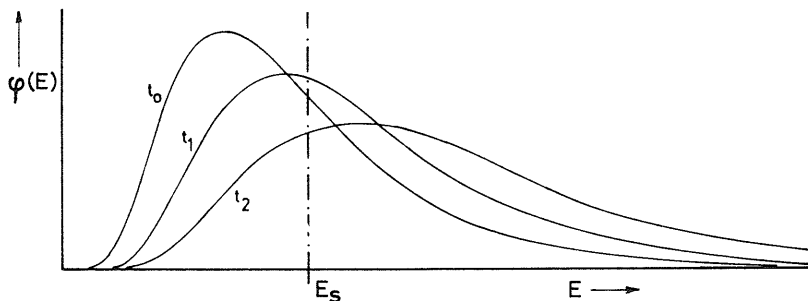
Die bekannten linearen Kausalmodelle (lineare Mehrfach-regression zwischen mehreren Einflußgrößen und einer Ziel-größe) werden kritisch untersucht. Es zeigt sich, daß sie sich für längerfristige Voraussagen kaum eignen.

### Kapitel 4. (S. 51 - 75)

Es werden zwei neue nichtlineare Kausalmodelle entwickelt. (Sie beziehen sich hauptsächlich auf Wohnungsanschlüsse, auf die in Industrieländern der größte Teil der Nachfrage ent-fällt.) Auf diesen Kausalmodellen liegt das Schwergewicht der vorliegenden Untersuchungen.

Beim diskontinuierlichen Modell (Abschnitt 4.4, S. 63) wird

vereinfachend unterstellt, daß ein Haushalt dann und nur dann einen Anschluß besitzt (oder zumindest beantragt hat), wenn sein Einkommen  $E$  einen bestimmten Schwellenwert  $E_s$  überschreitet (vgl. Bild).



Bezeichnet man die Dichte der Verteilung der Haushaltseinkommen mit  $\varphi(E)$ , so folgt daraus für den durchschnittlichen Anteil  $p$  der Haushalte mit Telefon (durchschnittlicher Versorgungsgrad)

$$p = \int_{E_s}^{\infty} \varphi(E) \, dE$$

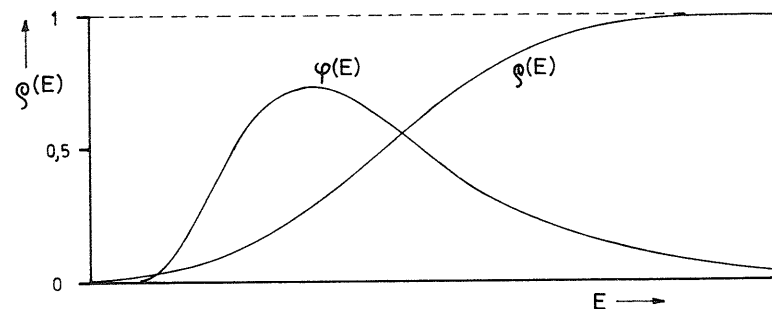
In einer wachsenden Volkswirtschaft verschiebt sich die  $\varphi(E)$ -Kurve im Laufe der Zeit in Richtung höherer Einkommen,  $p$  nimmt damit zu und nähert sich allmählich dem Grenzwert 1.

Wenn die Haushaltseinkommen - wie es in der Bundesrepublik Deutschland der Fall ist - logarithmisch-normalverteilt sind, läßt sich obige Modellgleichung mathematisch auswerten.

Das diskontinuierliche Modell ist jedoch nur als erster Schritt zu einem wirklichkeitsnahen Kausalmodell zu betrach-

ten. Tatsächlich ist der Einfluß des Haushaltseinkommens nicht sprunghaft, sondern stetig.

Das zweite Modell, das sogenannte kontinuierliche Modell (Abschnitt 4.5, S. 69) wird dieser Tatsache gerecht (vgl. folgendes Bild).



$\varphi(E)$  bedeutet wieder die Dichte der Verteilung der Haushaltseinkommen,  $\varrho(E)$  ist der einkommensabhängige Versorgungsgrad, d. h. von den Haushalten, die in die differentielle Einkommensschicht von  $E$  bis  $E + dE$  fallen, hat der Anteil  $\varrho(E)$  einen Anschluß. Daraus folgt für den durchschnittlichen Versorgungsgrad  $p$ :

$$p = \int_0^{\infty} \varphi(E) \cdot \varrho(E) \, dE$$

Wie empirisch festgestellt worden ist, entspricht  $\varrho(E)$  recht gut einer Normalverteilung. Damit läßt sich auch das kontinuierliche Modell mathematisch behandeln.

Dadurch, daß man sowohl  $\varrho(E)$  als auch  $\varphi(E)$  in eine standardisierte Normalverteilung bzw. deren Dichtefunktion transformiert, erhält man verhältnismäßig einfache Modellgleichungen (vgl. Tabelle 4, S. 82).



Es wird ferner ein Simulationsverfahren beschrieben (Abschnitt 4.6, S. 74), mit dem die Unsicherheiten der Prognosen abgeschätzt werden können. Es beruht auf folgendem Prinzip: Die Unsicherheiten der Einflußgrößen werden durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen quantitativ formuliert. Die Modellgleichungen werden von einem Computer mehrere hundertmal durchgerechnet, wobei in den aufeinanderfolgenden Rechenzyklen unterschiedliche Zahlenwerte der Einflußgrößen entsprechend ihren Wahrscheinlichkeitsverteilungen zufällig ausgewählt werden. Dadurch ergeben sich auch für die Zielgrößen Wahrscheinlichkeitsverteilungen als Abbilder ihrer Unsicherheiten.

#### Kapitel 5. (S. 76 - 80)

Für die Bundesrepublik Deutschland werden die voraussichtlichen Zukunftswerte der Einflußgrößen zusammengestellt.

#### Kapitel 6. (S. 81 - 94)

Die neuen Kausalmodelle werden für die Bundesrepublik Deutschland zahlenmäßig ausgewertet. Die wichtigsten mit dem kontinuierlichen Modell gewonnenen Prognoseergebnisse sind in den Bildern 20 bis 25, S. 87 - 91, dargestellt.

#### Kapitel 7. (S. 95 - 98)

Es enthält eine kurze Zusammenfassung der Untersuchungen und einige Folgerungen für die Praxis.

#### Anhang

In den Abschnitten A 1. bis A 3. (S. 99 - 108) finden sich theoretische Ergänzungen zu den im Hauptteil gemachten Ausführungen.

Im Abschnitt A 4. (S. 109 - 141) wird beschrieben, wie die Zukunftswerte der Einflußgrößen für die Bundesrepublik Deutschland vorausgeschätzt worden sind.

#### Abstract

The forecasting methods described in this paper mainly cover the demand for main telephone connections (= number of existing connections + outstanding applications), but some of them also refer to the total number of telephone connections (including extensions) and the local and long-distance telephone traffic, expressed in numbers of calls or in erlangs. Although the practical application is being demonstrated chiefly in terms of the Federal Republic of Germany (FRG), it is possible, in principle, to transfer the methods and ideas indicated to other countries, in particular to those which are in a similar development phase as regards telephone density.

#### Chapter 1. (pp. 13-15)

By way of introduction, attention is being drawn to the fact that development forecasting in telephony is of major importance.

#### Chapter 2. (pp. 16-43)

The fundamental aspects of the most important models with pure dependence on time (growth functions), which have become known so far, are being described and an attempt has been made, based on as objective criteria as possible, to find out whether these models may be used to forecast the demand for telephone connections or the telephone density. The logistic function has been found to be superior to other usual growth models, such as the exponential function or the Gompertz function. For high telephone densities, however, the logistic function is not fully satisfactory either, as in the majority of cases forecasts, based on it, fall short of the actual development.

As a first step to improve the forecasting methods a new growth function is being derived, i.e. the logistic function raised to the power  $1/m$ . It is based on considerations concerning the dependence on time of the saturation density and it reads as follows ( $D$  = telephone density;  $D_{\max}$  =

saturation density):

$$y = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{1}{\left[ 1 + e^{-c(t - t_0)} \right]^{1/m}}$$

In the case of parameters  $m > 1$  growth curves are obtained which, having the same exponential origin, rise more steeply than a logistic curve and whose points of inflection are situated beyond  $y = 0.5$  (see Fig. 12, p. 40: logistic functions raised to different powers  $1/m$ ). If parameter  $m$  has been established at an appropriate value the logistic function raised to the power  $1/m$  allows the real development of the telephone density as well as the main connection density in the leading countries (USA, Sweden, Switzerland) to be described far better than does the usual logistic function ( $m = 1$ ). Compared with the latter the analyzing effort is only slightly higher. The logistic function raised to the power  $1/m$  may also easily be transformed into a linear relation (see equation A35, p. 105).

In the following chapters causal models are being dealt with. This type of models explicitly takes economic, demographic and other external influences into account, describing their effects on the quantities of interest, the so-called output variables.

Chapter 3. (pp. 44-50)

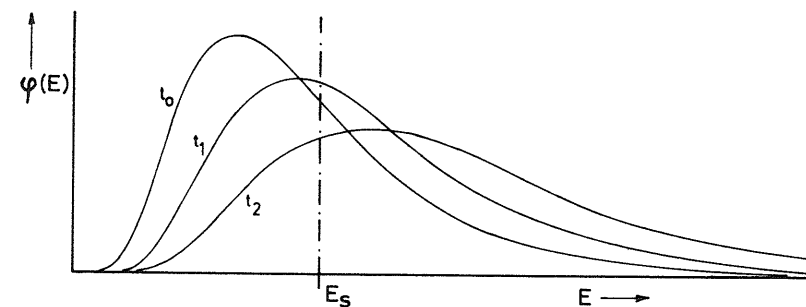
A critical examination is being made of the linear causal models known to exist so far (linear multiple regression between several input variables and one output variable), which are found to be of little value for longer-term forecasts.

Chapter 4. (pp. 51-75)

Two new non-linear causal models are being developed. (They refer mainly to residence connections which in industrial countries account for most of the demand.) These

causal models are the central subject of this paper.

The discontinuous model (section 4.4, p. 63) presupposes, for the sake of simplicity, that a telephone connection has been installed in (or at least ordered by) a household when and only when its income  $E$  exceeds a specific threshold value  $E_s$  (see Figure).



$\varphi(E)$  being the density of the distribution of the household incomes, the average portion  $p$  of households having a telephone (average penetration rate) is:

$$p = \int_{E_s}^{\infty} \varphi(E) dE$$

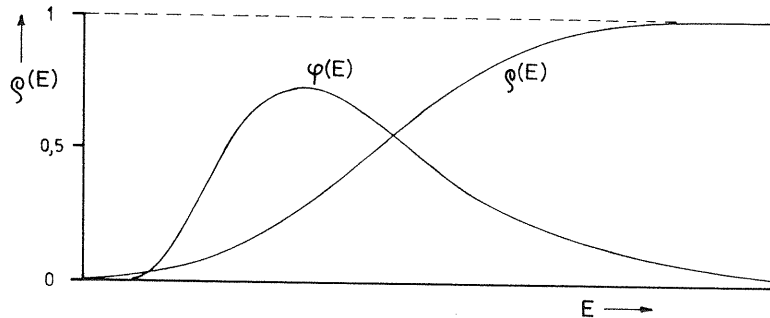
In a growing national economy the  $\varphi(E)$  curve gradually moves in the direction of higher incomes, at the same time  $p$  increases and approximates the limit 1.

If the household incomes - as this is the case in the Federal Republic of Germany - are log-normally distributed the above model equation can be evaluated mathematically.

The discontinuous model, however, is to be regarded only as a first step towards a causal model that comes close to

reality. As a matter of fact the influence of the household income is not discontinuous but rather continuous.

The second model, the so-called continuous model (section 4.5, p. 69), makes allowance for this fact (see following Figure).



$\varphi(E)$  again stands for distribution density of the household incomes,  $\psi(E)$  is the income-dependent penetration rate, i.e. of those households which come under the differential income stratum from  $E$  to  $E + dE$  the portion  $\psi(E)$  has a telephone connection. Thus the average penetration rate  $p$  can be expressed as:

$$p = \int_0^{\infty} \varphi(E) \cdot \psi(E) dE$$

Empirical investigations have shown that  $\psi(E)$  corresponds fairly well with a normal distribution. Thus also the continuous model lends itself to mathematical treatment.

By transforming both  $\psi(E)$  and  $\varphi(E)$  into a standardized normal distribution or its density function resp., relatively simple model equations are obtained (see table 4, p. 82).

Furthermore, a simulation procedure is being described (section 4.6, p. 74), which allows the uncertainties of the forecasts to be estimated. Its underlying principle is as follows: The uncertainties of the input variables are formulated quantitatively by probability distributions. The model equations are calculated several hundred times by a computer, for the successive computation cycles different values of the input variables are selected according to their probability distributions on a random basis. This results in probability distributions of the output variables reflecting their uncertainties.

Chapter 5. (pp. 76-80)

The prospective future values of the input variables have been listed for the Federal Republic of Germany.

Chapter 6. (pp. 81-94)

The new causal models are being analysed numerically for the Federal Republic of Germany. Figures 20-25, pp. 87-91 represent the most important forecasts obtained by means of the continuous model.

Titles of Figures 20-25

Fig. 20: Comparison of results obtained from different forecasting methods (the demand for main telephone connections per 100 population has been plotted).

Fig. 21: Probability distribution of the demand for main telephone connections per 100 population ( $D_H$ ) in the years 1975, 1980, 1990 and 2000.

Fig. 22: Forecast of the demand for main telephone connections per 100 population (Erwartungswert = expected value. The indices 6, 26 etc. have the meaning as is usual in statistics - see table p. 58).

Fig. 23: Forecast of the demand for main telephone connections.

Fig. 24: Forecast of the local telephone traffic (1st approximation) - to the left local calls are plotted in 1000 Mio.

Fig. 25: Forecast of the long-distance telephone traffic (1st approximation) - to the left long-distance calls are plotted in 1000 Mio.

Chapter 7. (pp. 95-98)

A brief summary is being given of the investigations made, followed by some practical conclusions.

Annex

Sections A 1. - A 3. (pp. 99-108) contain some theoretical additions to what has been described in the body of the paper.

Section A 4. (pp. 109-141) describes the way in which forecasts of the future values of the input variables for the Federal Republic of Germany have been arrived at.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Schrifttums- und Quellenverzeichnis	5
Abkürzungen	11
1. <u>Einleitung</u>	13
2. <u>Modelle mit reiner Zeitabhängigkeit</u> <u>(Wachstumsfunktionen)</u>	16
2.1 Trendextrapolation	16
2.2 Wachstum mit Sättigung	20
2.3 Logistische Funktion	21
2.4 Erweiterung des logistischen Ansatzes	31
2.5 Gompertz-Kurve	31
2.6 Veränderliche Sättigungsdichte	33
2.7 Die potenzierte logistische Funktion als neues Hilfsmittel der Prognose	35
3. <u>Lineare Kausalmodelle</u>	44
3.1 Der Begriff "Kausalmodell"	44
3.2 Lineare Kausalmodelle für e i n e Zielgröße	46
3.2.1 Begriffsbestimmung	46
3.2.2 Lineares Modell von de Waal	46
3.2.3 Versuche der britischen Fernmeldeverwaltung	49
4. <u>Entwicklung neuer Kausalmodelle</u>	51
4.1 Grundgedanken	51
4.2 Mathematische Hilfsmittel	54
4.3 Begriffsbestimmungen und Grundbeziehungen wichtiger Einfluß- und Zielgrößen	58
4.3.1 Demographische und wirtschaftliche Begriffe	58
4.3.2 Begriffe des Fernsprechwesens	60

	Seite
4.4 Diskontinuierliches Modell für Wohnungsanschlüsse (diskrete Einkommensschwelle)	63
4.5 Kontinuierliches Modell für Wohnungsanschlüsse (stetiger Einkommenseinfluß)	69
4.6 Berücksichtigung der Unsicherheiten in den Modellen	74
5. <u>Zukunftswerte der Einflußgrößen</u>	76
6. <u>Vorausschätzung wichtiger Größen des Fernsprechwesens mit Hilfe der neuen Kausalmodelle</u>	81
6.1 Zusammenstellung der Modellbeziehungen in vereinfachter Form	81
6.2 Auswertung der neuen Kausalmodelle	81
6.3 Diskussion der Ergebnisse	86
7. <u>Zusammenfassung der Untersuchungen und Folgerungen für die Praxis</u>	95
<u>A n h a n g</u>	
A 1. <u>Ergänzungen zur logistischen Funktion</u>	99
A 1.1 Transformation einer logistischen Funktion in eine lineare Beziehung	99
A 1.2 Bestimmung des Sättigungswertes der logistischen Funktion, die sich einer gegebenen Zeitreihe optimal anpaßt.	100
A 2. <u>Ergänzungen zur potenzierten logistischen Funktion</u>	105
A 2.1 Herleitung	105
A 2.2 Wendepunkt	106
A 3. <u>Bildung von Zufallswerten für die Einflußgrößen</u>	107
A 4. <u>Vorausschätzung der Einflußgrößen</u>	109
A 4.1 Einwohnerzahl $N_e = x_1$	109
A 4.2 Durchschnittliche Haushaltsgröße $N_p = x_2$	110
A 4.3 Wachstumsfaktor des realen Brutto-sozialprodukts je Einwohner $\eta = x_3$	112

	Seite
A 4.4 Verfügbares Einkommen der privaten Haushalte im Verhältnis zum Brutto-sozialprodukt $\psi = x_4$	114
A 4.5 Durchschnittliches Haushaltseinkommen $E_o$ und Standardquotient der Einkommensverteilung $Q(E) = x_5$	115
A 4.6 Schwelleneinkommen $E_s = x_6$ beim diskontinuierlichen Modell	118
A 4.6.1 Grundsätzliches	118
A 4.6.2 Schwellensenkende Einflüsse	119
A 4.6.3 Schwellenanhebende Einflüsse	123
A 4.6.4 Künftige Entwicklung des durchschnittlichen Schwelleneinkommens $E_s$	124
A 4.7 Halbwerteinkommen $E_h = x_7$ beim kontinuierlichen Modell	126
A 4.8 Variationskoeffizient $\tau_o = x_8$ des einkommensabhängigen Versorgungsgrades $q(E)$	129
A 4.9 Dichte der reinen Geschäftshauptanschlüsse $D_g = x_9$	130
A 4.9.1 Bisherige Entwicklung der einzelnen Arten von Hauptanschlüssen	130
A 4.9.2 Sättigungsdichte der Geschäftshauptanschlüsse	131
A 4.9.3 Prognose der Dichte der reinen Geschäftshauptanschlüsse	134
A 4.10 Jährliche Orts- und Ferngespräche je Hauptanschluß $n_o = x_{10}$ und $n_f = x_{11}$	135
A 4.11 Orts- und Fernverkehr in Erlang je Hauptanschluß $y_o = x_{12}$ und $y_f = x_{13}$	140
Lebenslauf	142

Schrifttums- und Quellenverzeichnis

- [ 1 ] American Telephone and Telegraph Company: The World's Telephones (jährl. internationale Fernsprechstatistik).
- [ 2 ] F. Armenante: La Progettazione degli Impianti nella Telefonia Interurbana. Revue FITCE, 1966, Nr. 2, S. 15 - 22. (Französ. Fassung: Le Projet des Installations dans la Téléphonie Interurbaine, S. 23 - 30.)
- [ 3 ] V. Aschoff: Das Fernmeldewesen in dem Sachverständigen-gutachten für die Deutsche Bundespost vom 6. Nov. 1965. Jahrbuch des elektr. Fernmeldewesens, 1966, S. 386 - 425.
- [ 4 ] B. Bjurel: Telecommunications in Sweden. TELE (Schweden; engl. Ausgabe), 1966, Nr. 1, S. 1 - 12.
- [ 5 ] B. Bjurel, H. Sylvan und S. Kristoffersson: Telephone and Telegraph Services (Retrospective survey of the last 25 years). TELE, 1965, Nr. 2, S. 6.
- [ 6 ] E. Böhm: Vorausschätzung des langfristigen Bedarfs an Fernsprechnetzanschlüssen mit Hilfe eines logistischen Koordinatennetzes. Nachrichtentechn. Zeitschrift, 1966, H. 10, S. 605 - 613.
- [ 7 ] R. F. Bogaerts: Die wahrscheinliche Entwicklung im Fernsprechwesen. Elektrisches Nachrichtenwesen, 1963, Nr. 2, S. 184 - 196. (Engl. Fassung in Electrical Communication, 1963, Nr. 2.)
- [ 8 ] H. Bornemann: Betrachtungen zum Massenverkehr im Fernsprechwesen. Jahrbuch des elektrischen Fernmelde-wesens, 1963, S. 9 - 35.
- [ 9 ] Bundesministerium für das Post- und Fernmeldewesen: Zahlenspiegel der Deutschen Reichspost (1871 bis 1945). Herausgegeben 1957.
- [ 10 ] Bundesministerium für das Post- und Fernmeldewesen: Geschäftsberichte der Deutschen Bundespost.
- [ 11 ] Bundesministerium für Wirtschaft: Perspektiven des Wirtschaftswachstums in der Bundesrepublik Deutschland bis zum Jahre 1980. Die wirtschaftliche Lage in der BRD, Ausgabe 3. Vierteljahr 1968.
- [ 12 ] E. M. Deloraine: Das Fernmeldewesen in Westeuropa. Elektrisches Nachrichtenwesen, 1965, Nr. 1, S. 5.
- [ 13 ] DIN-Norm 55 302, Blatt 1 (Jan. 1967): Statistische Auswertungsverfahren.

- [ 14 ] DIVO-Institut (Frankfurt am Main): Der westdeutsche Markt in Zahlen. Auflagen 1958, 1962 und 1965. Europäische Verlagsanstalt.
- [ 15 ] H. S. Edwards und H. Z. Hardaway: New Concepts in Exchange Outside Plant Engineering. The Bell System Technical Journal, 1965, Nr. 3, S. 373 - 399.
- [ 16 ] Fernmeldetechnisches Zentralamt der Deutschen Bundespost (FTZ): Richtlinie R VIII E Nr. 1. Ermittlung des Bedarfs an Endvermittlungsleitungen ... sowie an Beschaltungseinheiten. Ausgabe Oktober 1964.
- [ 17 ] FTZ: Richtlinie R VIII E Nr. 15. Berechnung der Gebührenausfälle bei Störungen an Fernsprechleitungen. Ausgabe März 1965.
- [ 18 ] FTZ: Richtlinie R IX F Nr. 17. Ermittlung des Leitungsbedarfs für die Planung von Fernlinien. Ausgabe Juni 1967.
- [ 19 ] R. A. Fisher und F. Yates: Statistical tables for biological, agricultural and medical research. Oliver & Boyd, Edinburgh, 1967, 146 S.
- [ 20 ] H. Gerfin: Langfristige Wirtschaftsprognose. J. C. B. Mohr, Tübingen 1964, 204 S.
- [ 21 ] U. Graf, H.-J. Henning, K. Stange: Formeln und Tabellen der mathematischen Statistik. Springer Berlin/Heidelberg 1966, 362 S.
- [ 22 ] F. L. Harris: Development Forecasting. ITU Seminar, London 1966, Paper No. 2.
- [ 23 ] W. Heberle, S. Guntersdorfer und R. Lueder: Technische Probleme eines Fernsehtelefons für die Anschlußleitungen des Fernsprechnetzes. Frequenz, 1967, Heft 4, S. 116 - 123.
- [ 24 ] B. Heß: Die vermutliche zukünftige Verkehrsentwicklung im deutschen Fernsprechnetze. Nachrichtentechnische Zeitschrift, 1964, Heft 5, S. 223 - 224.
- [ 25 ] A. Jipp: Berechenbare Größen in der Volks- und Verkehrswirtschaft - Grenzen und neue Möglichkeiten der Vorausplanung. R. Oldenbourg, München 1963, 138 S.
- [ 26 ] A. Jipp: Wealth of nations and telephone density. Telecommunication Journal, 1963, Nr. 7, S. 199 - 201.
- [ 27 ] N. J. H. Jones: Economic growth and the development of telephone systems. Teletechnik, 1963, Nr. 2. S. 109 - 113.

- [28] H. Kellerer: Theorie und Technik des Stichprobenverfahrens. Einzelschriften der Deutschen Statistischen Gesellschaft, München 1963, 211 S.
- [29] H. Kremer: Zur Entwicklung der Fernsprechkichte. Der Ingenieur der Deutschen Bundespost, 1959, Nr. 6, S. 154 - 160.
- [30] H. Kremer: Methoden langfristiger Bedarfsschätzungen im Fernmeldewesen. Zeitschrift für das Post- und Fernmeldewesen, 1963, Nr. 19, S. 733 - 737.
- [31] H. Kremer: Ortsnetzplanung. Schiele & Schön, Berlin 1963, 179 S.
- [32] Ch. Lancoud und M. Ducommun: Beitrag zum Studium der wahrscheinlichen Entwicklung des Telephons in der Schweiz. Techn. Mitt. PTT, 1957, Nr. 4, S. 121 - 137. (Französische Fassung: Bulletin technique PTT, 1956, Nr. 12, S. 482 - 498.)
- [33] Ch. Lancoud und R. Trachsel: Neue Studie über die wahrscheinliche Entwicklung des Telephons in der Schweiz. Techn. Mitt. PTT, 1963, Nr. 12, S. 425 - 456 (auch französische Fassung).
- [34] A. Langenberger: Über die Entwicklung des Telefons in den schweizerischen Städten. Technische Mitteilungen PTT (Schweiz), 1964, Nr. 12, S. 448 - 462.
- [35] B. Leibert: Die Nachfrage nach Personenkraftwagen in der Bundesrepublik Deutschland. J. C. B. Mohr, Tübingen 1962, 81 S.
- [36] A. Linder: Statistische Methoden. Birkhäuser, Basel und Stuttgart 1964, 484 S.
- [37] P.C. Matthiessen: Telephone prognostication from a stochastic and a structural viewpoint. Copenhagen Telephone Company Ltd, Kopenhagen 1964, 20 S.
- [38] G. Menges: Ökonometrie. Betriebswirtsch. Verlag Dr. Th. Gabler, Wiesbaden 1961, 251 S.
- [39] G. Dal Monte: La "Legge Naturale" dell' incremento telefonico. Telecomunicazioni (S.I.T. Siemens), 1962, Nr. 3, S. 3 - 13.
- [40] T.J. Morgan: Telecommunication Economics. Verlag Macdonald & Co., London 1958, 452 S. (Deutsche Übersetzung: Wirtschaftlichkeitsrechnung im Fernmeldewesen, herausgegeben vom Bundesministerium für das Post- und Fernmeldewesen, 1961.)

- [41] J. Muilwijk: A class of growth models. PTT-Bedrijf, 1958, Nr. 4, S. 226 - 232.
- [42] A. Neuburger: 10 Jahre Verwaltungsrat der Deutschen Bundespost 1954 - 1964. Archiv für das Post- und Fernmeldewesen, 1965, Heft 4/5.
- [43] H. R. Probst: Un plan décennal pour l'extension des services des télécommunications jusqu'en 1975. PTT-Zeitschrift (Schweiz), 1967, Nr. 10, S. 279.
- [44] Z. Rafalowicz: Method of predicting the necessary future telephone density. Telecommunication Journal, 1964, Nr. 11, S. 303 - 306.
- [45] J. Roos und E. Westberg: Telephone rates - a comparison between different countries. TELE (Schweden), 1967, Nr. 1, S. 6 - 20.
- [46] P. Sattler: Die Personalentwicklung im Fernmeldewesen der DBP. Jahrbuch des elektrischen Fernmeldewesens, 1964, S. 415.
- [47] K.-D. Schmidt, U. Schwarz, G. Thiebach: Die Umverteilung des Volkseinkommens in der Bundesrepublik Deutschland 1955 und 1960. J. C. B. Mohr, Tübingen 1965, 216 S.
- [48] F. Schoeller: Les crans d'extension en téléphonie. Revue FITCE, 1966, Nr. 6, S. 3 - 7.
- [49] H. Schuhmann: Trendberechnungen in der Poststatistik. Zeitschrift für das Post- und Fernmeldewesen, 1965, H. 21, S. 799 - 806.
- [50] K. Schwarz: Vorausschätzung der Bevölkerung des Bundesgebiets bis zum Jahre 2000. Wirtschaft und Statistik, 1963, Heft 12, S. 729 - 735.
- [51] Siemens AG: Internationale Fernsprechstistik, Stand 1.1.1968.
- [52] K. Spindler und H. Schuhmann: Die mittlere Wartezeit auf Einrichtung von Fernsprechhauptanschlüssen in Abhängigkeit von Angebot und Nachfrage. Jahrbuch des elektrischen Fernmeldewesens, 1967, S. 393 - 467.
- [53] Statistisches Amt der Europäischen Gemeinschaft: Methoden zur Vorausschätzung der Wirtschaftsentwicklung auf lange Sicht. Bericht einer Sachverständigengruppe. Statistische Informationen, 1960, Nr. 6.



- [54] Statistisches Bundesamt (Wiesbaden): Privathaushalte. Ergebnis des Mikrozensus April 1968. Wirtschaft und Statistik, 1969, Heft 5, S. 264 - 265.
- [55] Statistisches Bundesamt: Langlebige Gebrauchsgüter in den Haushalten. Wirtschaft und Statistik, 1963, H. 11, S. 655 - 659.
- [56] Statistisches Bundesamt: Vorausschätzung der Erwerbsbevölkerung bis 1980. Wirtschaft und Statistik, 1964, H. 9, S. 526 - 529.
- [57] Statistisches Bundesamt: Die Erwerbsbevölkerung der Bundesrepublik in wirtschaftlicher und sozialer Gliederung nach der Berufszählung 1961 im internationalen Vergleich. Wirtschaft und Statistik, 1964, H. 9, S. 535 - 540.
- [58] Statistisches Bundesamt: Erwerbsbevölkerung. Ergebnis des Mikrozensus April 1968. Wirtschaft und Statistik, 1969, H. 3, S. 157 - 160.
- [59] Statistisches Bundesamt: Statistische Jahrbücher für die Bundesrepublik Deutschland.
- [60] H. Störmer: Das Anwachsen des Verbrauchs von Wirtschaftsgütern als stochastischer Prozeß. Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik, Sonderheft Band 44 (1964), S. 72 - 73.
- [61] H. Störmer und R. Brand: Das Wachstumsnetz, ein graphisches Hilfsmittel für Entwicklungsprognosen. Unternehmensforschung, 1966, H. 4, S. 237 - 246.
- [62] G. Tintner: Handbuch der Ökonometrie. Springer, Berlin/Göttingen/Heidelberg 1960, 328 S.
- [63] Ir. H. J. Uges: De nieuwe structuur van de telefoontarieven. Het PTT-Bedrijf, deel XIV, Nr. 1, Juni 1965, S. 15 - 23.
- [64] U. K. General Post Office: Forecasting the growth of full rate trunk calls. Manuskript, Februar 1965.
- [65] U. K. General Post Office: Forecasting residential connections. Manuskript, November 1966.
- [66] A. de Waal: An econometric approach to forecasting telephone densities. Het PTT-Bedrijf, deel XIV, Nr. 1, Juni 1965, S. 3 - 14. (Gekürzte Fassung in Telecommunication Journal, 1965, Nr. 10., S. 412 - 415.)

- [67] H. Westberg, B. Skatt und I. Lönnquist: The economic development of the Swedish Telecommunications Administration 1940 - 1965. TELE, 1965, Nr. 2, S. 59 - 66.
- [68] C. D. Witt: Vorausschätzung der Bevölkerung für die Jahre 1966 bis 2000. Wirtschaft und Statistik, 1966, H. 11, S. 677 - 683.
- [69] F. Wittig: Bisherige und zukünftige Verkehrsentwicklung im Fernsprechdienst. Fernmeldepraxis, 1962, Nr. 7, S. 327 - 350.
- [70] M. I. H. Zuberi: Studies in telephone demand estimation and prognoses. Kungl. Tekniska Högskolan Stockholm, Institutionen för Teletrafiksystem, Rapport nr. TTS 2 - 65, Dezember 1965, 48 S.
- [71] M. I. H. Zuberi: Principles of telephone traffic estimation and prognose. Kungl. Tekniska Högskolan Stockholm, Institutionen för Teletrafiksystem, Rapport nr. TTS 3 - 66, Mai 1966, 56 S.
- [72] M. I. H. Zuberi: Long term forecasts for telephone stations and lines in Saskatchewan province. Saskatchewan Government Telephones (Kanada), Oktober 1967.

Abkürzungen

BRD	Bundesrepublik Deutschland
DBP	Deutsche Bundespost
D	Anschlußdichte = Zahl der Fernsprechan- schlüsse je 100 Einwohner (allgemein; hier bleibt offen, ob nur die Hauptanschlüsse oder die gesamten Sprechstellen einschl. Nebenstellen einbezogen sind.)
$D_{max}$	Sättigungswert der Anschlußdichte
$D_H$	Hauptanschlußdichte = Zahl der Hauptanschlüsse je 100 Einwohner
$D_{Hmax}$	Sättigungswert der Hauptanschlußdichte
$D_S$	Sprechstellendichte
$D_g, D_m,$ $D_w, D_{wm}$	S. 61
E	verfügbares Einkommen eines einzelnen Haushalts (Haushaltseinkommen; S. 59)
$E_h$	Halbwerteinkommen beim kontinuierlichen Modell (S. 70)
$E_s$	Schwelleneinkommen beim diskontinuierlichen Modell (S. 64)
G	Hinweis auf Zugehörigkeit zur Gruppe der reinen Geschäftsanschlüsse (S. 52)
HAs	(Fernsprech-)Hauptanschluß
M	Hinweis auf Zugehörigkeit zur Gruppe der Mehr- zweckanschlüsse (beruflich und privat genutzte Anschlüsse; S. 52)
$N_e$	Einwohnerzahl
$N_H$	Zahl der Fernsprechhauptanschlüsse
$N_h$	Zahl der Haushalte (S. 58)
$N_p$	durchschnittliche Anzahl der Personen eines Haus- halts (durchschnittliche Haushaltsgröße; S. 58)
$N_g, N_m,$ $N_w, N_{wm}$	S. 60
$N_o, N_f, N_{of}$	S. 62
$n_o, n_f, n_{of}$	S. 62

p	Anteil der Haushalte mit Fernsprechan- schluß (durchschnittlicher Versorgungsgrad; "penetration rate")
$Q(x)$	Standardquotient einer logarithmisch-normal- verteilten Größe x (Definition S. 57)
r	Zuwachsrate
S(t)	zeitabhängige Sättigungsdichte
t	Zeit
W	Hinweis auf Zugehörigkeit zur Gruppe der reinen Wohnungsanschlüsse (S. 52)
$\bar{x}$	Durchschnitt von x; Erwartungswert von x, wenn x eine Zufallsvariable ist
$x_z$	Zentralwert von x
$x_{-2\sigma}, x_{-\sigma}$ $x_{\sigma}, x_{2\sigma}$	S. 58
$x_1 \dots x_{13}$	Einflußgrößen (S. 78)
$y_1 \dots y_{21}$	Zielgrößen (S. 82)
$Y_o, Y_f, Y_{of}$	S. 62
$y_o, y_f, y_{of}$	S. 62
$\eta$	Wachstumsfaktor des realen Bruttosozial- produkts je Einwohner (S. 59)
$\vartheta$	gesamtes verfügbares Einkommen der privaten Haushalte bezogen auf das Bruttosozial- produkt (S. 59)
$\varrho(E)$	Anteil der Haushalte mit Fernsprechan- schluß in Abhängigkeit vom Haushaltseinkommen (S. 69)
$\sigma$	Standardabweichung
$\tau$	Variationskoeffizient (Standardabweichung be- zogen auf arithmetischen Mittelwert; S. 55)
$\tau_\varrho$	Variationskoeffizient der $\varrho(E)$ -Kurve
$\Phi(x), \varphi(x)$	Verteilung von x und deren Dichtefunktion (S. 54)
$\Phi_N(x), \varphi_N(x)$	Normalverteilung und deren Dichtefunktion (S. 55)
$\Phi_n(u), \varphi_n(u)$	standardisierte Normalverteilung und deren Dichtefunktion (S. 55)

## 1. Einleitung

Die technische Entwicklung des Fernsprechwesens in der Bundesrepublik Deutschland (BRD) hält einem internationalen Vergleich durchaus stand. Es überrascht aber, daß dieses bedeutende Industrieland in der Rangliste der Fernsprechdichte gegenüber den führenden Nationen weit zurückliegt. Während in den USA und in Schweden mehr als 50 Sprechstellen auf 100 Einwohner entfallen, sind es in der BRD erst 19 (Ende 1968).

Nach den Ergebnissen dieser Arbeit wird die Zahl der Fernsprechhauptanschlüsse (HAs) in der BRD in 20 Jahren voraussichtlich auf das 4fache anwachsen. Zu den 6,8 Mio HAs, die Ende 1968 vorhanden waren, werden rund 20 Mio hinzukommen. Selbst wenn es gelingt, den Investitionsaufwand je zusätzlichen Hauptanschluß auf 3 000 DM zu senken, müssen für den Ausbau des Fernsprechnetzes in den kommenden zwei Jahrzehnten 60 Mrd DM aufgewendet werden. Angesichts dieses Betrages leuchtet es ein, daß die Fragen der wirtschaftlichen Gestaltung des öffentlichen Fernsprechnetzes größte Aufmerksamkeit verdienen: Schon eine Kostenverminderung um 1 % bedeutet eine Einsparung von 600 Mio DM, und das ist keineswegs das Maximum des Erreichbaren. Selten dürfte intensive Ingenieurarbeit lohnender sein als auf diesem Gebiet.

Der optimale Ausbau des Fernsprechnetzes hängt im wesentlichen von folgenden Faktoren ab:

- a) Vorhandene Anlagen
- b) Entwicklung des Bedarfs an Fernsprechanschlüssen und des Fernsprechverkehrs
- c) technologische Entwicklung
- d) Projektierungsmethoden

Gegenstand dieser Arbeit ist der Fragenkomplex b) und dadurch mittelbar auch d). Das Schwergewicht liegt auf den Fernsprechhauptanschlüssen, weil diese - mehr als die Sprechstellen - Umfang und Struktur des Fernsprechnetzes bestimmen. Die Bedarfsentwicklung muß auf Jahrzehnte hinaus studiert werden; denn die Fernsprechanlagen haben eine derart lange Nutzungsdauer, und Fehldispositionen können nicht ohne große wirtschaftliche Verluste korrigiert werden.

Außer für die technische Projektierung sind diese Untersuchungen auch von Bedeutung für die mittel- und langfristige personelle, finanzwirtschaftliche und organisatorische Planung einer Fernmeldebetriebsverwaltung sowie für die Kapazitätsplanung der Fernmeldeindustrie.

Die Ergebnisse derartiger Entwicklungsstudien bezeichnet man als Prognosen, Voraussagen, Vorausschätzungen oder Projektionen. Eine Prognose im strengen Wortsinn, d. h. "im voraus kennen", ist allerdings nicht möglich; denn dies würde voraussetzen, daß die Nachfrage nach Fernsprechanschlüssen und die Intensität ihrer Benutzung naturgesetzlich ablaufen. Das ist offensichtlich nicht der Fall. Von dem komplizierten Entwicklungsprozeß kann man sich lediglich ein vereinfachtes Abbild machen, man spricht deshalb von einem "Modell". Der Begriff besagt zugleich, daß die damit gewonnenen Ergebnisse mit gewissen Unsicherheiten behaftet sind. Diese müssen in Kauf genommen werden; denn bei den genannten Planungen kann man sich einer Annahme über die weitere Bedarfsentwicklung nicht entziehen. Damit jedoch bei den daraus abzuleitenden Entscheidungen die Unsicherheiten berücksichtigt werden können, soll sich eine Vorausschätzung nicht auf eine bestimmte Funktion oder Kurve beschränken, sondern sie soll nach Möglichkeit auch eine Aussage darüber enthalten, mit welchen Abweichungen man rechnen muß - wenigstens der Größenordnung nach.

Der Sinn langfristiger Vorausschätzungen wird manchmal damit in Frage gestellt, daß man auf die Möglichkeit katastrophaler Entwicklungseinbrüche hinweist, zumal auf die Auswirkungen eines weiteren Krieges in Mitteleuropa. Der Rückblick auf die beiden Weltkriege und auf die tiefe weltwirtschaftliche Depression Anfang der 30er Jahre begründet auch keineswegs eine verschwindend geringe Wahrscheinlichkeit für den Eintritt derartiger Ereignisse. Trotzdem muß natürlich bei jeder auf lange Sicht angelegten Planung unterstellt werden, daß es nicht zu derartigen Katastrophen kommen wird; denn sonst wäre eine langfristige Zukunftsvorsorge von vornherein sinnlos.

Die folgenden Untersuchungen beziehen sich in erster Linie auf die Verhältnisse in der BRD. Die Methoden und Gedankengänge können aber grundsätzlich auch auf andere Länder übertragen werden, im besonderen auf solche, die in einer ähnlichen Entwicklungsphase der Fernsprechdichte wie die BRD stehen.

## 2. Modelle mit reiner Zeitabhängigkeit (Wachstumsfunktionen)

### 2.1 Trendextrapolation

Der erste Schritt jeder Vorausschätzung besteht darin, die Entwicklung der fraglichen Größe in der Vergangenheit zu untersuchen. Diese läßt sich häufig näherungsweise durch eine einfache mathematische Funktion, z. B. durch eine lineare oder exponentielle Beziehung, beschreiben. Wie aus Bild 1 (mit logarithmischem Ordinatenmaßstab) hervorgeht, wuchs die Sprechstellendichte \*) in den meisten Ländern jeweils über mehrere Jahre hinweg ungefähr nach einer Exponentialfunktion (abgesehen von den beiden Weltkriegen und der Weltwirtschaftskrise).

Diese Tatsache läßt sich durch folgendes Modell interpretieren: Bezogen auf 100 Einwohner ist der Zugang an Anschlüssen pro Zeiteinheit proportional zur Zahl der vorhandenen Anschlüsse; denn der Gebrauchswert eines Telefons wächst mit der Zahl erreichbarer Partner:

$$\Delta D = k \cdot D \cdot \Delta t \quad (1)$$

Die gleiche Modellvorstellung läßt sich auf die Absolutzahl der HAS anwenden. Aus Bild 2 geht hervor, daß in der BRD der Bedarf an HAS im letzten Jahrzehnt im wesentlichen auch nach einem exponentiellen Gesetz anstieg (Bedarf an HAS = Bestand an HAS + unerledigte Anträge für HAS).

---

\*) Bei internationalen Vergleichen müssen häufig die Zahlen der Sprechstellen betrachtet werden, obwohl diese einen geringeren Aussagewert als die Zahlen der Hauptanschlüsse haben. Für letztere stehen aber wegen der unterschiedlichen Definitionen in den einzelnen Ländern - vor allem in bezug auf die Gemeinschaftsanschlüsse (party lines) - nur beschränkt vergleichbare Zahlen zur Verfügung.

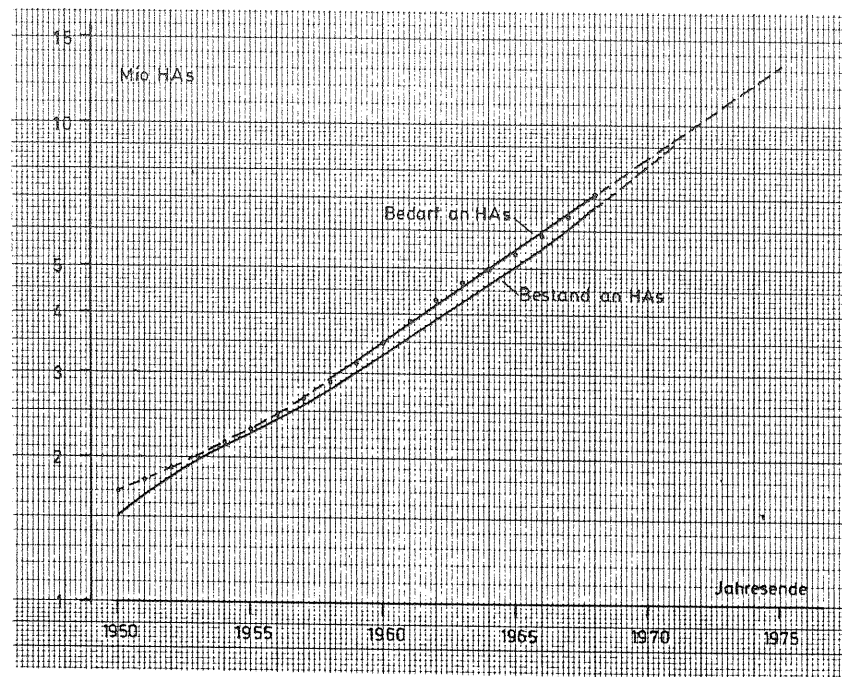
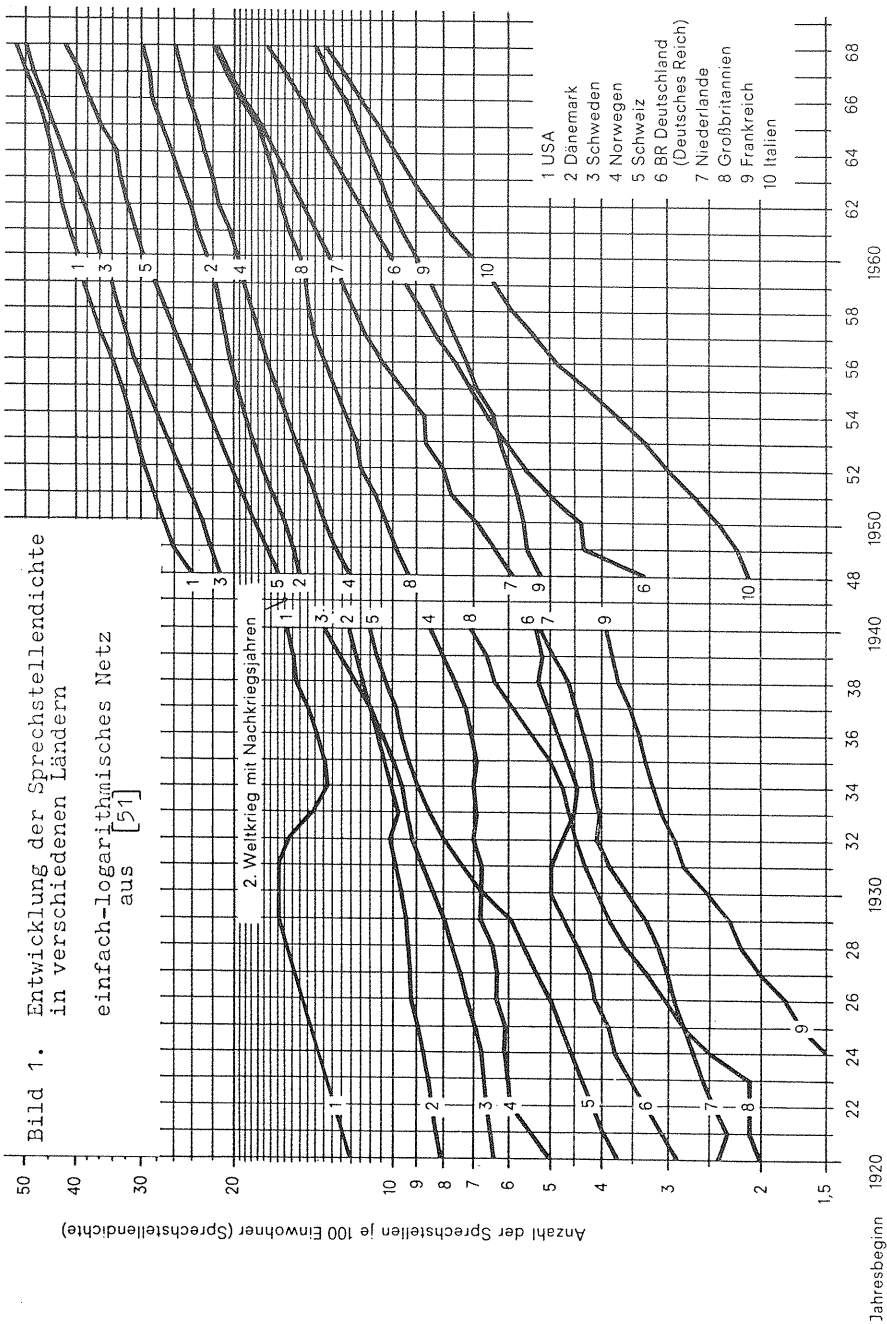


Bild 2. Entwicklung des Bedarfs und des Bestands an HAs in der BRD (Saarland von 1950 an einbezogen)

Solange keine gegenteiligen Informationen vorliegen, kann man annehmen, daß dieses Wachstumsmodell noch für einige Jahre weiter gelten wird.

Bei einem derartigen Verfahren spricht man von einer Trendextrapolation. (Trend bedeutet eine unmittelbare Abhängigkeit von der Zeit.) Die betrachtete Größe  $y$  (z. B. Bedarf an HAs) wird hierbei als Zufallsvariable aufgefaßt, deren Erwartungswert  $\bar{y}(t)$  sich nach einer bestimmten

(meist einfachen) Funktion der Zeit ändert. Die Parameter dieser Funktion werden aufgrund der in der Vergangenheit realisierten Zahlenwerte von  $y$  bestimmt. Die Prognose gewinnt man durch Extrapolation von  $\bar{y}(t)$  in die Zukunft hinein.

Einen linearen Trend bestimmt man auf graphischem Wege dadurch, daß man an die vorgegebenen Punkte nach Augenmaß möglichst gut eine Gerade anpaßt. Eine größere Genauigkeit erzielt man mit den numerischen Verfahren der Regressionsrechnung, z. B. nach [36]. (Ein exponentieller Trend wird zweckmäßigerweise durch Logarithmieren in einen linearen Trend transformiert.)

Weder bei der graphischen noch bei der rechnerischen Methode darf man jedoch rein schematisch vorgehen. Informationen über wesentliche Einflüsse auf die Entwicklung müssen berücksichtigt werden. Z. B. wird man in Bild 2 bei der Bestimmung der Trendgeraden das langsame Wachstum des Bedarfs an HAS vor 1958 außer Betracht lassen, weil es offensichtlich auf die Kriegsnachwirkungen zurückzuführen ist. Im allgemeinen wird man den zeitlich weiter zurückliegenden Ergebnissen ein geringeres Gewicht beimessen als denen der letzten Jahre. In bezug auf die Entwicklung des Bedarfs an HAS in der BRD (Bild 2) muß man jedoch von dieser Regel abweichen, weil die Werte von 1964 an durch die damalige Gebührenerhöhung beeinflusst sind, deren Auswirkungen sich aber allmählich abschwächen.

Für den Bestand an HAS in der BRD ist eine Trendextrapolation nicht angebracht. Diese Größe hängt außer von der Bedarfsentwicklung vor allem von den Leistungen der Deutschen Bundespost (DBP) ab, deren Ziel es sein muß, die Lücke zwischen Bestand und Bedarf möglichst bald zu schließen (vgl. Bild 2).

Die einfache Trendextrapolation kann u. U. dadurch verfeinert werden, daß man "Zuwachsgrößen" auf ihren Trend hin untersucht, z. B. die jährliche Zunahme einer ungefähr linear ansteigenden Größe oder die Zuwachsrate (prozentualer jährlicher Zuwachs) einer annähernd exponentiell wachsenden Größe. Aus den bisherigen Zuwachsraten des Bedarfs an HAS in der BRD läßt sich jedoch kein eindeutiger Trend erkennen.

## 2.2 Wachstum mit Sättigung

Die Trendextrapolation des Bedarfs an HAS und des Fernsprechverkehrs in der BRD läßt sich nur für kurz- und mittelfristige Vorausschätzungen (< 10 Jahre) vertreten; auf lange Sicht würde man weit überhöhte Werte erhalten. Der Bedarf an HAS je 100 Einwohner wächst nicht unbegrenzt. (In bezug auf die Wohnungsanschlüsse wird z. B. eine gewisse Sättigung dann erreicht sein, wenn die Haushalte im Durchschnitt über 1 HAS verfügen.)

Im weiteren wird für die BRD mit nachstehenden durchschnittlichen Sättigungswerten gerechnet:

Für die Hauptanschlußdichte

$$D_{Hmax} \approx 50 \text{ HAS}/100 \text{ Einwohner}$$

Für die Sprechstellendichte

$$D_{Smax} \approx 80 \text{ Sprechstellen}/100 \text{ Einwohner}$$

$D_{Hmax}$  wird in 7.c) und A 4.9.2, S. 96 und 131, begründet.  $D_{Smax}$  kann nur recht grob geschätzt werden: Aufgrund der bisherigen Entwicklung und eines Vergleichs mit der Schweiz [51] kann man für das Verhältnis Nebenstellen : Hauptanschlüsse im Sättigungszustand einen Wert um 0,6 erwarten. Er hängt allerdings stark davon ab, in welchem Umfang später in den Wohnungen zur Erhöhung des Komforts zusätz-

liche Nebenanschlüsse eingerichtet werden - und dafür besteht ein weiterer Spielraum. Andererseits kommt, wie bereits erwähnt, den Untersuchungen über Sprechstellen nur eine untergeordnete Bedeutung zu.

Falls - wie vorausgesetzt - keine politischen oder wirtschaftlichen Katastrophen eintreten, kann das Telefon, über längere Zeit betrachtet, nur durch ein Nachrichtennetz verdrängt werden, das ihm überlegen ist. Ein derartiges Substitut ist nur in Form eines Fernsehtelephons ("Videophon") vorstellbar. Diese Einrichtung würde aber die Leistung eines gewöhnlichen Fernsprechers mit einschließen (ähnlich wie ein Fernsehgerät den Tonempfang). Es ist durchaus möglich, daß ein öffentlicher Fernsehtelefondienst in den kommenden Jahrzehnten einen beträchtlichen Umfang annehmen wird. Die auf weite Sicht vorausgeschätzten Zahlen von Fernsprechan schlüssen sind deshalb so zu verstehen, daß sie etwaige Fernsehtelefonanschlüsse mitenthalten.

In den folgenden Abschnitten wird versucht, die wichtigsten bekannten Wachstumsfunktionen (mit Sättigungsverhalten) aufgrund möglichst objektiver Kriterien zu beurteilen, inwieweit sie sich für eine langfristige Vorausschätzung der HAS- und Sprechstellendichte in der BRD eignen. Im Abschnitt 2.7 wird eine neue Wachstumsfunktion (potenzierte logistische Funktion) hergeleitet, mit der eine Verbesserung der Prognosen zu erwarten ist.

### 2.3 Logistische Funktion

Die logistische Wachstumsfunktion beruht auf folgendem Modell:

Bezogen auf 100 Einwohner werden in einem kleinen Zeitintervall  $\Delta t$  umso mehr Anschlüsse beantragt (bzw. einge-

richtet), je höher der Wert eines Telefons ist und je mehr unversorgte Interessenten - "potentielle Teilnehmer", ausgedrückt durch  $(D_{\max} - D)$  - seiner Anziehungskraft ausgesetzt sind. Die der exponentiellen Trendextrapolation zugrunde liegende Modellbeziehung (1) ist also um den Faktor  $(D_{\max} - D)$  zu ergänzen:

$$\Delta D = k \cdot D \cdot (D_{\max} - D) \cdot \Delta t \quad (2)$$

oder (differenziell):

$$dD = c \cdot D \cdot \left(1 - \frac{D}{D_{\max}}\right) \cdot dt \quad (3)$$

Als Lösung der Differentialgleichung (3) erhält man (Ableitung in allgemeinerer Form in A 2.1, S. 105):

$$\frac{D}{D_{\max}} = \frac{1}{1 + e^{-c(t - t_h)}} = \frac{1}{2} \left[1 + \tanh \frac{c}{2}(t - t_h)\right] \quad (4)$$

(4) wird als (normierte) logistische Funktion bezeichnet; ihr Verlauf ist in Bild 3 dargestellt.

$t_h$  ist der Halbwertzeitpunkt, d. h. für  $t = t_h$  ist  $D/D_{\max} = 0,5$  (zugleich Wendepunkt).

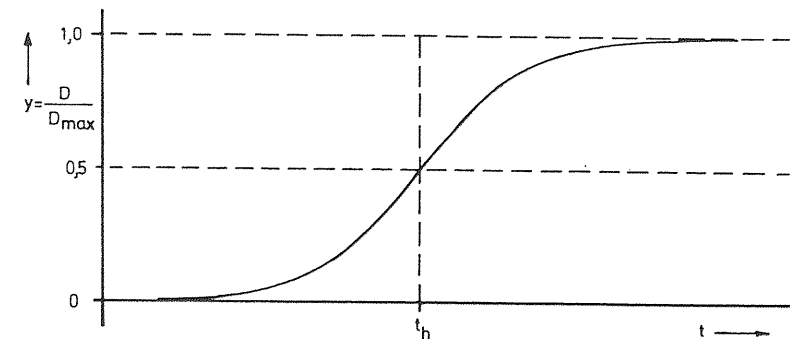


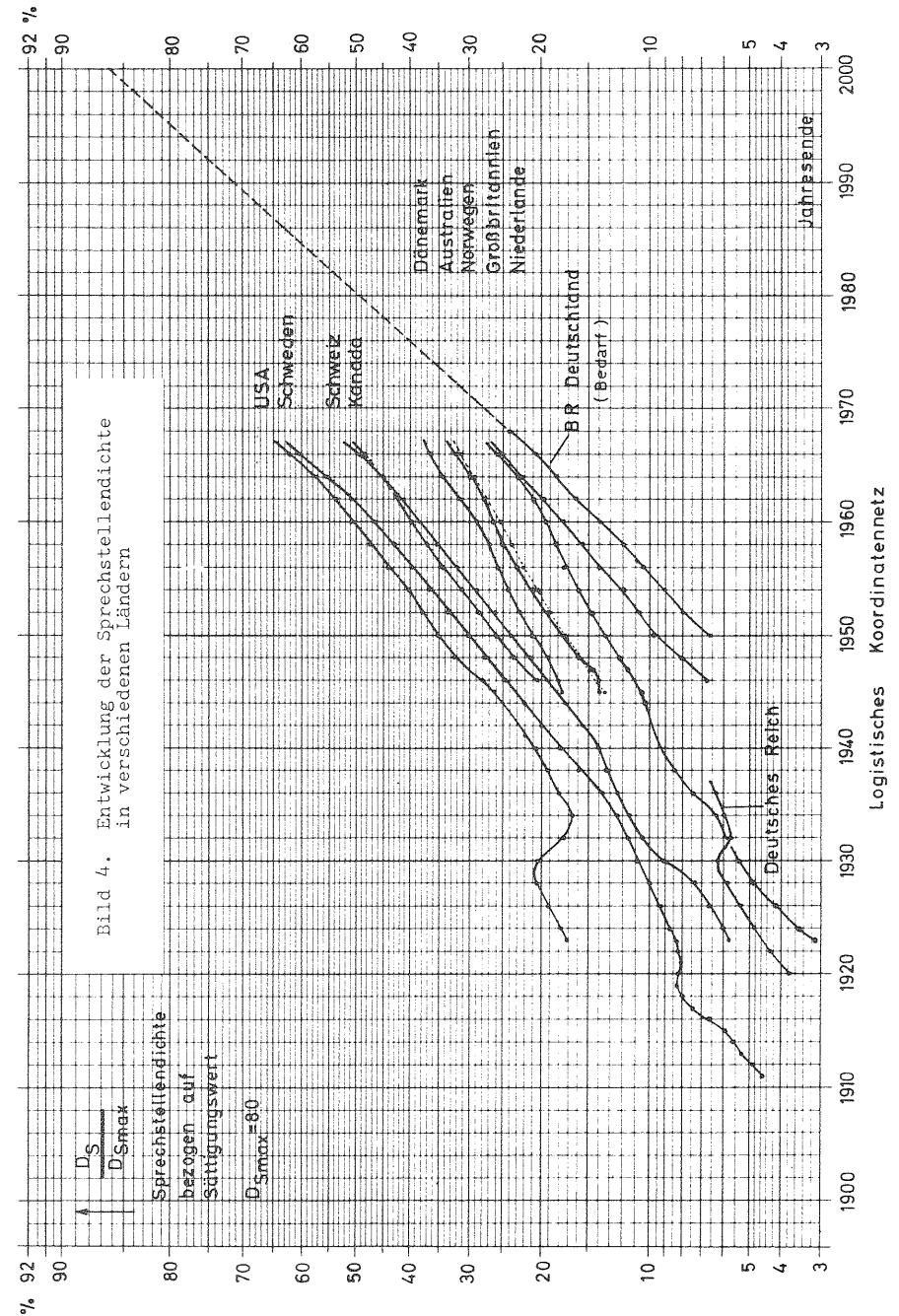
Bild 3. Normierte logistische Funktion

Aus (4) geht hervor, daß die logistische Funktion am Anfang ( $t \rightarrow -\infty$ ) exponentiell verläuft und sich nach dem Funktionstyp  $1 - e^{-x}$  asymptotisch dem Sättigungswert nähert.

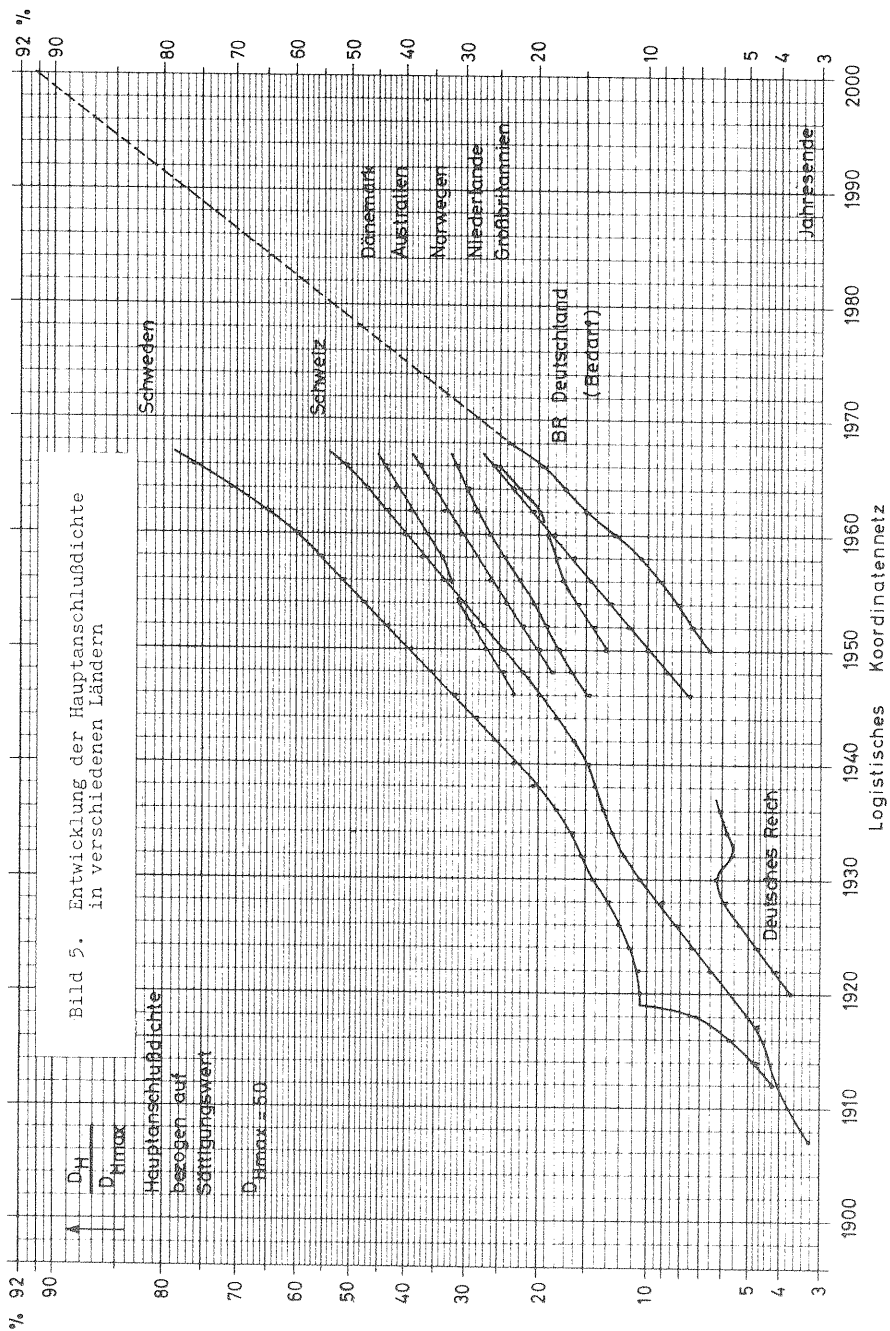
Im Vergleich zur Trendextrapolation stellt die logistische Wachstumsfunktion einen bedeutenden Fortschritt dar. Dies darf aber nicht darüber hinwegtäuschen, daß ihr theoretisches Fundament recht schwach ist. Es gibt eine Reihe anderer Ansätze, die den gleichen Grad der Plausibilität für sich beanspruchen können, die aber zu abweichenden Ergebnissen führen. Inwieweit die logistische Funktion für langfristige Prognosen wirklich brauchbar ist, muß empirisch geprüft werden. Dazu bietet sich vor allem ein Vergleich mit der tatsächlichen Entwicklung der Anschlußdichte in verschiedenen Ländern an, vor allem in solchen, die bereits ein hohes Niveau erreicht haben.

Untersuchungen, die von mehreren Autoren in dieser Richtung angestellt wurden, haben jedoch zu widersprüchlichen Ergebnissen geführt. Dies ist im wesentlichen auf unzulängliche Auswertemethoden zurückzuführen. Es wird deshalb auf einige Hilfsmittel hingewiesen, die eine einwandfreie Analyse der fernsprechstatistischen Daten ermöglichen, die aber noch wenig oder gar nicht bekannt sind, wie aus der Literatur zu schließen ist:

Sehr vorteilhaft für die graphische Auswertung ist ein "logistisches Koordinatennetz", das in Abszissenrichtung linear und in Ordinatenrichtung nach einer normierten logistischen Funktion eingeteilt ist [6 und 61]. Eine logistische Kurve erscheint darauf als Gerade. Entsprechende numerische Verfahren, die eine höhere Auswertegenauigkeit ermöglichen, sind im Anhang A 1., S. 99 ff, beschrieben.







Die Bilder 4 und 5 zeigen jeweils in einem logistischen Netz die Entwicklung der Sprechstellendichte und der HAS-Dichte in Deutschland sowie in Ländern, die einen wesentlichen Vorsprung haben. (Die Dichtezahlen sind einheitlich auf die für die BRD zu erwartenden Sättigungswerte 80 bzw. 50 bezogen.)

Die Kurven der Sprechstellendichte verlaufen in den letzten 2 bis 3 Jahrzehnten recht ausgeglichen. Dagegen waren vorher erhebliche Ungleichförmigkeiten aufgetreten, die sich zum Teil durch die Weltwirtschaftskrise um 1930 und durch die beiden Weltkriege erklären lassen. Derartige Abnormitäten eignen sich selbstverständlich nicht dazu, die Gültigkeit eines Wachstumsmodells zu klären, sie bleiben außer Betracht. An diesen Beispielen wird deutlich, daß mit einer Kombination graphischer und numerischer Verfahren der größte Erfolg zu erzielen ist: Die zeichnerische Darstellung läßt erkennen, welche Zeiträume der Vergangenheit als aussagefähig ("repräsentativ") angesehen werden können. Nur diese werden dann mit den genaueren rechnerischen Methoden ausgewertet.

Die Kurven der HAS-Dichte in Bild 5 sind wegen der örtlich und zeitlich wechselnden Definition des Begriffs "Hauptanschluß" mit gewissen Vorbehalten zu betrachten.

Unter Berücksichtigung dieser Besonderheiten kann folgendes festgestellt werden:

Für die letzten 15 Jahre, häufig noch darüber hinaus, weichen die in den Bildern 4 und 5 eingezeichneten Punkte in den meisten Fällen nur wenig von Geraden ab.

In den 4 führenden Ländern USA, Schweden, Schweiz und Kanada entwickelte sich die Sprechstellendichte (Bild 4) und - soweit vergleichbare Daten vorliegen - auch die HAS-Dichte merklich schneller als in der mittleren Gruppe Dänemark,

Australien und Norwegen. Großbritannien fiel in der Nachkriegszeit zurück. Die Niederlande und die BRD holen auf.

Die im Anhang A 1. beschriebenen numerischen Methoden führen zu den in der Tabelle 1 zusammengestellten Ergebnissen:

Tabelle 1. Parameter der optimal passenden logistischen Funktionen

	USA	Schweden	Schweiz
<u>Hauptanschlußdichte</u>			
Statistische Daten einbezogen ab	*)	1936	1945
$D_{Hmax}$	.	74,0	58,4
c	.	0,067	0,067
$t_h$	.	1965	1970
<u>Sprechstellendichte</u>			
Statistische Daten einbezogen ab	1948	1936	1945
$D_{Smax}$	191,9	99,5	125,5
c	0,044	0,066	0,059
$t_h$	1990	1967	1979

\*) Keine vergleichbaren Daten verfügbar

Aufgrund der graphischen Auswertung (Bild 4 und 5) kann fürs erste gesagt werden, daß das logistische Wachstumsmodell der tatsächlichen Entwicklung in den Ländern mit hoher Anschlußdichte einigermaßen gerecht wird. Gewisse Unstimmigkeiten fallen aber auf, und zwar auch in Zeiten, in denen sich keine besonderen äußeren Störungen ausgewirkt haben:

Die Kurven der Sprechstellendichte der Länder USA, Schweden und Schweiz (Bild 4) sowie der HAS-Dichte Schwedens und der Schweiz (Bild 5) laufen mit konkaver Krümmung aus. Umgekehrt sind die entsprechenden in der Tabelle 1 zusammengestellten optimal passenden Sättigungswerte größer als 80 bzw. 50. Diese Tatsache läßt sich folgendermaßen interpretieren:

- a) Falls in den genannten Fällen ein logistisches Wachstumsgesetz wirklich zutrifft, muß die Sättigungsdichte höher sein, als sie für die BRD unmittelbar abgeschätzt worden ist.
- b) Wenn die vorgegebenen Sättigungswerte richtig sind, wächst die Anschlußdichte in den letzten Jahren schneller als eine logistische Kurve.

Die Wahrheit kann natürlich auch in der Mitte liegen. Da aber die Zahlenwerte der Sättigungsdichte besser begründet sind als die Gültigkeit der logistischen Funktion, wird man dem Fall b) größere Wirklichkeitsnähe zuerkennen.

Diese Überlegungen zielen demnach auf eine Wachstumsfunktion hin, die im mittleren Teil - um  $0,5 D_{max}$  - steiler als die logistische Kurve verläuft, die sich also weniger rasch von einer Exponentialfunktion entfernt und deren Wendepunkt über  $0,5 D_{max}$  liegt.

Trotz dieser Einschränkungen lassen sich mit Hilfe der logistischen Funktion wichtige Anhaltspunkte für eine langfristige Vorausschätzung finden. Die oben festgestellten Abweichungen besagen nämlich, daß das logistische Modell Vorhersagewerte liefert, die von der künftigen Entwicklung eher übertroffen als unterschritten werden. Bei der Auswertung sollte man jedoch

nicht schematisch vorgehen, sondern wesentliche äußere Umstände berücksichtigen; am Beispiel der BRD soll dies erläutert werden:

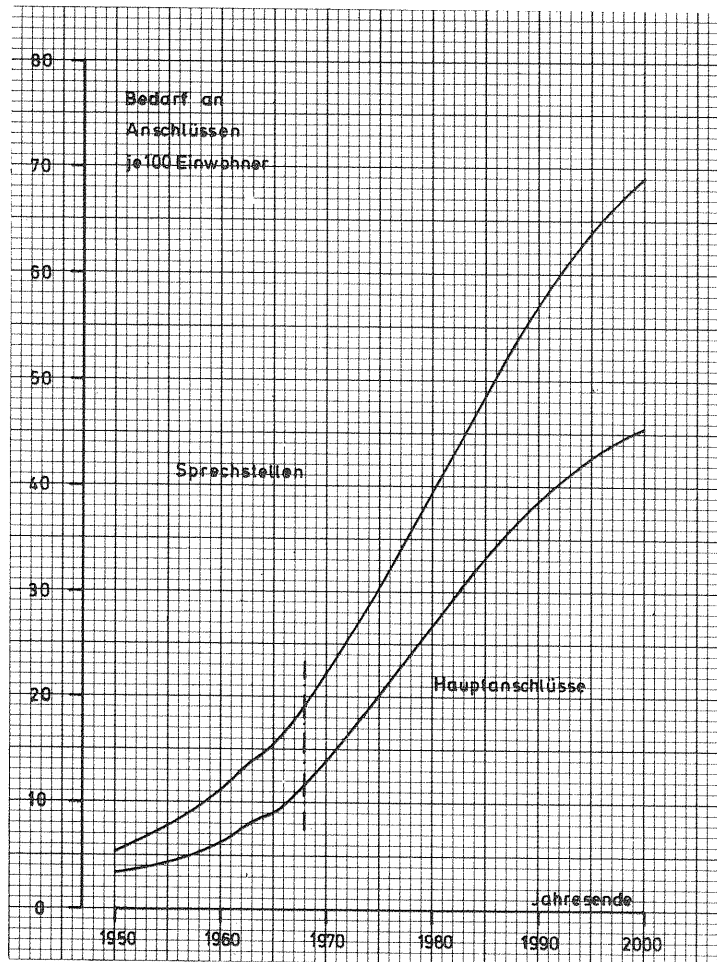


Bild 6. Langfristige Vorausschätzung der Sprechstellen- und Hauptanschlußdichte in der BRD mit logistischen Wachstumsfunktionen

Aus Bild 5 geht hervor, daß die HAs-Dichte in der Bundesrepublik vor 1958 verhältnismäßig langsam anstieg, was offensichtlich auf die Kriegsnachwirkungen zurückzuführen ist. Diese Zahlenwerte werden deshalb bei der Vorschau-rechnung außer Betracht gelassen. Die Nachfrage nach HAs wurde ferner durch die Gebührenerhöhung im Jahre 1964 merklich gedämpft. Der Bedarf an HAs war Ende 1966 im Vergleich zur ungestörten Fortsetzung des früheren Trends um 7 % abgeschwächt. Um diesen Tarifeinfluß zu eliminieren, werden die Daten für die Jahre 1958 bis 1963 um den gleichen Prozentsatz verringert (Umrechnung auf das jetzige Gebührenniveau) und die Ergebnisse für die Jahre 1964 und 1965 überhaupt nicht in die Auswertung einbezogen.

Unter diesen Voraussetzungen erhält man mit dem logistischen Wachstumsmodell die in Bild 6 dargestellten Vorausschätzungen der Sprechstellen- und der Hauptanschlußdichte in der BRD (vgl. auch Bilder 4 und 5). Hierbei sind die im Anhang A 1., S.99, beschriebenen numerischen Auswertemethoden benutzt worden. Wie erwähnt, sind die Ergebnisse als "Mindestwerte" zu verstehen.

### 2.4 Erweiterung des logistischen Ansatzes

Der ursprüngliche Ansatz (2), S. 22, der zur logistischen Funktion führt, wurde von Muilwijk [41] und von Kremer [31] dadurch verallgemeinert, daß die einfache proportionale Abhängigkeit durch Potenzbeziehungen ersetzt wird:

$$dD = k \cdot D^n \cdot (D_{\max} - D)^m \cdot dt \quad (5)$$

(Bei Muilwijk ist  $m = 1$ . Kremer bezieht auch den Fall  $m \neq 1$  ein.)

Dadurch erhält man eine Klasse von Wachstumsfunktionen, in der die logistische Funktion als Sonderfall  $n = m = 1$  enthalten ist.

Durch die Einführung weiterer Parameter wird natürlich die Auswertung im Vergleich zur logistischen Funktion komplizierter. Dies müßte u. U. dann in Kauf genommen werden, wenn sachliche Gründe dafür sprächen, daß  $n$  und  $m$  von 1 abweichen. Wie aber aus Bild 1 (S. 17) zu ersehen ist, haben die Dichtekurven der verschiedenen Länder im wesentlichen einen exponentiellen Anlauf, das bedeutet  $n \approx 1$ . Abweichungen von  $n = 1$  treten sowohl nach oben als auch nach unten auf, wegen der starken Störeinwirkungen (Kriege, Wirtschaftskrise) erlauben sie aber keine eindeutigen Schlußfolgerungen. Wenn  $m$  von 1 abweicht, sinkt der Einfluß der unversorgten Kunden (potentielle Teilnehmer) nicht mehr linear mit wachsendem  $D$ . Daß dies der Wirklichkeit näher kommt, wird im Abschnitt 2.7 begründet. Dort wird aber auch ein Ansatz behandelt, der eine ähnliche Wirkung hat, aber im Gegensatz zur Gleichung (5) auf einfache Weise geschlossen integriert werden kann.

### 2.5 Gompertz-Kurve

Zur Gompertz-Funktion gelangt man durch folgende Ansätze:

$$a) \quad dD = k \cdot D \cdot (\ln D_{\max} - \ln D) \cdot dt \quad (6)$$

An die Stelle des Ausdrucks  $(D_{\max} - D)$  in der Differentialgleichung (2) der logistischen Funktion tritt hier  $(\ln D_{\max} - \ln D) = -\ln(D/D_{\max})$ .

$$b) \quad \frac{dD}{D} = c \cdot e^{-t} \cdot dt \quad (7)$$

Damit wird also die Annahme zum Ausdruck gebracht, daß die (differentielle) Zuwachsrate von  $D$  exponentiell mit der Zeit abnimmt.

Beide Differentialgleichungen führen zur sogenannten Gompertz-Funktion:

$$\frac{D}{D_{\max}} = e^{-e^{-k(t - t_0)}} \quad (8)$$

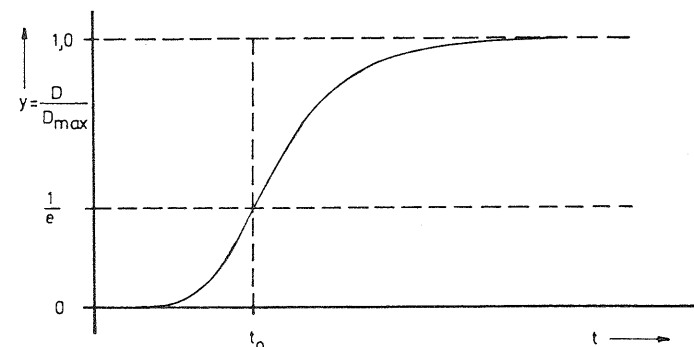


Bild 7. Beispiel einer Gompertz-Kurve

Die Gompertz-Funktion wird in manchen Veröffentlichungen als praktisch gleichwertige Alternative zur logistischen Funktion beurteilt. Dagegen bestehen erhebliche Bedenken:

Schon die theoretische Begründung der Gompertz-Kurve ist weniger überzeugend als die der logistischen Funktion.

Während die Größe  $(D_{\max} - D)$  in (2) die "potentiellen" Teilnehmer/100 Einw. wiedergibt, kann der Ausdruck  $(\ln D_{\max} - \ln D)$  in (6) nicht überzeugend gedeutet werden. Die Zuwachsrate  $dD/D$  der Gompertz-Funktion nimmt von Anfang an exponentiell mit der Zeit ab. Diese Eigenschaft steht nicht im Einklang mit den tatsächlichen Ergebnissen in den bedeutenderen Ländern.

Die Gompertz-Kurve hat ihren Wendepunkt bei  $t = t_0$ , d. h.  $D/D_{\max} = 1/e = 0,368$ , die logistische Kurve dagegen bei  $D/D_{\max} = 0,5$ . Wie im Abschnitt 2.3 dargelegt worden ist, lassen die Entwicklungskurven der in bezug auf die Fernsprechdichte führenden Länder auf eine Wachstumsfunktion schließen, deren Wendepunkt eher über  $0,5 D_{\max}$  als darunter liegt (wenn man realistische Sättigungswerte unterstellt).

Daraus ist zu schließen, daß die Gompertz-Kurve - zumindest bei den Verhältnissen in der BRD - für die Vorausschätzung der Fernsprechdichte weniger geeignet ist als die logistische Wachstumsfunktion.

### 2.6 Veränderliche Sättigungsdichte

In der Differentialgleichung (2) der logistischen Funktion (S. 22) repräsentiert das Glied  $(D_{\max} - D)$  die potentiellen Teilnehmer, auf die das Telefon seine Anziehungskraft ausübt.  $D_{\max}$  wird hier als zeitlich konstant betrachtet. In Wirklichkeit wächst der Anteil der Haushalte, die die Kosten eines Fernsprechanschlusses aufbringen können, mit der wirtschaftlichen Entwicklung, also mit der Zeit. In dem Ansatz (2) ist demnach die konstante Sättigungsdichte  $D_{\max}$  durch eine zeitabhängige Sättigungsdichte  $S(t)$  zu ersetzen [31]:

$$dD = k \cdot D \cdot [S(t) - D] \cdot dt \quad (9)$$

$$\frac{dD}{dt} - k \cdot S(t) \cdot D + k \cdot D^2 = 0 \quad (10)$$

(10) ist eine Bernoullische Differentialgleichung. Man erhält mit der üblichen Methode:

$$D = \frac{\exp \left[ k \int S(t) dt \right]}{k \int \exp \left[ k \int S(t) dt \right] dt} \quad (11)$$

Kremer hat unter der Voraussetzung einer logistischen Funktion für  $S(t)$  eine Lösung der Gl. (11) angegeben [31]. Im Vergleich zur einfachen logistischen Funktion für  $D$  kommen hier noch zwei weitere Parameter hinzu (Halbwertzeitpunkt und Steigung der  $S(t)$ -Kurve). Die Auswertung wird dadurch schon so kompliziert, daß sie nur noch mit einem Digitalrechner bewältigt werden kann.

Das entscheidende Problem dieses Modells besteht darin, daß mit der zeitabhängigen Sättigungsdichte  $S(t)$  eine Größe eingeführt wird, die zwar theoretisch überzeugt, die aber statistisch nicht einmal für die Vergangenheit und die Gegenwart erfaßt werden kann. Unterstellt man für  $S(t)$  eine bestimmte Funktion und ermittelt deren Parameter zusammen mit  $k$  und  $D_{\max}$  unmittelbar aus den Vergangenheitswerten von  $D$ , so bleibt eine wesentliche methodische Gemeinsamkeit mit den einfacheren Wachstumsfunktionen bestehen:

Man setzt hierbei - bewußt oder unbewußt - voraus, daß die für die Entwicklung maßgeblichen Faktoren, ähnlich wie die Erbanlagen bei einem biologischen Wachstumsprozeß, in den Vergangenheitsdaten bereits vollständig enthalten sind und es lediglich ein mathematisches Problem ist, die Parameter zu identifizieren. Zu diesen grundsätzlichen Fragen wird im Zusammenhang mit den Kausalmodellen im Kapitel 3. noch Näheres gesagt.

Vom praktischen Standpunkt drängt sich schließlich folgender Einwand gegen die Wahl einer bestimmten Funktion für  $S(t)$  auf:

Wenn schon mangels konkreter Kenntnisse eine Wachstumsfunktion unterstellt werden muß, ist es dann nicht besser, dies statt für die zeitabhängige Sättigungsdichte  $S(t)$  gleich für die gesuchte Größe  $D$  zu tun? Die Berechtigung der Annahme kann dann wenigstens bis zu einem gewissen Grad durch Vergleiche mit anderen Ländern geprüft werden, und die rechnerische Auswertung ist bei weitem einfacher.

2.7 Die potenzierte logistische Funktion als neues Hilfsmittel der Prognose

Die im vorhergehenden Abschnitt behandelte Einbeziehung einer veränderlichen Sättigungsdichte bedeutet trotz der genannten Einwände zweifellos einen theoretischen Vorzug, dem aber u. a. der Nachteil einer außerordentlich komplizierten Auswertung gegenübersteht. Im folgenden soll deshalb auf der Grundlage des Ansatzes (9) eine neue Wachstumsfunktion hergeleitet werden, die auf einfacherem Wege den theoretischen Fortschritt ermöglicht:

Zum Zeitpunkt  $t_a$  der Einführung des Fernsprehdienstes (vgl. Bild 8) ist  $D(t_a) = 0$ . Dagegen ermöglichen die wirtschaftlichen Verhältnisse einen endlichen Wert  $S(t_a)$ . Bei stetiger wirtschaftlicher Aufwärtsentwicklung steigt  $S(t)$  monoton an und nähert sich asymptotisch dem Grenzwert  $D_{max}$ . Wendet man die in den Kapiteln 4. ff behandelten Kausalmodelle auf die zeitabhängige Sättigungsdichte an, so ist - wie auch aufgrund unmittelbarer Überlegung - grundsätzlich ein Verlauf von  $S(t)$  zu erwarten, wie er in Bild 8 skizziert ist. (Für  $D(t)$  wird in erster Näherung eine logistische Kurve unterstellt.)

(9) läßt sich in folgender Differenzenform schreiben:

$$\frac{\Delta D}{D} = k \cdot \Delta t \cdot [S(t) - D] \quad (12)$$

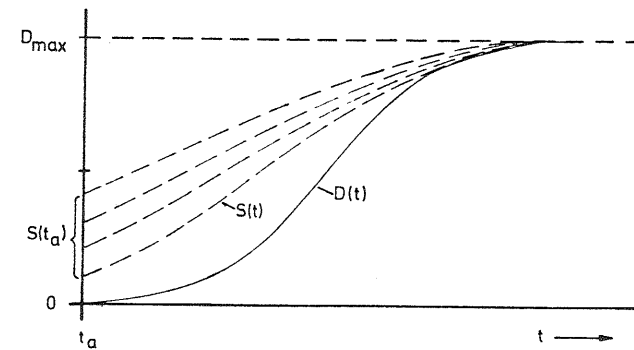


Bild 8. Tatsächliche Dichte  $D(t)$  im Vergleich zur zeitabhängigen Sättigungsdichte  $S(t)$

$\Delta D/D$  ist die Zuwachsrate von  $D$  für die (kleine) Zeitspanne  $\Delta t$ .

Zum Zeitpunkt  $t_a$  ist  $D(t_a) = 0$ , also

$$\left[ \frac{\Delta D}{D} \right]_{t_a} = k \cdot \Delta t \cdot S(t_a) \quad (13)$$

Damit:

$$\frac{\frac{\Delta D}{D}}{\left[ \frac{\Delta D}{D} \right]_{t_a}} = \frac{S(t) - D}{S(t_a)} \quad (14)$$

(14) drückt aus, wie sich die Zuwachsrate von  $D$  im Verhältnis zu ihrem Anfangswert verändert.

Hat  $S(t)$  einen Verlauf wie in Bild 8, so ergeben sich für die relative Zuwachsrate  $(\Delta D/D) : (\Delta D/D)_{t_a}$  Kurven des aus Bild 9 ersichtlichen Typs:

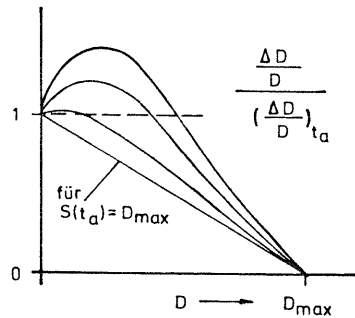


Bild 9. Zuwachsrates der Anschlußdichte D (bezogen auf die anfängliche Zuwachsrates) bei zeitabhängiger Sättigungsdichte S(t)

Bei der logistischen Wachstumskurve für D ist

$$S(t) = S(t_a) = D_{max} \quad (15)$$

$$\frac{\Delta D/D}{(\Delta D/D)_{t_a}} = 1 - \frac{D}{D_{max}} \quad (16)$$

In Abhängigkeit von D fällt die Zuwachsrates linear ab.

Je kleiner  $S(t_a)/D_{max}$  ist, desto weiter kann sich die Kurve der relativen Zuwachsrates nach oben schieben. Das Auftreten von Höckern (Werte  $> 1$ ) würde bedeuten, daß die Zuwachsrates von D in der Anfangsphase der Entwicklung mit wachsendem D zunächst ansteigt und erst später nach Überschreiten eines Maximums abfällt. Eine derartige Erscheinung ist aber bei der Mehrzahl der bedeutenderen Länder nicht festzustellen. Hält man in (9), S. 33, für die Wirkung der bereits vorhandenen Anschlüsse (ausgedrückt durch D) eine Proportionalbeziehung aufrecht, so läßt sich über den Einfluß der potentiellen Teilnehmer folgendes aussagen:

Ogleich über den Verlauf von S(t) keine genaueren Kenntnisse vorliegen, steht doch fest, daß  $S(t_a) < D_{max}$  und daß deshalb  $[S(t) - D] / S(t_a)$  in Abhängigkeit von D

langsamer als die für die logistische Funktion geltende Gerade  $1 - D/D_{max}$  abnimmt. Andererseits wird die Kurve im allgemeinen den Wert 1 nicht überschreiten.

Ein derartiger Verlauf läßt sich beschreiben durch die Funktion

$$\frac{S(t) - D}{S(t_a)} = 1 - \left(\frac{D}{D_{max}}\right)^m = 1 - y^m \quad (17)$$

mit  $m > 1$  (Bild 10).

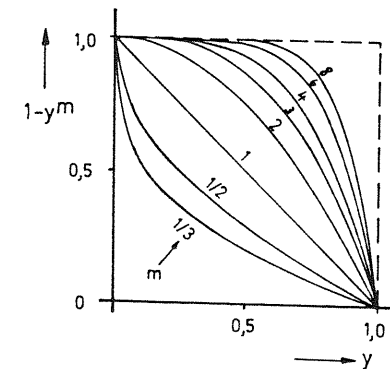


Bild 10. Verlauf der Funktion  $1 - y^m$

Aus (12) und (17) folgt:

$$\frac{\Delta D}{D} = k \cdot \Delta t \cdot S(t_a) \cdot \left[ 1 - \left(\frac{D}{D_{max}}\right)^m \right] \quad (18)$$

Oder in differentieller Form:

$$dD = k \cdot S(t_a) \cdot D \cdot \left[ 1 - \left(\frac{D}{D_{max}}\right)^m \right] \cdot dt \quad (19)$$

k und  $S(t_a)$  sind Konstante.

Wie im Anhang A 2. (S. 105) gezeigt wird, ist die Lösung dieser Differentialgleichung eine potenzierte logistische

Funktion mit dem Exponenten  $1/m$ .

$$y = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{1}{\left[1 + e^{-c(t - t_0)}\right]^{1/m}} \quad (20)$$

Diese neue Wachstumsfunktion läßt bessere Prognosen als die bisher behandelten Funktionen erwarten, weil ihr ein wirklichkeitsnäheres Modell des Entwicklungsprozesses zugrunde liegt.

Von besonderem Interesse sind ihr Anlauf- und Sättigungsverhalten sowie die Lage des Wendepunktes:

Für  $t \rightarrow -\infty$ :

Nach (20) :  $y = \frac{D}{D_{\max}} \rightarrow e^{\frac{c}{m} \cdot (t - t_0)}$  (21)

Für  $t \rightarrow +\infty$ :

$$y = \frac{D}{D_{\max}} \rightarrow \left[1 - e^{-c(t - t_0)}\right]^{\frac{1}{m}} \rightarrow 1 - \frac{1}{m} \cdot e^{-c(t - t_0)} \quad (22)$$

Demnach weist auch die potenzierte logistische Funktion einen exponentiellen Anlauf und eine exponentielle Annäherung an den Grenzwert 1 auf. Im Gegensatz zur gewöhnlichen logistischen Funktion ( $m = 1$ ) sind aber die Zeitkonstanten dieser exponentiellen Randstücke nicht gleich.

Der Exponent  $1/m$  bietet einen zusätzlichen Freiheitsgrad, dadurch wird es möglich, auch einen in bezug auf den Halbwertpunkt unsymmetrischen Kurvenverlauf zu beschreiben.

Nach A 2. (S. 105) gilt für den Wendepunkt der potenzierten logistischen Funktion:

$$y_w = \frac{1}{(1 + m)^{1/m}} \quad (23)$$

$$t_w = t_0 - \frac{1}{c} \cdot \ln m \quad (24)$$

In Bild 11 ist die Abhängigkeit  $y_w = f(m)$  dargestellt (rechts der hauptsächlich interessierende Ausschnitt aus dem gesamten Wertebereich).

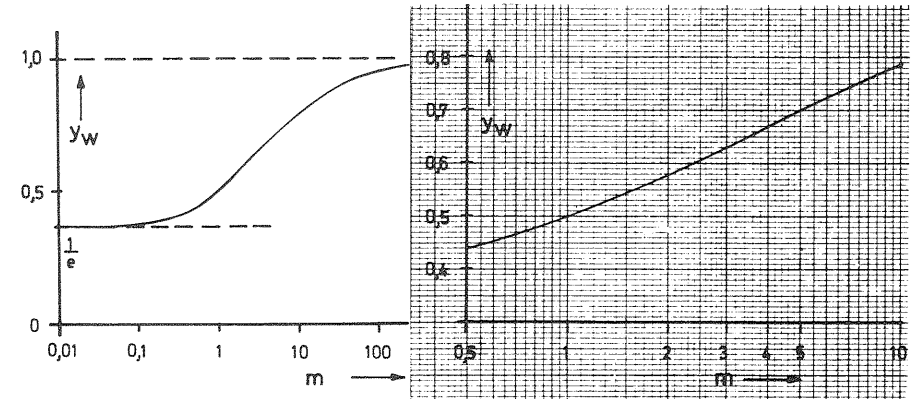


Bild 11. Wendepunkt der potenzierten logistischen Funktion in Abhängigkeit von deren Exponenten  $1/m$

In Bild 12 sind potenzierte logistische Funktionen mit verschiedenen Werten von  $m$  aufgezeichnet. Die Parameter  $c$  und  $t_0$  sind dabei so gewählt worden, daß die Kurven in der Anfangsphase der gleichen Exponentialfunktion folgen und erst mit wachsendem  $y = D/D_{\max}$  auseinanderlaufen.

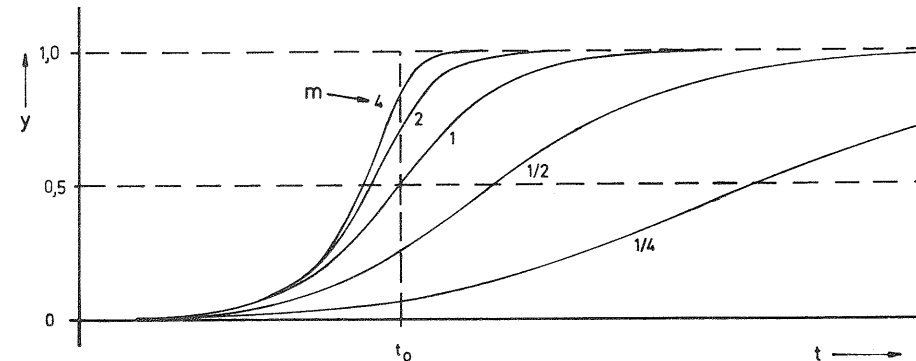


Bild 12. Potenzierte logistische Funktionen mit verschiedenen Exponenten  $1/m$



Im Vergleich zur gewöhnlichen logistischen Funktion ( $m = 1$ ) wird der Einfluß der potentiellen Teilnehmer bei der potenzierten logistischen Funktion zweifellos besser berücksichtigt. Ob jedoch der Einfluß, der von den wirklichen Teilnehmern ausgeht, durch den Faktor D in (10) genügend genau wiedergegeben wird, ist ungewiß. Die Bedeutung der potenzierten logistischen Funktion liegt deshalb weniger in ihrer theoretischen Begründung als in ihrer Eignung, eine vorgegebene Entwicklung gut zu beschreiben, ohne daß ein hoher Rechenaufwand nötig ist. Bei den vorgegebenen Werten kann es sich um Vergleichskurven anderer Länder handeln, aber auch um die Ergebnisse einer auf anderem Wege gewonnenen Prognose der Entwicklung im eigenen Lande (z. B. mit den später behandelten Kausalmodellen). Die ausgewählte Wachstumsfunktion hat dann im wesentlichen die Bedeutung eines einfach zu handhabenden und doch genügend genauen Auswerteinstruments. Für diesen Zweck eignet sich die potenzierte logistische Funktion recht gut. Durch den zusätzlichen Parameter m ist sie wesentlich anpassungsfähiger als die einfache logistische Funktion. Die Auswertung wird nur wenig aufwendiger:

Da

$$y^m = \left(\frac{D}{D_{\max}}\right)^m = \frac{1}{1 + e^{-c(t - t_0)}}, \quad (25)$$

$y^m$  also einer gewöhnlichen logistischen Funktion folgt, muß y lediglich mit m potenziert werden, um wieder die in 2.3 und A 1. beschriebenen Auswertehilfsmittel benutzen zu können (z. B. ein logistisches Koordinatennetz).

Inwieweit der potenzierten logistischen Funktion wirklich praktische Bedeutung zukommt, soll aufgrund der Entwicklungsdaten der am weitesten fortgeschrittenen Länder geprüft werden: Wir gehen wieder von den unmittelbar abgeschätzten Sättigungswerten ( $D_{H\max} = 50$ ;  $D_{S\max} = 80$ ) aus und stellen fest, mit welchen Werten für m sich die Zahlen-

reihen der letzten 2 - 3 Jahrzehnte am besten annähern lassen. Dabei machen wir von der im Anhang A 2., S. 105, angegebenen Transformation (A 35) Gebrauch. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 2 zusammengestellt.

Tabelle 2. Parameter m der optimal passenden potenzierten logistischen Funktion

Land	Statistische Daten einbezogen ab	optimales m	
		für Hauptanschlußdichte	für Sprechstellendichte
USA	1948	*)	3,84
Schweden	1936	2,38	1,44
Schweiz	1945	1,36	1,88

\*) keine vergleichbaren Daten verfügbar

Demnach ist anzunehmen, daß die HAs- und die Sprechstellendichte auch in der BRD eher nach einer potenzierten als nach einer gewöhnlichen logistischen Funktion ansteigen werden. Bild 13 zeigt Vorausschätzungen für verschiedene Zahlenwerte von m. (Die für  $m = 1$  geltende Kurve - gewöhnliche logistische Funktion - dient zum Vergleich.) Nach dem bisherigen Stand der Untersuchungen ist m vor allem im Bereich zwischen 1,4 und 2,5 zu vermuten.

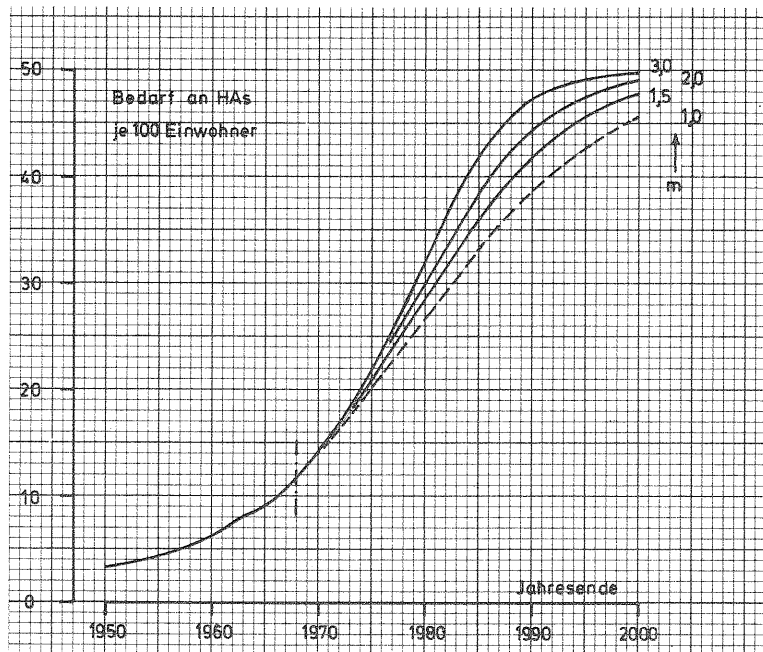


Bild 13. Vorausschätzung der Hauptanschlußdichte in der BR Deutschland mit potenzierten logistischen Funktionen verschiedener Exponenten  $1/m$

### 3. Lineare Kausalmodelle

#### 3.1 Der Begriff "Kausalmodell"

Allen bisher behandelten Prognosemethoden ist gemeinsam, daß die gesuchte Größe, z. B. die Hauptanschlußdichte, unmittelbar in Abhängigkeit von der Zeit dargestellt wird. Einige der Modelle sind zwar auch sachlich begründet, die Argumentation geht aber über Plausibilitätserwägungen nicht wesentlich hinaus. Von einer kausaltheoretischen Analyse des Entwicklungsprozesses, seiner Ursachen und deren Zusammenwirken, kann nicht die Rede sein.

Mit Sicherheit hängt die Nachfrage nach Fernsprechan schlüssen und der Fernspreckverkehr von wirtschaftlichen und sozialen Faktoren ab. Bei zahlreichen Repräsentativerhebungen im In- und Ausland ist z. B. festgestellt worden, daß die Privathaushalte umso häufiger über ein Telefon verfügen, je höher das Haushaltseinkommen ist - im Grunde eine selbstverständliche Erscheinung. Ferner ist erwiesen, daß die Haushalte von Angestellten und Beamten ("white collar workers") bei gleichem Einkommen zu einem höheren Prozentsatz Anschlüsse besitzen als Arbeiterhaushalte. Darüber hinaus gibt es eine Reihe weiterer Einflüsse auf die Nachfrage nach Fernspreckanschlüssen, von denen zumindest die Richtung ihrer Wirkung - nachfragefördernd oder -hemmend - bekannt ist, z. B. die Höhe der Fernspreckgebühren oder die Wartezeit von der Beantragung bis zur Einrichtung eines Anschlusses.

Alle diese Einflüsse werden in den Modellen mit reiner Zeitabhängigkeit nicht explizit berücksichtigt. Implizit sind sie zwar in den Parametern der Wachstumsfunktionen enthalten, und wenn diese die Entwicklung in der Vergangenheit richtig wiedergeben, bedeutet das: Die Einflußgrößen sind stabil geblieben oder haben sich gerade so verändert, daß

sich Konstanz der Parameter ergab. Das gleiche unterstellt man für die Zukunft, wenn man diese einfachen Modelle für Prognosen verwendet. Zumindest über längere Zeiträume ist diese Annahme recht fraglich, denn es ist weder die quantitative Veränderung der Einflüsse noch ihr Zusammenhang mit den Parametern geklärt. Die Wachstumsfunktionen verdanken deshalb ihre Bedeutung weniger ihrer theoretischen Begründung als ihrer empirischen Erhärtung aufgrund der tatsächlichen Entwicklung in verschiedenen Ländern.

Anzustreben ist selbstverständlich, die Abhängigkeit der gesuchten Größen (Zielgrößen) von wirtschaftlichen, sozialen und sonstigen Faktoren zu analysieren, die Zusammenhänge quantitativ zu formulieren und darauf eine Prognose aufzubauen. Wegen der Vielfalt der Ursachen und Wechselwirkungen in diesem Kräftespiel kann es sich aber nur um ein vereinfachtes, auf das Wesentliche beschränktes Abbild der Kausalbeziehungen handeln, so daß auch hier der Begriff "Modell" angebracht ist. Zum Unterschied von den im Kapitel 2. behandelten einfachen Modellen mit reiner Zeitabhängigkeit soll in diesen Fällen von Kausalmodellen oder analytischen Modellen gesprochen werden (Bild 14).

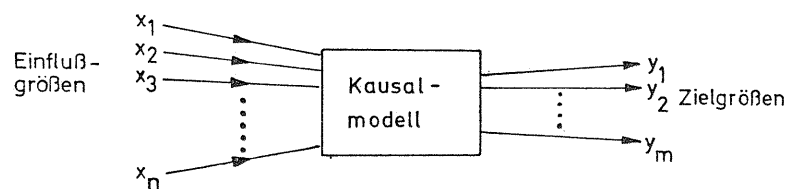


Bild 14. Schematische Darstellung eines Kausalmodells

Eine Prognose mit Hilfe eines solchen Kausal- oder analytischen Modells setzt voraus:

1. Das Gefüge der Beziehungen zwischen Einfluß- und Zielgrößen bleibt während des Prognosezeitraums

konstant oder ändert sich allenfalls in definierter Weise.

2. Die Zukunftswerte der Einflußgrößen müssen ihrerseits vorausgeschätzt werden.

### 3.2 Lineare Kausalmodelle für eine Zielgröße

#### 3.2.1 Begriffsbestimmung

Unter einem linearen Kausalmodell für eine Zielgröße ist folgendes zu verstehen:

Es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen einer oder mehreren Einflußgrößen  $x_i$  und einer Zielgröße  $y$  oder zwischen den auf bestimmte Weise transformierten Größen  $x_i$  und  $y$  (z. B. Zuwachsraten oder Logarithmen von  $x_i$  und  $y$ ).

Allgemein:

$$g(y) = a_1 \cdot f_1(x_1) + a_2 \cdot f_2(x_2) \dots + a_n \cdot f_n(x_n) + b \quad (26)$$

Die  $x_i$  und  $y$  werden hierbei als Zufallsvariable aufgefaßt. Aufgrund ihrer tatsächlichen Zahlenwerte in der Vergangenheit werden mit Hilfe der Mehrfachregression die Konstanten  $a_i$  und  $b$  bestimmt. Die Prognose für  $y$  gewinnt man durch Einsetzen der künftigen Erwartungswerte der  $x_i$  in (26).

#### 3.2.2 Lineares Modell von de Waal

Umfangreiche Systeme von Gleichungen des Typs (26) sind in der Ökonometrie üblich, um die gesamtwirtschaftliche Entwicklung für einige Jahre vorauszuschätzen. De Waal von der niederländischen PTT-Verwaltung hat die Methode auf die

Nachfrage nach Fernsprechan Schlüssen angewandt und dazu folgenden Ansatz gewählt [66]:

$$\Delta D'_0 = \gamma_1 \cdot \Delta D'_{-1} + \gamma_2 \cdot \Delta Y'_0 + \gamma_3 \cdot \Delta Pa'_0 + \gamma_4 \cdot \Delta Pe'_0 + \gamma_5 \quad (27)$$

+ 0,52	+ 0,15	-0,20	-0,09	+ 0,03
(0,05)	(0,04)	(0,05)	(0,01)	

Bedeutung der Symbole:

$\Delta D'$  Zunahme des natürlichen Logarithmus der HAS-Dichte D in der betreffenden Periode (1 Jahr)

Der Index 0 bezeichnet die betrachtete Periode, der Index -1 die vorhergehende Periode.

$\Delta Y'$  Zunahme des natürlichen Logarithmus des realen Einkommens pro Einwohner Y

$\Delta Pa'$  Zuwachsrate der Grund- bzw.

$\Delta Pe'$  Gesprächsgebühren (nach näherer Definition)

$\Delta D'$  und  $\Delta Y'$  können im wesentlichen auch als Zuwachsraten interpretiert werden; denn es ist z. B.

$$\begin{aligned} \Delta D'_0 &= \ln D_0 - \ln D_{-1} = \ln \frac{D_0}{D_{-1}} \\ &= \ln \left( 1 + \frac{D_0 - D_{-1}}{D_{-1}} \right) \approx \frac{D_0 - D_{-1}}{D_{-1}} \end{aligned} \quad (28)$$

Aufgrund der niederländischen Daten von 1951 bis 1961 erbrachte die Methode der Mehrfachregression die unter den Koeffizienten  $\gamma_i$  von (27) aufgeführten Zahlenwerte. Die zugehörigen Standardabweichungen sind eingeklammert.

Die Gleichung (27) enthält explizit wesentliche Einflußgrößen, sie unterscheidet sich damit fundamental von den

im Kapitel 2. behandelten Wachstumsfunktionen. Darüber hinaus wird der Entwicklung auch eine autonome, d. h. von äußeren Einwirkungen unabhängige Komponente zugeschrieben, nämlich durch die Glieder  $\gamma_1 \cdot \Delta D'_{-1}$  und  $\gamma_5$ . Das ist durchaus berechtigt, es überraschen aber die Zahlenwerte der Koeffizienten, vor allem von  $\gamma_2$  im Vergleich zu  $\gamma_1$  und  $\gamma_5$ :

Wurde z. B. im Jahr -1 (das Jahr vor dem Bezugsjahr) eine Zuwachsrate der HAS-Dichte D von 7 % festgestellt und steigt bei unveränderten Fernspreckgebühren das reale Pro-Kopf-Einkommen um 4 %, so ergibt sich aus (27) für das Jahr 0 ungefähr folgende Zuwachsrate von D (in diesem Zusammenhang genügt die Genauigkeit der Beziehung (28)):

$$\begin{aligned} \Delta D'_0 \text{ (in \%)} &\approx 0,52 \cdot 7 \% + 0,15 \cdot 4 \% + 3 \% \\ &= 3,64 \% + 0,6 \% + 3 \% \\ &= 7,24 \% \end{aligned} \quad (29)$$

Die Zuwachsrate von D im Jahre 0, nämlich 7,24 %, ist zum weitaus größten Teil autonom bestimmt, das wirtschaftliche Wachstum leistet nur den kleinen Beitrag von 0,6 %.

Aus der Modellgleichung (27) ist noch folgendes abzulesen:

Wenn sich das reale Einkommen je Einwohner und die Fernspreckgebühren nicht ändern, steuert die Zuwachsrate von D auf einen "Gleichgewichtswert" zu, der zeitlich konstant ist, d. h.

$$\begin{aligned} \Delta D' &= \Delta D'_{-1} = \Delta D'_0 \quad (30) \\ \Delta D' &= 0,52 \Delta D' + 0,03 \\ \Delta D' &= 0,0625 \end{aligned}$$

Das bedeutet exponentielles Wachstum mit einer jährlichen Zuwachsrate von 6,45 %; denn nach (28) ist

$$\Delta D'_0 = \ln \left( 1 + \frac{D_0 - D_{-1}}{D_{-1}} \right) = 0,0625$$

$$\frac{D_0 - D_{-1}}{D_{-1}} = e^{0,0625} - 1 = 0,0645$$

Auf lange Sicht ist aber eine Zunahme des Pro-Kopf-Einkommens und Stabilität oder eine Senkung der realen Fernspreckgebühren (im Vergleich zu den allgemeinen Lebenshaltungskosten) zu erwarten. In (27) bewirken die entsprechenden Glieder, daß D steiler als eine Exponentialfunktion mit einer jährlichen Zuwachsrate von 6,45 % ansteigt. Dieses Modell berücksichtigt keine Sättigungstendenzen, es eignet sich deshalb nicht für langfristige Prognosen (de Waal hat einen Vorhersagezeitraum von 13 Jahren gewählt).

Grundsätzlich stellt die beschriebene Methode, äußere Einflüsse explizit in eine Modellgleichung aufzunehmen, einen wesentlichen Fortschritt dar; die praktische Anwendung ergab aber für die Koeffizienten  $\gamma_1$  bis  $\gamma_5$  Zahlenwerte, die das "Kausalmodell" sehr in die Nähe der gewöhnlichen exponentiellen Trendextrapolation rücken. Die für langfristige technische Planungen notwendigen Aussagen können damit nicht gemacht werden.

### 3.2.3 Versuche der britischen Fernmeldeverwaltung

Plausible Modellansätze, die der Grundform (26) entsprechen, bieten sich in großer Zahl an. Die britische Fernmeldeverwaltung (General Post Office) hat mehrere Dutzend solcher linearer Kausalmodelle untersucht, um die Entwicklung der Wohnungsanschlüsse vorauszuschätzen [65]. Die einzelnen Varianten unterscheiden sich in bezug auf die Zielgröße

(z. B. Brutto- oder Nettonachfrage, Anteil der Haushalte mit HAs), die berücksichtigten Einflußgrößen (Bruttoinlandsprodukt, privater Verbrauch, Preis- und Gebührenindices usw.) sowie deren funktionale Verknüpfung. Einige dieser Ansätze werden auch dem Sättigungseffekt gerecht, z. B. durch Transformationen, wie sie in A 1.1 beschrieben sind. Nach mathematisch-statistischen Kriterien und aufgrund allgemeiner Überlegungen wurden einige wenige Modelle, die am erfolgversprechendsten erschienen, für Prognosen ausgewertet. Diese klaffen aber schon nach wenigen Jahren außerordentlich weit auseinander: Für die Nettonachfrage nach HAs (Bedarfszuwachs) im Jahre 1967 schwanken die Ergebnisse zwischen 655 000 und 1,25 Mio HAs, für den Anteil der Haushalte mit HAs (penetration rate) zwischen 28 und 49 % (auf der Grundlage der Daten bis 1964/65).

So wird in [65] abschließend festgestellt, daß die angewandten Methoden im ganzen unbefriedigend sind und daß es keinen zuverlässigen Maßstab gibt, mit dem die Brauchbarkeit der einzelnen Modelle beurteilt werden könnte.

#### 4. Entwicklung neuer Kausalmodelle

##### 4.1 Grundgedanken

Die Schwäche der linearen Kausalmodelle liegt im wesentlichen darin, daß sie zu schematisch und zu willkürlich sind: Es werden bestimmte funktionale Beziehungen zwischen Einfluß- und Zielgrößen formuliert, obwohl darüber nur qualitative Vorstellungen bestehen. Im Grunde unterstellt man hierbei, daß ein Kausalmechanismus am Wirken ist, und erwartet, daß die formalen mathematischen Methoden ihn offenlegen, obwohl man ihn analytisch nicht durchdrungen hat. Es gibt aber sehr viele in gleichem Grade einleuchtende Ansätze der Grundform (26), die den unbestimmten Vorstellungen über die kausalen Abhängigkeiten bestimmten Ausdruck geben, die aber sehr unterschiedliche Voraussagen liefern, vor allem auf weite Sicht. Mit großer Deutlichkeit haben dies die britischen Untersuchungen aufgezeigt, und darin dürfte auch ihre hauptsächliche Bedeutung liegen.

Daraus ist zu schließen: Die Anwendung komplizierter Rechenverfahren reicht nicht aus, um mit Kausalmodellen brauchbare Prognosen zu erhalten. Vielmehr sollte - wie auch sonst in den exakten Wissenschaften - ein kompliziertes System von Zusammenhängen kausaltheoretisch durchleuchtet und bis auf Grundbeziehungen analysiert werden, die ihrerseits in logischer Hinsicht unmittelbar überzeugen und nach Möglichkeit auch empirisch nachweisbar sind.

Die praktischen Gegebenheiten erzwingen jedoch im allgemeinen schon beim Entwurf eines Modells einen Kompromiß. Auf die Einbeziehung von Größen, die theoretisch noch so überzeugend wären, muß verzichtet werden, wenn ihre Zahlenwerte statistisch nicht erfaßt sind und sie mit vertretbarem Aufwand nicht gewonnen werden können - auch nicht behelfsmäßig, etwa durch Stichprobenerhebungen. Andererseits können und sollen die bei der Konstruktion von Modellen ge-

wonnenen Erkenntnisse Rückwirkungen auf die statistische Datenerfassung haben und dazu führen, daß künftig auf die Erfordernisse von Prognosemodellen Rücksicht genommen wird.

Die im folgenden behandelten Modelle sind unter dem Aspekt zu betrachten, daß die zur Zeit verfügbaren statistischen Informationen für den vorliegenden Zweck noch recht unzulänglich sind.

Dies gilt schon beim ersten Schritt der Analyse, nämlich bei der Aufgliederung der inhomogenen Größe Bedarf bzw. Bestand an HAs, deren Komponenten von ganz verschiedenen Faktoren abhängen. Folgende Einteilung bietet sich an:

Gruppe	Symbol	Ungefährer Anteil in der BRD Ende 1968
Reine <u>Geschäftsanschlüsse</u>	G	18 %
reine <u>Wohnungsanschlüsse</u>	W	55 %
<u>Mehrzweckanschlüsse</u> (gemischt benutzte Anschlüsse - beruflich und privat)	M	27 %
		zusammen 100 %

Erläuterung der Begriffe:

##### Gruppe G

HAs, die ausschließlich zur Ausübung einer gewerblichen oder sonstigen beruflichen Tätigkeit bestimmt sind, z. B. Anschlüsse von Industrie- und Handelsunternehmen, Behörden, kulturellen Institutionen.

##### Gruppe W

HAs, die in Wohnungen eingerichtet und hauptsächlich für private Zwecke bestimmt sind, z. B. Anschlüsse von Angestellten, Beamten und Arbeitern. (Wenn diese den Wohnungsanschluß gelegentlich für berufliche Angelegenheiten benutzen, ist das ohne Einfluß auf die Gruppenzuordnung.)

##### Gruppe M

HAs, die sowohl bei der Berufsausübung als auch für private

Zwecke benutzt werden, z. B. Anschlüsse von Freiberuflern, selbständigen Handwerkern, Inhabern kleinerer Geschäfte und selbständigen Landwirten, wenn die Arbeitsstätte und die Wohnung räumlich beisammen liegen oder durch eine Nebenanschlußleitung verbunden sind.

Sonstige Anschlüsse, die keiner dieser Gruppen zugeordnet werden können, wie öffentliche Sprechstellen oder Anschlüsse von Vereinen, fallen nicht ins Gewicht und können zunächst vernachlässigt werden.

Im folgenden sind die Begriffe "Geschäftsanschlüsse" und "Wohnungsanschlüsse" - ohne zusätzliche Bezeichnung - im weiteren Sinne zu verstehen, d.h. jeweils einschließlich der Gruppe M. Wenn nur die Gruppen G oder W gemeint sind, wird von reinen Geschäfts- bzw. reinen Wohnungsanschlüssen gesprochen.

Die amtliche Statistik der DBP gibt bisher leider keinen Aufschluß über die Aufgliederung der HAs nach diesen Merkmalen. Das notwendige Zahlenmaterial mußte deshalb durch Stichproben aus Fernsprechbüchern wenigstens angenähert gewonnen werden.

Auf die reinen Wohnungsanschlüsse und die Mehrzweckanschlüsse, die definitionsgemäß von Haushalten benutzt werden, entfielen Ende 1968 rund 82 % aller HAs. Trotzdem verfügten zu diesem Zeitpunkt erst 26 % der Haushalte über ein Telefon (bzw. hatten es beantragt). Das bedeutet, daß sich auch in Zukunft die Nachfrage nach HAs zum weitaus überwiegenden Teil auf die Gruppen W und M erstrecken wird; denn die HAs der Gruppe G werden relativ jedenfalls nicht wesentlich stärker zunehmen als die W- und M-Anschlüsse (vgl. S.134). Auf die Wohnungsanschlüsse im weiteren Sinne muß deshalb das Schwergewicht der Untersuchungen gelegt werden.

Den stärksten Einfluß auf die Nachfrage nach Wohnungsanschlüssen, vor allem auf weite Sicht, dürfte der Anstieg der Einkommen privater Haushalte haben. Dabei kommt es nicht nur

auf den Durchschnitt der Haushaltseinkommen, sondern auch auf deren Schichtung an. Erhöht sich nämlich das durchschnittliche Haushaltseinkommen im Laufe mehrerer Jahre z. B. um 20 %, so wirkt sich das bei den oberen und unteren Einkommensschichten nur wenig auf die Nachfrage nach HAs aus: bei den oberen, weil sie bereits weitgehend versorgt sind; bei den unteren, weil sie sich trotz der Einkommenssteigerung noch kein Telefon leisten können. Dazwischen gibt es Schichten, bei denen ein Einkommenszuwachs den Entschluß auslöst, sich einen Anschluß einzurichten zu lassen.

#### 4.2 Mathematische Hilfsmittel

Im folgenden werden zur Beschreibung verschiedener Zusammenhänge Hilfsmittel der Wahrscheinlichkeitsrechnung benutzt; die dazu notwendigen Definitionen und Grundbeziehungen sollen deshalb in einer zweckentsprechenden Form zusammengestellt werden:

x und z sind Zufallsvariable.

$\varphi(x)$  (Wahrscheinlichkeits-)Dichte von x

$\Phi(x)$  (Wahrscheinlichkeits-)Verteilung von x

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \varphi(\xi) d\xi \quad (31)$$

$\bar{x}$  Erwartungswert \*) von x

$x_z$  Zentralwert von x

$\sigma$  Standardabweichung

---

\*) Um eine Verwechslung mit dem Einkommensbegriff E zu vermeiden, wird die übliche Bezeichnung  $E[x]$  durch  $\bar{x}$  ersetzt.

$\tau$  Variationskoeffizient

$$\tau = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (32)$$

$\varphi_N(x)$  Dichte der Normalverteilung

$$\varphi_N(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}} \quad (33)$$

$\Phi_N(x)$  Normalverteilung (Gaußsches Integral)

$$\Phi_N(x) = \int_{-\infty}^x \varphi_N(\xi) d\xi \quad (34)$$

$\varphi_n(u)$  Dichte der standardisierten Normalverteilung

$$\varphi_n(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{u^2}{2}} \quad (35)$$

$\Phi_n(u)$  Standardisierte Normalverteilung

$$\Phi_n(u) = \int_{-\infty}^u \varphi_n(v) dv \quad (36)$$

Wenn

$$z = s \cdot \ln x = \ln x^s \quad (37)$$

definiert wird ( $s = \text{const}$ ) und  $z$  normalverteilt ist, bezeichnet man  $x$  als logarithmisch-normalverteilt. Verwendet man bei der graphischen Darstellung einen logarithmischen Maßstab für  $x$ , so erhält man für  $\Phi(x)$  die Form einer gewöhnlichen Normalverteilung (Bild 15):

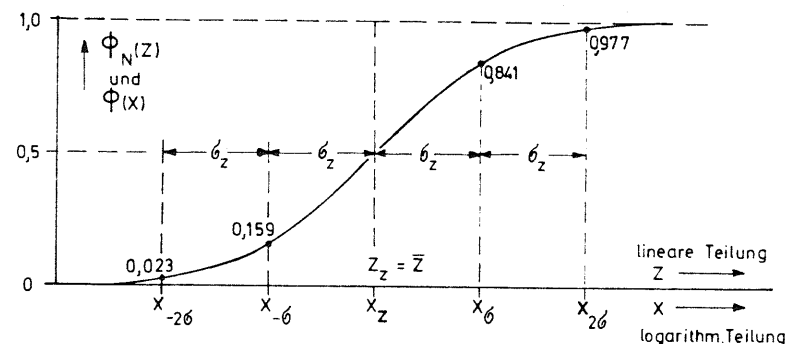


Bild 15. Logarithmisch-normale Verteilung

Bei der Normalverteilung  $\Phi_N(z)$  ist  $\bar{z}$  (Erwartungswert von  $z$ ) gleich  $z_z$  (Zentralwert von  $z$ ), bei der logarithmisch-normalen Verteilung  $\Phi(x)$  besteht jedoch keine Übereinstimmung zwischen  $\bar{x}$  und  $x_z$ ; vielmehr gilt [2]:

$$\bar{x} = x_z \cdot e^{\frac{\sigma_z^2}{2s^2}} \quad (38)$$

Die Streuung von  $x$  (und von  $z$ ) ist zwar durch den Parameter  $\sigma_z$  eindeutig bestimmt. Da es sich aber um ein logarithmisches Maß handelt, fällt es schwer, eine Vorstellung damit zu verbinden, wenn man die Größe  $x$  betrachtet. Es werden deshalb die Kennwerte  $x_{-2\sigma}$ ,  $x_{-\sigma}$ ,  $x_\sigma$ ,  $x_{2\sigma}$  eingeführt, deren Bedeutung aus Bild 15 hervorgeht. (Zur Beschreibung der Streuung genügt einer der 4 Kennwerte neben  $\bar{x}$  oder  $x_z$ .)

$$\bar{z} - 2\sigma_z = s \cdot \ln x_{-2\sigma} \quad (39)$$

$$\bar{z} - \sigma_z = s \cdot \ln x_{-\sigma} \quad (40)$$

$$\bar{z} = z_z = s \cdot \ln x_z \quad (41)$$

$$\bar{z} + \sigma_z = s \cdot \ln x_\sigma \quad (42)$$

$$\bar{z} + 2\sigma_z = s \cdot \ln x_{2\sigma} \quad (43)$$



$$\begin{aligned} \sigma_z &= s \cdot \ln \frac{x_6}{x_z} = s \cdot \ln \frac{x_z}{x_{-6}} = \\ &= \frac{s}{2} \cdot \ln \frac{x_6}{x_{-6}} = s \cdot \ln \sqrt{\frac{x_6}{x_{-6}}} \end{aligned} \quad (44)$$

Das Verhältnis

$$Q(x) = \frac{x_6}{x_z} = e^{\frac{\sigma_z}{s}} \quad (45)$$

wird in dieser Arbeit als Standardquotient bezeichnet und zur Charakterisierung der Streubreite von x benutzt.

$$\sigma_z = s \cdot \ln Q(x) \quad (46)$$

$x_{-26}$ ,  $x_{-6}$ ,  $x_z$ ,  $x_6$ ,  $x_{26}$  bilden also eine Reihe, in der jedes Einzelglied um den Faktor Q(x) größer als das vorhergehende ist.

Mit dem Standardquotienten nimmt der Zusammenhang (38) zwischen Durchschnitt und Zentralwert einer logarithmisch-normalverteilten Größe folgende Form an:

$$\bar{x} = x_z \cdot e^{\frac{1}{2} [\ln Q(x)]^2} = x_z \cdot [Q(x)]^{\frac{1}{2} \ln Q(x)} \quad (47)$$

Für  $Q(x) \leq 1,3$  gilt näherungsweise (Fehler < 0,3 %):

$$\bar{x} \cong x_z \cdot \frac{1}{2} \left[ Q(x) + \frac{1}{Q(x)} \right] = \frac{x_6 + x_{-6}}{2} \quad (48)$$

D. h. für  $Q(x) \leq 1,3$  entspricht  $\bar{x}$  recht genau dem arithmetischen Mittel von  $x_6$  und  $x_{-6}$ .

Die Kennwerte  $x_{-26}$ ,  $x_{-6}$  usw. sollen im folgenden allgemein zur Charakterisierung der Verteilungen von Einfluß- und Zielgrößen dienen, auch wenn es sich nicht um normale oder logarithmisch-normale Verteilungen handelt. Analog zu Bild 15 werden die Kennwerte in Anlehnung an eine gewöhnliche Normalverteilung definiert:

Bezeichnung	Symbol	Definition
-26-Vertrauensgrenze	$x_{-26}$	$P(x \leq x_{-26}) = 0,023$
-6-Vertrauensgrenze	$x_{-6}$	$P(x \leq x_{-6}) = 0,159$
+6-Vertrauensgrenze	$x_6$	$P(x \leq x_6) = 0,841$
+26-Vertrauensgrenze	$x_{26}$	$P(x \leq x_{26}) = 0,977$

Das Intervall zwischen  $x_{-26}$  und  $x_{26}$  kann demnach ungefähr mit dem Vertrauensbereich eines Stichprobenergebnisses verglichen werden, dem üblicherweise eine Vertrauenswahrscheinlichkeit von 0,95 zugrunde gelegt wird. Es muß jedoch betont werden, daß im Gegensatz dazu Vertrauensgrenzen oder -bereiche für die Zukunftswerte der Einflußgrößen (und damit auch der Zielgrößen) nicht exakt berechnet, sondern weitgehend nur geschätzt werden können.

#### 4.3 Begriffsbestimmungen und Grundbeziehungen wichtiger Einfluß- und Zielgrößen

##### 4.3.1 Demographische und wirtschaftliche Begriffe

Es bedeuten:

- $N_e$  Einwohnerzahl
- $N_h$  Zahl der Haushalte
- $N_p$  durchschnittliche Anzahl der Personen eines Haushalts (durchschnittliche Haushaltsgröße)

$$N_e = N_h \cdot N_p \quad (49)$$

In der Bevölkerungsstatistik wird zwischen Privat- und Anstaltshaushalten unterschieden [59]. Je nachdem, ob die Anstaltshaushalte einbezogen sind oder nicht, ergeben sich für die durchschnittliche Haushaltsgröße  $N_p$  geringfügig unterschiedliche Zahlenwerte. Um eine unnötige Komplizierung zu vermeiden, wird im folgenden für  $N_p$  die durchschnittliche Anzahl der Personen je Privathaushalt angesetzt. (Der relativ kleine Teil der Bevölkerung, der in Anstalten lebt, wird dadurch fiktiv in Haushalte der Größe  $N_p$  aufgeteilt.)

v reales Bruttosozialprodukt (zu Marktpreisen)

Um den durch Preissteigerungen verursachten Kaufkraftverlust zu berücksichtigen, werden alle in Währungseinheiten (DM) gemessenen Größen auf das Preisniveau von 1965 bezogen (reale Wertgrößen, ausgedrückt in  $DM_{65}$ ).

$\eta$  Wachstumsfaktor des realen Bruttosozialprodukts je Einwohner (Im Bezugsjahr 0:  $\eta_0 = 1$ )

$$\eta = \frac{v}{N_e} : \frac{v_0}{N_{e0}} = \frac{v}{v_0} \cdot \frac{N_{e0}}{N_e} \quad (50)$$

$\mathcal{J}$  gesamtes verfügbares Einkommen der privaten Haushalte bezogen auf das Bruttosozialprodukt (Anteil des Bruttosozialprodukts, der den Haushalten als verfügbares Einkommen zufließt)

E verfügbares (monatliches) Einkommen eines einzelnen Haushalts (der Kürze halber auch als Haushaltseinkommen bezeichnet); wenn nicht anders vermerkt, ist unter E der über ein Jahr gemittelte Wert zu verstehen.

Darin sind alle Einkünfte inbegriffen, die im Sinne der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung als Einkommen anzusehen sind, z. B. auch der Nutzungswert der Eigentümerwohnung und Naturaleinkünfte [47].

$\bar{E}$  durchschnittliches Haushaltseinkommen

$$\bar{E} = \frac{1}{12} \cdot \frac{v \cdot \mathcal{J}}{N_h} = \frac{1}{12} \cdot \frac{v \cdot \mathcal{J} \cdot N_p}{N_e} \quad (51)$$

Im Bezugsjahr 0:

$$\bar{E}_0 = \frac{1}{12} \cdot \frac{v_0 \cdot \mathcal{J}_0 \cdot N_{p0}}{N_{e0}} \quad (52)$$

Also:

$$\frac{\bar{E}}{\bar{E}_0} = \frac{v \cdot N_{e0} \cdot \mathcal{J} \cdot N_p}{v_0 \cdot N_e \cdot \mathcal{J}_0 \cdot N_{p0}} \quad (53)$$

Mit (50):

$$\bar{E} = \bar{E}_0 \cdot \eta \cdot \frac{\mathcal{J}}{\mathcal{J}_0} \cdot \frac{N_p}{N_{p0}} \quad (54)$$

#### 4.3.2 Begriffe des Fernsprechwesens

Wenn nicht anders angegeben, beziehen sich folgende Bestands- bzw. Bedarfzahlen auf das Ende eines Jahres.

$N_H$  Zahl der Fernsprechhauptanschlüsse (HAs)

Die unerledigten Anträge auf Einrichtung von HAs sind hier und im folgenden mitzuzählen, d. h. es wird jeweils der Bedarf an HAs betrachtet.

$N_w$  Zahl der reinen Wohnungs-HAs (Gruppe W nach S. 52)

$N_m$  Zahl der Mehrzweck-HAs (Gruppe M)

$N_g$  Zahl der reinen Geschäfts-HAs (Gruppe G)

$N_{wm}$  Zahl der Wohnungs-HAs (Gruppen W und M) (im weiteren Sinne)

$$N_H = N_w + N_m + N_g \quad (55)$$

$$N_{wm} = N_w + N_m \quad (56)$$

Bezieht man diese Größen auf 100 Einwohner, so kommt man zu folgenden Begriffen der Anschlußdichte (Indices analog den obigen):

$$D_H = 100 \frac{N_H}{N_e} \quad (57)$$

$$D_w = 100 \frac{N_w}{N_e} \quad (58)$$

$$D_m = 100 \frac{N_m}{N_e} \quad (59)$$

$$D_g = 100 \frac{N_g}{N_e} \quad (60)$$

$$D_{wm} = 100 \frac{N_{wm}}{N_e} \quad (61)$$

$$D_H = D_w + D_m + D_g \quad (62)$$

$$D_{wm} = D_w + D_m \quad (63)$$

p durchschnittlicher Versorgungsgrad der Haushalte (Haushalte mit Fernsprechanschluß bezogen auf die Gesamtzahl der Haushalte; im Englischen "penetration rate")

$$p = \frac{N_{wm}}{N_h} \quad (64)$$

Mit (49) und (61):

$$p = \frac{N_{wm} \cdot N_p}{N_e} = \frac{D_{wm}}{100} \cdot N_p \quad (65)$$

$$D_{wm} = 100 \cdot \frac{p}{N_p} \quad (66)$$

Folgende Gesprächszahlen beziehen sich jeweils auf 1 Jahr:

$N_o$  Gesamtzahl der Ortsgespräche

$N_f$  Gesamtzahl der Ferngespräche

$N_{of}$  Gesamtzahl der Orts- und Ferngespräche (Telefongespräche)

$n_o$  durchschnittliche Zahl der Ortsgespräche je HAS

$n_f$  durchschnittliche Zahl der Ferngespräche je HAS

$n_{of}$  durchschnittliche Zahl der Orts- und Ferngespräche je HAS

Folgende Verkehrswerte beziehen sich auf die Hauptverkehrsstunde:

$Y_o$  gesamter Ortsverkehr in Erlang

$Y_f$  gesamter Fernverkehr in Erlang

$Y_{of}$  gesamter Fernsprechverkehr in Erlang

$y_o$  durchschnittlicher Ortsverkehr (in Erlang) je HAS

$y_f$  durchschnittlicher Fernverkehr (in Erlang) je HAS

$y_{of}$  durchschnittlicher Fernsprechverkehr (in Erlang) je HAS

Bei der Bildung dieser Absolut- und Relativgrößen für den in Erlang gemessenen Fernsprechverkehr wird von der vereinfachenden Voraussetzung ausgegangen, daß Verkehrswerte addiert werden dürfen. (Dies trifft noch am ehesten zu, wenn man die CCITT-Definition der Hauptverkehrsstunde zugrunde legt.) Für konkrete fernsprechtechnische Projektierungen haben die Gesamtwerte  $Y_o$  usw. keine unmittelbare Bedeutung, wohl aber für Vergleiche, für globale technische, wirtschaftliche und personelle Planungen sowie als Rechenhilfsgrößen. Es handelt sich hierbei nicht um

eine Zusammenfassung von Verkehrsflüssen und ihre Verarbeitung durch ein gemeinsames Bündel, sondern im wesentlichen um die Addition der Auswirkungen der Teilverkehre, z. B. hinsichtlich des technischen oder finanziellen Aufwands.

Aus den Definitionen folgt:

Absolute Größe des Fernsprechverkehrs

$$N_o = n_o \cdot N_H \quad (67)$$

$$N_f = n_f \cdot N_H \quad (68)$$

$$N_{of} = n_{of} \cdot N_H = N_o + N_f \quad (69)$$

$$Y_o = y_o \cdot N_H \quad (70)$$

$$Y_f = y_f \cdot N_H \quad (71)$$

$$Y_{of} = y_{of} \cdot N_H = Y_o + Y_f \quad (72)$$

Fernsprechverkehr je 100 Einwohner

$$100 N_o/N_e = n_o \cdot D_H \quad (73)$$

$$100 N_f/N_e = n_f \cdot D_H \quad (74)$$

$$100 N_{of}/N_e = n_{of} \cdot D_H = n_o \cdot D_H + n_f \cdot D_H \quad (75)$$

$$100 Y_o/N_e = y_o \cdot D_H \quad (76)$$

$$100 Y_f/N_e = y_f \cdot D_H \quad (77)$$

$$100 Y_{of}/N_e = y_{of} \cdot D_H = y_o \cdot D_H + y_f \cdot D_H \quad (78)$$

#### 4.4 Diskontinuierliches Modell für Wohnungsanschlüsse (diskrete Einkommensschwelle)

Geht man davon aus, daß der Entschluß, einen Wohnungs-HAS zu beantragen, entscheidend vom individuellen (verfügbaren) Haushaltseinkommen E abhängt, so liegt folgendes Modell nahe:

Es wird unterstellt, daß für die Nachfrage nach Wohnungsanschlüssen eine feste Schwelle  $E_s$  des Haushaltseinkommens E existiert:

Wenn  $E > E_s$ , hat der Haushalt einen Anschluß (zumindest beantragt);

wenn  $E \leq E_s$ , hat der Haushalt keinen Anschluß.

Wegen des sprunghaften Einkommenseinflusses wird dieses Modell als "diskontinuierlich" bezeichnet. \*)

Zwar steht von vornherein fest, daß die Voraussetzung einer für alle Haushalte gleichen Einkommensschwelle nicht zutrifft; dieses Modell läßt sich aber auch folgendermaßen deuten:

Wenn ein Teil der Haushalte schon bei niedrigerem, ein anderer erst bei höherem Einkommen sich ein Telefon anschafft, wird angenommen, daß dies die gleiche Wirkung hat, wie eine generelle Einkommensschwelle  $E_s$ . (Inwiefern diese Annahme zutrifft, wird sich noch zeigen.)

In Bild 16 ist die Verteilung der Haushaltseinkommen -  $\varphi(E)$  und  $P(E)$  - für drei verschiedene Zeitpunkte  $t_0$ ,  $t_1$  und  $t_2$  schematisch dargestellt. Das diskontinuierliche Modell besagt, daß der Versorgungsgrad p gleich dem Anteil  $P(E > E_s)$  der Haushalte ist, deren Einkommen E das Schwelleneinkommen  $E_s$  überschreitet:

$$p = \frac{N_{WH}}{N_h} = P(E > E_s) \quad (79)$$

\*) Die Hypothese einer allgemein gleichen Einkommensschwelle findet sich auch in [27]. Jones versuchte damit zu erklären, warum die Zuwachsrate der Anschlußdichte in der Regel ein Mehrfaches der gesamtwirtschaftlichen Zuwachsrate beträgt. Zu einem Prognosemodell wurde der Gedanke nicht weiterentwickelt.

In Bild 16 entspricht  $P(E > E_s)$  der rechts von  $E_s$  unter  $\varphi(E)$  liegenden Fläche (die gesamte Fläche unter  $\varphi(E)$  ist 1).

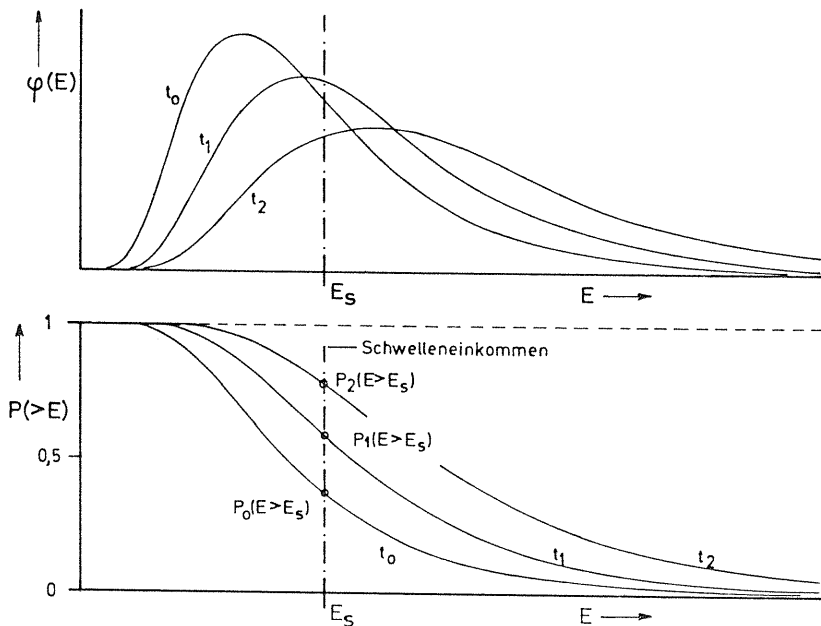


Bild 16. Verteilung der Haushaltseinkommen

$$\begin{aligned}
 p &= P(E > E_s) = \int_{E_s}^{\infty} \varphi(E) \, dE \\
 &= 1 - P(E \leq E_s) = 1 - \int_0^{E_s} \varphi(E) \, dE \quad (80)
 \end{aligned}$$

Bei einem allgemeinen Anstieg der Haushaltseinkommen rücken die Verteilungskurven nach rechts. Wenn  $E_s$  dabei konstant bleibt oder monoton sinkt, nimmt  $p = P(E > E_s)$  im wesentlichen einen Verlauf, wie er in Bild 17 charakterisiert ist.

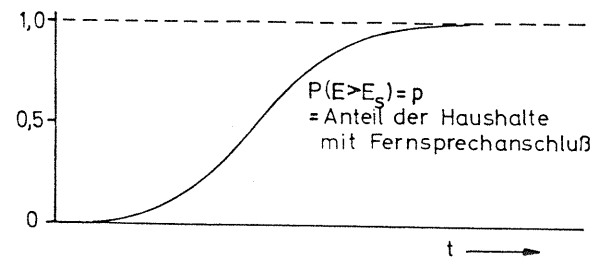


Bild 17. Versorgungsgrad p der Haushalte beim diskontinuierlichen Modell

Dieses Modell ist also in der Lage, einen Sättigungsprozeß zu beschreiben.

Wie in A 4.5 (S. 116) gezeigt wird, läßt sich die Schichtung der Haushaltseinkommen recht gut durch eine logarithmisch-normale Verteilung  $\Phi(E)$  mit Durchschnitt  $\bar{E}$ , Zentralwert  $E_z$  und Standardquotient  $Q(E)$  beschreiben (Definitionen S.54 ff.).

$$z = \ln cE \quad (81)$$

folgt also einer gewöhnlichen Normalverteilung ( $c = \text{const}$ ). (Vergleicht man (81) mit (37), S.55, so ist  $x = cE$  und  $s = 1$ .)

Da 
$$\frac{dz}{dE} = \frac{1}{E}, \quad (82)$$

ist 
$$\frac{d\Phi}{dE} = \frac{d\Phi}{dz} \cdot \frac{1}{E} = \varphi(z) \cdot \frac{1}{E} \quad (83)$$

Mit (83), (33), (81) und (41):

$$\varphi(E) = \frac{d\Phi}{dE} = \frac{1}{E \cdot \sigma_z \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln cE - \ln cE_z)^2}{2 \sigma_z^2}} \quad (84)$$

$$P(E \leq E_s) = \int_0^{E_s} \varphi(E) dE = \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} \int_0^{E_s} \frac{1}{E} \cdot e^{-\frac{(\ln \frac{E}{E_z})^2}{2 \sigma_z^2}} dE \quad (85)$$

wobei nach (46)  $\sigma_z = \ln Q(E)$  (86)

(85) lässt sich dadurch erheblich vereinfachen, daß man die ursprüngliche logarithmisch-normalverteilte Größe E in eine standardisiert-normalverteilte Größe u transformiert:

$$u = \frac{z - \bar{z}}{\sigma_z} = \frac{\ln cE - \ln cE_z}{\sigma_z} = \frac{\ln \frac{E}{E_z}}{\sigma_z} \quad (87)$$

$$du = \frac{dz}{\sigma_z} = \frac{dE}{E \cdot \sigma_z} \quad (88)$$

Mit (35) und (36), S. 55:

$$P(E \leq E_s) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{u_s} e^{-\frac{u^2}{2}} du = \Phi_n(u_s) \quad (89)$$

Die Integrationsgrenzen ergeben sich nach (87) folgendermaßen:

Wenn  $E = 0$ , ist  $u = -\infty$ ;

wenn  $E = E_s$ ; ist  $u = u_s$  (Definition), wobei

$$u_s = \frac{\ln \frac{E_s}{E_z}}{\sigma_z} = \frac{\ln \frac{E_s}{E_z}}{\ln Q(E)} \quad (90)$$

Der Versorgungsgrad p der Haushalte lässt sich also einfach ermitteln, wenn die Parameter der Einkommensverteilung und das Schwelleneinkommen  $E_s$  gegeben sind. Mit (90) wird  $u_s$  berechnet, darauf das standardisierte Gaußsche Integral  $\Phi_n(u_s)$  - dieses ist tabelliert - und schließlich nach (80):

$$p = 1 - P(E \leq E_s) = 1 - \Phi_n(u_s) \quad (91)$$

Die Beziehung  $p = P(E > E_s)$  kann auch auf graphischem Wege sehr einfach ausgewertet werden: Wenn E logarithmisch-normalverteilt ist, erhält man in einem Wahrscheinlichkeitsnetz mit logarithmischer Abszissenteilung für  $P(>E)$  eine Gerade.  $P(E > E_s)$  kann in Abhängigkeit von  $E_s$  unmittelbar abgelesen werden (vgl. Bild A 7, S. 116).

Ist p ermittelt, so erhält man die übrigen interessierenden Größen  $D_{wm}$ ,  $N_{wm}$  usw. mit den im Abschnitt 4.3.2, S. 60 ff., angegebenen Formeln.

4.5 Kontinuierliches Modell für Wohnungsanschlüsse  
(stetiger Einkommenseinfluß)

Das diskontinuierliche Modell ist nur als erster Schritt zu einem wirklichkeitsnahen Kausalmodell zu werten. Tatsächlich streuen die Einkommen, bei denen sich die einzelnen Haushalte ein Telefon anschaffen, erheblich. Zwischen der Ausstattung der Haushalte mit Fernsprechan schlüssen und deren Einkommen besteht eine kontinuierliche Beziehung  $\varrho(E)$ , die durch mehrere Repräsentativerhebungen nachgewiesen wurde (vgl. Bild 18).  $\varrho$  wird auf das Jahresende bezogen definiert (E bezieht sich auf das Jahresmittel). Das bedeutet: Von den Haushalten, deren Einkommen im Jahresmittel zwischen E und E + dE liegt, verfügt der Anteil  $\varrho(E)$  am Jahresende über einen Fernsprechan schluß (oder hat zumindest einen beantragt).

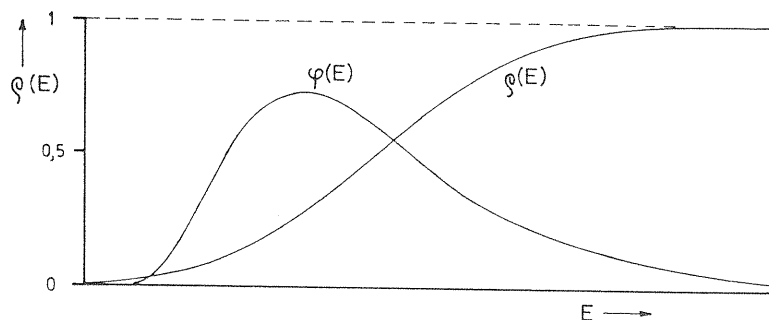


Bild 18. Dichte der Einkommensverteilung  $\varphi(E)$  und Versorgungsgrad  $\varrho(E)$  der Haushalte beim kontinuierlichen Modell

Die Tatsache einer derartigen Abhängigkeit  $\varrho(E)$  soll in einem "kontinuierlichen" Modell berücksichtigt werden, dessen Beziehungen sich folgendermaßen formulieren lassen:

Die Zahl der Haushalte mit einem Einkommen zwischen E und E + dE ist  $N_h \cdot \varphi(E) \cdot dE$ . Davon hat der Anteil  $\varrho(E)$  einen

Wohnungsanschluß. Die gesamte Zahl der Wohnungsanschlüsse ist also

$$N_{wm} = \int_0^{\infty} N_h \cdot \varphi(E) \cdot \varrho(E) \, dE \quad (92)$$

Durchschnittlicher Versorgungsgrad p der Haushalte:

$$p = \frac{N_{wm}}{N_h} = \int_0^{\infty} \varphi(E) \cdot \varrho(E) \, dE \quad (93)$$

Diese Beziehung gilt allgemein für die jeweilige Dichtefunktion  $\varphi(E)$  der Einkommensverteilung und die Versorgungsfunktion  $\varrho(E)$ .

Aus Bild 18 und Gleichung (93) läßt sich unmittelbar ersehen: Wenn die Haushaltseinkommen im Laufe der Zeit immer mehr ansteigen und die  $\varrho(E)$ -Kurve konstant bleibt oder nach links rückt, nähert sich p dem Grenzwert 1,  $D_{wm}$  also dem Grenzwert  $100/N_p$ .

$\varrho(E)$  läßt sich nach Bild A 10, S. 127, recht gut durch ein Gaußsches Integral  $\Phi_N(E)$  - gewöhnliche Normalverteilung - wiedergeben. Das bedeutet, daß die individuellen Einkommenschwellen, bei denen sich die Haushalte einen Anschluß einrichten lassen, angenähert normal verteilt sind. Denn wenn  $\varrho(E)$  zwischen E und E + dE um d $\varrho$  ansteigt, hat der Anteil d $\varrho$  der Haushalte eine Einkommensschwelle zwischen E und E + dE. Die Dichte der Verteilung der Einkommensschwellen ist also

$$\varphi(E_s) = \frac{d\varrho}{dE} \approx \frac{d\Phi_N(E)}{dE} = \varphi_N(E) \quad (94)$$

Die Normalverteilung  $\varrho(E)$  wird durch die Parameter Halbwerteinkommen  $E_h$  und Standardabweichung  $\sigma_\varrho$  gekennzeichnet (Bild 19).

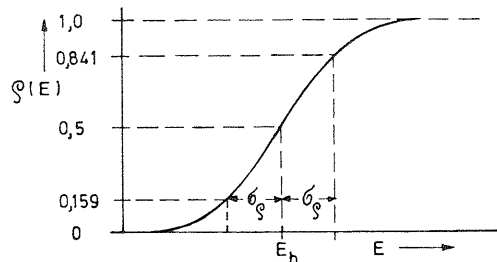


Bild 19. Versorgungsgrad der Haushalte in Abhängigkeit von Haushaltseinkommen

$$\tau_s = \frac{\sigma_s}{E_h} \quad (95)$$

wird als Variationskoeffizient der  $Q(E)$ -Kurve definiert.

$Q(E)$  kann also folgendermaßen ausgedrückt werden:

$$Q(E) = \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^E e^{-\frac{(E^* - E_h)^2}{2\sigma_s^2}} dE^* \quad (96)$$

Das Zeichen \* dient zur Unterscheidung der Integrationsveränderlichen  $E^*$  von der Integrationsgrenze  $E$ .

Mit (93), (84) und (96):

$$p = \frac{N_{wm}}{N_h} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\sigma_z \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln \frac{E}{E_z})^2}{2\sigma_z^2}} \left\{ \frac{1}{\sigma_s \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^E e^{-\frac{(E^* - E_h)^2}{2\sigma_s^2}} dE^* \right\} \frac{dE}{E} \quad (97)$$

Dieser komplizierte Ausdruck läßt sich durch geeignete Transformationen vereinfachen:

Wie in (87) und (88):

$$u = \frac{\ln \frac{E}{E_z}}{\sigma_z} \quad (98)$$

$$du = \frac{dE}{E \cdot \sigma_z} \quad (99)$$

Ferner (Definition):

$$v(E) = \frac{E - E_h}{\sigma_s} \quad (100)$$

$$dv = \frac{dE}{\sigma_s} \quad (101)$$

Aus (96) erhält man damit für  $Q(E)$  ein standardisiertes Gaußsches Integral:

$$Q(E) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{v(E)} e^{-\frac{v^{*2}}{2}} dv^* = \Phi_n \{v(E)\} \quad (102)$$

Gleichung (97) geht in folgende Form über:

$$p = \frac{N_{wm}}{N_h} = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} \Phi_n(v) du \quad (103)$$

Integrationsgrenzen nach (98):

$$\text{Für } E = 0 : u = -\infty$$

$$\text{für } E = \infty : u = \infty$$

$v$  ist eine Funktion von  $E$  und ist durch (98) mit  $u$  verknüpft: also  $v = v(u)$ .



Aus (98):

$$\ln \frac{E}{E_z} = u \cdot \sigma_z = u \cdot \ln Q(E) = \ln [Q(E)]^u \quad (104)$$

$$E = E_z \cdot [Q(E)]^u \quad (105)$$

Mit (100):

$$v = \frac{E - E_h}{\sigma_s} = \frac{E_h}{\sigma_s} \left( \frac{E}{E_h} - 1 \right) = \frac{1}{\tau_s} \left( \frac{E}{E_h} - 1 \right) \quad (106)$$

$$v = v(u) = \frac{1}{\tau_s} \left\{ \frac{E_z}{E_h} \cdot [Q(E)]^u - 1 \right\} \quad (107)$$

Für den durchschnittlichen Versorgungsgrad  $p$  der Haushalte beim kontinuierlichen Modell erhält man den einfachen Ausdruck:

$$p = \frac{N_{wm}}{N_h} = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi_n(u) \cdot \Phi_n\{v(u)\} \cdot du \quad (108)$$

mit  $v(u)$  nach (107);  $\Phi_n$  und  $\varphi_n$  bedeuten die standardisierte Normalverteilung und deren Dichtefunktion - (36) und (35), S. 55.

Da schon  $\Phi_n(v)$  nicht geschlossen gelöst werden kann, gilt dies für (108) erst recht. Zur Auswertung von  $p$  ersetzt man deshalb das Integral durch eine Summe über sehr viele kleine Intervalle  $\Delta u$ . Für  $|u| > 4$  kann  $\varphi_n(u)$  praktisch = 0 gesetzt werden. Es reicht völlig, die Summation von  $u = -4$  bis  $u = +4$  zu vollziehen.

Abschließend sei noch auf den Zusammenhang zwischen dem kontinuierlichen und dem diskontinuierlichen Modell hingewiesen:

Wenn die Standardabweichung  $\sigma_s$  (und damit auch  $\tau_s$ ) immer kleiner wird, geht  $\varrho(E)$  in eine Sprungfunktion über. Der Grenzfall  $\sigma_s = 0$  bedeutet:

$$\varrho = 0 \quad \text{für } E \leq E_h$$

$$\varrho = 1 \quad \text{für } E > E_h$$

Es liegt eine diskrete Einkommensschwelle  $E_h$  vor. Das diskontinuierliche Modell ist also ein Sonderfall des kontinuierlichen.

#### 4.6 Berücksichtigung der Unsicherheiten in den Modellen

Voraussagen, die sich auf mehrere Jahrzehnte erstrecken, sind unvermeidbar mit ziemlich großen Unsicherheiten verbunden, und diese haben durchaus einen erheblichen Einfluß auf Entscheidungen, die schon jetzt zu treffen sind. Ein Prognosemodell soll deshalb nicht nur einen bestimmten "mittleren" Wert (z. B. Erwartungswert) erbringen, sondern soll auch das Ausmaß der Unsicherheiten abzuschätzen erlauben. Unterstellt man, daß ein Kausalmodell die Zusammenhänge zwischen Einfluß- und Zielgrößen genügend wirklichsgetreu beschreibt, so stellt sich die Frage, wie sich die Unsicherheiten der Einflußgrößen insgesamt auf die Unsicherheiten der Zielgrößen auswirken.

Man könnte versuchen, für die Zielgrößen  $y_k$  je eine obere und eine untere Grenzmarke dadurch zu bestimmen, daß man für alle Einflußgrößen  $x_i$  diejenigen Extremwerte einsetzt, die ein möglichst großes bzw. möglichst kleines  $y_k$  ergeben. Damit würde man aber so große Toleranzbereiche erhalten, daß sie für die Praxis keinen Aussagewert hätten. Andererseits ist es sehr unwahrscheinlich, daß alle  $x_i$  zugleich Extremwerte annehmen werden; vielmehr ist zu ver-

muten, daß die einzelnen Einflußgrößen in unterschiedlichem Ausmaß und in verschiedener Richtung von ihren Erwartungswerten abweichen werden. Diese Gegebenheiten sollen in den Modellen folgendermaßen abgebildet werden:

Die Einflußgrößen  $x_i$  werden als Zufallsvariable angesehen. Die Informationen über ihre Erwartungswerte und über die möglichen Abweichungen von diesen werden durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen quantitativ formuliert. Wenn zwischen den Einflußgrößen keine wechselseitigen Kausalbeziehungen bestehen (auch nicht mittelbar über sonstige, hier nicht betrachtete Größen), können ihre Wahrscheinlichkeitsverteilungen als stochastisch voneinander unabhängig angesehen werden. (Dies wird bei der Auswertung der Kausalmodelle unterstellt.) Über die Modellbeziehungen sind dann auch die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zielgrößen  $y_k$  bestimmt. Von Sonderfällen abgesehen können diese zwar nicht als geschlossene Ausdrücke dargestellt werden, durch folgende Simulation auf einem Digitalrechner lassen sie sich aber mit beliebiger Genauigkeit ermitteln:

Für einen bestimmten zukünftigen Zeitpunkt wählt der Rechner in einem Zufallsprozeß je einen Zahlenwert für die einzelnen Einflußgrößen  $x_i$  entsprechend ihren Wahrscheinlichkeitsverteilungen aus, berechnet über die Modellbeziehungen die daraus resultierenden Werte der Zielgrößen  $y_k$  und speichert diese. Der Vorgang wird sooft wiederholt, bis sich ein genügend genaues Bild über die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der einzelnen Zielgrößen  $y_k$  ergibt. Die Zufallswerte jeder Einflußgröße sind dabei so zu bilden, daß sie voneinander und von denen der übrigen Einflußgrößen stochastisch unabhängig sind. Näheres hierzu in A 3., S.107.

## 5. Zukunftswerte der Einflußgrößen

Die Einflußgrößen, die in den Kausalmodellen als bestimmend für die Nachfrage nach Fernsprechan schlüssen explizit erscheinen, liegen zum Teil außerhalb des Fernsprechwesens und sind dementsprechend Forschungsgegenstand anderer wissenschaftlicher Disziplinen, im wesentlichen der Wirtschafts- und Sozialwissenschaften. Es ist nicht Zweck dieser Untersuchung, eigene fundierte Prognosen für derartige Größen zu erarbeiten, vielmehr werden vorliegende Forschungsergebnisse soweit wie möglich übernommen. \*)

Die neuen Kausalmodelle beziehen sich auf die Wohnungsanschlüsse (im weiteren Sinne). Um die hauptsächlich interessierenden Gesamtzahl der HAs ermitteln zu können, muß jedoch auch die Zahl der reinen Geschäfts-HAs ( $N_g$  oder  $D_g$ ) bekannt sein. Diese ist ihrem Wesen nach ebenfalls eine Zielgröße, deren Zukunftsentwicklung durch ein Kausalmodell vorherbestimmt werden sollte. Dazu fehlt es aber völlig an dem notwendigen statistischen Material. Andererseits ist  $D_g$  wesentlich kleiner als  $D_{wm}$  (etwa um den Faktor 4 ... 5) und wird es auch in den kommenden drei Jahrzehnten noch sein; eine größere Unsicherheit von  $D_g$  kann in Kauf genommen werden, weil sie sich auf die Summe  $D_g + D_{wm} = D_H$  nur noch zu einem Bruchteil auswirkt (Definition der angeführten Größen S. 61).  $D_g$  wird deshalb mit Hilfe der logistischen Wachstumsfunktion vorausgeschätzt und zur Bestimmung der Zielgrößen  $D_H$ ,  $N_H$  usw. formal als Einflußgröße behandelt.

Ähnliches gilt für  $n_o$ ,  $n_f$ ,  $y_o$  und  $y_f$ . Diese spezifischen Verkehrsgrößen hängen von vielfältigen strukturellen Veränderungen

---

\*) Der Verfasser dankt dem Institut für Angewandte Wirtschaftsforschung in Tübingen, insbesondere den Herren Dipl.-Volksw. Schmidt und Dr. Lüdeke für wertvolle Diskussionen, Ratschläge und Hinweise auf entsprechende Veröffentlichungen.

ab, die mangels statistischer Informationen vorerst nicht quantitativ untersucht werden können. Bei dem derzeitigen Stand können lediglich einige globale Überlegungen angestellt werden. Die Prognoseergebnisse für den Fernsprechverkehr - Orts- und Fernverkehr, absolut und je 100 Einwohner, gemessen in Gesprächen oder in Erlang - sind deshalb nur als erste Näherung zu werten.

Im Vergleich zu den grundsätzlichen analytischen Untersuchungen über Kausalmodelle kommt der Vorausschätzung der Einflußgrößen in dieser Arbeit nur eine untergeordnete Bedeutung zu. Um jedoch von der Theorie zu praktischen Ergebnissen vorzustoßen, wird im Anhang A 4., S. 109 ff, versucht, die künftige Entwicklung der Einflußgrößen mit einfachen Mitteln möglichst realistisch abzuschätzen, soweit nicht schon Prognosen von anderer Seite vorliegen. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 3, S. 78, zusammengestellt.

Um die Modellbeziehungen übersichtlicher darstellen zu können, werden die einzelnen Einflußgrößen mit  $x_1, x_2 \dots x_{13}$  bezeichnet. Welche Zahlenwerte sie in Zukunft voraussichtlich annehmen werden, wird durch Wahrscheinlichkeitsverteilungen ausgedrückt, und zwar in allen Fällen durch logarithmisch-normale Verteilungen, weil Abweichungen vom Zentralwert nach unten und nach oben nicht in absolut, sondern in relativ gleichem Ausmaß als möglich erscheinen. Die Unsicherheiten sind umso größer, je ferner der betrachtete Zeitpunkt in der Zukunft liegt; dies wird i.a. durch einen linear ansteigenden Standardquotienten zum Ausdruck gebracht.

Zusammenstellung der Zukunftswerte der Einflußgrößen

Feste Parameter (bezogen auf 1965):

$$\bar{E}_0 = 1150 \text{ DM}_{65}; \quad \vartheta_0 = 0,662; \quad N_{po} = 2,72$$

Für alle  $x_i$  werden logarithmisch-normale Wahrscheinlichkeitsverteilungen unterstellt (vgl. 4.2, S. 54 ff).

- $\bar{x}_i$  Erwartungswert von  $x_i$
- $x_{iz}$  Zentralwert von  $x_i$
- $Q(x_i)$  Standardquotient von  $x_i$  (Definition S. 57)

Tabelle 3. Zukunftswerte der Einflußgrößen

Jahr		1975	1980	1985	1990	1995	2000	
$x_1 = N_e$	$\bar{x}_1$	62,7	64,2	65,8	67,6	69,6	71,7	$\cdot 10^6$
	$x_{1z}$	62,69	64,17	65,75	67,52	69,49	71,54	$\cdot 10^6$
	$Q(x_1)$	1,02	1,03	1,04	1,05	1,06	1,07	
$x_2 = N_p$	$\bar{x}_2$	2,61	2,57	2,53	2,50	2,47	2,45	
	$x_{2z}$	2,608	2,567	2,526	2,494	2,463	2,441	
	$Q(x_2)$	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	
$x_3 = \eta$	$\bar{x}_3$	1,38	1,60	1,84	2,09	2,37	2,66	
	$x_{3z}$	1,378	1,594	1,828	2,070	2,338	2,612	
	$Q(x_3)$	1,06	1,09	1,12	1,15	1,18	1,21	
$x_4 = \vartheta$	$\bar{x}_4$	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	0,65	
	$x_{4z}$	0,649	0,649	0,649	0,648	0,648	0,647	
	$Q(x_4)$	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	1,10	
$x_5 = Q(E)$	$\bar{x}_5$	1,62	1,61	1,60	1,60	1,60	1,60	
	$x_{5z}$	1,619	1,608	1,597	1,596	1,595	1,594	
	$Q(x_5)$	1,04	1,05	1,06	1,07	1,08	1,09	
$x_6 = E_s$	$\bar{x}_6$	1210	1060	990	960	950	950	$\text{DM}_{65}$
	$x_{6z}$	1204,6	1048,5	973,8	941,4	930,3	930,0	$\text{DM}_{65}$
	$Q(x_6)$	1,10	1,16	1,20	1,22	1,228	1,23	

Fortsetzung Tabelle 3

Jahr		1975	1980	1985	1990	1995	2000	
$x_7 = E_h$	$\bar{x}_7$	1300	1070	970	920	900	900	DM <sub>65</sub>
	$x_{7z}$	1291,7	1054,0	949,6	897,6	876,8	876,5	DM <sub>65</sub>
	$Q(x_7)$	1,12	1,19	1,23	1,25	1,258	1,26	
$x_8 = \tau_g$	$\bar{x}_8$	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43	0,43	
	$x_{8z}$	0,423	0,422	0,420	0,419	0,417	0,416	
	$Q(x_8)$	1,20	1,22	1,24	1,26	1,28	1,30	
$x_9 = D_g$	$\bar{x}_9$	3,9	5,1	6,2	7,0	7,6	8,0	
	$x_{9z}$	3,850	5,016	6,075	6,829	7,381	7,732	
	$Q(x_9)$	1,175	1,20	1,225	1,25	1,275	1,30	
$x_{10} = n_o$	$\bar{x}_{10}$	750	750	770	800	850	900	
	$x_{10z}$	747,2	745,2	762,6	789,2	834,8	879,6	
	$Q(x_{10})$	1,09	1,12	1,15	1,18	1,21	1,24	
$x_{11} = n_f$	$\bar{x}_{11}$	430	445	470	500	530	550	
	$x_{11z}$	428,4	442,2	465,5	493,2	520,5	537,5	
	$Q(x_{11})$	1,09	1,12	1,15	1,18	1,21	1,24	
$x_{12} = y_o$	$\bar{x}_{12}$	12,5	12,5	12,8	13,3	14,2	15,0	$\cdot 10^{-3}$
	$x_{12z}$	12,38	12,33	12,57	13,00	13,80	14,50	$\cdot 10^{-3}$
	$Q(x_{12})$	1,15	1,18	1,21	1,24	1,27	1,30	
$x_{13} = y_f$	$\bar{x}_{13}$	9,7	10,0	10,6	11,3	11,9	12,4	$\cdot 10^{-3}$
	$x_{13z}$	9,61	9,86	10,41	11,04	11,57	11,99	$\cdot 10^{-3}$
	$Q(x_{13})$	1,15	1,18	1,21	1,24	1,27	1,30	

Um die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der  $x_i$  zu schätzen, empfiehlt es sich häufig, von der  $-2\sigma$ - und der  $+2\sigma$ -Vertrauensgrenze auszugehen. Nach Abwägung aller Informationen wird man  $(x_i)_{-2\sigma}$  und  $(x_i)_{+2\sigma}$  denjenigen "Extremwerten" gleichsetzen, deren Unter- bzw. Überschreitung man nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit für möglich hält. Toleranzen, die auf andere Weise gewonnen worden sind, prüft man damit auf ihre Plausibilität.

Es wird betont, daß die Auswertung eines Kausalmodells kein einmaliger Vorgang ist, sondern ein fortlaufender Prozeß, der mit der Erforschung der Einflußgrößen gekoppelt ist. Da die Erkenntnis, welche große Bedeutung die Zukunftsfragen haben, immer mehr an Raum gewinnt und sich bereits ein eigener Wissenschaftszweig für die Zukunftsforschung, die Futurologie, herausbildet, können erhebliche Fortschritte in der Vorausbestimmung der Einflußgrößen erwartet werden. Damit ist unmittelbar auch eine Verbesserung der Prognosen für die hier untersuchten Zielgrößen des Fernsprechwesens verbunden.

6. Vorausschätzung wichtiger Größen des Fernsprechwesens mit Hilfe der neuen Kausalmodelle

6.1 Zusammenstellung der Modellbeziehungen in vereinfachter Form

Nunmehr sind die Voraussetzungen erfüllt, um das diskontinuierliche und das kontinuierliche Kausalmodell quantitativ auswerten zu können. Analog zu den Einflußgrößen werden zur Vereinfachung der Modellbeziehungen die Zielgrößen mit  $y_1, y_2$  usw. bezeichnet. In der Tabelle 4 sind die Funktionsgleichungen zusammengestellt, mit denen die einzelnen Zielgrößen gewonnen werden (Definitionen S.58ff.).

6.2 Auswertung der neuen Kausalmodelle

In der ersten Stufe wurden die (determinierten) Erwartungswerte der Einflußgrößen für die Jahre 1975, 1980 ... 2000 in die Modellgleichungen eingesetzt \*). In der zweiten Stufe wurden die Einflußgrößen als zufällig variabel vorgegeben und das in 4.6 erläuterte Simulationsverfahren angewandt. Für die Jahre 1975, 1980, 1990 und 2000 wurden je 600 Zufallswerte der einzelnen Einflußgrößen gebildet und damit die Modellbeziehungen durchgerechnet. Dadurch wurden nicht nur Erwartungswerte ( $\hat{=}$  Durchschnitt), sondern auch Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die einzelnen Zielgrößen gewonnen.

Die wichtigeren Ergebnisse sind in der Tabelle 5 auszugsweise wiedergegeben.

\*) Die Auswertung erfolgte auf dem Digitalrechner TR 4 des Fernmeldetechnischen Zentralamts Darmstadt. Die Programmierung besorgten in dankenswerter Weise Herr Dipl.-Math. Herdt und Herr Mühl.

Tabelle 4. Übersicht über die Modellgleichungen

Die Zielgrößen  $y_1, y_2$  und  $y_3$  beruhen auf dem diskontinuierlichen, alle übrigen auf dem kontinuierlichen Modell. Die in Spalte 2 aufgeführten Symbole sind auf den Seiten 60 ff.,  $\phi_n(u)$  und  $\Phi_n(u)$  auf S. 55 definiert.

Zielgröße $y_i$	Bedeutung	$y_i$ wird gewonnen mit Hilfe der Gleichungen:
1	2	3
a) Beim diskontinuierlichen Modell		
$y_1$	P	(91): $y_1 = 1 - \phi_n(u_s)$ mit (90): $u_s = \frac{\ln \frac{x_6}{E_z}}{\ln x_5}$
$y_2$	$D_{wm}$	und (47) sowie (54): $E_z = \frac{\bar{E}_0}{\bar{y}_0 \cdot \bar{N}_{po}} \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5^{-\frac{1}{2} \ln x_5}$ (66): $y_2 = 100 \cdot y_1 / x_2$
$y_3$	$D_H$	(62) und (63): $y_3 = y_2 + x_9$
b) Beim kontinuierlichen Modell:		
$y_4$	P	(108): $y_4 = \int_{-\infty}^{+\infty} \phi_n(u) \Phi_n\{v(u)\} du$ mit (107): $v(u) = \frac{1}{x_8} \cdot \left[ \frac{E_z}{x_7} \cdot (x_5)^u - 1 \right]$
$y_5$	$D_{wm}$	und (47) sowie (54) (wie bei $y_1$ ): $E_z = \frac{\bar{E}_0}{\bar{y}_0 \cdot \bar{N}_{po}} \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot x_4 \cdot x_5^{-\frac{1}{2} \ln x_5}$ (66): $y_5 = 100 \cdot y_4 / x_2$
$y_6$	$D_H$	(62) und (63): $y_6 = y_5 + x_9$

Zielgröße $y_i$	Bedeutung	$y_i$ wird gewonnen mit Hilfe der Gleichungen
1	2	3
$y_7$	$N_{wm}$	(61): $y_7 = x_1 \cdot y_5/100$
$y_8$	$N_g$	(60): $y_8 = x_1 \cdot x_9/100$
$y_9$	$N_H$	(55) und (56): $y_9 = y_7 + y_8$
$y_{10}$	$N_o$	(67): $y_{10} = x_{10} \cdot y_9$
$y_{11}$	$N_f$	(68): $y_{11} = x_{11} \cdot y_9$
$y_{12}$	$N_{of}$	(69): $y_{12} = y_{10} + y_{11}$
$y_{13}$	$Y_o$	(70): $y_{13} = x_{12} \cdot y_9$
$y_{14}$	$Y_f$	(71): $y_{14} = x_{13} \cdot y_9$
$y_{15}$	$Y_{of}$	(72): $y_{15} = y_{13} + y_{14}$
$y_{16}$	$100 N_o/N_e$	(73): $y_{16} = x_{10} \cdot y_6$
$y_{17}$	$100 N_f/N_e$	(74): $y_{17} = x_{11} \cdot y_6$
$y_{18}$	$100 N_{of}/N_e$	(75): $y_{18} = y_{16} + y_{17}$
$y_{19}$	$100 Y_o/N_e$	(76): $y_{19} = x_{12} \cdot y_6$
$y_{20}$	$100 Y_f/N_e$	(77): $y_{20} = x_{13} \cdot y_6$
$y_{21}$	$100 Y_{of}/N_e$	(78): $y_{21} = y_{19} + y_{20}$

Tabelle 5. Prognoseergebnisse der Kausalmodelle

Die Zielgrößen  $y_1, y_2$  und  $y_3$  beruhen auf dem diskontinuierlichen, alle übrigen auf dem kontinuierlichen Modell.

(Definition von  $p, D_{wm}$  usw. S. 60 ff.)

Zielgröße $y_i$	Jahresende	Erwartungswert $\bar{y}_i$	$(y_i)_{26}$	$(y_i)_{26}$	$(y_i)_Z$	$(y_i)\%$	$(y_i)_{26}$	
			P( $\sum y_i$ )					
			0,023	0,159	0,5	0,841	0,977	
	0	1	2	3	4	5	6	7
$p = y_1$	1980	0,761	0,482	0,627	0,781	0,891	0,951	
	1990	0,900	0,653	0,807	0,933	0,985	0,998	
	2000	0,946	0,725	0,892	0,976	0,998	1,000	
$D_{wm} = y_2$	1980	29,65	19,34	24,93	30,13	34,23	37,73	
	1990	36,20	25,87	32,36	36,82	40,11	43,29	
	2000	38,89	30,32	34,92	38,99	42,89	47,26	
$D_H = y_3$	1980	34,74	24,27	29,65	35,39	39,38	43,07	
	1990	43,31	32,04	39,01	43,77	47,83	51,17	
	2000	46,77	37,62	42,07	46,63	51,16	57,84	
$p = y_4$	1980	0,730	0,505	0,631	0,733	0,839	0,910	
	1990	0,876	0,617	0,775	0,901	0,970	0,993	
	2000	0,932	0,730	0,863	0,959	0,992	0,999	
$D_{wm} = y_5$	1980	28,47	19,79	24,55	28,68	32,36	35,75	
	1990	35,19	25,21	31,48	35,63	38,92	42,38	
	2000	38,29	30,19	34,37	38,31	42,16	46,42	
$D_H = y_6$	1980	33,56	24,30	29,69	33,74	37,46	40,79	
	1990	42,30	32,34	38,08	42,60	46,42	50,47	
	2000	46,17	36,90	41,56	46,05	50,69	56,63	
$N_{wm} = y_7$	1980	18,27	12,63	15,69	18,33	20,94	23,44	
	1990	23,74	16,94	21,00	23,93	26,63	29,05	
	2000	27,62	20,55	24,06	27,50	31,11	35,02	
$N_g = y_8$	1980	3,27	2,23	2,64	3,20	3,86	4,71	· 10 <sup>6</sup>
	1990	4,81	2,97	3,66	4,67	5,99	7,38	
	2000	5,68	3,27	4,18	5,48	7,15	9,31	
$N_H = y_9$	1980	21,54	15,53	18,99	21,72	24,26	26,57	
	1990	28,55	21,48	25,42	28,40	31,72	34,99	
	2000	33,30	25,08	29,10	33,12	37,38	42,24	

Fortsetzung Tabelle 5

Zielgröße $y_i$	Jahres- ende	Erwar- tungs- wert	$(y_i)_{-2\sigma}$	$(y_i)_{-\sigma}$	$(y_i)_Z$	$(y_i)_{\sigma}$	$(y_i)_{2\sigma}$	
			$P(\leq y_i)$					
			0,023	0,159	0,5	0,841	0,977	
0	1	2	3	4	5	6	7	8
$N_o = y_{10}$	1980	16,17	10,72	13,70	15,86	18,89	21,54	$\cdot 10^9$
	1990	22,84	14,47	18,57	22,42	27,11	33,62	
	2000	30,34	18,49	22,58	29,27	37,88	50,59	
$N_f = y_{11}$	1980	9,58	6,52	7,97	9,43	11,26	13,53	
	1990	14,46	9,23	11,67	14,17	17,28	20,95	
	2000	18,55	10,57	14,14	18,14	23,31	29,78	
$N_{of} = y_{12}$	1980	25,75	17,56	22,11	25,52	29,78	34,10	
	1990	37,29	24,87	31,78	36,83	43,79	51,02	
	2000	48,89	31,33	39,08	48,05	58,36	74,80	
$Y_o = y_{13}$	1980	2,70	1,68	2,15	2,67	3,29	3,79	$\cdot 10^5$
	1990	3,81	2,31	2,88	3,70	4,64	6,15	
	2000	5,03	2,68	3,55	4,84	6,55	8,55	
$Y_f = y_{14}$	1980	2,15	1,32	1,73	2,11	2,59	3,12	
	1990	3,21	1,83	2,40	3,13	4,04	5,02	
	2000	4,19	2,15	3,01	4,06	5,34	7,16	
$Y_{of} = y_{15}$	1980	4,85	3,26	4,00	4,84	5,68	6,59	
	1990	7,03	4,54	5,72	6,94	8,31	10,03	
	2000	9,22	5,50	7,06	9,05	11,27	13,85	
$100N_o/N_e = y_{16}$	1980	25,20	17,04	21,25	25,03	29,34	33,42	$\cdot 10^3$
	1990	33,84	21,93	27,41	33,24	40,47	49,63	
	2000	42,04	26,26	31,63	40,67	51,56	67,10	
$100N_f/N_e = y_{17}$	1980	14,92	10,18	12,42	14,71	17,53	20,45	
	1990	21,43	13,84	17,28	20,88	25,68	31,22	
	2000	25,69	14,87	19,71	25,20	31,81	40,57	
$100N_{of}/N_e = y_{18}$	1980	40,12	27,44	34,60	39,82	46,05	52,53	
	1990	55,27	37,56	46,83	54,44	64,94	74,70	
	2000	67,73	45,35	55,51	66,48	79,65	98,73	

Fortsetzung Tabelle 5

Zielgröße $y_i$	Jahres- ende	Erwar- tungs- wert $\bar{y}_i$	$(y_i)_{-2\sigma}$	$(y_i)_{-\sigma}$	$(y_i)_Z$	$(y_i)_{\sigma}$	$(y_i)_{2\sigma}$	
			$P(\leq y_i)$					
			0,023	0,159	0,5	0,841	0,977	
0	1	2	3	4	5	6	7	8
$100Y_o/N_e = y_{19}$	1980	42,1	26,6	33,8	41,6	50,5	59,5	$\cdot 10^{-2}$
	1990	56,5	34,6	43,3	55,1	69,0	90,6	
	2000	69,7	37,4	49,7	67,1	90,1	116,4	
$100Y_f/N_e = y_{20}$	1980	33,5	21,4	27,1	33,0	40,4	48,1	
	1990	47,7	27,2	35,5	46,5	59,6	74,8	
	2000	58,1	31,0	42,1	56,7	73,6	97,3	
$100Y_{of}/N_e = y_{21}$	1980	75,6	49,7	62,3	75,3	88,6	101,3	
	1990	104,2	66,3	86,3	103,2	122,3	147,9	
	2000	127,8	78,7	99,6	126,4	153,2	195,1	

6.3 Diskussion der Ergebnisse

Die Erwartungswerte der Zielgrößen, die sich bei der stochastischen Auswertung (mit zufälligen Schwankungen der Einflußgrößen) ergaben, stimmen recht gut mit den Ergebnissen überein, die in der ersten Stufe aufgrund der Erwartungswerte der Einflußgrößen ermittelt wurden; für 1975 und 1980 sind die Abweichungen  $\leq 2\%$ , für 1990 und 2000  $\leq 4\%$ . Im folgenden werden jedoch nur noch die aussagefähigeren Ergebnisse der stochastischen Auswertung (2. Stufe) betrachtet.

Zunächst interessiert ein Vergleich zwischen den Voraussetzungen der Hauptanschlußdichte  $D_H$ , die

- a) auf dem kontinuierlichen Modell ( $\bar{y}_6$ ),
- b) auf dem diskontinuierlichen Modell ( $\bar{y}_3$ ),
- c) auf einer einfachen und
- d) auf einer potenzierten logistischen Wachstumsfunktion beruhen (Bild 20).

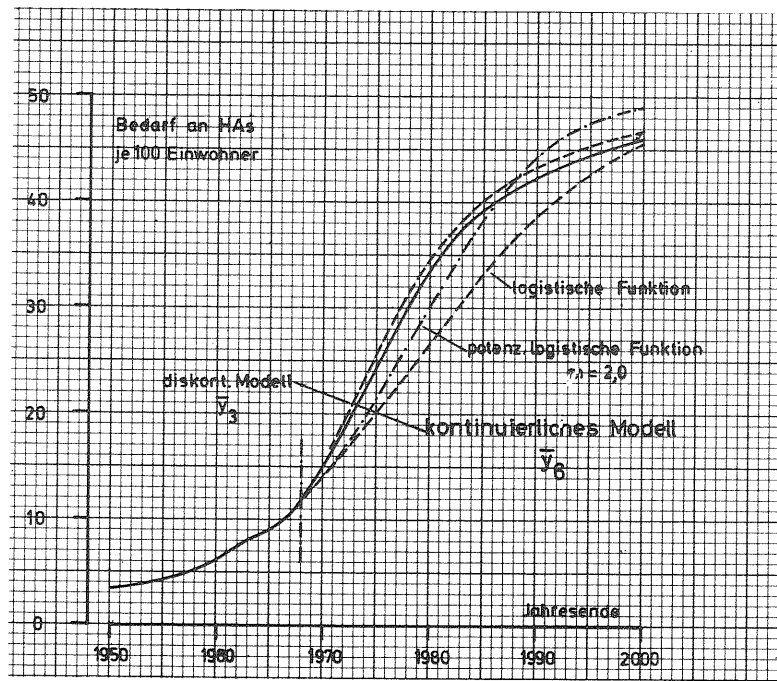


Bild 20. Vergleich der Ergebnisse verschiedener Prognosemethoden

Das kontinuierliche Modell wird den tatsächlichen Kausalzusammenhängen am ehesten gerecht. Die damit gewonnenen Ergebnisse sind am vertrauenswürdigsten, an ihnen wird deshalb die Brauchbarkeit der übrigen Prognosemethoden gemessen.

Das diskontinuierliche Modell erbringt nur geringfügig höhere Voraussagewerte. Die dieser Methode zugrunde liegende Vereinfachung, nämlich die Annahme einer für

alle Haushalte gleichen Einkommensschwelle, wird dadurch im wesentlichen gerechtfertigt.

Die auf einer einfachen logistischen Funktion beruhenden Prognosewerte liegen durchweg unterhalb der Vergleichskurve ( $\bar{y}_6$ ), und zwar mit erheblichem Abstand.

Eine wesentlich bessere Vorausschätzung liefert dagegen eine potenzierte logistische Funktion mit dem Exponenten  $m = 2,0$ : Sie liegt innerhalb des  $\pm 10$ -Vertrauensbereichs von  $y_6 = D_H$ ; bis zum Jahre 1990 sind die Abweichungen in Abszissenrichtung  $\leq 2$  Jahre. Diese Genauigkeit genügt im allgemeinen den Anforderungen, die in der Praxis an langfristige Prognosen zu stellen sind (z. B. bei der Entwicklungsplanung für Fernsprechnetze, bei der Planung von Bezirkskabeln oder von Gebäuden für Orts- und Fernvermittlungsstellen). Damit werden auch die Schlußfolgerungen bestätigt, die im Kapitel 2. aus dem Vergleich mit anderen Ländern und aufgrund theoretischer Überlegungen über die Zeitabhängigkeit der Sättigungsdichte gezogen wurden (d. h. bessere Prognose durch eine potenzierte als durch eine einfache logistische Funktion).

Die auf dem kontinuierlichen Modell beruhenden Vorausschätzungen für die hauptsächlich interessierenden Zielgrößen einschließlich ihrer Unsicherheiten sind in den Bildern 21 bis 25 dargestellt (Bedeutung der Begriffe  $+2\sigma$ -Vertrauensgrenze,  $(y_i)_{2\sigma}$  usw. - vgl. S. 58).

Es wird nochmals darauf hingewiesen, daß das Schwergewicht der Untersuchungen auf der Entwicklung des Bedarfs an Hauptanschlüssen - absolut und je 100 Einwohner - liegt und daß es sich bei den Verkehrsgrößen nur um erste Näherungen handelt.



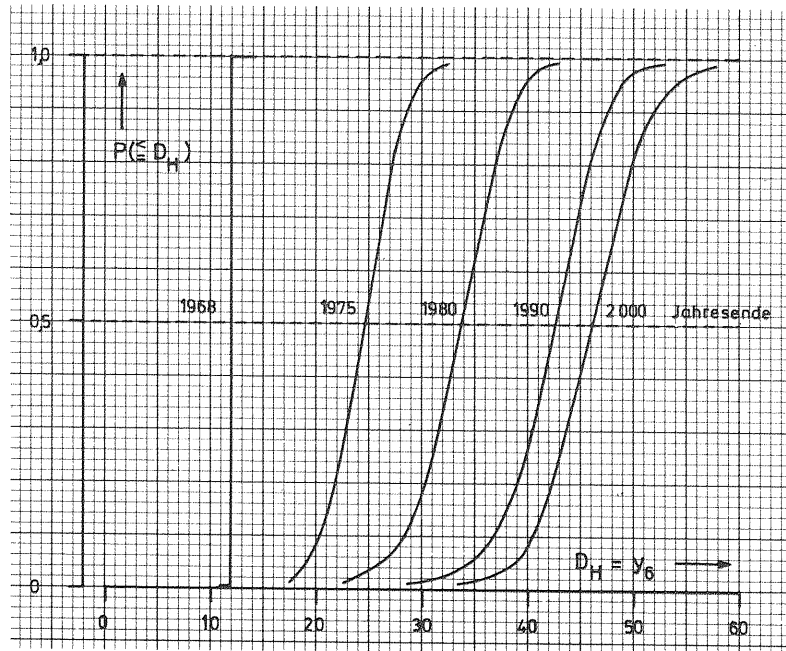


Bild 21. Wahrscheinlichkeitsverteilung des Bedarfs an Hauptanschlüssen je 100 Einwohner (BRD) in den Jahren 1975, 1980, 1990 und 2000 (kontinuierliches Modell)

Wie aus den Bildern 21, 22 und 23 hervorgeht, weisen die Vorausschätzungen der wichtigsten Zielgrößen -  $D_H$  und  $N_H$  - erhebliche Unsicherheiten auf. Bei der außerordentlichen Länge des Prognosezeitraums ist dies aber keineswegs überraschend - im Gegenteil: Obwohl  $D_H$  und  $N_H$  von 7 bzw. 8 Einflußgrößen abhängen, deren  $+1\sigma$ - und  $-1\sigma$ -Vertrauensgrenzen sich zu einem erheblichen Teil um mehr als 20 % von ihren Erwartungswerten unterscheiden, betragen die entsprechenden Abweichungen bei  $D_H$  und  $N_H$  weniger als 15 %. Insofern kann man die Genauigkeit der Prognosen als

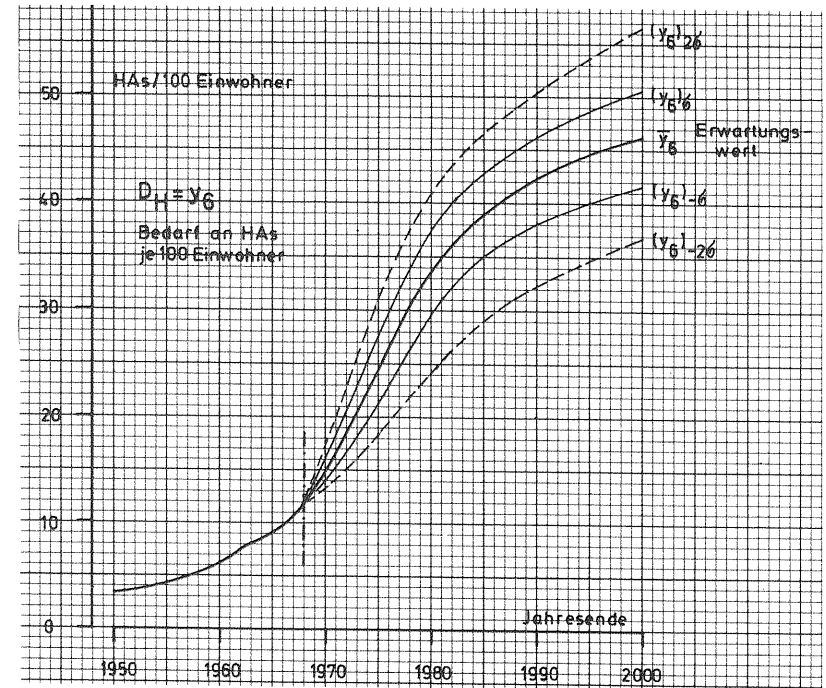


Bild 22. Vorausschätzung des Bedarfs an Hauptanschlüssen je 100 Einwohner in der BRD (kontinuierliches Modell)

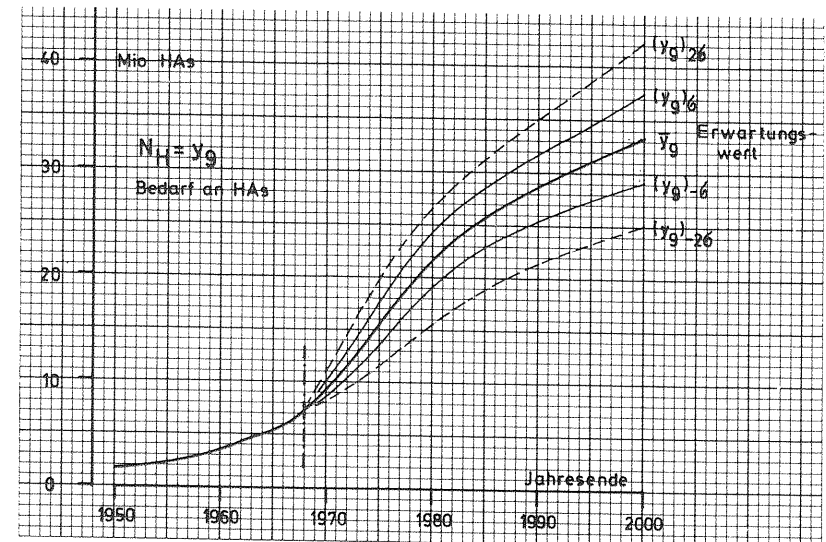


Bild 23. Vorausschätzung des Bedarfs an Hauptanschlüssen in der BRD (kontinuierliches Modell)

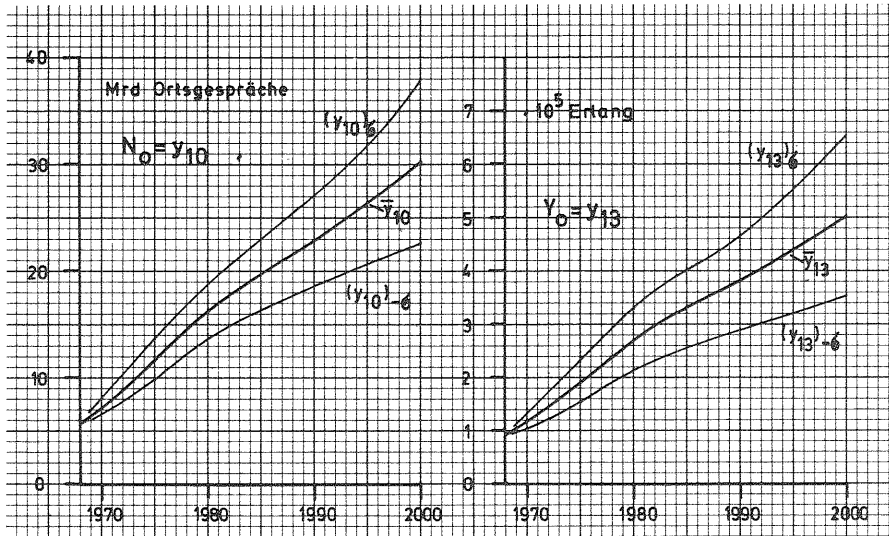


Bild 24. Vorausschätzung des Fernsprechortsverkehrs in der BRD (1. Näherung)

durchaus befriedigend bezeichnen. (Der Grund hierfür liegt darin, daß bei Annäherung an die Sättigungsdichte nur mehr deren Unsicherheit ins Gewicht fällt.)

Man muß sich jedoch dessen bewußt bleiben, daß diese Voraussagen auf einem Modell beruhen, das seinem Wesen nach Vereinfachungen und Unvollkommenheiten enthält. Diese können zwar nicht quantitativ ausgedrückt werden, sie müssen aber zumindest in einer verbalen Aussage festgehalten und bei Entscheidungen, die auf Modellrechnungen beruhen, berücksichtigt werden. Soweit nicht an anderer Stelle geschehen, wird auf einige wesentliche Faktoren dieser Art im folgenden hingewiesen. (Damit wird zugleich aufgezeigt, in welcher Richtung die weitere Forschung Fortschritte erwarten läßt).

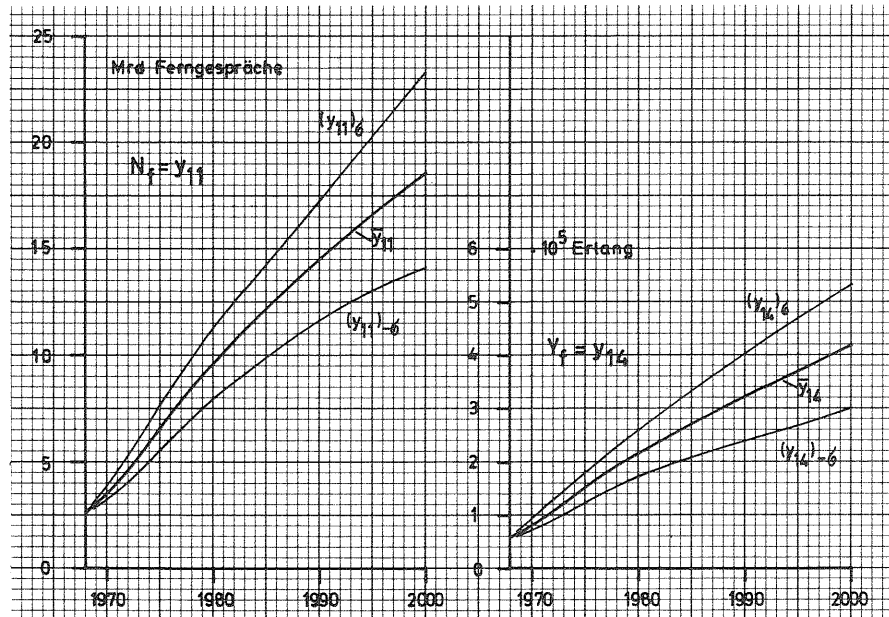


Bild 25. Vorausschätzung des Fernsprechfernverkehrs in der BRD (1. Näherung)

- a) Die neuen Kausalmodelle beziehen sich auf die Wohnungsanschlüsse im weiteren Sinne, also einschließlich der Mehrzweckanschlüsse, obwohl bei letzteren die berufliche Nutzung im Vordergrund steht und das Haushaltseinkommen deshalb nicht die entscheidende Einflußgröße ist. Das z. Z. verfügbare statistische Material ermöglicht jedoch keine getrennte Behandlung der W- und M-Anschlüsse. Diese Unzulänglichkeit wird in Zukunft an Bedeutung verlieren, weil der Anteil der M-Anschlüsse an der Gesamtzahl der Wohnungsanschlüsse rasch abnimmt.
- b) Die Dichte  $\varphi(E)$  der Einkommensverteilung bezieht sich auf die Gesamtheit der Haushalte - ohne Berücksichtigung der sozialen Struktur und der jeweiligen Kopfzahl der Haushalte (ebenfalls aus statistischen Gründen). Die Kaufkraft der Haushalte wird jedoch durch das Haushaltseinkommen  $E$  nicht vollständig zum Ausdruck gebracht. Wünschenswert ist eine Aufgliederung der Haushalte nach den genannten Merkmalen. Dadurch entstehen homogenere Schichten, in

denen  $\varrho(E)$  eine geringere Streuung aufweist (Annäherung an das diskontinuierliche Modell).

- c) Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Einflußgrößen wurden als stochastisch voneinander unabhängig unterstellt. Eine gewisse Korrelation ist jedoch nicht auszuschließen.
- d)  $\varrho(E)$  müßte für  $E = 0$  selbstverständlich  $= 0$  sein. Tatsächlich ist beim kontinuierlichen Modell  $\varrho(0) \ll 1$ , aber  $\neq 0$ .
- e) Die neuen analytischen Modelle beschreiben nur den Prozeß der Ausbreitung der Erst-Anschlüsse in den Haushalten. In einigen Ländern spielen aber jetzt schon Zweit-Anschlüsse eine gewisse Rolle. Hierbei handelt es sich teils um zusätzliche Hauptanschlüsse in den Hauptwohnungen (vor allem bei Haushalten mit erwachsenen Kindern), teils um Anschlüsse in Zweitwohnungen, Ferien- und Wochenendhäusern (letztere besonders in weiträumigen Ländern, wie Kanada und Schweden); in der dichtbesiedelten BR Deutschland liegen hierfür allerdings weitaus weniger günstige Voraussetzungen vor. Ferner sind die öffentlichen Sprechstellen und die Anschlüsse von Vereinen und dgl. in den Kausalmodellen nicht berücksichtigt. Andererseits wird es aber - entgegen den Voraussetzungen, die den Modellen zugrunde liegen - auch in fernerer Zukunft Haushalte geben, die sich trotz hohen Einkommens aus persönlichen Gründen keinen Fernsprechananschluß einrichten lassen oder über einen Nebenananschluß den Hauptanschluß eines anderen Fernsprechteilnehmers (z. B. einer Firma oder einer Behörde) mitbenutzen. Die Wirkungen dieser Gegebenheiten werden sich vermutlich weitgehend kompensieren.

Wenn die Zweit-Anschlüsse später doch eine wesentliche Bedeutung erlangen sollten, kann das kontinuierliche Kausalmodell sinngemäß auch auf diese angewandt werden. Im Gegensatz zu den Erst-Anschlüssen wird aber der einkommensabhängige Versorgungsgrad  $\varrho(E)$  für die Zweit-Anschlüsse auch bei hohen Haushaltseinkommen weit unter 1 bleiben.

## 7. Zusammenfassung der Untersuchungen und Folgerungen für die Praxis

Nach einleitenden Hinweisen auf die große wirtschaftliche Bedeutung von Entwicklungsprognosen im Fernsprechwesen werden im Kapitel 2. die wichtigsten bekannten Wachstumsmodelle mit reiner Zeitabhängigkeit in ihren Grundzügen beschrieben und nach möglichst objektiven Kriterien daraufhin untersucht, ob sie sich zur Vorausschätzung des Bedarfs an Fernsprechan schlüssen bzw. der Anschlußdichte eignen (u. a. Exponential-, logistische und Gompertz-Funktion).

Auf der Grundlage bereits veröffentlichter Untersuchungen über die Zeitabhängigkeit der Sättigungsdichte wird eine neue Wachstumsfunktion hergeleitet, nämlich die potenzierte logistische Funktion mit dem Exponenten  $1/m$ . Diese läßt bei geeigneter Wahl des Parameters  $m$  genauere Prognosen als die einfache logistische Funktion ( $m = 1$ ) erwarten.

In den folgenden Kapiteln werden Kausalmodelle behandelt, d. h. vereinfachte Abbilder der ursächlichen Zusammenhänge zwischen äußeren Einwirkungen (Einflußgrößen) und den gesuchten Größen (Zielgrößen).

In 3. wird gezeigt, daß sich die bekannten linearen Kausalmodelle für langfristige Vorausschätzungen kaum eignen.

In 4. werden neue nichtlineare Kausalmodelle für Wohnungsanschlüsse entwickelt: Ein einfacheres "diskontinuierliches Modell", bei dem eine für alle Haushalte gleiche Einkommensschwelle für die Nachfrage nach Anschlüssen unterstellt wird; ferner ein "kontinuierliches Modell", das den empirisch festgestellten kontinuierlichen Einkommenseinfluß der Wirklichkeit entsprechend wiedergibt. Ferner wird ein Simulationsverfahren beschrieben, mit dem sich

die Unsicherheiten der Zielgrößen aufgrund der Unsicherheiten der Einflußgrößen abschätzen lassen.

Welche Zahlenwerte die maßgeblichen Einflußgrößen in Zukunft voraussichtlich annehmen werden, wird im Kapitel 5. und im Anhang A 4. ausgeführt.

Die neuen Kausalmodelle werden in 6. für die Bundesrepublik Deutschland zahlenmäßig ausgewertet. Die Prognoseergebnisse, die mit dem am besten fundierten kontinuierlichen Modell gewonnen wurden, sind in den Bildern 21... 25, S. 89 ff., und in der Tabelle 5, S. 84 ff., dargestellt.

Die Brauchbarkeit der übrigen Methoden wird im Vergleich zum kontinuierlichen Modell und zu den in anderen Ländern durchlaufenen Entwicklungsprozessen beurteilt. Die wichtigsten Untersuchungsergebnisse lassen sich für die BR Deutschland wie folgt zusammenfassen:

- a) Die Entwicklung des Anschlußbedarfs vor 1958 war durch die Kriegsnachwirkungen beeinflusst; diese Daten sollen deshalb nicht als Basis für Vorausschätzungen verwendet werden.
- b) Mit einer Exponentialfunktion unterschätzt man (ohne Berücksichtigung des Einflusses der Gebührenerhöhung im Jahre 1964) die mittelfristige Entwicklung des Bedarfs an Hauptanschlüssen (etwa bis 1975), auf lange Sicht erhält man dagegen weit überhöhte Ergebnisse.
- c) Die Sättigungsdichte  $D_{Hmax}$  soll nicht aufgrund der bisherigen Entwicklung der Hauptanschlußdichte  $D_H$ , sondern unmittelbar abgeschätzt werden.

Grundlegende durchschnittliche Relationen für das Bundesgebiet bei Eintritt der Sättigung (erst nach dem Jahr 2000):

- 1 Wohnungs-Hauptanschluß je Haushalt
- 2,4 Personen je Haushalt

Damit:

- 41,7 Wohnungs-Hauptanschlüsse je 100 Einwohner

Zusätzlich:

- ≈ 9 reine Geschäfts-Hauptanschlüsse je 100 Einwohner

Als gesamter Sättigungswert der Hauptanschlußdichte ergibt sich also:

$$D_{Hmax} \approx 50 \text{ Hauptanschlüsse je 100 Einwohner}$$

- d) Die logistische Wachstumsfunktion liefert - auch wenn man den Tarifeinfluß eliminiert - eine Prognose, die beträchtlich hinter den Erwartungswerten zurückbleibt; sie gibt eher einen Anhalt über die Untergrenze der künftigen Entwicklung.
- e) Die Gompertz-Funktion eignet sich in der gegenwärtigen Entwicklungsphase kaum für längerfristige Voraussagen.
- f) Eine potenzierte logistische Funktion ( $m = 2,0$ ) verspricht eine im Vergleich zur einfachen logistischen Funktion wesentlich verbesserte Vorausschätzung.
- g) Die dem diskontinuierlichen Modell zugrunde liegende Vereinfachung - gleiche Einkommensschwelle für alle Haushalte - erweist sich als zulässig.
- h) Die bisherigen Aussagen gelten für das Gesamtgebiet der BR Deutschland und für regionale Bereiche, deren Struktur und Entwicklung dem Bundesdurchschnitt gleicht.

Solange jedoch mangels ausreichender statistischer Informationen Kausalmodelle für Teilgebiete (z. B. Anschluß-, Ortsnetz-, Knotenvermittlungsbereiche) nicht ausgewertet werden können, wird man hierfür die für das Bundesgebiet gewonnenen Erkenntnisse sinngemäß verwerten. Voraussetzung ist, daß die wirtschaftlichen und sozialen Verhältnisse dem Bundesdurchschnitt wenigstens ähneln (gemischtes Wohn- und Gewerbegebiet - nicht etwa großstädtisches Geschäftszentrum). Bei Anwendung einer Wachstumsfunktion werden die Parameter selbstverständlich aufgrund der örtlichen Daten bestimmt.

Je mehr sich ein Teilgebiet in wirtschaftlicher, sozialologischer und fernsprechtechnischer Hinsicht vom Bundesdurchschnitt unterscheidet, desto größer werden im allgemeinen die Unsicherheiten der Vorausschätzungen.

A n h a n g

A 1. Ergänzungen zur logistischen Funktion

A 1.1 Transformation einer logistischen Funktion in eine lineare Beziehung

Definition:  $y = \frac{D}{D_{\max}}$  (A1)

$v = \ln\left(\frac{1}{y} - 1\right)$  (A2)

$w = \ln\frac{y}{1-y} = -v$  (A3)

$z = 5 + \frac{1}{2} \ln\frac{y}{1-y}$  (A4)

Wenn y einer normierten logistischen Funktion folgt, also

$y = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{1}{1 + e^{-c(t - t_h)}}$  (A5)

gilt:

$v = -c(t - t_h)$  (A6)

$w = c(t - t_h)$  (A7)

$z = 5 + \frac{c}{2} (t - t_h)$  (A8)

Wird also y nach (A2) bis (A4) in v, w oder z transformiert, so erhält man eine lineare Abhängigkeit von der Zeit.

v nimmt mit fortschreitender Zeit ab. Mit dem Begriff "Wachstum" verbindet man aber die Vorstellung einer ansteigenden Größe. Für w trifft das zu, diese Transformation erfordert aber einen leicht erhöhten Rechenaufwand.

(A4) ist die sogenannte "Logittransformation". Die Konstanten sind hierbei so gewählt, daß z in den praktisch vorkommenden Fällen positiv bleibt. Die (dimensionslose) Größe z wird in

"Logits" gemessen, sie ist in Abhängigkeit von y tabelliert [19], auszugsweise in [36].

Die Transformation des beobachteten Zusammenhangs y(t) in v(t) oder z(t) ermöglicht es, die Methoden der linearen Regression anzuwenden.

D<sub>max</sub> wird hierbei als bekannt vorausgesetzt (z. B. aufgrund soziologischer Untersuchungen). Wie der zu einer vorgegebenen Datenreihe optimal passende Sättigungswert einer logistischen Funktion bestimmt werden kann, wird im folgenden Abschnitt gezeigt.

A 1.2 Bestimmung des Sättigungswertes der logistischen Funktion, die sich einer gegebenen Zeitreihe optimal anpaßt

Ist eine Zeitreihe von Beobachtungsdaten - etwa der Anschlußdichte D - gegeben, so können die Parameter D<sub>max</sub> und c der optimal dazu passenden logistischen Funktion nach folgendem Verfahren bestimmt werden:

Die Zeit wird in Perioden der Dauer T gemessen:

Definition:  $x = \frac{t}{T}$  (A9)

$b = c \cdot T$  (A10)

$x_h = \frac{t_h}{T}$  (A11)

Die Gleichung (A5) für die logistische Funktion lautet dann:

$y = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{1}{1 + e^{-c(t - t_h)}} = \frac{1}{1 + e^{-b(x - x_h)}}$  (A12)

Damit:

$$\frac{1}{D(x)} = \frac{1}{D_{\max}} + \frac{1}{D_{\max}} \cdot e^{-b(x - x_h)} \quad (A13)$$

$$\begin{aligned} \frac{1}{D(x+1)} &= \frac{1}{D_{\max}} + \frac{1}{D_{\max}} \cdot e^{-b(x - x_h)} \cdot e^{-b} \\ &= \left[ \frac{1}{D_{\max}} + \frac{1}{D_{\max}} \cdot e^{-b(x - x_h)} \right] \cdot e^{-b} + \frac{1}{D_{\max}} - \frac{1}{D_{\max}} \cdot e^{-b} \quad (A14) \end{aligned}$$

$$\frac{1}{D(x+1)} = \frac{1}{D(x)} \cdot e^{-b} + \frac{1}{D_{\max}} (1 - e^{-b}) \quad (A15)$$

Zwischen den reziproken Funktionswerten je zweier aufeinanderfolgender Perioden besteht demnach ein linearer Zusammenhang.

Wie Tintner in [62] gezeigt hat, kann man damit zu einer vorgegebenen Datenreihe die Parameter  $D_{\max}$  und  $b$  der optimal passenden logistischen Funktion bestimmen. Dazu muß die beobachtete Abhängigkeit zwischen  $\frac{1}{D(x+1)}$  und  $\frac{1}{D(x)}$  mit Hilfe der linearen Regression durch eine Gerade ersetzt werden. Da sich aber diese Größen in den praktischen Fällen meist nur wenig unterscheiden, muß die Auswertung sehr genau durchgeführt werden; eine graphische Lösung wäre völlig unzureichend. Um diesen Nachteil zu vermeiden, wird das Verfahren dahingehend weiterentwickelt, daß Differenzen bzw. Differenzenquotienten betrachtet werden:

$$\frac{1}{D(x)} - \frac{1}{D(x+1)} = \frac{1}{D(x)} (1 - e^{-b}) - \frac{1}{D_{\max}} (1 - e^{-b}) \quad (A16)$$

$$1 - \frac{D(x)}{D(x+1)} = \frac{D(x+1) - D(x)}{D(x+1)} = (1 - e^{-b}) \cdot \left(1 - \frac{D(x)}{D_{\max}}\right) \quad (A17)$$

Der Ausdruck  $\frac{D(x+1) - D(x)}{D(x+1)}$  hat den Charakter einer Zuwachsrates, allerdings entgegen der üblichen Begriffsbestimmung

nicht auf den Anfangswert, sondern auf den Endwert eines Zeitintervalls bezogen.

Es wird deshalb definiert:

$$r^* = \frac{D(x+1) - D(x)}{D(x+1)} \quad (A18)$$

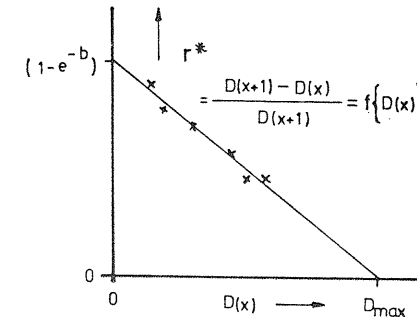


Bild A 1. Zuwachsrates  $r^*$  einer logistischen Funktion in Abhängigkeit vom Anfangswert einer Periode.

Wie aus (A17) unmittelbar abzulesen ist, schneidet die Gerade  $r^* = f\{D(x)\}$  die Abszissenachse bei  $D = D_{\max}$  und die Ordinatenachse bei  $(1 - e^{-b})$ . Die Parameter  $b$  und  $c = b/T$  sind damit leicht zu bestimmen.

Beobachtungsdaten, die ungefähr einer logistischen Funktion folgen, weisen nur näherungsweise einen linearen Zusammenhang zwischen  $r^*$  und  $D(x)$  auf (vgl. Bild A 1). In diesem Fall paßt man an den Punktezuge eine Gerade an (graphisch oder numerisch nach der Methode der linearen Regression).

(A13) bis (A17) gelten exakt für beliebige Periodendauern  $T$ . Im Extremfall werden nur für 3 Zeitpunkte  $t_1$ ,  $t_2$  und  $t_3$  (wobei  $t_2 - t_1 = t_3 - t_2 = T$ ) die zugehörigen Beobachtungswerte  $D_1$ ,  $D_2$  und  $D_3$  einbezogen. (A17) führt dann zu der

von Lancoud und Trachsel [33] angegebenen Formel (auf die Ableitung wird verzichtet):

$$D_{\max} = D_2 \frac{2 D_1 D_3 - D_1 D_2 - D_2 D_3}{D_1 D_3 - D_2^2} \quad (A19)$$

(A17) bringt noch einen weiteren wichtigen Zusammenhang zum Ausdruck:

Bezeichnet man zur Abkürzung die logistische Funktion mit  $L(x)$ ,

$$L(x) = \frac{1}{1 + e^{-b(x - x_h)}}, \quad (A20)$$

so folgt aus (A17) und (A18):

$$r^* = (1 - e^{-b}) \left[ 1 - \frac{D(x)}{D_{\max}} \right] = (1 - e^{-b}) [1 - L(x)] \quad (A21)$$

Für den Anfang der Entwicklung ( $x \rightarrow -\infty$ ;  $D \rightarrow 0$ ) gilt:

$$r_{\max}^* = 1 - e^{-b} \quad (A22)$$

Damit:

$$\frac{r^*}{r_{\max}^*} = 1 - \frac{D(x)}{D_{\max}} = 1 - L(x) \quad (A23)$$

Die normierte Zuwachsrate  $r^*/r_{\max}^*$  nimmt also mit fortschreitender Zeit komplementär zur normierten logistischen Funktion ab. Bild A2 veranschaulicht die Beziehungen.

Die Zuwachsrate einer Größe wird allerdings üblicherweise auf den Anfangswert einer Periode bezogen und in diesem Falle mit  $r$ , ohne  $*$ , bezeichnet:

$$r = \frac{D(x+1) - D(x)}{D(x)} = \frac{D(x+1)}{D(x)} - 1 \quad (A24)$$

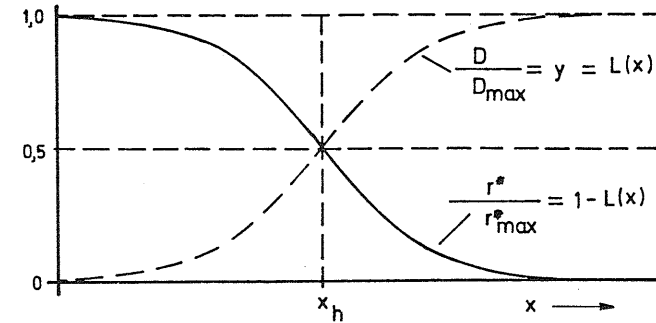


Bild A 2. Normierte Zuwachsrate  $r^*/r_{\max}^*$  einer logistischen Funktion in Abhängigkeit von der Zeit ( $r^*$  bezieht sich auf den Endwert einer Periode)

Dagegen nach (A18):

$$r^* = 1 - \frac{D(x)}{D(x+1)}$$

Demnach:

$$r^* = 1 - \frac{1}{1+r} = \frac{r}{1+r} \quad (A25)$$

Beträgt beispielsweise die Periodendauer  $T = 1$  Jahr und  $r = 8\%$ , so ist  $r^* = 7,4\%$ .

Für die auf den Anfangswert einer Periode bezogene Zuwachsrate  $r$  gelten die oben dargestellten Beziehungen - (A23) und Bild A 2 - nur näherungsweise.

Lediglich für  $r \rightarrow 0$ , geht  $r^* \rightarrow r$ .



A 2. Ergänzungen zur potenzierten logistischen Funktion

A 2.1 Herleitung

Die Differentialgleichung (19), S. 38, kann in folgender vereinfachter Form geschrieben werden:

$$dy = a \cdot y \cdot (1 - y^m) \cdot dt \quad (A26)$$

Trennung der Veränderlichen:

$$\frac{dy}{y(1 - y^m)} = \left( \frac{1}{y} + \frac{y^{m-1}}{1 - y^m} \right) dy = a \cdot dt \quad (A27)$$

Mit der Substitution

$$v = 1 - y^m \quad (A28)$$

erhält man

$$dv = -m \cdot y^{m-1} dy \quad (A29)$$

Also:

$$\int \frac{dy}{y} - \frac{1}{m} \cdot \int \frac{dv}{v} = \int a \cdot dt \quad (A30)$$

$$\ln y - \frac{1}{m} \cdot \ln(1 - y^m) = a \cdot t + b \quad (A31)$$

$$\ln(1 - y^m) - \ln y^m = -m \cdot (a \cdot t + b) \quad (A32)$$

Setzt man

$$m \cdot a = c \quad (A33)$$

$$-\frac{m \cdot b}{c} = t_0, \quad (A34)$$

so folgt aus (A32):

$$\ln\left(\frac{1}{y^m} - 1\right) = -c(t - t_0) \quad (A35)$$

Die Lösung der Differentialgleichung (A26) lautet demnach:

$$y = \frac{D}{D_{\max}} = \frac{1}{\left[1 + e^{-c(t-t_0)}\right]^{1/m}} \quad (A36)$$

Es handelt sich also um eine logistische Funktion, die durch den Exponenten  $1/m$  erweitert ist.

A 2.2 Wendepunkt

Für den Wendepunkt gilt:

$$\frac{d^2y}{dt^2} = 0 \quad (A37)$$

Aus (A26):

$$\frac{dy}{dt} = \dot{y} = a(y - y^{1+m}) \quad (A38)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= \frac{d\dot{y}}{dt} = \frac{d\dot{y}}{dy} \cdot \frac{dy}{dt} = \\ &= a \left[ 1 - (1+m)y^m \right] \cdot a \cdot (y - y^{1+m}) = 0 \end{aligned} \quad (A39)$$

$$\left[ 1 - (1+m)y^m \right] (1 - y^m) = 0 \quad (A40)$$

$$(1+m) \cdot (y^m)^2 - (2+m) \cdot y^m + 1 = 0 \quad (A41)$$

Diese Bestimmungsgleichung für den Ordinatenwert  $y_w$  des Wendepunktes ist erfüllt, wenn

$$y_w^m = \frac{1}{1+m} \quad (A42)$$

$$y_w = \frac{1}{(1+m)^{1/m}} \quad (A43)$$

Denn

$$\begin{aligned} (1+m) \frac{1}{(1+m)^2} - \frac{2+m}{1+m} + 1 &= \\ = \frac{1 - 2 - m + 1 + m}{1+m} &= 0 \end{aligned}$$

Abszissenwert  $t_w$  des Wendepunktes:

$$y_w^m = \frac{1}{1 + e^{-c(t_w - t_0)}} = \frac{1}{1 + m} \quad (A44)$$

$$-c(t_w - t_0) = \ln m$$

$$t_w = t_0 - \frac{1}{c} \cdot \ln m \quad (A45)$$

A 3. Bildung von Zufallswerten für die Einflußgrößen

Die Berechnungs- und Schätzergebnisse für den Erwartungswert einer Einflußgröße und deren Unsicherheiten lassen sich im allgemeinen durch eine Normalverteilung oder durch eine logarithmisch-normale Verteilung beschreiben. Diese transformiert man zweckmäßigerweise in standardisierte Normalverteilungen.

Fall a)

Die Einflußgröße  $x_j$  sei normalverteilt mit Erwartungswert  $\bar{x}_j$  und Standardabweichung  $\sigma_{xj}$ . Entsprechend (32) ist der Variationskoeffizient

$$\tau_{xj} = \frac{\sigma_{xj}}{\bar{x}_j} \quad (A46)$$

Dann ist

$$u_j = \frac{x_j - \bar{x}_j}{\sigma_{xj}} \quad (A47)$$

standardisiert-normalverteilt.

$$x_j = \bar{x}_j + \sigma_{xj} \cdot u_j \quad (A48)$$

$$x_j = \bar{x}_j (1 + \tau_{xj} \cdot u_j) \quad (A49)$$

Fall b)

Die Einflußgröße  $x_i$  sei logarithmisch-normalverteilt mit Erwartungswert  $\bar{x}_i$ , Zentralwert  $x_{iz}$  und Standardquotient  $Q(x_i) = x_i / x_{iz}$  (vgl. (45), S. 57).

$z_i = \ln x_i$  folgt dann einer gewöhnlichen Normalverteilung mit Erwartungswert (=Zentralwert)  $\ln x_{iz}$  und Standardabweichung  $\sigma_{zi} = \ln Q(x_i)$ .

$$u_i = \frac{\ln x_i - \ln x_{iz}}{\sigma_{zi}} = \frac{\ln \frac{x_i}{x_{iz}}}{\ln Q(x_i)} \quad (A50)$$

ist wiederum standardisiert-normalverteilt.

$$\frac{x_i}{x_{iz}} = e^{u_i \cdot \ln Q(x_i)} = \left[ e^{\ln Q(x_i)} \right]^{u_i} \quad (A51)$$

$$x_i = x_{iz} \cdot [Q(x_i)]^{u_i} \quad (A52)$$

$x_{iz}$  ist nach (47), Seite 57, durch  $\bar{x}_i$  und  $Q(x_i)$  bestimmt.

In beiden Fällen - a) und b) - erhält man also Zahlenwerte, die den Wahrscheinlichkeitsverteilungen für  $x_j$  bzw.  $x_i$  entsprechen, mit Hilfe von zwei Parametern und einer standardisiert-normalverteilten Veränderlichen  $u$ . Zur Gewinnung derartiger Zufallszahlen  $u$  stehen Rechenprogramme zur Verfügung.

A 4. Vorausschätzung der Einflußgrößen

A 4.1 Einwohnerzahl  $N_e = x_1$

Über die Bevölkerungsentwicklung im Bundesgebiet hat das Statistische Bundesamt eine Vorausschätzung bis zum Jahre 2000 erarbeitet [68]. Da diese nur die Veränderungen der inländischen Bevölkerung berücksichtigt, muß sie noch durch Annahmen über Zu- und Abwanderungen ergänzt werden:

Von 1950 bis 1965 war der jährliche Wanderungsgewinn sehr beträchtlich, zum gesamten Bevölkerungswachstum trug er rund die Hälfte bei (vor 1960 hauptsächlich mittel- und ostdeutsche Flüchtlinge, danach überwiegend Gastarbeiter). Der resultierende Wanderungsstrom (Differenz zwischen Zu- und Abwanderungen) änderte jedoch im Herbst 1966 aufgrund der wirtschaftlichen Rezession fast schlagartig seine Richtung. Mit der konjunkturellen Aufwärtsentwicklung steigt zwar seit 1968 die Zahl der Gastarbeiter wieder an, langfristig wird aber der jährliche Wanderungsgewinn bei weitem nicht mehr das Ausmaß erreichen wie vor 1966.

Zur Ergänzung der obenerwähnten Bevölkerungsprognose wird angenommen, daß der Zuwanderungsüberschuß in den kommenden 20 Jahren insgesamt noch 1 Mio betragen wird. (Ein Schätzfehler von  $\pm 1$  Mio würde lediglich 1,5 % der 1990 zu erwartenden gesamten Einwohnerzahl entsprechen.)

Das Ergebnis dieser Vorausschätzung ist in Bild A 3 als Erwartungswert  $\bar{N}_e = \bar{x}_1$  dargestellt. Die Kurve  $(x_1)_{-6}$  beruht auf einer früheren Prognose des Statistischen Bundesamtes [50], deren Ergebnisse aber nach neueren Erkenntnissen zu knapp sind. Mit den zwei Kennwerten  $\bar{x}_1$  und  $(x_1)_{-6}$  sind die übrigen Größen  $(x_1)_6$  usw. bestimmt.

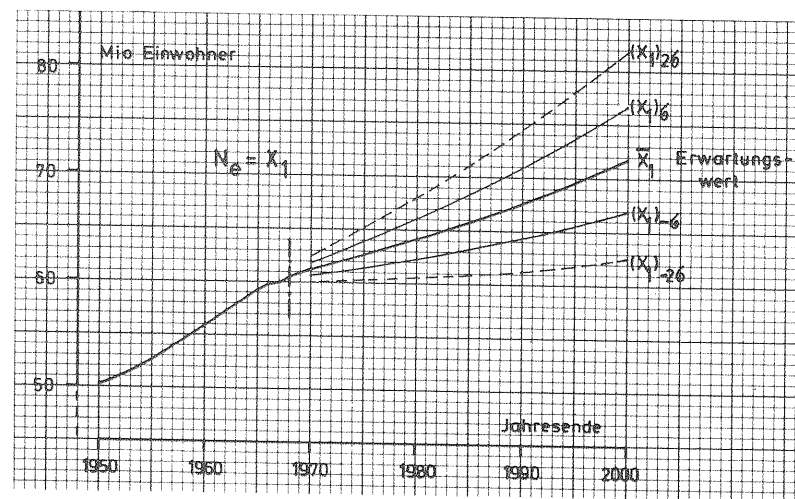


Bild A 3. Entwicklung der Einwohnerzahl  $N_e = x_1$  im Bundesgebiet (Saarland von 1950 an einbezogen)

Die  $-6$ -Grenze würde fast eine Stagnation der Einwohnerzahl bedeuten, die  $+6$ -Grenze könnte nur durch unnatürlich hohe Zuwanderungen - ähnlich wie vor 1966 - erreicht werden. Die Kurven für  $(x_1)_{-6}$  und  $(x_1)_6$  sind insoweit plausibel.

A 4.2 Durchschnittliche Haushaltsgröße  $N_p = x_2$

Der außerordentlich starke Rückgang von  $N_p$  in der ersten Hälfte unseres Jahrhunderts ist darauf zurückzuführen, daß die durchschnittliche Kinderzahl in den Familien erheblich gesunken ist und Großfamilien, in denen mehr als zwei Generationen zusammenleben, seltener geworden sind.

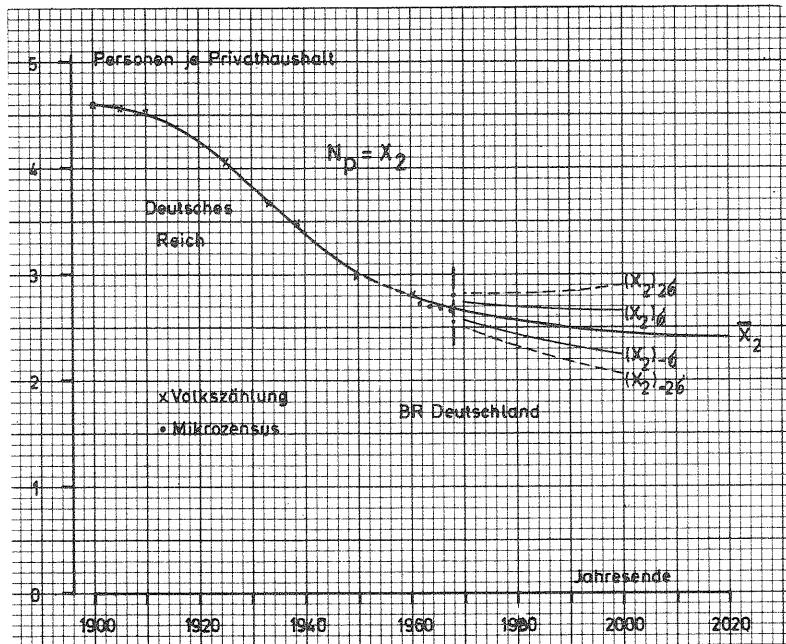


Bild A 4. Entwicklung der durchschnittlichen Haushaltsgröße  $N_p = x_2$

Folgende Faktoren bewirken, daß in Zukunft die durchschnittliche Haushaltsgröße noch weiter abnehmen wird:

1. Haushaltsteilungen durch fortschreitende Verbesserung der Wohnungsverhältnisse.
2. Rückgang des bäuerlichen Bevölkerungsteils; dadurch weitere Abnahme von Großfamilien.
3. Erhöhung der Lebenserwartung; 1- und 2-Personen-Haushalte älterer Menschen nehmen zu.
4. Häufigere Trennung erwachsener Kinder von der Familie aus Gründen der Ausbildung oder der Berufsausübung.

Andererseits gibt es natürlich eine untere Grenze von  $N_p$ . Einen Anhalt gewinnt man aus folgender Querschnittsbetrachtung:

Tabelle A1. Durchschnittliche Haushaltsgröße im April 1968 nach Gemeindegrößenklassen [54].

Gemeindegröße in Einwohnern	Personen je Privathaushalt
< 2 000	3,26
2 000 - 20 000	2,84
20 000 - 100 000	2,59
> 100 000	2,32
Hamburg 1,8 Mio	2,24
Berlin (West) 2,2 Mio	2,04
Bundesdurchschnitt	2,67

Der außerordentlich geringe Zahlenwert für Berlin ist auf den unnatürlich hohen Anteil älterer Personen zurückzuführen. Es ist kaum damit zu rechnen, daß die durchschnittliche Haushaltsgröße des ganzen Bundesgebiets in den kommenden Jahrzehnten so weit absinken wird.

Die Schlußfolgerungen, die daraus für die weitere Entwicklung von  $N_p$  gezogen worden sind, gehen aus Bild A 4 hervor.

#### A 4.3 Wachstumsfaktor des realen Bruttosozialprodukts je Einwohner $\eta = x_3$

Über die Entwicklung des Bruttosozialprodukts bis 1980 liegt eine Projektion des Bundeswirtschaftsministeriums vor [11]. Für eine längerfristige Vorausschätzung bis zum Jahre 2000 wurde eine Methode angewandt, die von einer Sachverständigengruppe der Europäischen Wirtschaftsgemeinschaft vorgeschlagen worden ist [53]. Sie beruht im wesentlichen

auf der sogenannten Cobb-Douglas-Funktion:

$$\frac{\dot{v}}{v} = \lambda \cdot \frac{\dot{a}}{a} + \mu \cdot \frac{\dot{k}}{k} + v \quad (A53)$$

Hierbei bedeuten:

- v Bruttosozialprodukt (zu konstanten Preisen)
- a Zahl der Arbeitskräfte
- k Kapitalgüterbestand
- v Trendkoeffizient; er repräsentiert alle sonstigen Einflüsse außer a und k, vor allem den technischen Fortschritt.

Buchstabe mit Punkt<sup>o</sup>  
erste Differenz (Jahreszuwachs)

Die Koeffizienten  $\lambda$  und  $\mu$  werden fest vorgegeben:

$$\lambda = \frac{2}{3}; \mu = \frac{1}{3}$$

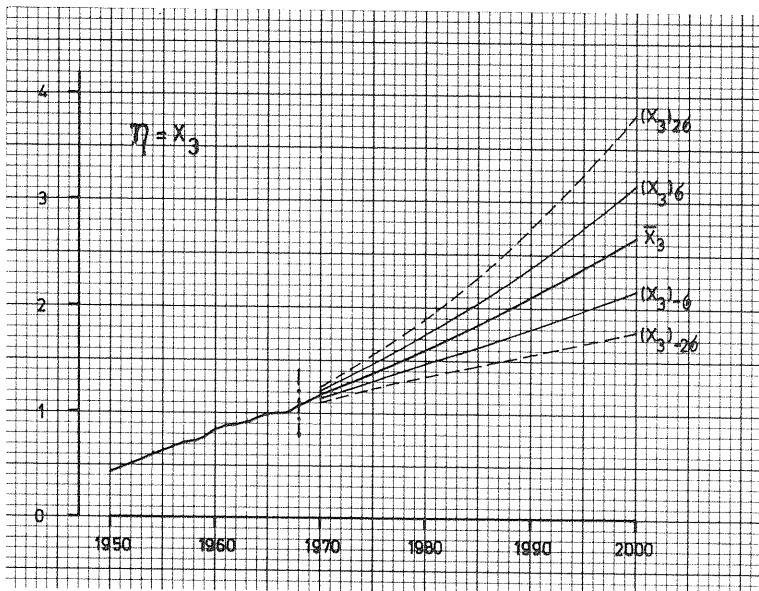


Bild A 5. Reales Bruttosozialprodukt je Einwohner bezogen auf den Stand von 1965  $\eta = x_3$

Es wird nur die "mittlere", von Konjunkturschwankungen bereinigte Entwicklung betrachtet.

Die in Bild A5 aufgezeichneten Erwartungswerte von  $\eta$  liegen ungefähr in der Mitte zwischen den Trendkurven, die man durch exponentielle bzw. lineare Extrapolation der bisherigen Entwicklung erhält. Das ist plausibel.

A 4.4 Verfügbares Einkommen der privaten Haushalte im Verhältnis zum Bruttosozialprodukt  $\vartheta = x_4$

Aus Bild A 6 ist zu ersehen, daß die Größe  $\vartheta = x_4$  verhältnismäßig stabil ist. Seit 1951 betragen ihre Schwankungen lediglich  $\pm 0,02$  um 0,67 [59].

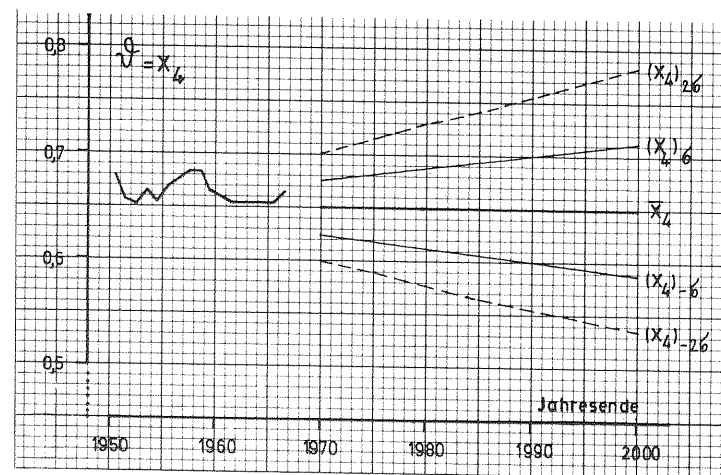


Bild A 6. Entwicklung von  $\vartheta = x_4$

Für die Zukunft ist zu erwarten, daß  $\vartheta$  im Mittel etwas kleiner sein wird als bisher, weil die Gemeinschaftsaufgaben ("Infrastruktur") im Vergleich zum privaten Sektor höhere Aufwendungen erfordern werden und weil dem Staat durch die Steuerprogression bei steigendem Einkommen auch ein höherer Anteil zufließt.

A 4.5 Durchschnittliches Haushaltseinkommen  $\bar{E}_0$  und Standardquotient der Einkommensverteilung  $Q(E) = x_5$

Da die (verfügbaren) Einkommen der privaten Haushalte durch den Parameter  $\psi$  mit dem Bruttosozialprodukt in Verbindung gebracht werden, ist der in der Volkswirtschaftlichen Gesamtrechnung definierte Einkommensbegriff zugrunde zu legen, d. h. es sind z. B. auch Naturaleinkünfte und die Nutzung der Eigentümerwohnung zu berücksichtigen. Bei Repräsentativerhebungen über die Einkommen der privaten Haushalte geschieht dies im allgemeinen nicht. In [47] sind jedoch für die Jahre 1955 und 1960 Einkommensverteilungen ermittelt worden, die den genannten Anforderungen entsprechen. Sie sind in Bild A 7 in einem Wahrscheinlichkeitsnetz mit logarithmischer Abszissenteilung dargestellt. (Eine logarithmisch-normale Verteilung erscheint hierin als Gerade.) Wie man sieht, sind die Einkommen bei der großen Masse der Haushalte recht genau logarithmisch-normalverteilt. Abweichungen von einigen Prozent sind lediglich bei den untersten und obersten Einkommenschichten festzustellen.

Wenn man die Haushaltseinkommen in den einzelnen sozialen Schichten (Arbeiter, Angestellte und Beamte, Selbständige, Nichterwerbstätige) oder die Individualeinkommen der Einkommensbezieher betrachtet, stellt man ebenfalls logarithmisch-normale Verteilungen fest. Man kann deshalb annehmen, daß die Haushaltseinkommen auch in Zukunft logarithmisch-normalverteilt sein werden.

Unter dieser Voraussetzung ist die Einkommensverteilung durch 2 Parameter bestimmt: Durchschnitt  $\bar{E}$  oder Zentralwert  $E_z$  einerseits und Standardquotient  $Q(E)$  andererseits.  $\bar{E}$  erhält man mit (54) aus  $\bar{E}_0$  und den bereits untersuchten Einflußgrößen  $\eta$ ,  $\psi$  und  $N_p$ .

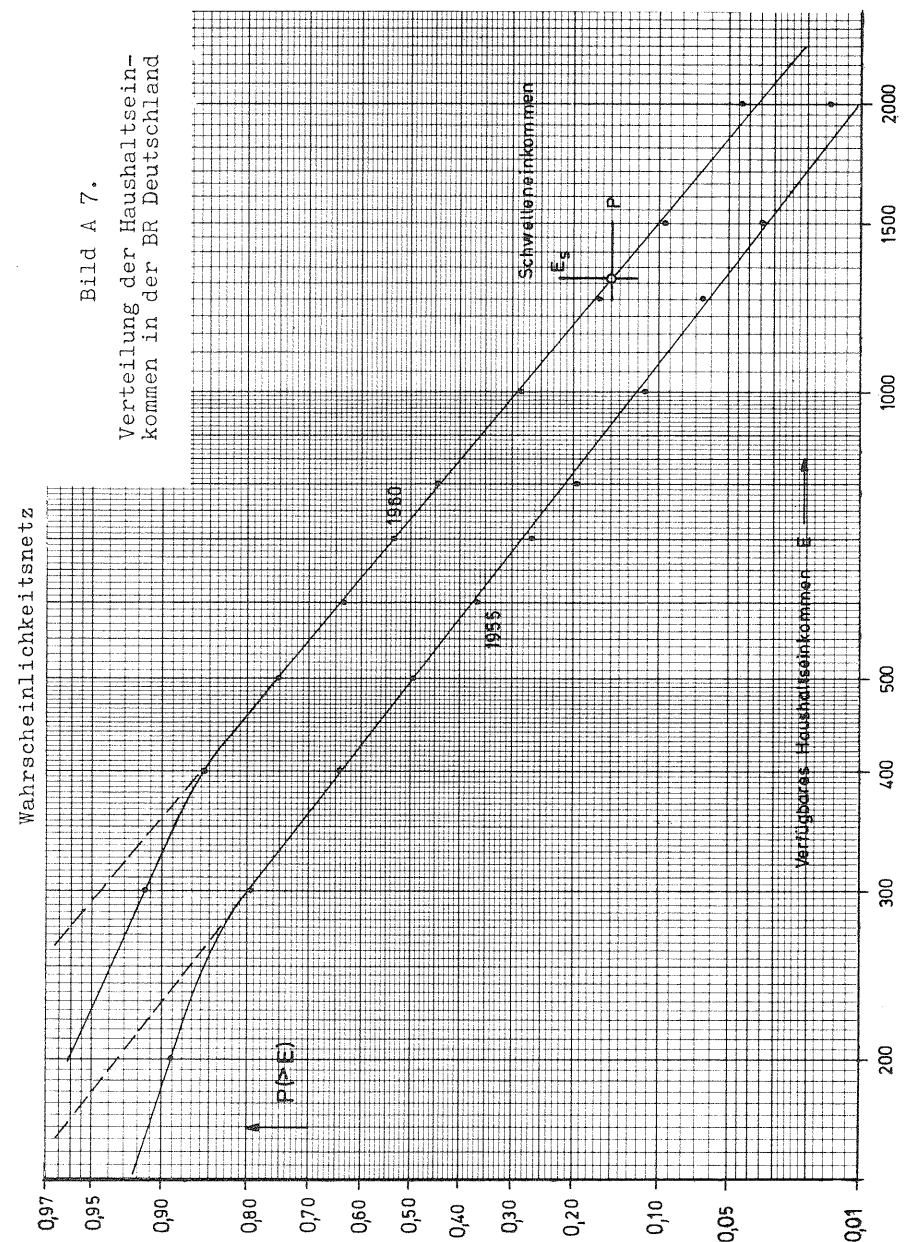


Bild A 7.  
Verteilung der Haushaltseinkommen in der BR Deutschland

Für  $\bar{E}_0$ , das sich auf 1965 bezieht, ergibt sich [59]:

$$\bar{E}_0 = 1150 \text{ DM}_{65}$$

Über die künftige Entwicklung des Standardquotienten  $Q(E)$ , der die Streuung der Einkommen aller Haushalte beschreibt, erhält man einige wichtige Hinweise, wenn man die Standardquotienten für die einzelnen sozialen Gruppen in Bild A 8 betrachtet.

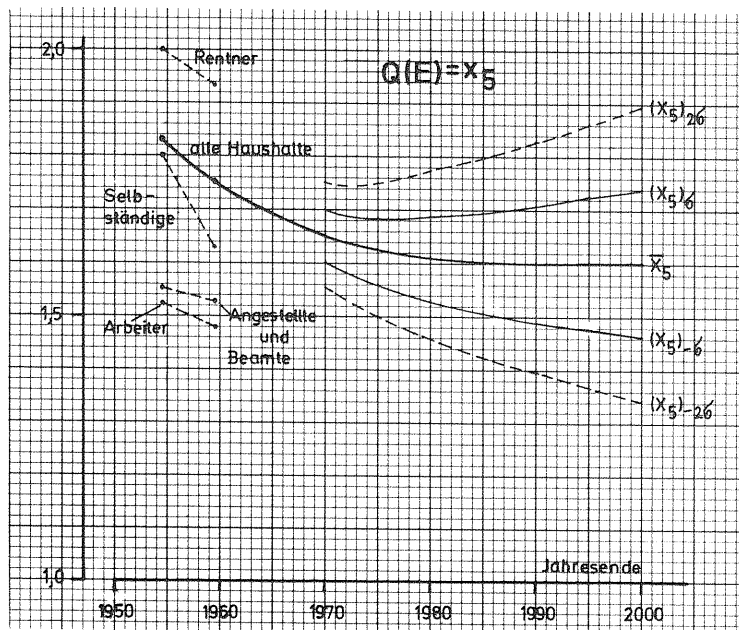


Bild A 8. Standardquotienten  $Q(E)$  logarithmisch-normaler Einkommensverteilungen

In allen Fällen hat der Standardquotient innerhalb 5 Jahren abgenommen. Mit einer derartigen Tendenz muß auch in Zukunft gerechnet werden. Folgende Gesichtspunkte

deuten aber darauf hin, daß der weitere Rückgang von  $Q(E)$  sich verlangsamt:

1. Im Standardquotienten kommt nicht nur die Differenzierung der beruflichen Qualifikation, sondern auch die unterschiedliche Anzahl der Einkommensbezieher in den einzelnen Haushalten zum Ausdruck.
2. Die Kaufkraft oder der Lebensstandard der Haushalte streut nicht in gleichem Maße wie das Einkommen; denn im Mittel haben die einkommensschwächeren Haushalte auch eine geringere Kopfzahl.
3. Wenn ein Leistungsansporn erhalten bleiben soll, darf die Nivellierung nicht beliebig fortgesetzt werden.
4. Faßt man mehrere Gruppen von Haushalten, die je für sich den gleichen Standardquotienten, aber ein unterschiedliches Durchschnittseinkommen aufweisen, zusammen, so erhält man für die Gesamtheit einen erhöhten Standardquotienten.

#### A 4.6 Schwelleneinkommen $E_s = x_6$ beim diskontinuierlichen Modell

##### A 4.6.1 Grundsätzliches

Das Schwelleneinkommen  $E_s$  ist dadurch definiert, daß  $P(E > E_s) = p$ , d. h. es handelt sich um den Einkommenswert, der in ebenso vielen Haushalten übertroffen wird, wie es Wohnungsanschlüsse gibt.

In der BRD betrug Ende 1968 der mittlere (potentielle) Versorgungsgrad der Haushalte  $p = 0,26$ . Mit den Gleichungen (90) und (91), S.68, erhält man aufgrund der bereits ermittelten Einflußgrößen für 1968:

$$E_s = 1\,464 \text{ DM}_{65}$$

Fürs erste könnte man annehmen, daß dieses Schwelleneinkommen zeitlich konstant bleiben wird. (Von 1956 bis 1968 schwankte  $E_s$  ohne eindeutigen Trend um 1500 DM<sub>65</sub> - vgl. Bild A 9, S. 126.)  $E_s$  repräsentiert aber beim diskontinuierlichen Modell alle Faktoren, die außer den explizit berücksichtigten Größen  $N_e$ ,  $N_p$ ,  $\eta$ ,  $\vartheta$  und  $Q(E)$  auch noch von Einfluß auf die Nachfrage nach Wohnungsanschlüssen sind.

Die wichtigsten dieser Faktoren werden im folgenden wenigstens qualitativ untersucht, um zu ersehen, in welcher Richtung sie sich auswirken - nachfragefördernd (= schwellensenkend) oder nachfragehemmend (= schwellenanhebend).

Halten wir uns dazu folgendes vor Augen: Von dem verfügbaren Einkommen  $E$  eines Haushalts wird ein Teil für lebensnotwendige Zwecke, wie Nahrung, Kleidung und Wohnung, verbraucht. Von dem frei verfügbaren Teil des Haushaltseinkommens wird möglicherweise ein gewisser Betrag gespart, um den Rest konkurrieren alle nicht unbedingt notwendigen Güter, darunter auch das Telefon. Wenn  $E_s$  im Laufe der Zeit abnimmt, bedeutet das, daß das Telefon im Wettstreit um das Haushaltseinkommen seine Position gegenüber den Konkurrenten verbessert; das Umgekehrte gilt bei steigendem  $E_s$ .

#### A 4.6.2 Schwellensenkende Einflüsse

##### a) Zunehmende Sättigung mit anderen dauerhaften Gütern

Nach dem 2. Weltkrieg war in Deutschland ein großer Nachholbedarf an dringend notwendigen Gütern zu decken. Nach und nach wurde dann auch Kaufkraft für den weniger wichtigen gehobenen Bedarf frei, wie für elektrische Haushaltsgeräte, Fernsehapparate und Kraftfahrzeuge. Die meisten dieser dauerhaften Konsumgüter haben einen erheblichen zahlenmäßigen Vorsprung vor dem privaten Telefon, d. h. die

Bevölkerung schätzt ihr Verhältnis Nutzen : Kosten günstiger ein, obwohl diese Kosten - im Gegensatz zum Fernsprechananschluß - nicht zeitlich gleichmäßig anfallen, sondern bei der Anschaffung ein beträchtlicher Kaufpreis aufzubringen ist. Andererseits sind danach weniger hohe Kosten für die Unterhaltung und Ersatzbeschaffung (Amortisation) aufzuwenden. Je mehr die Haushalte mit solchen "überlegenen" Konkurrenzgütern versorgt sind, desto günstiger werden deshalb die Aussichten des Telefons, d. h. umso mehr sinkt das Schwelleneinkommen  $E_s$ .

##### b) Anwachsen der Fernsprechdichte

Der Gebrauchswert des Telefons steigt mit der Zahl erreichbarer Partner; diese wiederum üben einen gewissen psychologischen Druck auf den noch Außenstehenden aus. Es wird mehr und mehr eine Prestigefrage, einen Fernsprechananschluß zu haben.

##### c) Verringerung der Wartezeit vor der Herstellung eines Fernsprechananschlusses

Die DEB ist seit über 10 Jahren nicht mehr in der Lage, den Anschlußwünschen ihrer Kunden innerhalb einer vertretbaren Frist zu entsprechen. Die durchschnittliche Wartezeit von der Beantragung bis zur Einrichtung eines Hauptanschlusses wuchs immer mehr und erreichte 1964 ihren Maximalwert von über 10 Monaten [52]. In ungünstigen Fällen mußten und müssen die Antragsteller sogar mehrere Jahre warten. Diese Umstände halten natürlich viele, die grundsätzlich an einem Fernsprechananschluß interessiert sind, davon ab, überhaupt einen Antrag zu stellen. Seit 1964 sind aber die Wartezeiten



wieder zurückgegangen. Die DBP steigert ihre Investitionen in den Ortsnetzen in einem Ausmaß, daß zumindest auf weitere Sicht eine Normalisierung der Verhältnisse erwartet werden kann. Damit wird ein wesentliches Hindernis, das der Ausbreitung des Telefons bisher entgegenstand, allmählich beseitigt.

d) Werbung für das Telefon

Da der Fernsprechdienst beträchtliche Überschüsse abwirft und beim Ausbau des Fernsprechnetzes mit wachsendem Verkehrsumfang eine starke Kostendegression eintritt, wird die DBP mit der Werbung für den Fernsprechdienst einsetzen, sobald sie in der Lage ist, auch eine stimulierte Nachfrage zu befriedigen. Dadurch kann das Telefon im Vergleich zu anderen Wirtschaftsgütern, für die schon jetzt mit außerordentlichem Aufwand geworben wird, wesentlich aufholen.

e) Steigerung der Dienstgüte

Objektiv wird der Wert eines Anschlusses durch die fortschreitende Verbesserung des Fernsprechdienstes erhöht, z. B.:

Verringerung der Verkehrshemmungen durch flexiblere Vermittlungseinrichtungen und bessere Projektierungsmethoden; in Zukunft Beschleunigung des Verbindungsaufbaus mit Hilfe elektronischer Vermittlungseinrichtungen; Verringerung von Störungen und Geräuschen durch die Weiterentwicklung der Vermittlungs- und Übertragungstechnik sowie durch verbesserte Unterhaltungsmethoden; neue Leistungsmerkmale elektronischer Vermittlungsanlagen (z. B. Tastwahl, automatische Umschaltung auf den Fernsprechauftragsdienst oder auf einen anderen Anschluß).

f) Gebührensenkung auf weite Sicht

Die Fernsprechgebühren in der BRD liegen - global betrachtet - erheblich über dem Durchschnitt der fernsprechtechnisch bedeutenderen Länder. Besonders groß ist der Abstand zu Schweden und zur Schweiz [3 und 45]. Langfristig ist zu erwarten, daß das Gebührenniveau in Deutschland dem internationalen Durchschnitt angenähert und damit erheblich gesenkt wird. Dabei ist zu beachten, daß bei steigenden Lebenshaltungskosten schon Konstanz der nominalen Gebühren eine Senkung der realen Gebühren bedeutet.

g) Verkleinerung der Haushalte

Die durchschnittliche Haushaltsgröße  $N_p$  erscheint zwar bereits explizit in den Modellbeziehungen, z. B. in (54), sie ist aber auch von Einfluß auf das Schwelleneinkommen  $E_s$ . Da  $N_p$  in den kommenden Jahrzehnten voraussichtlich abnehmen wird, sinkt der lebensnotwendige Aufwand eines Durchschnittshaushalts, wenn auch nicht im gleichen Verhältnis wie  $N_p$ . Zum anderen rücken allmählich die Haushalte der unteren Einkommensschichten, die im Vergleich zu den oberen eine geringere mittlere Personenzahl aufweisen, an das Schwelleneinkommen heran (u. a. Rentnerhaushalte). Kleinere Haushalte können sich - unter sonst gleichen Umständen - schon bei niedrigerem Einkommen ein Telefon leisten. Beides wirkt sich demnach schwellensenkend aus.

h) Sonstige nachfragefördernde Einflüsse

Von den weiteren Faktoren, die die Nachfrage nach Wohnungsanschlüssen günstig beeinflussen, sollen noch folgende

kurz erwähnt werden:

Immer mehr Menschen gewöhnen sich im Beruf an die Benutzung des Telefons und wollen seine Vorteile auch im privaten Lebensbereich nicht mehr missen. Junge Menschen, in deren Elternhaus schon ein Anschluß vorhanden war, haben diesen Gewöhnungsprozeß bereits abgeschlossen und legen bei der Gründung eines eigenen Haushalts - mehr als andere - Wert auf einen Fernsprechan Anschluß.

Aufgrund der fortschreitenden Arbeitszeitverkürzung gewinnt die private Sphäre und damit der nichtberufliche zwischenmenschliche Kontakt, also auch der private Fernsprechan Anschluß, an Bedeutung.

Die zunehmende Besiedlung der Randbezirke der Städte weckt ein starkes Bedürfnis nach einer telefonischen Verbindung.

Auf dem Gebiet der Schulpolitik werden Anstrengungen unternommen, um breiten Schichten von Schülern eine bessere Bildung zu vermitteln. Wie von vornherein zu erwarten und in anderen Ländern auch statistisch erwiesen ist, steigt mit dem Bildungsniveau auch das Kommunikationsbedürfnis. Damit einher geht die wachsende Aufgeschlossenheit des modernen Menschen gegenüber technischen Geräten. Der Informationsaustausch mit Hilfe der elektrischen Nachrichtentechnik setzt sich im Vergleich zur persönlichen und schriftlichen Verbindung immer mehr durch.

#### A 4.6.3 Schwellenanhebende Einflüsse

##### a) Vordringen anderer Wirtschaftsgüter

Aufgrund der technischen Entwicklung treten ständig neue Erzeugnisse in den Wettbewerb um das Haushaltseinkommen

ein (z. B. Farbfernsehgeräte). Bereits bekannte Güter, die in der Rangskala des Durchsetzungsvermögens jetzt noch hinter dem Fernsprechan Anschluß liegen, können ihr Verhältnis Nutzen : Kosten so verbessern, daß sie das Telefon überrunden. Beides bedeutet - bei Konstanz aller übrigen Einflüsse - eine Anhebung des Schwelleneinkommens.

##### b) Änderung der sozialen Struktur der an das Schwelleneinkommen heranrückenden Haushalte

Bei den Haushalten der Selbständigen, Angestellten und Beamten sowie der Nichterwerbstätigen (vor allem Rentner) lag im Jahre 1960 das Schwelleneinkommen zwischen 1300 und 1400 DM, bei den Arbeiterhaushalten dagegen um 1700 DM. Auch im Ausland ist festgestellt worden, daß sich die Arbeiter erst bei höherem Einkommen ein Telefon anschaffen als die anderen sozialen Gruppen<sup>[66]</sup>.

Unter den Haushalten mit Telefon ist der Anteil der Arbeiterhaushalte z. Z. noch gering, er wird jedoch mit der allgemeinen Erhöhung der Einkommen stetig ansteigen. Wegen der höheren spezifischen Schwelle der Arbeiterhaushalte ist damit eine Anhebung des durchschnittlichen Schwelleneinkommens verbunden.

#### A 4.6.4 Künftige Entwicklung des durchschnittlichen Schwelleneinkommens $E_s$

Wägt man nunmehr die schwellensenkenden und die schwellenanhebenden Einflüsse gegeneinander ab, so dürften die ersteren bei weitem überwiegen, d. h. in Zukunft ist mit einer erheblichen Abnahme von  $E_s$  zu rechnen; ihr Ausmaß läßt sich allerdings aufgrund jener qualitativen Überlegungen kaum abschätzen. Zu einer quantitativen Aussage

verhilft uns ein Vergleich mit Schweden. Dort sind die für die Nachfrage nach Fernsprechan schlüssen günstigen Voraussetzungen weitgehend schon jetzt gegeben: Kein kriegsbedingter Nachholbedarf, die höchste HAS-Dichte und die niedrigsten Fernsprechgebühren aller bedeutenderen Länder.

In Schweden betrug Ende 1965 der durchschnittliche Versorgungsgrad der Haushalte  $p = 0,89$ ; das Bruttosozialprodukt je Einwohner - bei Umrechnung nach der Verbraucher geldparität [59] - hatte 1965 einen Wert, der in der BRD 1970 zu erwarten ist. Wie hoch müßte nun in der BRD 1970 das Schwelleneinkommen  $E_s$  sein, wenn auch hier ein Versorgungsgrad  $p = 0,89$  erreicht werden sollte? Mit den in 4.4 behandelten Modellbeziehungen und den bereits vorausgeschätzten Einflußgrößen ergibt sich unter dieser Bedingung:

$$E_s = 621 \text{ DM}_{65}$$

Dies dürfte der niedrigste Wert sein, der in der BRD in den nächsten Jahrzehnten erreicht werden kann, er wird als -26-Vertrauensgrenze (Definition S. 58) angenommen.

Andererseits besteht nur eine ganz geringe Wahrscheinlichkeit, daß das Schwelleneinkommen  $E_s$  auf weite Sicht das Niveau früherer Jahre erreichen wird. Als + 26-Vertrauensgrenze wird 1 400  $\text{DM}_{65}$  angenommen.

Die in A 4.6.2 behandelten schwellensenkenden Einflüsse werden sich überwiegend schon in der ersten Hälfte des Prognosezeitraums auswirken, d. h.  $E_s$  wird voraussichtlich anfangs stärker und später langsamer zurückgehen.

In Bild A 9 sind die Ergebnisse dieser Überlegungen dargestellt.

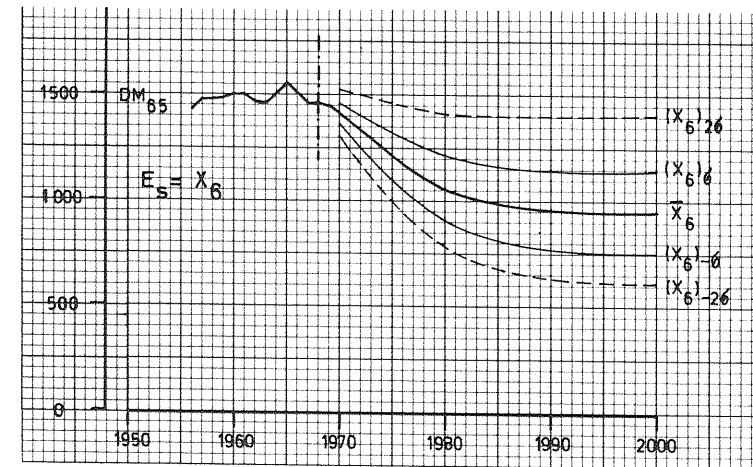
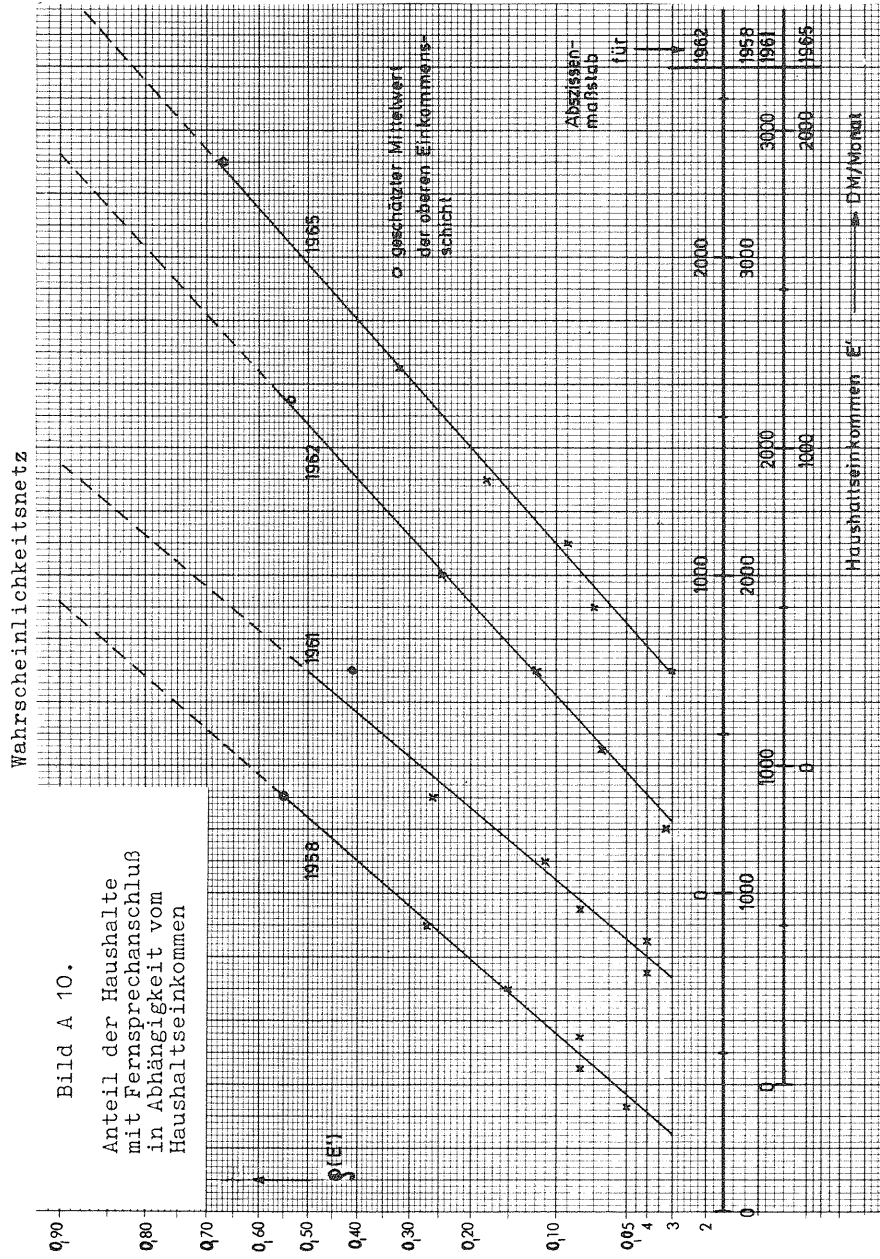


Bild A 9. Entwicklung des Schwelleneinkommens  $E_s = x_6$

A 4.7 Halbwerteinkommen  $E_h = x_7$  beim kontinuierlichen Modell

Der Einfluß des Haushaltseinkommens auf die Nachfrage nach Wohnungsanschlüssen wird beim kontinuierlichen Modell durch die Beziehung  $Q(E)$  beschrieben, über die Bild A 10 Aufschluß gibt (Ergebnisse von 4 Repräsentativerhebungen, für 1958, 1961 und 1965 nach [14], für 1962 nach [55]).

Das bei einer Haushaltsbefragung ermittelte Einkommen entspricht in der Regel nicht der Definition nach S. 59 und wird deshalb als  $E'$  bezeichnet ( $E' < E$ ). In Bild A 10 sind folglich nicht die Absolutwerte der Einkommen, sondern ihre Relationen zueinander von Bedeutung. Die Stichprobenergebnisse ermöglichen folgende Feststellungen:



a) Im Rahmen der zu erwartenden Genauigkeit entspricht die Beziehung  $Q(E)$  einem Gaußschen Integral (Gerade in einem Wahrscheinlichkeitsnetz). In jedem Falle ist diese Funktion weitaus wirklichkeitsnäher als eine Sprungfunktion (von  $Q = 0$  auf  $Q = 1$  bei  $E_s$ ), wie sie beim diskontinuierlichen Modell unterstellt wird. (Falls künftige Untersuchungen ergeben sollten, daß eine andere Funktion die Abhängigkeit  $Q(E)$  besser beschreibt, können die Beziehungen des kontinuierlichen Modells unschwer entsprechend modifiziert werden.)

b) Es läßt sich zwar nicht die Standardabweichung  $\sigma_Q$ , aber der Variationskoeffizient  $\tau_Q = \sigma_Q / E_h$  ermitteln.

Der Absolutwert von  $E_h$  ist für einen Zeitpunkt der Vergangenheit dadurch bestimmt, daß bei vorgegebenen sonstigen Einflußgrößen (einschließlich  $\tau_Q$ ) die Zielgröße  $p$  (Versorgungsgrad) den tatsächlich erreichten Zahlenwert annehmen muß (Bild A 11).

$E_h$  wies schon in der Vergangenheit einen deutlichen Abwärtstrend auf, der lediglich durch die Gebührenerhöhung im Jahre 1964 gestört wurde. Auf die künftige Entwicklung von  $E_h$  können die Überlegungen, die im vorhergehenden Abschnitt über die Veränderung des Schwelleneinkommens  $E_s$  angestellt wurden, sinngemäß übertragen werden. Die sonstigen Faktoren, die in den Modellbeziehungen nicht explizit berücksichtigt werden, lassen darauf schließen, daß  $E_h$  in Zukunft erheblich zurückgehen wird. Die Vertrauensgrenzen von  $E_h$ , nämlich  $(E_h)_{-2\sigma}$  und  $(E_h)_{2\sigma}$ , werden analog zu den Vertrauensgrenzen von  $E_s$  abgeschätzt: Als  $+2\sigma$ -Grenze für die fernere Zukunft wird 1 400 DM<sub>65</sub> angenommen. Der Vergleich mit Schweden läßt als  $-2\sigma$ -Grenze von  $E_h$  erwarten:

$$(E_h)_{-2\sigma} = 554 \text{ DM}_{65}$$

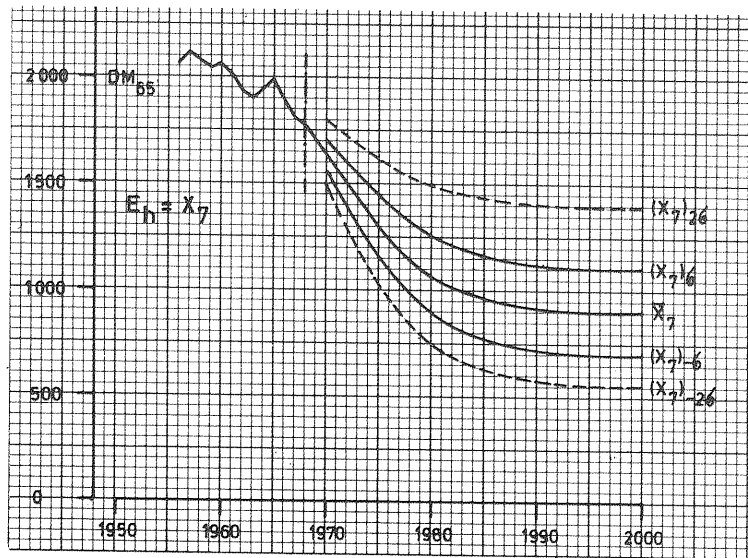


Bild A 11. Entwicklung des Halbwerteinkommens  $E_h = x_7$

A 4.8 Variationskoeffizient  $\tau_g = x_8$  des einkommensabhängigen Versorgungsgrades  $Q(E)$

Nach den in Bild A 10 dargestellten Stichprobenergebnissen hatte  $\tau_g$  in der Vergangenheit folgende Werte:

Jahr	1958	1961	1962	1965
$\tau_g$	0,43	0,40	0,45	0,44

Im Mittel also:  $\tau_g = 0,43$

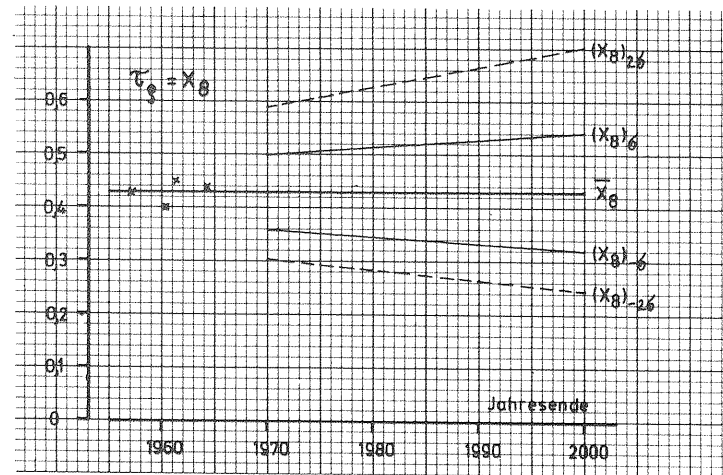


Bild A 12. Entwicklung von  $\tau_g = \sigma_g / E_h = x_8$

Ein Änderungstrend von  $\tau_g$  läßt sich daraus nicht erkennen. Es liegen weder Anhaltspunkte dafür vor, daß  $\tau_g$  in Zukunft wächst, noch daß es abnimmt. Deshalb wird angenommen, daß  $\tau_g$  konstant bleibt:

$$\bar{\tau}_g = \bar{x}_8 = 0,43 = \text{const}$$

A 4.9 Dichte der reinen Geschäftshauptanschlüsse  $D_g = x_9$

A 4.9.1 Bisherige Entwicklung der einzelnen Arten von Hauptanschlüssen

Die Fernsprechstatistik der DBP ermöglicht es leider nicht, die Gesamtzahl der HAS in die Gruppen G, W und M aufzugliedern (Definition S. 52). Um deren Entwicklung in der Vergangenheit wenigstens ungefähr zu ermitteln, wurden Stichproben aus den Fernsprechbüchern des gesamten Bundesgebiets entnommen, die sich im Mittel auf folgende Zeitpunkte beziehen: September 1954, August 1959, Februar 1966, Juni 1968. Die Stichproben umfaßten 1200 bis 1900 HAS.

Ergänzend dazu wurden die Ergebnisse von Repräsentativerhebungen in den Jahren 1958, 1961, 1962 und 1965 ausgewertet, bei denen das DIVO-Institut bzw. das Statistische Bundesamt u.a. feststellte, wieviel % der Haushalte über ein Telefon

verfügen [14 und 55] .

Nach Abstimmung der auf verschiedenen Wegen gewonnenen Daten wurden die in Bild A 13 dargestellten Entwicklungskurven gewonnen.

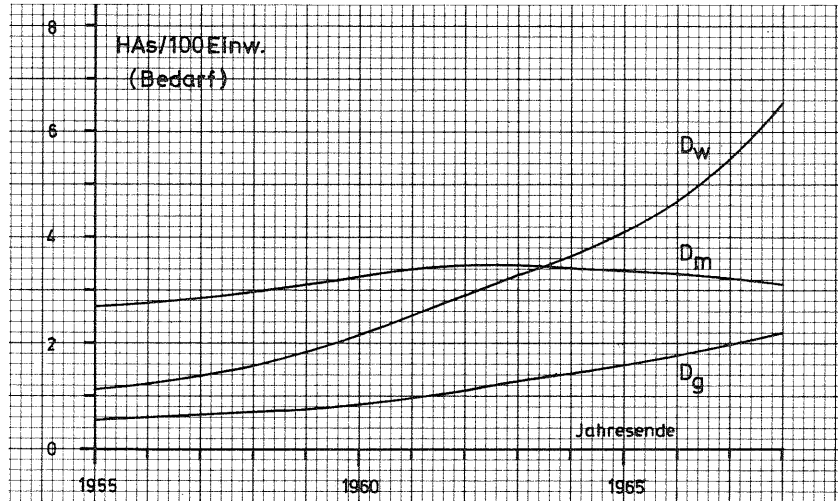


Bild A 13. Entwicklung von  $D_g$ ,  $D_w$  und  $D_m$  in der Vergangenheit (näherungsweise)

A 4.9.2 Sättigungsdichte der Geschäftshauptanschlüsse

Die Sättigungswerte  $(D_g)_{max}$  und  $(D_{gm})_{max}$ , die zur Vorausschätzung von  $D_g$  benötigt werden, können keinesfalls aufgrund der bisherigen Entwicklung von  $D_g$  und  $D_{gm}$  bestimmt werden (u. a. wegen der relativ großen Toleranzen der Vergangenheitsdaten). Vielmehr muß unmittelbar untersucht werden, wieviel Geschäfts-HAs - im engeren und im weiteren Sinne - je 100 Einwohner im Sättigungszustand zu erwarten sind (voraussichtlich erst nach dem Jahr 2000).

Entscheidend ist hierfür die Struktur der Erwerbstätigen, weil die Geschäftsanschlüsse definitionsgemäß für diese bestimmt sind.

Tabelle A2. Abschätzung der Sättigungswerte von  $D_g$  und  $D_m$  aus der Struktur der Erwerbstätigen

Gruppe der Erwerbstätigen	Erwerbstätige je 100 Einwohner		Geschäfts-HAs je 100 Einwohner im Sättigungszustand	
	April 1968 *)	im Sättigungszustand (geschätzt)	Gruppe G	Gruppe M
0	1	2	3	4
Angestellte und Beamte	15,3	22	6	-
Selbständige - ohne Landwirte	3,3	3	2	1
Selbständige Landwirte	1,5	1	-	1
Arbeiter	20,4	} 16	1	-
Mithelfende Familienangehörige	3,4			
zusammen	43,9	42	9	2

\*) Quelle [58]

Erläuterungen:

Langfristig herrschen folgende strukturelle Tendenzen (jeweils auf 100 Einwohner bezogen):

- a) Langsame Abnahme des Anteils
  - der Erwerbstätigen insgesamt,
  - der Selbständigen - ohne Landwirte
- b) erhebliche Abnahme des Anteils
  - der selbständigen Landwirte,
  - der Arbeiter,
  - der mithelfenden Familienangehörigen

c) erhebliche Zunahme des Anteils  
der Angestellten und Beamten

Die in den Spalten 3 und 4 aufgeführten Ergebnisse für  $D_g$  und  $D_m$  beruhen auf folgenden Überlegungen:

- a) 1 amtsberechtigte Nebenstelle je Angestellten (oder Beamten); 3,5 ... 4 amtsberechtigte Nebenstellen je Hauptanschlußleitung, die zu einer Nebenstellenanlage führt. (Z. Z. sind es 4,4, in naher Zukunft voraussichtlich noch etwas mehr. Mit wachsender Fernsprechdichte und Wirtschaftlichkeit der telefonischen Nachrichtenübermittlung wird aber auf weite Sicht der Verkehr je Nebenstelle noch beträchtlich ansteigen.)
- b) Zur Zeit entfällt auf 1 Selbständigen (Nicht-Landwirt) ungefähr 1 M-HAs (1968:  $D_m \approx 3,1$ ). Langfristig gesehen werden aber die Selbständigen (ohne Landwirte), die sich wirtschaftlich noch behaupten können, mit einem einzigen HAs für geschäftliche und private Zwecke nicht mehr auskommen. Es wird deshalb angenommen, daß im Sättigungszustand von drei Selbständigen (ohne Landwirte) zwei je einen G- und einen W-Anschluß haben werden und nur noch einer sich auf einen M-Anschluß beschränken wird.
- c) Den selbständigen Landwirten wird im Durchschnitt 1 M-HAs genügen.
- d) Die Arbeiter und die mithelfenden Familienangehörigen werden auch in fernerer Zukunft bei der Ausübung ihres Berufs im Vergleich zu den Angestellten nur wenige Gespräche über das öffentliche Fernsprechnetzt führen.

Damit erhält man folgende (grobe) Schätzwerte für die ge-

suchten Sättigungsdichten:

$$(D_g)_{\max} \approx 9 \text{ HAs/100 Einwohner}$$

$$(D_{gm})_{\max} \approx 11 \text{ HAs/100 Einwohner}$$

A 4.9.3 Prognose der Dichte der reinen Geschäftshauptanschlüsse

Da die für die Vergangenheit ermittelten Zahlenwerte von  $D_g$  relativ ungenau sind, wurde die weitere Entwicklung einmal unmittelbar und zum anderen als Differenz  $D_{gm} - D_m$  vorherbestimmt. Sowohl für  $D_g$  als auch für  $D_{gm}$  wurde eine gewöhnliche logistische Wachstumsfunktion unterstellt. Die auf getrennten Wegen gewonnenen Ergebnisse wurden schließlich gemittelt ( $\hat{=}$  Erwartungswert von  $D_g$  in Bild A 14).

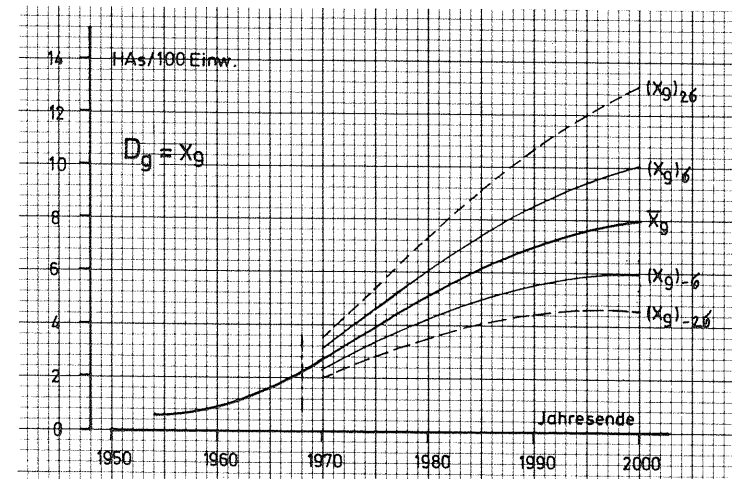


Bild A 14. Entwicklung von  $D_g = x_g$  (Bedarf)

A 4.10 Jährliche Orts- und Ferngespräche je Hauptanschluß

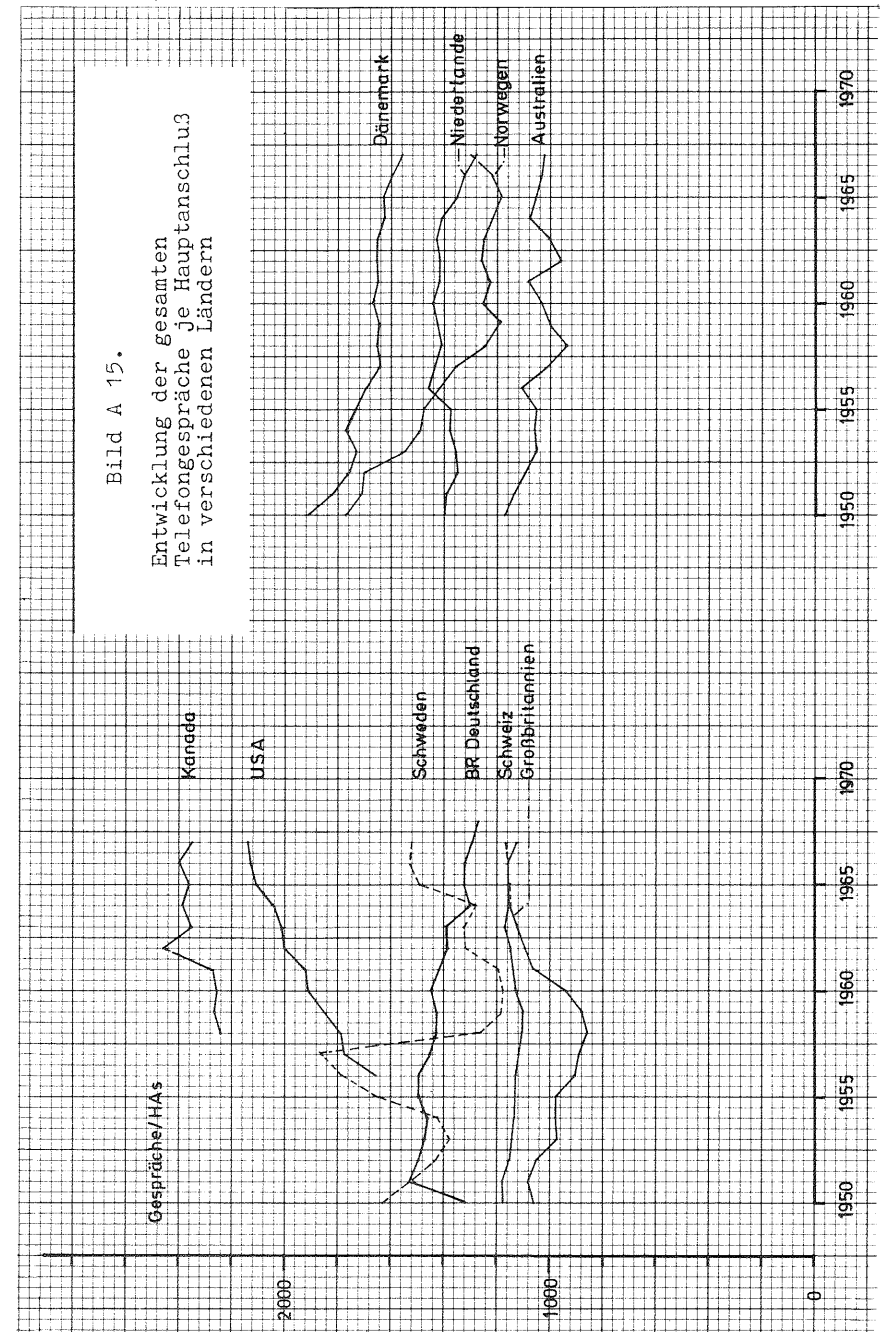
$n_o = x_{10}$  und  $n_f = x_{11}$

Die Prognose des Orts- und Fernverkehrs je HAs muß sich im wesentlichen auf den bisherigen Trend, auf globale Zusammenhänge und einen Vergleich mit dem Ausland stützen. Dabei ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Abgrenzung zwischen Orts- und Ferngesprächen in den einzelnen Ländern recht verschieden ist. Aus diesem Grunde wird zunächst die Gesamtzahl  $n_{of}$  der Telefongespräche (Orts- und Ferngespräche) je HAs betrachtet (Bild A 15).

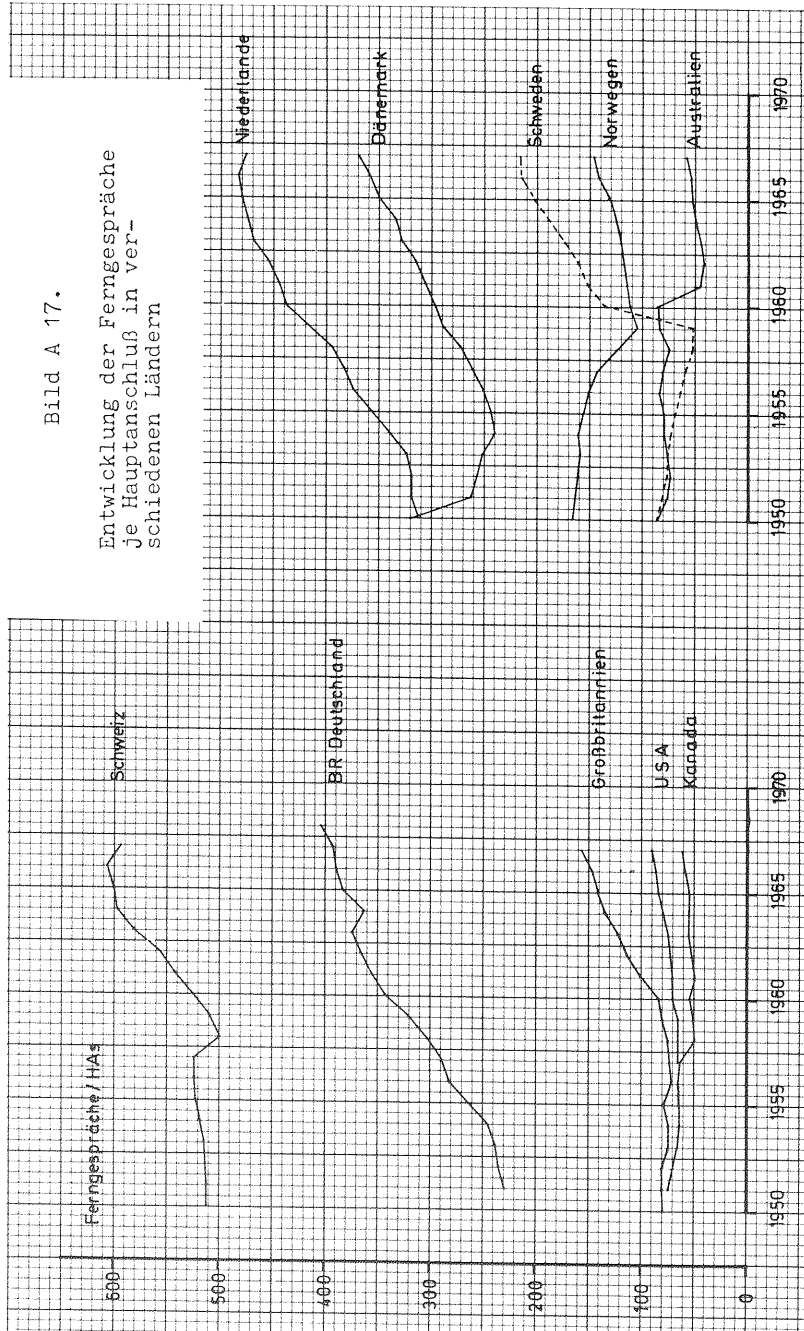
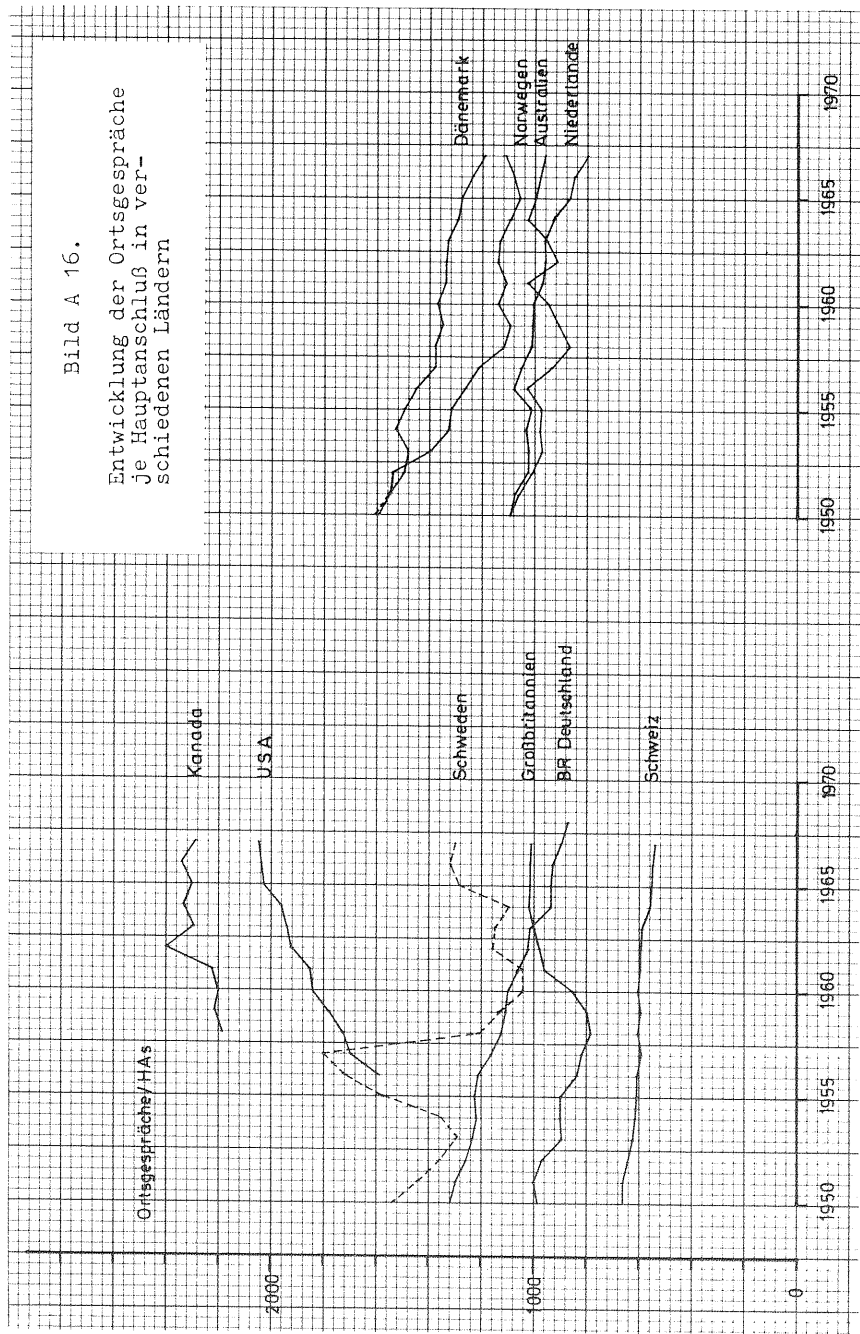
In der BRD ist  $n_{of}$  seit 1951 langsam zurückgegangen. Nur in Norwegen ist  $n_{of}$  stark abgesunken (von einem hohen Ausgangsniveau). In einigen Ländern ist  $n_{of}$  im wesentlichen gleich geblieben (z. B. Schweiz und Australien), bei anderen ist ein deutlicher Anstieg zu beobachten (USA, im letzten Jahrzehnt auch Schweden und Großbritannien).

Die großen Schwankungen, die teilweise aufgetreten sind, können auf wirtschaftliche Einflüsse und Änderungen des Gebührensystems (u. a. Einzelgesprächsgebühr statt Pauschalgebühr) sowie der Betriebsweise (Automatisierung des Orts- und Fernverkehrs) zurückgeführt werden.

Für die Gesamtheit der betrachteten Länder ist keine eindeutig bevorzugte Änderungstendenz von  $n_{of}$  (steigend oder fallend) festzustellen. Die jeweils neu hinzukommenden Anschlüsse weisen zwar erfahrungsgemäß im Mittel einen geringeren spezifischen Verkehr als die vorhandenen auf, andererseits wächst der Verkehr sowohl bei den bereits vorhandenen als auch bei den neuen Anschlüssen im Laufe der Zeit. (Gerade aus diesem Grunde ist  $n_{of}$  bei den einzelnen Ländern nicht generell zurückgegangen.)







Da in der Gesamtzahl der Gespräche je HAS allgemein die Zahl der Ortsgespräche überwiegt, weisen die Kurven für  $n_o$  (Bild A 16) eine große Ähnlichkeit mit denen von  $n_{of}$  (Bild A 15) auf. Der rückläufige Trend von  $n_o$  ist jedoch in der BRD - wie auch in einigen anderen Ländern - stärker ausgeprägt als bei  $n_{of}$ .

$n_f$ , die Zahl der Ferngespräche je HAS, ist u. a. in der BRD kräftig gestiegen (Bild A 17). Dies ist vor allem auf den Ausbau des Selbstwählferndienstes zurückzuführen, der unter den größeren Ländern in der BRD am weitesten fortgeschritten ist. (Ende 1968 wurden 99,3 % der Inlandsferngespräche und 91 % der Auslandsferngespräche von den Teilnehmern selbst gewählt.) Die Automatisierung des Fernverkehrs ist in der BRD nahezu abgeschlossen.  $n_f$  ist in den vergangenen Jahren nur noch langsam gestiegen.

Auf die weitere Entwicklung von  $n_o$  und  $n_f$  geht ein negativer Einfluß von dem außerordentlich raschen Zuwachs an Neuanschlüssen aus, der im kommenden Jahrzehnt zu erwarten ist. Die "Nachfragewelle", die hauptsächlich von privaten Haushalten ausgeht, dürfte jedoch etwa Mitte der 70er Jahre ihren Kulminationspunkt erreichen. Danach wird die zunehmende Verkehrsintensität der jeweils vorhandenen Anschlüsse die gegenläufige Wirkung weiterer Neuanschlüsse voraussichtlich mehr als ausgleichen und dazu führen, daß das Absinken von  $n_o$  zum Stillstand kommt und darauf ein Wiederanstieg folgt und daß  $n_f$  wieder etwas rascher wächst.

Diese Überlegungen führen zu den in Bild A 17 dargestellten Vorausschätzungen von  $n_o$  und  $n_f$ . Die großen Unsicherheiten kommen in breit ausfächernden Vertrauensgrenzen zum Ausdruck.

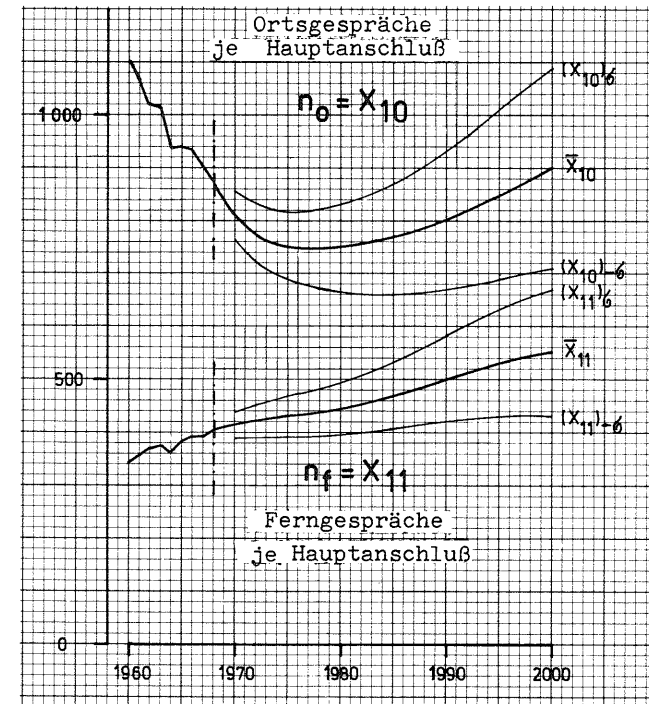


Bild A 18. Entwicklung von  $n_o$  und  $n_f$

A 4.11 Orts- und Fernverkehr in Erlang je Hauptanschluß

$$y_o = x_{12} \text{ und } y_f = x_{13}$$

Für die Vorausschätzung des in Erlang gemessenen Fernsprechverkehrs sind die Voraussetzungen noch ungünstiger als bei den Gesprächen. Es liegen keine umfassenden, für die ganze BRD geltenden Meßwerte vor. Außerdem ist nicht geklärt, wie sich die künftigen Veränderungen im Fern-

sprechdienst auf die mittlere Belegungsdauer und auf die Verkehrskonzentration in der Hauptverkehrsstunde auswirken. Um wenigstens eine erste Orientierung zu ermöglichen, werden folgende empirisch ermittelten Beziehungen zwischen Gesprächszahlen und Verkehrswerten zugrunde gelegt [16 und 17]:

$$y_o = \frac{n_o}{290 \cdot 9 \cdot 23} \quad (A54)$$

$$y_f = \frac{n_f}{290 \cdot 9 \cdot 17} \quad (A55)$$

Die Zahlenwerte haben folgende Bedeutung:

1/290 durchschnittlicher Anteil eines Arbeitstages  
am Jahresverkehr

1/9 Verkehrskonzentration in der Hauptverkehrs-  
stunde

23 Ortsgespräche  $\hat{=}$  1 Erlangstunde

17 Ferngespräche  $\hat{=}$  1 Erlangstunde

